

SISTEMA NUMÉRICO Y GNOMÓNICA

Capítulo



Introducción

01.-Yupana calendárica, tabla contable y taptana

En base a consideraciones de tipo gnomónicas, diseño y algunos reportes de hallazgos arqueológicos, *tengo la firme sospecha de que la YUPANA se haya originado con fines estrictamente calendarios*, en un eje de Latitud Sur donde el paso del sol por el cenit, entre su ida y vuelta hacia el hemisferio norte, tarda unos 120 días. Esta aseveración tiene entre otros argumentos, la correlación directa entre los dos pasos del Sol por el cenit y algunas festividades del altiplano con la sumatoria periférica de módulos de 120 unidades equivalentes o 24 manos que la yupana, en base cantidades de 3, 4, 8 y 12 manos admite adicionar correlativamente.

Habría entonces en el sitio del probable origen de la yupana, un período anual de 120 días donde el Sol estaría proyectando sombras hacia el hemisferio Norte y estas características propias del lugar, pudo llevar a dividir el año en tres períodos de 120 días que se ven claramente reflejados en la yupana.

La yupana como calendario, permitió contabilizar los días, los años, los meses de lluvia, siembra y cosecha y con el paso del tiempo y la acumulación de experiencia, el contar de aquellos días pudo ampliarse hasta alcanzar a ser un sistema para también contar los bienes y las personas.

Es muy probable que del mismo modo que la mano humana siempre aparece vinculada con los sistemas de numeración, la motivación originaria que impulsó al humano a contar aplicando los dedos, pudo estar ligada a la sucesión de los días y las noches, de la luz solar y la sombra, pudo estar entonces fuertemente inducida por cuestiones calendáricas y en consecuencia, resulta atinado pensar que la yupana como ábaco e instrumento contable, sería la versión ulterior de un proceso de transformación seguido sobre lo que originariamente pudo ser un calendario.



OPUS YC 2009
 YUPANA CONTABLE
 Modelo artístico y de estudio
 Materiales: maderas recicladas
 Autor: Rubén CALVINO

