Titulo: ***EQUILIBRIO DE PARTÍCULAS***
(FISICA – ESTATICA)
Año escolar: 3er. año de bachillerato
Autor: José Luis Albornoz Salazar
Ocupación: Ing Civil. Docente Universitario
País de residencia: Venezuela
Correo electrónico: martilloatomico@gmail.com

El autor de este trabajo solicita su valiosa colaboración en el sentido de enviar cualquier sugerencia y/o recomendación a la siguiente dirección :

martilloatomico@gmail.com

Igualmente puede enviar cualquier ejercicio o problema que considere pueda ser incluido en el mismo.

Si en sus horas de estudio o práctica se encuentra con un problema que no pueda resolver, envíelo a la anterior dirección y se le enviará resuelto a la suya.

EQUILIBRIO DE PARTÍCULAS

Glosario de conceptos:

1. Equilibrio.

"Si la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre una partícula es cero, la partícula se encuentra en equilibrio".

2. Ecuaciones de equilibrio:

$$\sum F_x = 0 \qquad \sum F_y = 0$$

3. Primera condición de equilibrio:

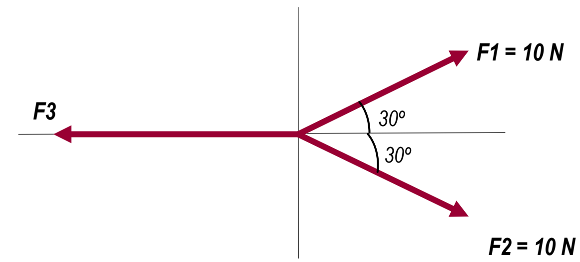
"Si la fuerza resultante que actúa sobre una partícula es cero, la partícula permanecerá en reposo (si originalmente estaba en reposo) o se moverá con velocidad constante en línea recta (si originalmente estaba en movimiento)".

4. Diagrama de cuerpo libre:

"Un gran número de problemas que tratan de estructuras pueden reducirse a problemas concernientes al equilibrio de una partícula. Esto se hace escogiendo una partícula significativa y dibujando un diagrama separado que muestra a ésta y a todas las fuerzas que actúan sobre ella. Dicho diagrama se conoce como diagrama de cuerpo libre."

Los ejercicios que resolveremos a continuación estarán referidos a partículas y/o cuerpos que se encuentren en reposo.

Ejercicio 1 : *Determinar la magnitud que debe poseer la fuerza* **F3** *para que el siguiente sistema esté en equilibrio :*



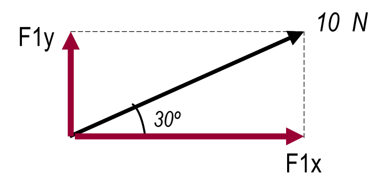
Solución :

Existen varios procedimientos que nos permiten llegar a la solución. Sin embargo, utilizaremos uno que consideramos puede ser utilizado en cualquier tipo de problemas de equilibrio con la finalidad de que el estudiante se familiarice con éste y se le facilite el enfoque y solución de problemas con mayor grado de dificultad.

Como se indicó anteriormente : ***Si la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre una partícula es cero, la partícula se encuentra en equilibrio".***

Luego, el problema se reduce a descomponer todas las fuerzas del sistemas en sus componentes perpendiculares (proyecciones sobre los ejes "X" e "Y") y aplicar las dos ecuaciones de equilibrio de partículas ($\sum Fx = 0$ y $\sum Fy = 0$).

