**UNIVERSIDAD NACIONAL ABIERTA Y A DISTANCIA**

Escuela de Ciencias Básicas Tecnologías e Ingeniería

CURSO

**CALCULO DIFERENCIAL**

100410_57

**Actividad 6: Trabajo colaborativo No 1**


ESTUDIANTES:

LIZANDRO FABIO YUVABE CARIANIL

1.010.067.037

EDINSON LEONERDO CRUZ

80.145.309

JUAN ALBERTO GARCIA GARZON

7.251.301


**DIRECTOR DE CURSO:**

OSCAR DIONISIO CARRILLO RIVEROS

**CERES-INIRIDA**

5 de octubre 2010

trabajo colaborativo 1

# INTRODUCION

Las progresiones nos resultan de gran utilidad práctica, en particular cuando trabajamos con datos relacionados con el crecimiento de la población mundial, el aumento de consumo de electricidad, o el incremento de una capital en función del tiempo. En ingeniería, administración y otras áreas también se nos presentan aplicaciones, que podemos manejar mediante el concepto de sucesión.

Las matemáticas es una ciencia eminentemente teórica, debido a que parte de teorías y definiciones, cuyas demostraciones se soportan en el principio de la lógica, los axiomas y postulados, que permiten el desarrollo de habilidades de pensamiento de orden superior, especialmente la deducción, inducción y la abstracción, pero a su vez presenta dificultades para poder desplegar dichas habilidades, ya que se requiere trabajar el sentido del análisis, desarrollo del raciocinio, aspectos no fáciles de activar en la mente humana.

trabajo colaborativo 1

## OBJETIVO GENERAL

.

♦Determinar y hallar, dadas varias sucesiones, aquellas que correspondan a progresiones aritméticas y progresiones geométricas, determinar sus características, su diferencia común, su primer término, la suma de su n primeros términos y su sentido de variación

## OBJETIVOS ESPECIFICOS

♦Identificar los principios y características de las sucesiones.

♦Hallar los primeros términos de una sucesión, a partir de su término general, dado el (o los) primer (os) término (s) de una sucesión, y la relación de recurrencia

♦Hallar el término general, en caso de ser posible; o aún, dados los primeros términos de una sucesión, hallar una sucesión que se ajuste a estos términos.

♦Determinar el sentido de variación de una sucesión, su período (si existe), una cota superior y una cota inferior (si existen).

♦Hallar, dadas varias sucesiones, aquellas que correspondan a progresiones aritméticas y determinar sus características:

♦Hallar su diferencia común, su primer término, la suma de su n primeros términos y su sentido de variación.

♦Hallar, dadas varias sucesiones, aquellas que correspondan a progresiones geométricas y determinar sus características: su razón común, su primer término, la suma de sus primeros términos y su sentido de variación.

♦Indicar, dadas varias sucesiones, cuáles de ellas convergen.

♦Indicar, dadas varias sucesiones, cuáles de ellas divergen.

Trabajo colaborativo 1

Aporte de Juan

FASE I

**1**. Hallar los 6 primeros términos de la progresión:

$$u_n = (n-1)^{n-1}{}_{n\geq 2}$$

$$u_1 = (2-1)^{2-1} = (1)^1 = 1$$

$$u_2 = (3-1)^{3-1} = (2)^2 = 4$$

a) $$u_3 = (4-1)^{4-1} = (3)^3 = 27$$

$$u_4 = (5-1)^{5-1} = (4)^4 = 256$$

$$u_5 = (6-1)^{6-1} = (5)^5 = 3125$$

$$u_6 = (7-1)^{7-1} = (6)^6 = 46656$$

$$v_n = \left(\frac{3n}{n+1}\right)_{n\geq 1}$$

$$v_1 = \left(\frac{3*1}{1+1}\right) = \left(\frac{3}{2}\right) = \frac{3}{2}$$

$$v_2 = \left(\frac{3*2}{2+1}\right) = \left(\frac{6}{3}\right) = 2$$

b) $$v_3 = \left(\frac{3*3}{3+1}\right) = \left(\frac{9}{4}\right) = \frac{9}{4}$$

$$v_4 = \left(\frac{3*4}{4+1}\right) = \left(\frac{12}{5}\right) = \frac{12}{5}$$

$$v_5 = \left(\frac{3*5}{5+1}\right) = \left(\frac{15}{6}\right) = \frac{15}{6}$$

$$v_6 = \left(\frac{3*6}{6+1}\right) = \left(\frac{18}{7}\right) = \frac{18}{7}$$

trabajo colaborativo 1

***2**. Identificar el término general dado el primer termino y la relación de recurrencia:*

a)