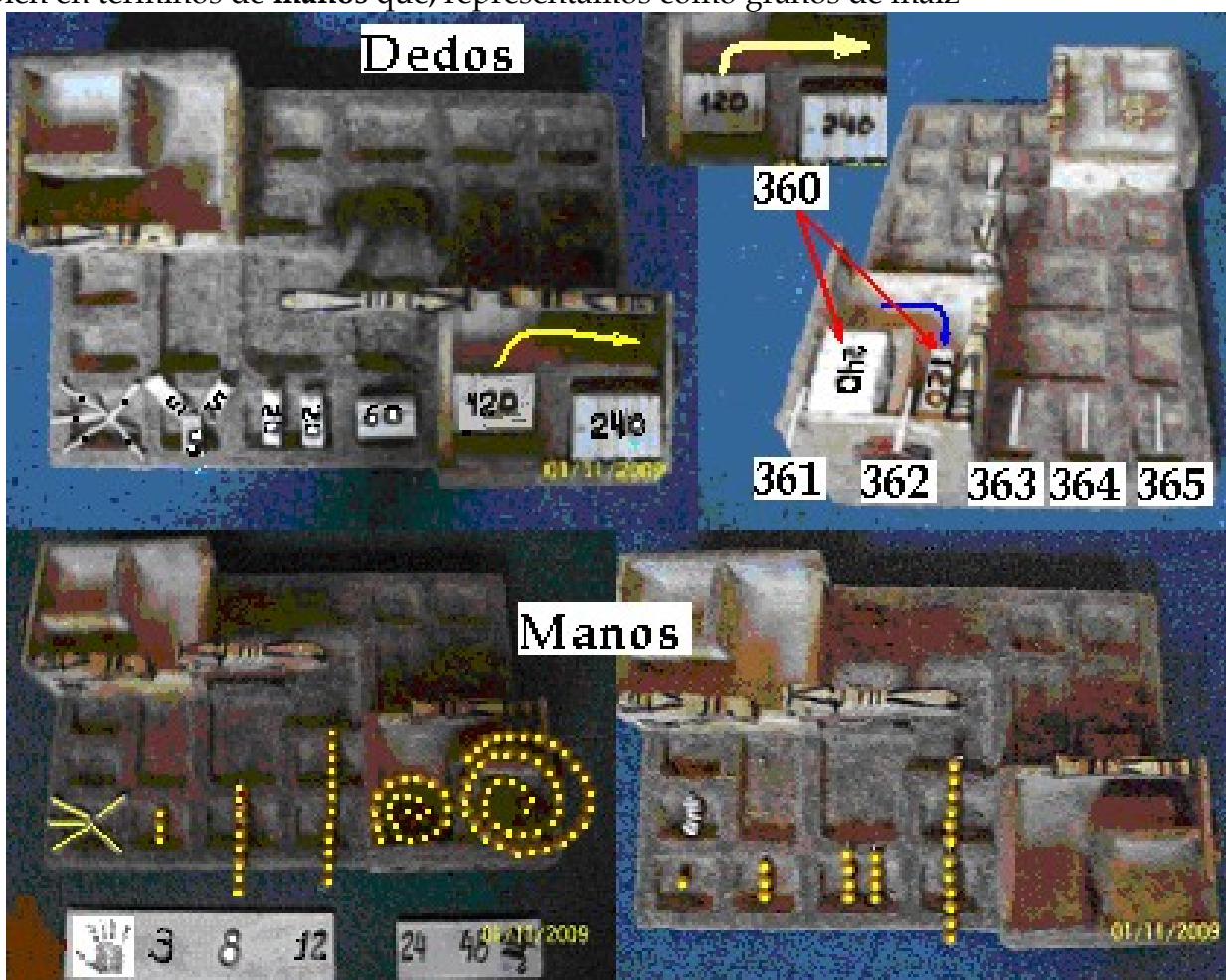
Capítulo

TRANSFORMACIÓN DE LA YUPANA

02.- De la yupana calendárica a la yupana contable y al juego taptana

La yupana se vale de piezas que pueden ser piedras, maíz o granos que conforme al casillero y su lugar interno relativo, cobran valor numérico y posicional.

En la parte superior izquierda de la foto, vemos los valores de cada **pieza numérica** en unidades *o dedos* según el casillero que ocupen con la yupana de frente. Estos valores arrancan desde los cinco dedos hasta los $(240 + 120) = 360$ que se alcanzan desplazando en el corredor superior de la yupana, el cual invita o sugiere un giro de 90° con el cual poder volver sobre el casillero antriormente ocupado por los 240 y continuar con 361,362,363,364,y 365 siguiendo correlativamente los cinco casilleros laterales, como así también en términos de **manos** que, representamos como granos de maíz



Es importante observar que teniendo en cuenta la simetría de diseño que presenta la *yupana arqueológica*, sus inventores *pudieron quizás, correlacionar la rotación terrestre con giros sucesivos de la yupana o de ellos a su alrededor* y de ese modo, como vemos en las fotos, luego de alcanzar los 360 días y dar un giro de 90° que sacuda y despeje las piezas anteriores, se abre la posibilidad de contar con otros 5 casilleros y asignar así, uno para cada día faltante a fin de completar los 365 que la tierra tarda en girar en torno al sol y completar el año solar.

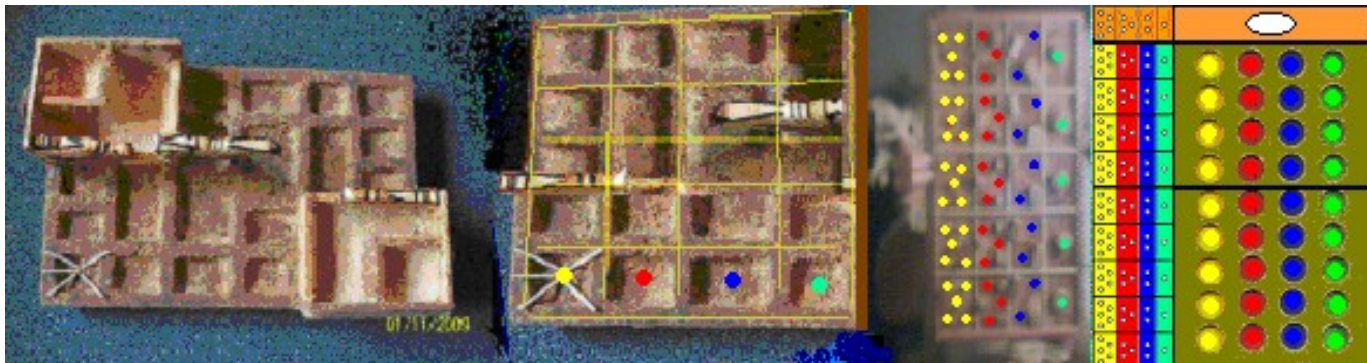
Hay que aclarar que el primer casillero luego del giro, desaloja las 240 unidades de la parte superior y en su lugar representa la cantidad de 361 y así sucesivamente para luego de completar los 365 días, con otro giro de 90° damos comienzo a un nuevo año.

En verdad, esta posibilidad como otras, deben situarse en la motivación práctica que las pudo originar y no en las formalidades canónicas a las que hoy estamos acostumbrados y exigimos de la matemática.