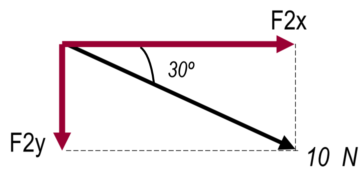
Estudiando la fuerza F1 (Descomponiéndola y proyectándola sobre los ejes "X" e "Y" por medio de relaciones trigonométricas simples) :



F1x = *(cos 30º)(F1) = (0,866)(10) =* **8.66 N** *(hacia la derecha)(+)*

F1y = *(sen 30º)(F1) = (0,5)(10) =* **5 N** *(hacia arriba)(+)*

Estudiando la fuerza F2 (Descomponiéndola y proyectándola sobre los ejes "X" e "Y" por medio de relaciones trigonométricas simples) :



F2x = (cos 30º)(F2) = (0,866)(10) = **8.66 N** (hacia la derecha)(+)

F2y = (sen 30º)(F2) = (0,5)(10) = **5 N** (hacia abajo)(-)

Estudiando la fuerza F3 (Descomponiéndola y proyectándola sobre los ejes "X" e "Y" por medio de relaciones trigonométricas simples) :

Como estos son los valores desconocidos, lo incluimos en la tabla como incógnitas :

Recuerde que se ha convenido asignar signo positivo a las fuerzas dirigidas hacia la derecha o hacia arriba, y signo negativo a las fuerzas dirigidas hacia la izquierda o hacia abajo.

Fuerza	Magnitud	Componente en X	Componente en Y
F1	10	+ 8,66	+ 5
F2	10	+ 8,66	- 5
F3	.?	- F3x	- F3y

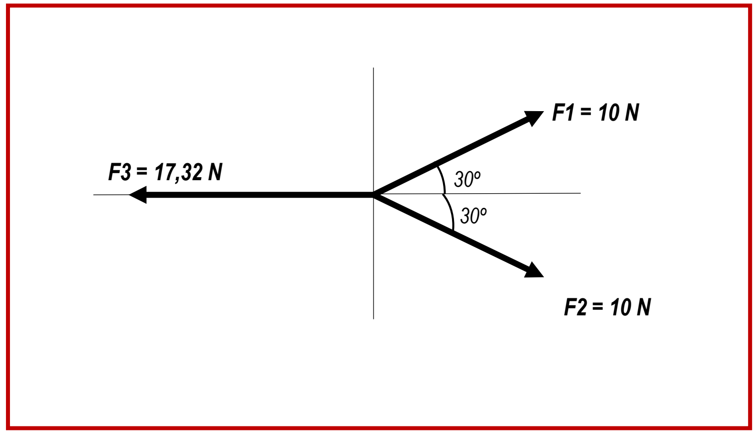
$$\Sigma Fx = 0$$

$+ 8,66 + 8,66 – F3x = 0$; $17,32 – F3x = 0$; **17,32 = F3x**

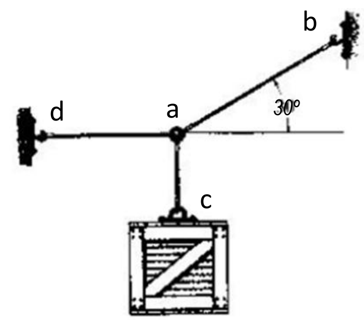
$$\Sigma Fy = 0$$

$+ 5 – 5 – F3y = 0$; $0 – F3y = 0$; **F3y = 0**

La solución gráfica será :

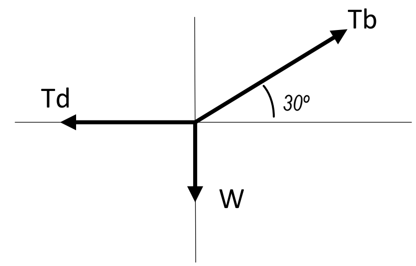


Ejercicio 2 : Determine la tensión en las cuerdas **ab** y **ad**, si la masa de la caja es de 10 kg.



Solución :

Se construye el diagrama de cuerpo libre :



El peso de la caja será W = m.g = (10)(9,81) = **98,10 N**

El problema se reduce a descomponer todas las fuerzas del sistemas en sus componentes perpendiculares (proyecciones sobre los ejes "X" e "Y") y aplicar las dos ecuaciones de equilibrio de partículas ($\sum Fx = 0$ y $\sum Fy = 0$).

