Titulo: **INECUACIONES LINEALES**

Año escolar: 3er año de bachillerato
Autor: José Luis Albornoz Salazar
Ocupación: Ing Civil. Docente Universitario
País de residencia: Venezuela
Correo electrónico: martilloatomico@gmail.com

El autor de este trabajo solicita su valiosa colaboración en el sentido de enviar cualquier sugerencia y/o recomendación a la siguiente dirección :

martilloatomico@gmail.com

Igualmente puede enviar cualquier ejercicio o problema que considere pueda ser incluido en el mismo.

Si en sus horas de estudio o práctica se encuentra con un problema que no pueda resolver, envíelo a la anterior dirección y se le enviará resuelto a la suya.

INECUACIONES LINEALES

REGLAS :

1) *Si* **a < b**, *entonces* **a+c < b+c** *(también se cumple para ≤, > y ≥).*
   Ejemplo : Si **3 < 5** *y sumamos 2, obtenemos* **5 < 7**.

2) *Si* **a < b** *y* **c < d**, *entonces* **a+c < b+d** *(también se cumple para ≤, > y ≥).*
   Ejemplo : Si **3 < 5** *y* **4 < 6**, *entonces sumando las desigualdades, obtenemos* **7 < 11**.

3) *Si* **a < b** *y* **c > 0**, *entonces* **ac < bd** *(también se cumple para ≤, > y ≥).*
   Ejemplo : Si **3 < 5** *y multiplicamos por 2 obtenemos* **6 < 10**.

4) *Si* **a < b** *y* **c < 0**, *entonces* **ac > bd** *(también se cumple para ≤, > y ≥). Cuando se multiplica por un valor negativo se cambian los signos de los términos y el sentido de la desigualdad.*
   Ejemplo : Si **3 < 5** al multiplicar *por –2 obtenemos* **–6 > –10**.

EJERCICIO 1 : *Resolver* $X + 2 \geq 7$

De la misma forma que hemos trabajado con las ecuaciones lineales podemos hacerlo con las inecuaciones, es decir se recomienda ordenarla de manera tal que las variables queden ubicadas en el primer miembro (lado izquierdo del signo de desigualdad) y los números en el segundo miembro (lado derecho del signo de desigualdad).

Igual que en las ecuaciones, al "pasar" un término de un miembro al otro se debe cambiar el signo de dicho término.

En este ejercicio mantenemos a "X" al lado izquierdo del signo de la desigualdad y pasamos a "+2" al lado derecho pero cambiándole el signo.

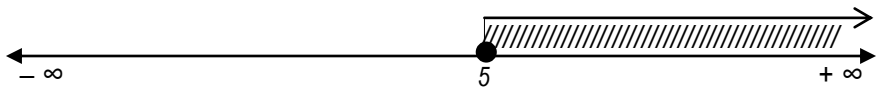
$$X + 2 \geq 7$$

Así, la inecuación quedará expresada como:

$$X \geq 7 - 2 \quad ; \quad \boldsymbol{X \geq 5}$$

Lo que significa que "X" puede tomar valores iguales o mayores a 5; esta solución puede ser mostrada de tres formas :

En forma gráfica:



Nota: Se coloca ● en el número 5 indicando que él forma parte de la solución.

En forma de intervalo:

$$X = [\,5\,,+\infty\,)$$

Intervalo cerrado en 5 (incluido el 5) hasta infinito positivo (tanto el infinito positivo como el infinito negativo se indican como intervalo abierto "paréntesis").

En forma de conjunto:

$$X = \{\, X \in \mathbb{R} \;/\; X \geq 5 \,\}$$

X pertenece a los números reales tal que X sea mayor o igual a 5

EJERCICIO 2 : *Resolver* $3 \leq X - 2$

De la misma forma que hemos trabajado con las ecuaciones lineales podemos hacerlo con las inecuaciones, es decir se recomienda ordenarla de manera tal que las variables queden ubicadas en el primer miembro (lado izquierdo del signo de desigualdad) y los números en el segundo miembro (lado derecho del signo de desigualdad).

Igual que en las ecuaciones, al "pasar" un término de un miembro al otro se debe cambiar el signo de dicho término.

$$3 \leq X - 2$$

$$-X \leq -2 - 3 \quad ; \quad -X \leq -5$$

En aquellos casos (como este) en que la variable presente signo negativo se debe multiplicar toda la inecuación por "menos uno", teniendo en cuenta que se deben cambiar los signos de todos los términos y también se debe <u>cambiar el sentido de la desigualdad</u>.

$$(-X \leq -5).(-1)$$

$$X \geq 5$$

Lo que significa que "X" puede tomar valores iguales o mayores a 5; esta solución es la misma que la del ejercicio 1.