No sabemos ciertamente como se usó, pero si puede apreciarse claramente que tanto los módulos de 120 días, el clima y otras consideraciones gnomónicas como los posibles giros, nos sugieren fuertemente que la yupana pudo tener un origen calendárico y que luego sufriera un proceso de transformación que habría acompañado los cambios de las relaciones económicas y sociales de quienes la inventaron.

Estimo posible que la **YUPANA CALENDÁRICA** con forma de fortificación, diera origen a la **YUPANA CONTABLE** que solemos ver en los dibujos de **Guamán Poma**, posiblemente motivada por las necesidades contables de una sociedad numérica y económicamente creciente y que luego, ente los **INKAS** pre-hispánicos, esta *transformación de yupana calendárica en contable*, supo encontrar su justo complemento en los **KIPOS** como sus órganos de memoria.

Con la influencia decimalizadora del conquistador europeo, la yupana contable y tabular, pudo cobrar la forma **TABLA TAPTANA**, quizás a la manera de *juego* directamente decimal, *pos-hispánico* y en este sentido, personalmente estimo que es muy probable, que haya servido de instrumento para decimalizar a los INKAS o *juego disciplinador* y prueba de ello sería que, según se dice, **ATAHUALPA**, supo interesarse mucho por esta tablita mientras estuvo preso del invasor europeo y no cuando fue libre. Aquí entre LOS QUILMES de ARGENTINA, lo que queda de la yupana se difunde a modo de juego decimalizador, aunque de formas muy austeras, valiéndose solo de 5 piedrecillas y sin tablero. La forma que parece sobrevivir es de PAYANA (juego locomotriz y de cálculo, aún hoy practicado por los pibes).



En cuanto al proceso de transformación, obsérvese que si se extraen convenientemente las torrecillas de la **yupana calendárica** y se alinean los casilleros del modo como lo indica la foto, automáticamente se pasa de la **yupana calendárica** a la **yupana contable**. Luego, si tomamos dos yupanas contables y las ubicamos una sobre otra, tal cual lo hemos graficado, la tabla yupana se convierte en **tabla taptana** decididamente decimal. Obsérvese que el sistema admite el uso de piezas de color que, según se prefiera, pueden o no tener valores en *unidades-dedos* por casillero y o manos. En rigor de verdad sobre este tema las posibilidades del modo en que sus inventores pudieron usar los colores son solo *especulaciones operativas que no responden a fundamentos arqueológicas*.

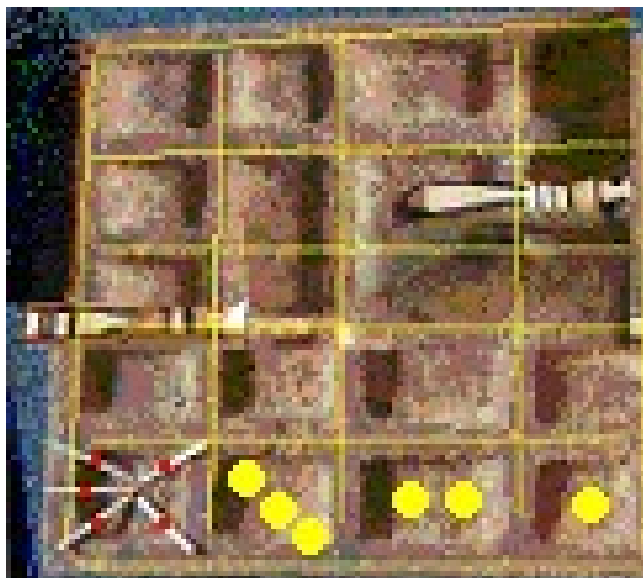
Resumiendo, la **YUPANA** pudo originarse como calendario en algún sitio con eje sobre Latitud terrestre (L°) de 12.0° aproximadamente, transformarse luego bajo el dominio **INKA** prehispánico en **yupana contable**, en tanto mantenía sus modos operativos y base de los 5 dedos y finalmente se habría decimalizado con la llegada del invasor europeo.

En este contexto, la derivada **TABLA DECIMALIZADA**, habría sido un juego disciplinador tendiente a instalar como único, el sistema decimal europeo.

03.- PIEZAS NUMÉRICAS, UNIDADES Y MANOS

La yupana en general se vale de **piezas** que pueden ser de maderas, piedras y o granos posiblemente de colores diversos y estas representan **unidades o dedos** que pueden y de hecho se convierten en **manos**.

