FUNCIÓN DE LOS POLIEDROS REGULARES

INTRODUCCIÓN.

Como bien sabemos los amantes de los poliedros regulares convexos, solo existen cinco poliedros y nada más, y cada uno de ellos tiene una función que relaciona el radio de la esfera circunscrita al poliedro regular con la arista del poliedro. Las cuales son:

Para el tetraedro es $R=\frac{\sqrt{6}}{4}L$ Para el cubo es $R=\frac{\sqrt{3}}{2}L$ Para el octaedro es $R=\frac{\sqrt{2}}{2}L$

Para el dodecaedro es $R=\frac{\sqrt{6}}{4}\sqrt{3+\sqrt{5}}L$ Para el icosaedro es $R=\frac{L}{4}\sqrt{10+2\sqrt{5}}$

Donde R es la magnitud del radio de la esfera circunscrita al poliedro regular y L es la magnitud de una de las aristas del poliedro regular.

Después de cuatro de años de investigación encontré ***UNA SOLA FUNCION DE LOS POLIEDROS REGULARES*** Esta función genera las cinco funciones ya conocidas.

FUNCION DE LOS POLIEDROS REGULARES

$$\left(\sqrt{\frac{\cot^2\frac{\pi}{\beta}}{1-sen^2\left(\frac{c\pi-2\pi}{c\beta}\right)\csc^2\frac{\pi}{\beta}}+1}\right)\frac{L}{2}=R$$

La anterior expresión algebraica es una función de varias variables que relaciona la arista de un poliedro regular con el radio de la esfera circunscrita.

Para lo cual debemos manejar las siguientes convecciones

Los poliedros están formados por caras las cuales son polígonos regulares, donde

β Es la cantidad de lados que tiene el polígono regular.

C es la cantidad de caras del poliedro regular.

L es la magnitud de la arista del poliedro regular.

R es la magnitud del radio de la esfera circunscrita al poliedro regular.

VERIFICACIÓN DE LA FUNCIÓN ANTERIOR

Si La anterior función es correcta tiene que generar las cinco funciones ya conocidas, obviamente en condiciones propias de cada poliedro regular. De esta manera certificaremos la veracidad de la anterior función.

VERIFIQUEMOS SI CUMPLE PARA EL CUBO.

En este caso $\beta=4$ esto es debido a que el polígono regular que sirve de cara al poliedro

Regular es un cuadrado. Y C =6 esto es debido a que los cubos tienen seis caras, ahora hagamos las sustituciones en la función:

$$\left(\sqrt{\frac{\cot^2\frac{\pi}{\beta}}{1-sen^2\left(\frac{c\pi-2\pi}{c\beta}\right)\csc^2\frac{\pi}{\beta}}+1}\right)\frac{L}{2}=R \qquad \left(\sqrt{\frac{\cot^2\frac{\pi}{4}}{1-sen^2\left(\frac{6\pi-2\pi}{24}\right)\csc^2\frac{\pi}{4}}+1}\right)\frac{L}{2}=R$$

$$\left(\sqrt{\frac{\cot^2\frac{\pi}{4}}{1-sen^2\left(\frac{4\pi}{24}\right)\csc^2\frac{\pi}{4}}+1}\right)\frac{L}{2}=R$$

Y teniendo en cuenta que $\cot^2\frac{\pi}{4}$ =1 , que $\csc^2\frac{\pi}{4}$ =2 y que $sen^2\left(\frac{\pi}{6}\right)$ =0.25

$$\left(\sqrt{\frac{1}{1-sen^2\left(\frac{\pi}{6}\right)x2}+1}\right)\frac{L}{2}=R \qquad \left(\sqrt{\frac{1}{0.5}+1}\right)\frac{L}{2}=R$$

$$\left(\sqrt{3}\right)\frac{L}{2}=R$$

Luego podemos decir que si cumple para el cubo.

VERIFIQUEMOS SI CUMPLE PARA EL TETRAEDRO.