<u>Estudiando la tensión Tb</u> (Descomponiéndola y proyectándola sobre los ejes "X" e "Y" por medio de relaciones trigonométricas simples) :

***Tbx** = (cos 30º)(Tb) = (0,866)(Tb) =* **0,866 Tb** *(hacia la derecha)(+)*

***Tby** = (sen 30º)(Tb) = (0,5)(Tb) =* **0,5 Tb** *(hacia arriba)(+)*

<u>Estudiando la tensión Td</u> (Descomponiéndola y proyectándola sobre los ejes "X" e "Y" por medio de relaciones trigonométricas simples) :

Esta tensión no tiene componentes en el eje Y, por lo tanto su componente en X será igual a su magnitud (Td = Tdx)

<u>Estudiando la tensión W</u> (Descomponiéndola y proyectándola sobre los ejes "X" e "Y" por medio de relaciones trigonométricas simples) :

Esta tensión no tiene componentes en el eje X, por lo tanto su componente en Y será igual a su magnitud (W = Wy)

Recuerde que se ha convenido asignar signo positivo a las fuerzas dirigidas hacia la derecha o hacia arriba, y signo negativo a las fuerzas dirigidas hacia la izquierda o hacia abajo.

Fuerza	Magnitud	Componente en X	Componente en Y
Tb	.?	+ 0,866 Tb	+ 0,5 Tb
Td	.?	- Tdx	0
W	98,1	0	- 98,1

$$\Sigma Fx = 0$$

$+ 0,866\ Tb - Tdx = 0$; **0,866 Tb = Tdx**

$$\Sigma Fy = 0$$

$+ 0,5\ Tb - 98,1 = 0$; $0,5\ Tb = 98,1$

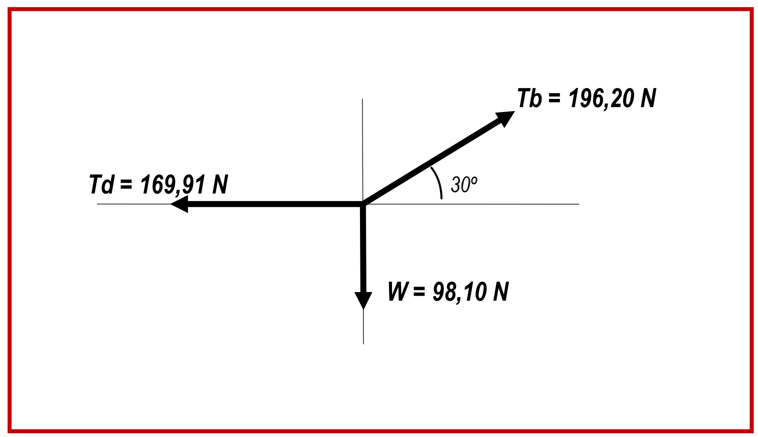
$Tb = \frac{98,1}{0,5}$; **Tb = 196,20 N**

Este valor lo puedo introducir en la ecuación que me quedó indicada en la sumatoria de fuerzas horizontales (0,866 Tb = Tdx) y obtendré el valor de la tensión en "d".

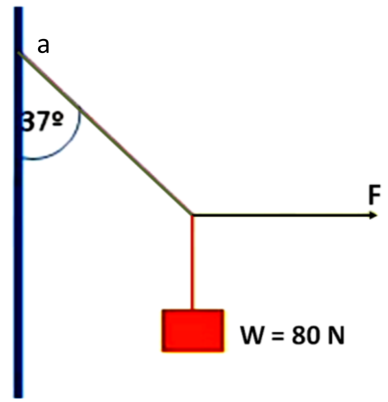
$0,866\ Tb = Tdx$; $(0,866)(196,20) = Tdx$; **169,91 = Tdx**

Como Tdx = Td ; **Td = 169,91 N**

La solución gráfica será :

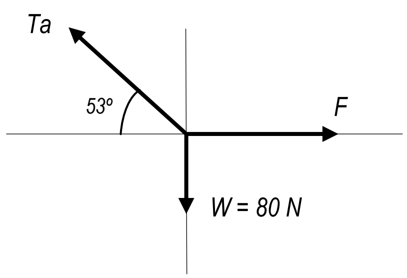


Ejercicio 3 : *Calcule la fuerza "F" para que la pesa esté en equilibrio :*



Solución :

Se construye el diagrama de cuerpo libre :



El valor del ángulo que se forma entre "Ta" y el eje X se calcula tomando en cuenta que la suma de los ángulos internos de un triangulo rectángulo es igual a 180º; luego : 180 – 90 – 37 = 53.