Hay **5 piezas unitarias en el primer casillero**, cada pieza es una unidad o dedo en tanto que *cadauna de las tres piezas del segundo casiller, es una mano u cinco dedos*. En el casillero tercero, cada una de las dos piezas, representa 20 unidades o 4 manos y finalmente en el cuarto casillero, cada pieza representa 60 unidades o 12 manos.



5 15 40 60

Capítulo



SISTEMA NUMÉRICO

04.-Sistema numérico

En general, los sistemas numéricos suelen representarse en un polinomio ordenado de potencias con una base determinada:

$$(\mathbb{N})_{10} = a_n \times (b)^n + a_{n-1} \times (b)^{n-1} + a_{n-2} \times (b)^{n-2} + \dots + a_0 \times (b)^0 + a_{-1} \times (b)^{-1} + \dots + a_{-p} \times (b)^{-p}$$

En el sistema decimal la base es $(b) = 10$

$$(\mathbb{N})_{10} = a_n \times 10^n + a_{n-1} \times 10^{n-1} + a_{n-2} \times 10^{n-2} + \dots + a_0 \times 10^0 + a_{-1} \times 10^{-1} + \dots + a_{-p} \times 10^{-p}$$

Las bases mas frecuentemente utilizadas, son 10, 2, 60 o 5

Sumatoria ordenada de potencias :	
Polinomio	$u \cdot b^0 + v \cdot b^1 + w \cdot b^2 + x \cdot b^3 + y \cdot b^4 \dots$
Binario	$u \cdot 1^0 + v \cdot 1^1 + w \cdot 1^2 + x \cdot 1^3 + y \cdot 1^4 \dots$
Cinco	$u \cdot 5^0 + v \cdot 5^1 + w \cdot 5^2 + x \cdot 5^3 + y \cdot 5^4 \dots$
decimal	$u \cdot 10^0 + v \cdot 10^1 + w \cdot 10^2 + x \cdot 10^3 + y \cdot 10^4$
sexagesimal	$u \cdot 60^0 + v \cdot 60^1 + w \cdot 60^2 + x \cdot 60^3 + y \cdot 60^4 \dots$

Irving ADLER (2) afirma que un sistema de números es *cualquier colección de objetos sobre la cual se definen dos operaciones binarias, denominadas adición y multiplicación*, tales que la adición es conmutativa y asociativa, la multiplicación es conmutativa y asociativa, y la multiplicación es distributiva con respecto a la adición. En este sentido podemos afirmar que en mesoamérica, se puede interpretar sistemáticamente la numeración Maya, mediante un *polinomio ordenado de potencias* de base 20 y que en tanto para ellos la colección de objetos fue representada mediante **puntos, rayas y la caparazón de caracoles** como ausencia de cantidad, para los andinos fueron simplemente **puntos, granos, nudos o piedras** que representaron dedos y *manos aplicadas a las tres articulaciones de los brazos y piernas*.

Es posible que la ausencia de puntos, granos o piezas en los casilleros, *que de hecho es ausencia de cantidad y posicionamiento relativo dentro del conjunto cuantitativo*, haya sido conceptualmente interpretado por los yupanquis como lo que es para nosotros el cero. Una primer mano aplicada a otra mano, una segunda mano aplicada al brazo o y una tercera al antebrazo. Así *articulando la reunión de a puñados o puños de 5 unidades a cada una de las tres posibles articulaciones de miembros superiores e inferiores* se van adicionando unidades y se producen los **cambios categoriales que convierte una reunión de dedos en manos y de estas en miembros** y finalmente en la **unidad individual**.

05.- Sistematización vigesimal de la numeración Maya.

En rigor de verdad, aunque se suela decir que los Mayas contaron con un sistema numérico vigesimal y se lo enmarque como tal dentro de las formalidades de nuestros recursos matemáticos de hoy, esto no fue exactamente así para ellos, dado que **su modo de contar tiene una fuerte motivación calendárica** y no especulativamente aritmética y prueba de ello es que, en ocasiones, la segunda potencia del polinomio ordenado de potencias, no es de base 20 sino 18 en el TUN y de 13 en el TZOLKIN.



Complejo calendárico Maya,
artístico y de estudio del
Tzolk'in, Habb y Tun

Materiales: maderas recicladas

Autor Rubén CALVINO

De todos modos, hoy objetivamente, la brillante numeración que heredamos de la Cultura Maya, admite ser tratada *vigesimalmente*, como una mas de sus posibilidades de aplicación concreta, de modo que el sistema numérico mesoamericano como tal, pueda ser considerado de base 20 y **conformada de elementos numéricos tan simples como geniales**, basados en **puntos, rayas y una caparazón de caracol** para la ausencia de cantidad o cantidad nula.