En este caso Dado que las caras del poliedro son triángulos y C =4 dado que el tetraedro tiene cuatro caras, $\beta=3$ ahora hagamos las sustituciones en la ecuación:

$$\left(\sqrt{\frac{\cot^2\frac{\pi}{\beta}}{1-sen^2\left(\frac{c\pi-2\pi}{c\beta}\right)\csc^2\frac{\pi}{\beta}}+1}\right)\frac{L}{2}=R \qquad \left(\sqrt{\frac{\cot^2\frac{\pi}{3}}{1-sen^2\left(\frac{4\pi-2\pi}{12}\right)\csc^2\frac{\pi}{3}}+1}\right)\frac{L}{2}=R$$

Y teniendo en cuenta que $\cot^2\frac{\pi}{3}=\frac{1}{3}$ y que $\csc^2\frac{\pi}{3}=\frac{4}{3}$

$$\left(\sqrt{\frac{\frac{1}{3}}{1-sen^2\left(\frac{2\pi}{12}\right)x\frac{4}{3}}+1}\right)\frac{L}{2}=R$$

Ahora tengamos en cuenta que $sen^2\left(\frac{2\pi}{12}\right)$ es igual a un cuarto

$$\left(\sqrt{\frac{\frac{1}{3}}{1-\left(\frac{1}{4}\right)x\frac{4}{3}}+1}\right)\frac{L}{2}=R \qquad \left(\sqrt{\frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}}+1}\right)\frac{L}{2}=R$$

$$\left(\sqrt{\frac{1}{2}+1}\right)\frac{L}{2}=R \qquad \left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)\frac{L}{2}=R$$

$$\left(\sqrt{\frac{6}{4}}\right)\frac{L}{2}=R \qquad \left(\sqrt{6}\right)\frac{L}{4}=R$$

Luego podemos decir que cumple perfectamente para el tetraedro.

VERIFIQUEMOS SI CUMPLE PARA EL DODECAEDRO.

En este caso $\beta=5$ esto se debe que las caras del poliedro regular son pentágonos y C=12, Esto es por que el dodecaedro tiene doce caras

$$\left(\sqrt{\frac{\cot^2\frac{\pi}{\beta}}{1-sen^2\left(\frac{c\pi-2\pi}{c\beta}\right)\csc^2\frac{\pi}{\beta}}+1}\right)\frac{L}{2}=R \qquad \left(\sqrt{\frac{\cot^2\frac{\pi}{5}}{1-sen^2\left(\frac{12\pi-2\pi}{60}\right)\csc^2\frac{\pi}{5}}+1}\right)\frac{L}{2}=R$$

Si tenemos en cuenta que $\cot^2\frac{\pi}{5}=\frac{5+2\sqrt{5}}{5}$, $\csc^2\frac{\pi}{5}=\frac{6-2\sqrt{5}}{5-2\sqrt{5}}$ $sen^2\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{4}$

$$\left(\sqrt{\frac{\frac{5+2\sqrt{5}}{5}}{1-\frac{1}{4}x\frac{6-2\sqrt{5}}{5-2\sqrt{5}}}+1}\right)\frac{L}{2}=R \qquad \left(\sqrt{\frac{\frac{5+2\sqrt{5}}{5}}{1-\frac{3-\sqrt{5}}{10-4\sqrt{5}}}+1}\right)\frac{L}{2}=R \qquad \left(\sqrt{\frac{\frac{5+2\sqrt{5}}{5}}{\frac{10-4\sqrt{5}-3+\sqrt{5}}{10-4\sqrt{5}}}+1}\right)\frac{L}{2}=R$$

$$\left(\sqrt{\frac{\frac{5+2\sqrt{5}}{5}}{\frac{7-3\sqrt{5}}{10-4\sqrt{5}}}+1}\right)\frac{L}{2}=R \qquad \left(\sqrt{\frac{\left(5+2\sqrt{5}\right)\left(10-4\sqrt{5}\right)}{5\left(7-3\sqrt{5}\right)}+1}\right)\frac{L}{2}=R$$

$$\left(\sqrt{\frac{2(25-20)}{5\left(7-3\sqrt{5}\right)}+1}\right)\frac{L}{2}=R \qquad \left(\sqrt{\frac{2}{\left(7-3\sqrt{5}\right)}+1}\right)\frac{L}{2}=R$$

$$\left(\sqrt{\frac{2+7-3\sqrt{5}}{\left(7-3\sqrt{5}\right)}}\right)\frac{L}{2}=R \qquad \left(\sqrt{\frac{9-3\sqrt{5}}{\left(7-3\sqrt{5}\right)}}\right)\frac{L}{2}=R \qquad \left(\sqrt{\frac{9-3\sqrt{5}}{\left(7-3\sqrt{5}\right)}*\frac{7+3\sqrt{5}}{7+3\sqrt{5}}}\right)\frac{L}{2}=R$$

$$\left(\sqrt{\frac{63+27\sqrt{5}-21\sqrt{5}-45}{(49-45)}}\right)\frac{L}{2}=R \qquad \left(\sqrt{\frac{18+6\sqrt{5}}{4}}\right)\frac{L}{2}=R$$

$$\left(\sqrt{3+\sqrt{5}}\right)\frac{\sqrt{6}L}{4}=R$$

Luego podemos decir que cumple perfectamente para el dodecaedro.