El problema se reduce a descomponer todas las fuerzas del sistemas en sus componentes perpendiculares (proyecciones sobre los ejes "X" e "Y") y aplicar las dos ecuaciones de equilibrio de partículas ($\sum Fx = 0$ y $\sum Fy = 0$).

Estudiando la tensión Ta (Descomponiéndola y proyectándola sobre los ejes "X" e "Y" por medio de relaciones trigonométricas simples) :

***Tax** = (cos 53º)(Ta) = (0,6018)(Ta) =* **0,6018 Ta** *(hacia la izquierda)(-)*

***Tay** = (sen 53º)(Ta) = (0,7986)(Ta) =* **0,7986 Ta** *(hacia arriba)(+)*

Estudiando la Fuerza F (Descomponiéndola y proyectándola sobre los ejes "X" e "Y" por medio de relaciones trigonométricas simples) :

Esta tensión no tiene componentes en el eje Y, por lo tanto su componente en X será igual a su magnitud (F = Fx)

Estudiando la tensión W (Descomponiéndola y proyectándola sobre los ejes "X" e "Y" por medio de relaciones trigonométricas simples) :

Esta tensión no tiene componentes en el eje X, por lo tanto su componente en Y será igual a su magnitud (W = Wy = 80 N)

Recuerde que se ha convenido asignar signo positivo a las fuerzas dirigidas hacia la derecha o hacia arriba, y signo negativo a las fuerzas dirigidas hacia la izquierda o hacia abajo.

Fuerza	Magnitud	Componente en X	Componente en Y
Ta	.?	- 0,6018 Ta	+ 0,7986 Ta
F	.?	Fx	0
W	80	0	- 80

$$\Sigma Fx = 0$$

$- 0,6018\ Ta + Fx = 0$; **Fx = 0,6018 Ta**

$$\Sigma Fy = 0$$

$+ 0,7986\ Ta - 80 = 0$; $0,7986\ Ta = 80$

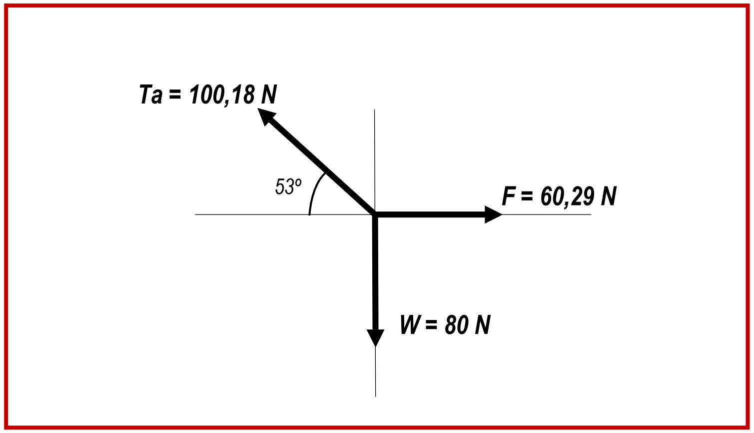
$Ta = \frac{80}{0,7986}$; **Ta = 100,18 N**

Este valor lo puedo introducir en la ecuación que me quedó indicada en la sumatoria de fuerzas horizontales (Fx = 0,6018 Ta) y obtendré el valor de la componente en X de la fuerza F.