0	1	2	3	4
	•	••	•••	••••
5	•	••	•••	••••
10	•	••	•••	••••
15	•	••	•••	••••

Analíticamente y en forma de polinomio ordenado de potencias es:

$$u \cdot b^0 + v \cdot b^1 + w \cdot b^2 + x \cdot b^3 + y \cdot b^4 \dots$$

$$u \cdot 20^0 + v \cdot 20^1 + w \cdot 20^2 + x \cdot 20^3 \dots$$



NEPOUALTZITZIN versión propia, artística y de estudio con 3 escalas

Materiales maderas recicladas

Autor Rubén CALVINO

El NEPOUALTZITZIN o ábaco en lengua náhuat que mostramos en la fotografía, valiéndose del **escalímetro** ubicado sobre el lateral izquierdo, nos permite cambiar las diversas bases exponenciales y resume toda la matemática mesoamericana.

06.- Paso sistemático básico

El paso básico de la mayoría de los sistemas numéricos, consiste en acumular la cantidad de 5 *dedos unidades*, representarlos mediante puntos, nudos o del modo que sea y consecuentemente producir el **cambio cualitativo del signo dedo a signo mano**, pasando del punto, por ejemplo a la raya en el sistema maya y o a un punto de articulación de miembros en el andino. Cuando este **cambio cuantitativo** no se da en una sola mano, se produce en dos.

Cabe señalar que el correlato natural que pareciera reflejar este posible sistema andino en el acumular dos etapas de 60 unidades, haciendo un total de 120, es la ida y vuelta del Sol en su doble paso por el cenit del lugar sobre el posible origen de la **yupana calendárica**.

Estos dos pasos del sol por el cenit, son los dos únicos momentos del año en que se verifica **ausencia de sombra, cenit o " día ascio "** y esa *ausencia de sombra* junto a los meses de lluvia, coincidentes con los 120 días, pudo también impresionar fuertemente sobre las subjetividades de los habitantes andinos, de modo tal que hoy, sobreponiéndose al paso del tiempo y la depredación cultural emprendida por los invasores europeos, aún **las tres fases del ciclo anual** puedan estar subyacentes en las festividades.

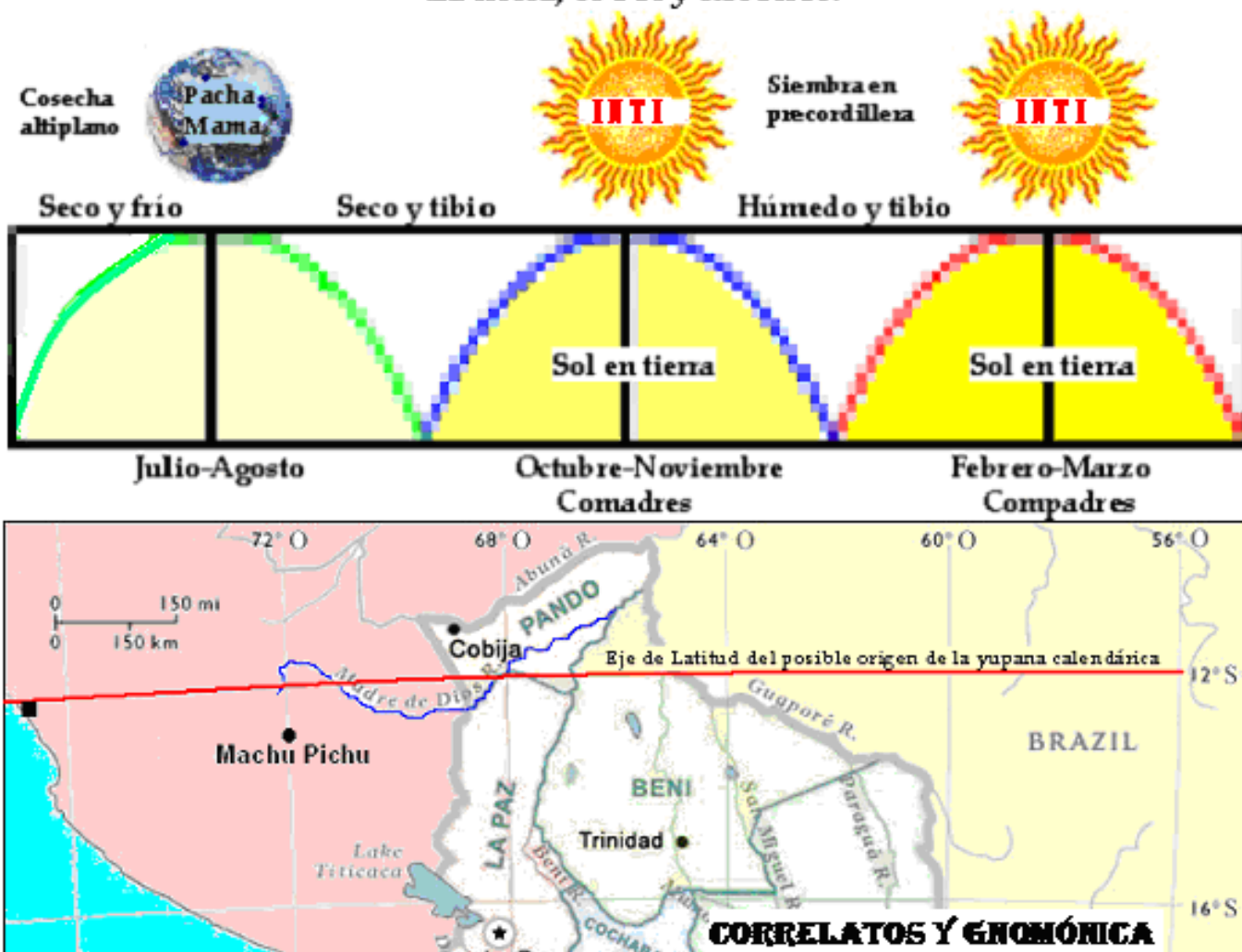
Valor de cada pieza en el sistema vigesimal						
160000	160000	160000	160000	80000	80000	80000
8000	8000	8000	8000	40000	40000	40000
400	400	400	400	2000	2000	2000
20	20	20	20	100	100	100
1	1	1	1	5	5	5