$u_o = -1; u_n = u_{n-1} - 3$

$u_o = -1$

$u_1 = u_0 - 3 = -1 - 3 = -4$

$u_2 = u_1 - 3 = -4 - 3 = -7$

$u_3 = u_2 - 3 = -7 - 3 = -10$

$u_4 = u_3 - 3 = -10 - 3 = -13$

Termino general

$u_n = (-3n - 1)$

b)

$u_1 = \frac{u_o}{3} = -\frac{1}{3}$

$u_2 = \frac{u_1}{3} = \frac{-\frac{1}{3}}{3} = -\frac{1}{9}$

$u_3 = \frac{u_2}{3} = \frac{-\frac{1}{9}}{3} = -\frac{1}{27}$

Termino general:

$u_n = -\frac{1}{3^n}$

Aporte de Edison

***3**. Sucesiones monótonas. Demostrar que $W_n = \left\{\frac{n}{2n+1}\right\}$ es estrictamente creciente.*

$n = 1 = \left\{\frac{1}{2*1+1}\right\} = \frac{1}{3}$

*Para ser estrictamente creciente se debe cumplir la siguiente regla*

$n = 2 = \left\{\frac{2}{2*2+1}\right\} = \frac{2}{5}$

$n = 3 = \left\{\frac{3}{2*3+1}\right\} = \frac{3}{7}$

$W_{n+1} - W_n \geq 0$ Entonces

$\left(\frac{n+1}{2(n+1)+1}\right) - \left(\frac{n}{2n+1}\right) = \left(\frac{n+1}{2n+3}\right) - \left(\frac{n}{2n-1}\right)$

trabajo colaborativo 1

$$n = 4 = \left\{\frac{4}{2*4+1}\right\} = \frac{4}{9}$$

$$\rightarrow\left(\frac{(2n-1)(n+1)-(n)(2n+3)}{(2n+3)(2n-1)}\right) = \frac{-2n-1}{4n^2+4n-3} = \frac{-1}{2n+3} \geq 0$$

$$w_n = \left\{\frac{n}{2n+1}\right\} = \left\{\frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{3}{7}, \frac{5}{9} \ldots\ldots\right\}$$

4. *Demostrar que* $X_n = \left\{\frac{1}{n}\right\}$ *es estrictamente decreciente.*

$X_n = \left\{\frac{1}{n}\right\} = \left\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4} \ldots\ldots\right\}$ Se ve que cada término es menor que el anterior entonces para demostrar se debe hacer lo siguiente

$$X_{n+1} < X_n \qquad \rightarrow X_{n+1} - X_n = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n}$$

$$= \left(\frac{n-(n+1)}{n(n+1)}\right) = \frac{1}{n(n+1)} < 0$$

**5**. *Sucesiones acotadas. Hallar la mínima cota superior de la sucesión:*

$v_n = \left(\frac{2n+1}{n}\right)_{n\geq 1}$ Primero que nada se debe buscar cual seria la opción para la mínima cota superior reemplazando así:

$V_1 = \left(\frac{2*1+1}{1}\right) = \frac{3}{1} = 3$ Se ve claramente que 3 es la mínima cota superior ahora hay que comprobar:

$$V_2 = \left(\frac{2*2+1}{2}\right) = \frac{5}{2} \qquad V_n - M = \left(\frac{2n+1}{n}\right) - 3 = \frac{2n+1-3n}{n} = \frac{-n+1}{n}$$

$$V_3 = \left(\frac{2*3+1}{3}\right) = \frac{7}{3}$$

$$V_4 = \left(\frac{2*4+1}{4}\right) = \frac{9}{4}$$

trabajo colaborativo 1

FASE 2

***6**. Determinar si es acotada y hallar la cota superior e inferior:*

$v_n = \left(\frac{n}{2n+1}\right)_{n\geq 1}$ Para determinarlos se reemplazan n desde uno hasta distintos valores

$V_1 = \left(\frac{1}{2*1+1}\right) = \frac{1}{3}$ Así pues se denota que es acotada puesto que su cota inferior