VERIFIQUEMOS SI CUMPLE PARA EL ICOSAEDRO

En este caso $\beta=3$ por que el icosaedro esta formado por triángulos y C =20 esto es por Que el poliedro regular tiene 20 caras, ahora hagamos las sustituciones en la función.

$\left(\sqrt{\dfrac{\cot^2\frac{\pi}{3}}{1-sen^2\left(\frac{20\pi-2\pi}{60}\right)\csc^2\frac{\pi}{3}}+1}\right)\dfrac{L}{2}=R$ teniendo en cuenta que $\cot^2\frac{\pi}{3}=\frac{1}{3}$ y que $\csc^2\frac{\pi}{3}=\frac{4}{3}$	
$\left(\sqrt{\dfrac{\frac{1}{3}}{1-sen^2\left(\frac{18\pi}{60}\right)\frac{4}{3}}+1}\right)\dfrac{L}{2}=R$ Ahora teniendo en cuenta que $sen^2\left(\frac{3\pi}{10}\right)=\left(\frac{3+\sqrt{5}}{8}\right)$	
$\left(\sqrt{\dfrac{\frac{1}{3}}{1-\frac{3+\sqrt{5}}{8}*\frac{4}{3}}+1}\right)\dfrac{L}{2}=R$	$\left(\sqrt{\dfrac{\frac{1}{3}}{1-\frac{3+\sqrt{5}}{6}}+1}\right)\dfrac{L}{2}=R$
$\left(\sqrt{\dfrac{\frac{1}{3}}{\frac{6-3-\sqrt{5}}{6}}+1}\right)\dfrac{L}{2}=R$	$\left(\sqrt{\dfrac{\frac{1}{3}}{\frac{3-\sqrt{5}}{6}}+1}\right)\dfrac{L}{2}=R$
$\left(\sqrt{\dfrac{2}{3-\sqrt{5}}+1}\right)\dfrac{L}{2}=R$	$\left(\sqrt{\dfrac{2+3-\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}}\right)\dfrac{L}{2}=R$
$\left(\sqrt{\dfrac{5-\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}}\right)\dfrac{L}{2}=R$	$\left(\sqrt{\dfrac{5-\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}*\dfrac{3+\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}}\right)\dfrac{L}{2}=R$
$\left(\sqrt{\dfrac{15+5\sqrt{5}-3\sqrt{5}-5}{9-5}}\right)\dfrac{L}{2}=R$	$\left(\sqrt{\dfrac{10+2\sqrt{5}}{4}}\right)\dfrac{L}{2}=R$
$\left(\sqrt{10+2\sqrt{5}}\right)\dfrac{L}{4}=R$	

Luego podemos decir que cumple perfectamente para el icosaedro.

VERIFIQUEMOS SI CUMPLE PARA EL OCTAEDRO

En este caso $\beta=3$ por que las caras del octaedro son triangulo y C =8, ahora hagamos las sustituciones en la función.

$\left(\sqrt{\dfrac{\cot^2\frac{\pi}{\beta}}{1-sen^2\left(\frac{c\pi-2\pi}{c\beta}\right)\csc^2\frac{\pi}{\beta}}+1}\right)\dfrac{L}{2}=R$		
$\left(\sqrt{\dfrac{\cot^2\frac{\pi}{3}}{1-sen^2\left(\frac{8\pi-2\pi}{24}\right)\csc^2\frac{\pi}{3}}+1}\right)\dfrac{L}{2}=R$	Y teniendo en cuenta que $\cot^2\frac{\pi}{3}$=1/3, $\csc^2\frac{\pi}{3}=\frac{4}{3}$ y que $sen^2\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{2}$	
$\left(\sqrt{\dfrac{\frac{1}{3}}{1-\frac{2}{3}}+1}\right)\dfrac{L}{2}=R$	$\left(\sqrt{\dfrac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}}+1}\right)\dfrac{L}{2}=R$	$\left(\sqrt{1+1}\right)\dfrac{L}{2}=R$
$\left(\sqrt{2}\right)\dfrac{L}{2}=R$		

Luego podemos decir que cumple perfectamente para el octaedro.