Valor de cada pieza en el sistema tzolkin						
104000	104000	104000	104000	52000	52000	52000
5200	5200	5200	5200	26000	26000	26000
260	260	260	260	1300	1300	1300
13	13	13	13	65	65	65
1	1	1	1	5	5	5

Valor de cada pieza en el sistema tun						
144000	144000	144000	144000	72000	72000	72000
7200	7200	7200	7200	36000	36000	36000
360	360	360	360	1800	1800	1800
18	18	18	18	90	90	90
1	1	1	1	5	5	5

El Sol cuando se aleja, nos deja al cuidado de la pacha mama; en tanto que en cada cenit, baja y se sienta junto a nosotros, aquí ... en la tierra.

La tierra, el Sol y nosotros.



07.- Sistematización articulada de la numeración andina y mesoamericana

Si combinamos los símbolos maya y andinos para el primer paso, tenemos algo así:

u	v	w	x	u	v	w	x	u	v	w	x	u	v	w	x

El paso básico de este sistema, consiste en acumular 5 unidades o puntos en casillero u, para producir el *cambio cualitativo y posicional* y pasar al cuadro siguiente v. En este caso el cambio posicional andino del cuadro u al v, equidista con el cambio de signo maya de punto a raya. Este procedimiento andino de sumar 5 puntos, al igual que en el sistema maya, se realiza tres veces consecutivas que en lugar de 3 rayas, encuentra asignado un punto para cada una de ellas en el casillero v.

Luego cuando el sistema maya conjuga rayas y puntos junto al cambio posicional vertical para expresar cantidades diversas, el andino lo hace con el cambio posicional horizontal y excluyentemente con puntos, que según algunos autores, pudieron ser de diversos colores.

Cabe destacar que, en ambas culturas, la **motivación predominante que coadyuvó para con el desarrollo de sus respectivos sistemas numéricos, fue sin duda el calendárico.**

El sistema (cuneiforme) babilónico, es de base decimal y su simbología que se funda en el uso de cuñas orientadas hacia izquierda, arriba y derecha, al igual que la mesoamericana, posibilitan la elocuencia con economía de signos. ↑ ↓ > <-

08.-Dedos de manos y manos en articulaciones

El recuento de cinco dedos equivale a una mano y luego, cada mano se memoriza en una articulación determinada que en número de doce, permiten articular cantidades mayores.

Las tres primeras articulaciones, pueden ser la de los brazos y luego las ocho superiores y o las seis de ambos brazos sumadas al uso de los diez dedos de las manos como otras dos manos.