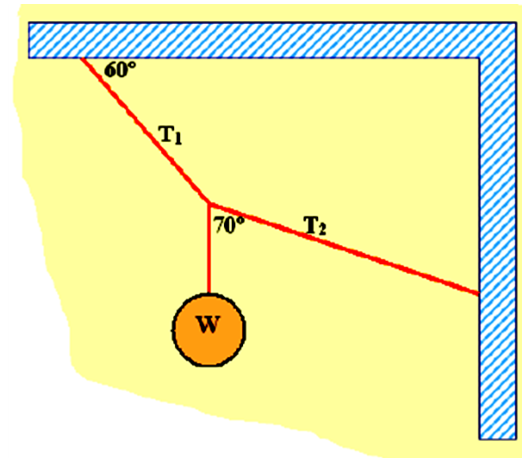
$Fx = 0{,}6018\ Ta$; $Fx = (0{,}6018)(100{,}18)$; $\mathbf{Fx = 60{,}29}$

Como $Fx = F$; $\mathbf{F = 60{,}29\ N}$

La solución gráfica será :

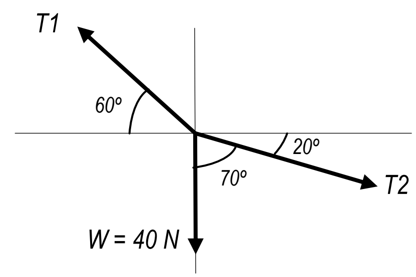


Ejercicio 4 : Si W = 40 N en la situación de equilibrio de la figura adjunta, determine T1 y T2.



Solución :

Se construye el diagrama de cuerpo libre :



El problema se reduce a descomponer todas las fuerzas del sistemas en sus componentes perpendiculares (proyecciones sobre los ejes "X" e "Y") y aplicar las dos ecuaciones de equilibrio de partículas ($\sum Fx = 0$ y $\sum Fy = 0$).

Estudiando la tensión T1 (Descomponiéndola y proyectándola sobre los ejes "X" e "Y" por medio de relaciones trigonométricas simples) :

T1x = (cos 60º)(T1) = (0,5)(T1) = **0,5 T1** (hacia la izquierda)(-)

T1y = (sen 60º)(T1) = (0,866)(T1) = **0,866 T1** (hacia arriba)(+)

<u>Estudiando la tensión T2</u> (Descomponiéndola y proyectándola sobre los ejes "X" e "Y" por medio de relaciones trigonométricas simples) :

T2x *= (cos 20º)(T2) = (0,9397)(T2) =* **0,9397 T2** *(hacia la derecha)(+)*

T2y *= (sen 20º)(T2) = (0,3420)(T2) =* **0,3420 T2** *(hacia abajo)(-)*

<u>Estudiando la tensión W</u> (Descomponiéndola y proyectándola sobre los ejes "X" e "Y" por medio de relaciones trigonométricas simples) :

Esta tensión no tiene componentes en el eje X, por lo tanto su componente en Y será igual a su magnitud (W = Wy = 40 N)

Recuerde que se ha convenido asignar signo positivo a las fuerzas dirigidas hacia la derecha o hacia arriba, y signo negativo a las fuerzas dirigidas hacia la izquierda o hacia abajo.

Fuerza	*Magnitud*	*Componente en X*	*Componente en Y*
T1	.?	- 0,5 T1	+ 0,866 T1
T2	.?	+ 0,9397 T2	- 0,3420 T2
W	40	0	- 40

$$\Sigma Fx = 0$$

$- 0,5\ T1 + 0,9397\ T2 = 0$; **0,9397 T2 = 0,5 T1**

$$\Sigma Fy = 0$$

$+ 0,866\ T1 - 0,3420\ T2 - 40 = 0$; **0,866 T1 – 0,3420 T2 = 40**

Con las dos ecuaciones obtenidas anteriormente se puede construir un sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas y calcular los valores de "T1" y "T2".