EJERCICIO 3 : *Resolver* $3X - 4 < X + 2$

Ordenar de manera tal que las variables queden ubicadas en el primer miembro (lado izquierdo de la desigualdad) y los números en el segundo miembro (lado derecho de la desigualdad).

Al "pasar" un término de un miembro al otro se debe cambiar el signo de dicho término.

$$3X - X < 2 + 4 \quad ; \quad 2X < 6$$

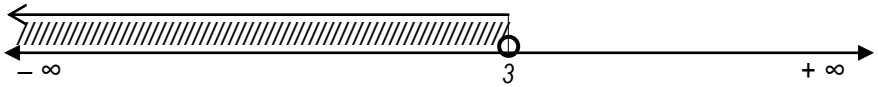
El "2" que está multiplicando a la "X" en el miembro izquierdo de la inecuación pasará al miembro derecho dividiendo al "6" (Esto solo se puede hacer si el coeficiente que acompaña a la variable es positivo).

Si la variable hubiese estado acompañada por un número negativo, primero se multiplica toda la inecuación por "menos uno" (ver ejercicio 2) y después se hace el despeje.

$$2X < 6 \quad ; \quad X < \frac{6}{2} \quad ; \quad \mathbf{X < 3}$$

Lo que significa que "X" puede tomar valores menores a 3 (no incluye al 3); esta solución puede ser mostrada de tres formas :

<u>En forma gráfica:</u>



Nota: Se coloca **O** *en el número 3 indicando que él NO forma parte de la solución.*

<u>En forma de intervalo:</u>

$$\mathbf{X = (-\infty, 3)}$$

Intervalo abierto desde menos infinito hasta intervalo abierto en 3 (no incluye al 3).

<u>En forma de conjunto:</u>

$$\mathbf{X = \{ X \in \mathbb{R} \ / \ X < 3 \}}$$

X pertenece a los números reales tal que X sea menor a 3

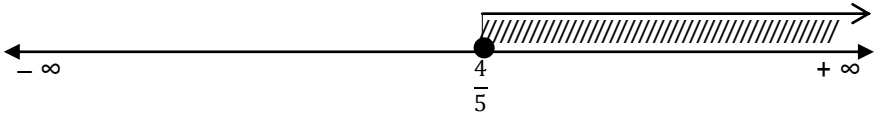
EJERCICIO 4 : Resolver $2X - 1 \geq -3X + 3$

Ordenando las variables al lado izquierdo y los números al lado derecho:

$$2X + 3X \geq 3 + 1 \quad ; \quad 5X \geq 4 \quad ; \quad X \geq \frac{4}{5}$$

Lo que significa que "X" puede tomar valores iguales o mayores a $\frac{4}{5}$
Esta solución puede ser mostrada de tres formas :

En forma gráfica:



Nota: Se coloca ● en $\frac{4}{5}$ *indicando que él forma parte de la solución.*

En forma de intervalo:

$$X = [\ \frac{4}{5}, +\infty\ )$$

Intervalo cerrado en $\frac{4}{5}$ *(incluido el* $\frac{4}{5}$*) hasta infinito positivo (tanto el infinito positivo como el infinito negativo se indican como intervalo abierto "paréntesis").*

En forma de conjunto:

$$X = \{\ X \in \mathbb{R}\ /\ X \geq \frac{4}{5}\}$$

X pertenece a los números reales tal que X sea mayor o igual a $\frac{4}{5}$

EJERCICIO 5 : Resolver $4X + 1 - 2 \geq 7X - 6 - X$

Ordenando las variables al lado izquierdo y los números al lado derecho:

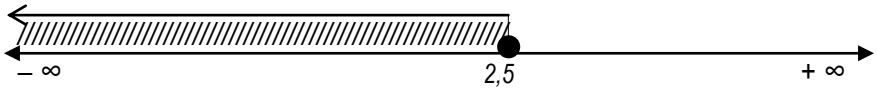
$$4X - 7X + X \geq -6 - 1 + 2 \quad ; \quad -2X \geq -5$$

Como la variable "X" está acompañada por un coeficiente con signo negativo (– 2) se debe multiplicar toda la inecuación por "menos uno", teniendo en cuenta que se deben cambiar los signos de todos los términos y también se debe cambiar el sentido de la desigualdad.