$V_2 = \left(\frac{2}{2*2+1}\right) = \frac{2}{5}$ Es $\frac{1}{3}$ y su cota superior es $\frac{1}{2}$ ya que cumple con lo siguiente

$V_3 = \left(\frac{3}{2*3+1}\right) = \frac{3}{7}$ $\frac{1}{3} \leq V_n < \frac{1}{2}$

$V_{10} = \left(\frac{10}{2*10+1}\right) = \frac{10}{21}$

***7**. Determinar las cotas superior e inferior de:*

$Y_n = \left(\frac{1}{n}\right)_{n\geq 1}$ Al igual que en el punto anterior se reemplaza la n en la sucesión para averiguar sus cotas y ver si acotada;

$Y_1 = \frac{1}{1} = 1 ; Y_2 = \frac{1}{2} ; Y_3 = \frac{1}{3} ; Y_4 = \frac{1}{4} \ldots\ldots$ Así tenemos que la mínima cota superior es 1 y al decrecer toma valores menores que 1 pero nunca el 0 el cual sería su cota inferior entonces:

$0 < Y_n \leq 1$ Y esto comprobaría que es acotada

Aporte de Lizandro.

***8**. sucesiones convergentes. Demostrar que la sucesión $v_n = \left(\frac{n}{1-3n}\right)$ es convergente y a que converge.*

trabajo colaborativo 1

$$\lim_{n\to\alpha} = \left(\frac{\frac{n}{n}}{\frac{1}{n}-\frac{3n}{n}}\right) = \left(\frac{1}{\frac{1}{n}-3}\right) = \lim_{n\to\alpha} = -\frac{1}{3}$$ Es convergente y converge a -1/3

***9**. Demuestre que la sucesión $w_n = \left(\sqrt{n^2-2n}-n\right)$ es convergente y a que converge.*

Multiplicamos por el conjugado $\left(\sqrt{n^2-2n}-2\right)\left(\frac{\sqrt{n^2-2n}+n}{\sqrt{n^2-2n}+n}\right)$

$$\frac{n^2-2n-n^2}{\sqrt{n^2-2n}+n} = \lim_{n\to\alpha} = \frac{-2n}{\sqrt{n^2-2n}+n}$$

$$\frac{\frac{-2n}{n}}{\sqrt{\frac{n^2}{n^2}-\frac{2n}{n^2}}+\frac{n}{n}} = \frac{-2}{\sqrt{1-\frac{2}{n}}+1}$$

$$\lim_{n\to\alpha} = \frac{-2}{\sqrt{1}+1} = \frac{-2}{2} = -1$$

La sucesión es convergente y converge a -1

***10**. Limite de una sucesión. Mostrar que la sucesión $w_n = \left\{\frac{3n-8}{4n-1}\right\}$ tiene como límite ¾.*

$$\lim_{n\to\alpha} = \frac{\frac{3n}{n}-\frac{8}{n}}{\frac{4n}{n}-\frac{1}{n}} = \frac{3-\frac{8}{n}}{4-\frac{1}{n}}$$

$$\lim_{n\to\alpha} = 3/4$$

FASE III

***11**. Sucesiones divergente. Demostrar que la sucesión $w_n = \left\{\frac{n^2+1}{4}\right\}$ no es convergente, justifica.*

trabajo colaborativo 1

$$\lim_{n\to\alpha}=\left\{\frac{n^2+1}{4}\right\}=1/4\lim_{n\to\alpha}(n^2+1)$$

$$1/4(\alpha) \quad =\alpha$$

PROGRESIONES

***12**. en una progresión aritmética* $a_{20}=-33; a_{12}=-28$ *hallar* $a_1; r$

$$r=\frac{a_{20}-a_{12}}{n}=\frac{-33-(-28)}{8}=\frac{-33+28}{8}=-\frac{5}{8}$$

$$a_n=a_1+(n-1)r$$

$$a_n-(n-1)r=a_1$$

$$-33-(20-1)(-5/8)=a_1$$

$$a_1=-33-(19)(-5/8)$$

$$a_1=-33+(95)/8$$

$$a_|=\frac{-264+95}{8}=-\frac{169}{8}$$

$$a_1=-169/8$$

$$r=-5/8$$

trabajo colaborativo 1

***13**. Una progresión aritmética $v_n$ tiene como primer 1, n-enésimo termino es 15 es, la sumatoria de los n primeros términos es 200. Hallar el número de términos n incluidos en la suma y la diferencia común.*