Utilizando el método de sustitución:

Si $0,9397\ T2 = 0,5\ T1$; $T1 = \frac{0,9397\ T2}{0,5}$; **T1 = 1,88 T2**

Introduciendo este valor en la segunda ecuación :

$$0,866\ T1 - 0,3420\ T2 = 40$$

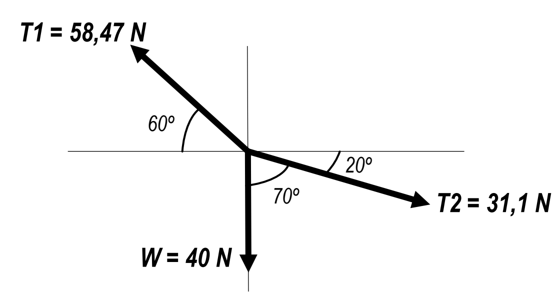
Tendremos $(0,866)(1,88\ T2) - 0,3420\ T2 = 40$

$1,628\ T2 - 0,3420\ T2 = 40$; $1,286\ T2 = 40$

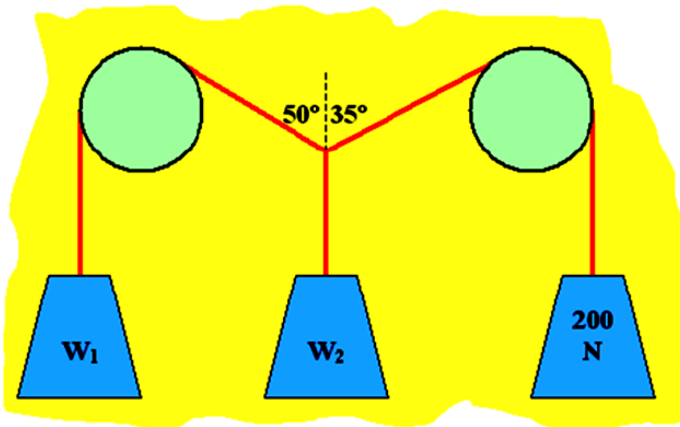
$T2 = \frac{40}{1,286}$: **T2 = 31,10 N**

Como $T1 = 1,88\ T2$; $T1 = 1,88\ (31,1)$; **T1 = 58,47 N**

La solución gráfica será :

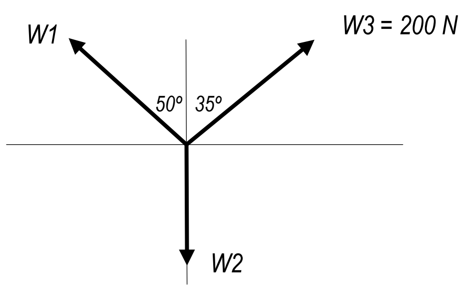


Ejercicio 5 : *En la figura siguiente, las poleas no presentan fuerza de fricción y el sistema cuelga en equilibrio. ¿Cuáles son los valores de los pesos W1 y W2 ?.*



Solución :

La primera consideración que debemos hacer en este tipo de problemas es recordar que cuando en las poleas no existe fricción o la misma es despreciable, la tensión en las cuerdas es la misma a ambos lados de ella. Luego, el diagrama de cuerpo libre puede ser construido de la siguiente manera :



El problema se reduce a descomponer todas las fuerzas del sistemas en sus componentes perpendiculares (proyecciones sobre los ejes "X" e "Y") y aplicar las dos ecuaciones de equilibrio de partículas ($\sum Fx = 0$ y $\sum Fy = 0$).

Estudiando la tensión W1 (Descomponiéndola y proyectándola sobre los ejes "X" e "Y" por medio de relaciones trigonométricas simples) :

W1x = *(sen 50º)(W1) = (0,766)(W1) =* **0,766 W1** *(hacia la izquierda)(-)*

W1y = *(cos 50º)(W1) = (0,6428)(W1) =* **0,6428 W1** *(hacia arriba)(+)*

Estudiando la tensión W2 (Descomponiéndola y proyectándola sobre los ejes "X" e "Y" por medio de relaciones trigonométricas simples) :

Esta tensión no tiene componentes en el eje X, por lo tanto su componente en Y será igual a su magnitud (W2 = W2y)

Estudiando la tensión W3 (Descomponiéndola y proyectándola sobre los ejes "X" e "Y" por medio de relaciones trigonométricas simples) :

W3x = *(sen 35º)(W3) = (0,5736)(200) =* **114,72 N** *(hacia la derecha)(+)*

W3y = *(cos 35º)(W3) = (0,8192)(200) =* **163,83 N** *(hacia arriba)(+)*

Recuerde que se ha convenido asignar signo positivo a las fuerzas dirigidas hacia la derecha o hacia arriba, y signo negativo a las fuerzas dirigidas hacia la izquierda o hacia abajo.