1	1	1	1	Nº	86
2	2	2	1	Nº	112
3	3	2	1	Nº	118
4	3	2	1	Nº	119
5	3	2	1	Nº	120
yupana total					555

(Dedos) x (manos)	5	5x3	5x8	5x12
Unidades por pieza	1	5	20	60
Unidades por casillero	5	15	40	60
Piezas por casillero	5	3	2	1
Manos contabilizadas	1	3	8	12
Piezas a contabilizar	5	3	2	1

5 MANO 3 8 12 ARTICULACIONES

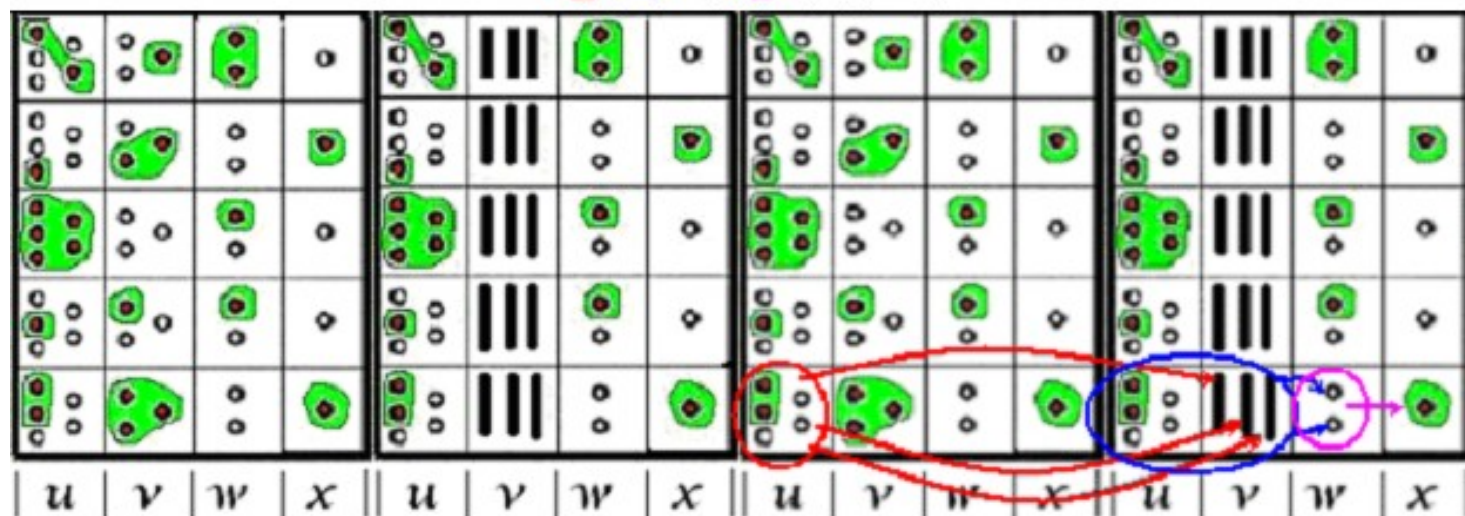
$$(5 \text{ dedos} \times 12 \text{artic}) + (5 \text{ dedos} \times 12 \text{artic}) = 120 \text{ unidades} = (10 \text{ dedos} \times 12 \text{articulaciones})$$

El sistema se basa en la ordenación vertical de cinco filas (☞) compuestas por un número determinado de articulaciones anatómicas aplicadas a los cinco dedos de una mano (☞), o si se prefiere (optando por el ir y venir del sol en sus *dos pasos por el cenit*) los 10 dedos de ambas manos (☞☞)

Resumiendo, podemos decir que en la **yupana contable**, como resultado ulterior de lo que originariamente pudo ser la **yupana calendárica**, las unidades se agrupan básicamente de a cinco y se aplican a 12 articulaciones formando cinco filas, tantas como los dedos de una mano.

Los cinco dedos de la mano (☞) hacen de base sistemática en tanto que las 12 articulaciones, operan a la manera de **números compuestos** y o **signos numéricos** con valor posicional, osea que son números compuestos por los números elementales que en rigor son solo puntos (•).

$$\begin{aligned}
 &(5 \text{dedos})^0 \times (n^{\circ} \leq 5) + (5 \text{dedos})^1 \times (n^{\circ} 3 \text{art}) + (5 \text{dedos})^1 \times (n^{\circ} 8 \text{art}) + (5 \text{dedos})^1 \times (n^{\circ} 12 \text{art}) \\
 &(5)^0 \times (5) + (5)^1 \times (3 \text{art}) + (5^1) \times (8 \text{art}) + (5)^1 \times (12 \text{art}) \\
 &(5) + (15) + (40) + (60) = 120 \\
 &u + v + w + x = T
 \end{aligned}$$



The grid shows four columns labeled u, v, w, x. Each cell contains a hand diagram with dots representing articulations. The fourth column (x) has a red circle around the first row, a blue circle around the second row, and a pink circle around the third row. Arrows point from these circles to the right.