$v_n$

$u_n = 15$

$a_1 = 1$

$s = 200$

$n = ?$

$r = ?$

$$s = \frac{(u_n + a_1)n}{2} \Rightarrow 200 = \frac{(15+1)n}{2}$$

$$400 = (16)n$$

$$400/16 = n$$

$$n = 25$$

$$u_n = a + (n-1)r$$

$$\frac{u_n - a}{n-1} = r$$

$$r = \frac{15-1}{25-1} = 14/24 = 7/12$$

$$r = 7/12$$

***14**. Calcular la suma de:*

a) *Halla la suma de los números pares.2,4,6…100*

$a_1 = 2$

$a_n = 100$

$r = 2$

$$\frac{a_n - a_1}{r} + 1 = n$$

$$\frac{100-2}{2} + 1 = n$$

$$n = 98/2 + 1 = 49 + 1 = 50$$

$$n = 50$$

$$s = \frac{(100+2)50}{2} = 25(102) = 2550$$

$$s = 2550$$

b) *Hallar la suma de todos los números impares de 2 cifras.*

trabajo colaborativo 1

$u_1 = 11$

$a_n = 99$

$r = 2$

$n = \frac{a_n - a_1}{r} + 1$

$n = \frac{99 - 11}{2} + 1$

$n = 88 / 2 + 1$

$n = 44 + 1$

$n = 45$

$s = \frac{(99 + 11)45}{2} = \frac{(110)45}{2} = \frac{4950}{2} = 2475$

$s = 2475$

c) *cuantos números impares consecutivos a partir del uno es preciso tomar para que su sea igual a 1521?*

$n = \sqrt{1521} = 39$

$a_1 = 1$

$r = 2$

$a_n = 1 + (39 - 1)2$

$a_n = 1 + 76 = 77$

$s = \frac{(77 + 1)39}{2} = \frac{3042}{2} = 1521$

$n = 39$

Se toma 39 números impares consecutivos.

trabajo colaborativo 1

**15**. *Hallar los 6 primeros términos de la progresión dada por la sucesión*

$$u_n = \left(\frac{1}{3}\right)^n{}_{n\geq 1}$$

$$u_1 = \left(\frac{1}{3}\right)^1 = 1/3$$

$$u_2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 1/9$$

$$u_3 = \left(\frac{1}{3}\right)^3 = 1/27$$

$$u_4 = \left(\frac{1}{3}\right)^4 = 81$$

$$u_5 = \left(\frac{1}{3}\right)^5 = 1/243$$

$$u_6 = \left(\frac{1}{3}\right)^6 = 1/729$$

***16.*** *Un tipo de bacteria se produce por bipartición cada 15 minutos (cuarto de hora). Cuantos bacterias hallaremos luego de 6 horas*

La progresión va creciendo

1, 2 ,4…

$6 * 60 = 360 \Rightarrow 360/15 = 24\, periodos$

Iniciamos con una bacteria, tenemos

$$s = \frac{1(2^{24}) - 1}{2 - 1} = 16777215$$

Habrá 16777215 bacterias, si no ha muerto ninguna.

trabajo colaborativo 1

## Conclusiones

El trabajo que hemos desarrollado nos permite llegar a las siguientes conclusiones:

•Durante el desarrollo del trabajo podemos identificar clases de sucesiones.

• demostrar analíticamente cuando una sucesión es acotada superiormente e inferiormente.

•pudimos desarrollar diferentes enlaces de conocimientos en los diversos actividades o ejercicios para el desarrollo del trabajo.

• manejamos la capacidad analítica del pensamiento humano en los factores de los temas.

• Profundización de los diferentes temas aptos para el desarrollo de los próximos trabajos.

trabajo colaborativo 1

**Bibliografía**

www.monografias.com › Matemáticas

Modulo Curso cálculo diferencial segunda edición c "copyright UNAD

Jorge Eliécer Rondón Duran

UNIVERSIDAD NACIONAL ABIERTA Y A DISTANCIA – UNAD –
ESCUELA DE CIENCIAS BÁSICAS, TECNOLOGÍA E INGENIERÍA
UNIDAD DE CIENCIAS BÁSICAS Bogotá D. C., 2010

www.mitareanet.com/mates1.htm

trabajo colaborativo 1