Fuerza	Magnitud	Componente en X	Componente en Y
W1	.?	- 0,766 W1	+ 0,6428 W1
W2	.?	0	- W2y
W3	200	+ 114,72	+ 163,83

$$\Sigma Fx = 0$$

$$-\ 0{,}766\ W1 + 114{,}72 = 0 \quad ; \quad 114{,}72 = 0{,}766\ W1 \quad ; \quad W1 = \frac{114{,}72}{0{,}766}$$

W1 = 150 N

$$\Sigma Fy = 0$$

$$+\ 0{,}6428\ W1 - W2y + 163{,}83 = 0$$

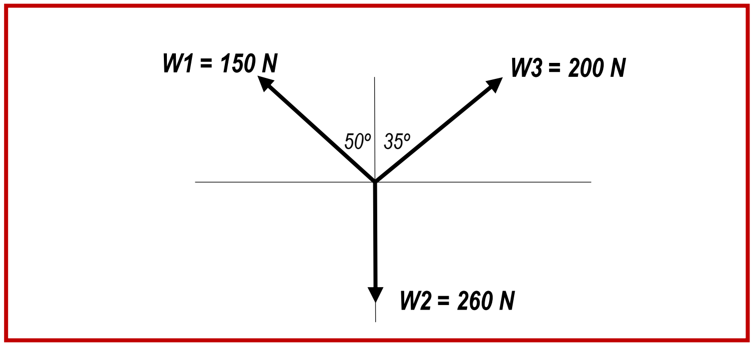
Como ya conocemos el valor de W1, lo podemos introducir en la ecuación :

$$(0{,}6428)(150) - W2y + 163{,}83 = 0 \quad ; \quad 96{,}42 - W2y + 163{,}83 = 0$$

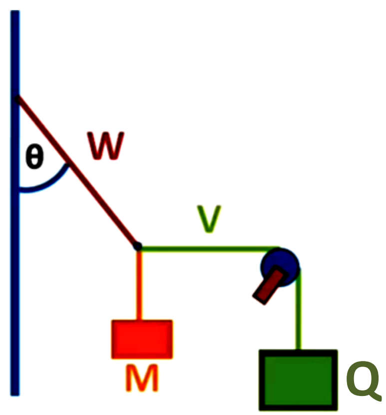
$260{,}25 - W2y = 0$; **W2y = 260,25**

*Como W2 = W2y ; **W2 = 260 N***

La solución gráfica será :



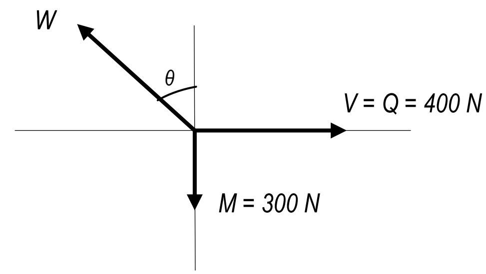
Ejercicio 6 : *Calcular el ángulo θ y la tensión en la cuerda W para que haya equilibrio sabiendo que M = 300 N y Q = 400 N :*



Solución :

La primera consideración que debemos hacer en este tipo de problemas es recordar que cuando en las poleas no existe fricción o la misma es despreciable, la tensión en las cuerdas es la misma a ambos lados de ella. Luego, el diagrama de cuerpo libre puede ser construido de la siguiente manera :

Se construye el diagrama de cuerpo libre :



El problema se reduce a descomponer todas las fuerzas del sistemas en sus componentes perpendiculares (proyecciones sobre los ejes "X" e "Y") y aplicar las dos ecuaciones de equilibrio de partículas ($\sum Fx = 0$ y $\sum Fy = 0$).