El posible sistema andino, originado probablemente en la *yupana calendarica*, es de base cinco (5)

$$\begin{aligned} & (\bullet) \times (5)^0 + (\bullet\bullet) \times (5)^0 + (\bullet\bullet\bullet) \times (5)^0 + (\bullet\bullet\bullet\bullet) \times (5)^0 + (\bullet\bullet\bullet\bullet\bullet) \times (5)^0 + \\ & (\bullet) \times (5)^1 + (\bullet\bullet) \times (5)^1 + (\bullet\bullet\bullet) \times (5)^1 + (\bullet\bullet\bullet\bullet) \times (5)^1 + (\bullet\bullet\bullet\bullet\bullet) \times (5)^1 + \\ & (\bullet) \times (5)^2 + (\bullet\bullet) \times (5)^2 + (\bullet\bullet\bullet) \times (5)^2 + (\bullet\bullet\bullet\bullet) \times (5)^2 + (\bullet\bullet\bullet\bullet\bullet) \times (5)^2 + \\ & (\bullet) \times (5)^3 + (\bullet\bullet) \times (5)^3 + (\bullet\bullet\bullet) \times (5)^3 + (\bullet\bullet\bullet\bullet) \times (5)^3 + (\bullet\bullet\bullet\bullet\bullet) \times (5)^3 + \dots + (5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\bullet) \times (5)^0 &= 1, \\ (\bullet\bullet) \times (5)^0 &= 2, \\ (\bullet\bullet\bullet) \times (5)^0 &= 3, \\ (\bullet\bullet\bullet\bullet) \times (5)^0 &= 4, \\ (\bullet\bullet\bullet\bullet\bullet) \times (5)^0 &= 5 = (\bullet) \times (5)^1 = 5 \\ (\bullet\bullet) \times (5)^1 &= 10 \\ (\bullet\bullet\bullet) \times (5)^1 &= 15 \\ (\bullet\bullet\bullet\bullet) \times (5)^1 &= 20 \\ (\bullet\bullet\bullet\bullet\bullet) \times (5)^1 &= 25 = (\bullet) \times (5)^2 = 25 \\ (\bullet\bullet) \times (5)^2 &= 50 \\ (\bullet\bullet\bullet) \times (5)^2 &= 75 \\ (\bullet\bullet\bullet\bullet) \times (5)^2 &= 100 \\ (\bullet\bullet\bullet\bullet\bullet) \times (5)^2 &= 125 = (\bullet) \times (5)^3 \\ (\bullet\bullet) \times (5)^3 &= 250 \\ (\bullet\bullet\bullet) \times (5)^3 &= 375 \\ (\bullet\bullet\bullet\bullet) \times (5)^3 &= 500 \\ (\bullet\bullet\bullet\bullet\bullet) \times (5)^3 &= 625 \dots + (5) \end{aligned}$$

Ejemplo de algunas formas de expresar los números:

$$\begin{aligned} (\bullet\bullet\bullet\bullet\bullet) \times 5^0 + (\bullet) \times 5^0 &= 6 \\ (\bullet\bullet\bullet\bullet\bullet) \times 5^1 + (\bullet\bullet) \times 5^0 &= 27 \\ (\bullet\bullet\bullet\bullet\bullet) \times 5^2 + (\bullet\bullet\bullet\bullet\bullet) \times 5^0 &= 130 \end{aligned}$$

Luego de completar los 120 de cada una de las 5 filas de la tabla contable haciendo un **total de 600** unidades, se pueden indicar en otra tabla y o por filas una sobre otra, conforme a las necesidades requeridas.

De este modo tendríamos un sistema de base 5, con valor posicional de altura al igual que el mesoamericano y o por tablas.

Particularmente dudo que hayan manejado este orden de cantidades y es mucho mas dudoso aún, que estos números hayan sido necesarios para la vida de entonces, no obstante que, para continuar con las posibilidades del sistema, no está mal tenerlo en cuenta como posibles..

REFERENCIAS

<http://www.monografias.com/trabajos-pdf2/metodologia-investigacion-gnomonica-yupana/metodologia-investigacion-gnomonica-yupana.shtml>

<http://www.monografias.com/trabajos-pdf2/civilizacion-gnomonica-origen-yupana/civilizacion-gnomonica-origen-yupana.shtml>

<http://www.monografias.com/trabajos-pdf2/introduccion-concepto-factor-gnomonico/introduccion-concepto-factor-gnomonico.shtml>

<http://www.monografias.com/trabajos-pdf2/acerca-yupana-calendarica/acerca-yupana-calendarica.shtml>

<http://www.monografias.com/trabajos-pdf2/diferencia-sombras-calculo-latitud-terrestre/diferencia-sombras-calculo-latitud-terrestre.shtml>

(2) <LA NUEVA MATEMÁTICA> Irving ADLER -EUDEBA-