Estudiando la tensión W (Descomponiéndola y proyectándola sobre los ejes "X" e "Y" por medio de relaciones trigonométricas simples) :

***Wx* = (sen θ)(W)** *(hacia la izquierda)(-)*

***Wy* = (cos θ)(W)** *(hacia arriba)(+)*

Estudiando la Fuerza M (Descomponiéndola y proyectándola sobre los ejes "X" e "Y" por medio de relaciones trigonométricas simples) :

Esta tensión no tiene componentes en el eje X, por lo tanto su componente en Y será igual a su magnitud (My = M = 300 N)

Estudiando la tensión V (Descomponiéndola y proyectándola sobre los ejes "X" e "Y" por medio de relaciones trigonométricas simples) :

Esta tensión no tiene componentes en el eje Y, por lo tanto su componente en X será igual a su magnitud (Vx = V = 400 N = Q)

Recuerde que se ha convenido asignar signo positivo a las fuerzas dirigidas hacia la derecha o hacia arriba, y signo negativo a las fuerzas dirigidas hacia la izquierda o hacia abajo.

Fuerza	Magnitud	Componente en X	Componente en Y
W	.?	- W.sen θ	+ W.cos θ
M	300	0	- 300
V	400	400	0

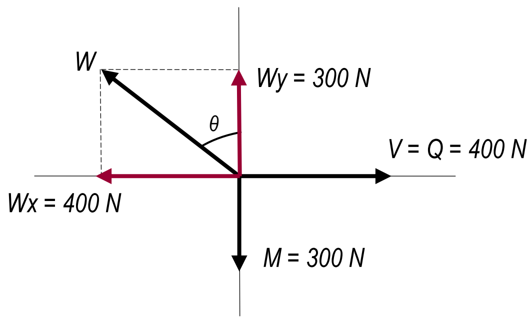
$$\Sigma Fx = 0$$

$-\ (W)(\text{sen}\ \theta)\ +400 = 0 \quad ; \quad \mathbf{(W)(sen\ \theta) = 400}$

$$\Sigma Fy = 0$$

$+\ (W)(\cos\theta)\ -300 = 0 \quad ; \quad \mathbf{(W)(cos\ \theta) = 300}$

Con estos valores puedo graficar el equilibrio, faltando solamente calcular el ángulo (como lo hicimos en la guía de FUERZA RESULTANTE).



La magnitud de **W** *se calcula como la raíz cuadrada de la suma de los componentes al cuadrado (teorema de Pitágoras) :*

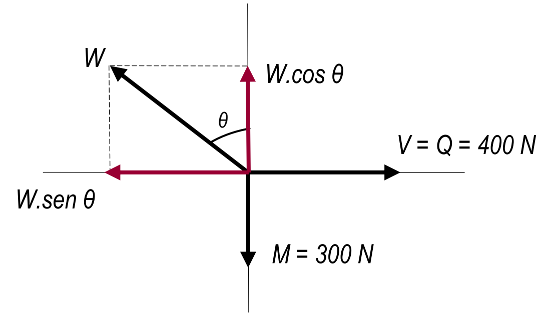
$$\boldsymbol{W} = \sqrt{(\boldsymbol{Wx})^2 + (\boldsymbol{Wy})^2} = \sqrt{(400)^2 + (300)^2} = \mathbf{500\ N}$$

El ángulo se puede calcular con la tangente:

$$tg\ \theta = \frac{Wx}{Wy} = \frac{400}{300} = 1{,}33$$

$$\boldsymbol{\theta} = Arctg\ \frac{Wx}{Wy} = \mathbf{53^o}$$

Otra manera de enfocarlo pudo ser :



$\mathbf{(W)(sen\ \theta) = 400} \quad ; \quad W = \dfrac{400}{sen\ \theta}$

$\mathbf{(W)(cos\ \theta) = 300} \quad ; \quad W = \dfrac{300}{cos\ \theta}$

Igualando estos dos valores de W :

$$\frac{400}{sen\ \theta} = \frac{300}{cos\ \theta} \quad ; \quad \frac{400}{300} = \frac{sen\ \theta}{cos\ \theta}$$

Por relación trigonométrica $1{,}33 = tg\ \theta$; *luego* $\theta = 53^o$

La solución gráfica será :