$$(-2X \geq -5).(-1) \quad ; \quad 2X \leq 5 \quad ; \quad X \leq \frac{5}{2} \quad ; \quad X \leq 2{,}5$$

Lo que significa que "X" puede tomar valores iguales o menores a 2,5.
Esta solución puede ser mostrada de tres formas :

En forma gráfica:



En forma de intervalo:

$$X = (-\infty, 2.5\ ]$$

En forma de conjunto:

$$X = \{\ X \in \mathbb{R}\ /\ X \leq 2{,}5\ \}$$

EJERCICIO 6 : Resolver $-10X + 2 < 3X + 28$

Ordenando las variables al lado izquierdo y los números al lado derecho:

$$-10X - 3X < 28 - 2 \quad ; \quad -13X < 26$$

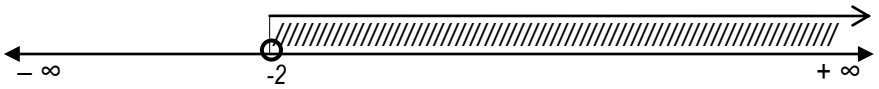
Como la variable "X" está acompañada por un coeficiente con signo negativo (– 13) se debe multiplicar toda la inecuación por "menos uno", teniendo en cuenta que se deben cambiar los signos de todos los términos y también se debe cambiar el sentido de la desigualdad.

$$(-13X < 26).(-1) \quad ; \quad 13X > -26$$

$$X > \frac{-26}{13} \quad ; \quad \boldsymbol{X > -2}$$

Lo que significa que "X" puede tomar valores mayores a " – 2" (no incluye al "– 2"); esta solución puede ser mostrada de tres formas :

En forma gráfica:



En forma de intervalo:

$$X = (-2, +\infty)$$

En forma de conjunto:

$$X = \{X \in \mathbb{R} \ / \ X > -2\}$$

EJERCICIO 7 : *Resolver* $\frac{X-2}{6} + \frac{3X}{2} < -\frac{X}{4}$

Cuando alguno, varios o todos los términos de la inecuación presenten fracciones, se recomienda "eliminar" los denominadores para que la inecuación quede expresada en forma lineal.

La operación para "eliminar" los denominadores se realiza en forma similar que con las ecuaciones.

Primero se calcula el mínimo común múltiplo de los denominadores:
(m.c.m de 6, 2 y 4 = 12)

Luego se multiplica TODA la inecuación por el m.c.m (se debe multiplicar cada término por el m.c.m):

$$\frac{12\,(X-2)}{6} + \frac{12(3X)}{2} < -\frac{12X}{4}$$

$$\frac{12X-24}{6} + \frac{36X}{2} < -\frac{12X}{4}$$

Posteriormente se divide cada numerador entre su respectivo denominador.

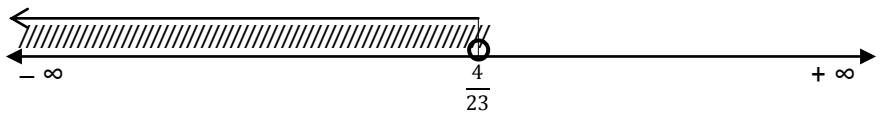
$$2X - 4 + 18X < -3X$$

La inecuación ha quedado expresada en forma lineal y su solución puede ser enfocada de la misma forma como los ejercicios anteriores:

$$2X + 18X + 3X < 4 \quad ; \quad 23X < 4 \quad ; \quad \boldsymbol{X < \frac{4}{23}}$$

Lo que significa que "X" puede tomar valores menores a $\frac{4}{23}$ *(no incluye al* $\frac{4}{23}$*); esta solución puede ser mostrada de tres formas :*

En forma gráfica:



En forma de intervalo:

$$X = \left(-\infty, \frac{4}{23}\right)$$

En forma de conjunto:

$$X = \left\{X \in \mathbb{R} \ / \ X < \frac{4}{23}\right\}$$

EJERCICIO 8 : Resolver $\frac{2-X}{5} - 3 \geq 4(X-2)$

Primero se realiza la multiplicación indicada en el miembro derecho de la inecuación :

$$\frac{2-X}{5} - 3 \geq 4X - 8$$

Cuando alguno, varios o todos los términos de la inecuación presenten fracciones, se recomienda "eliminar" los denominadores para que la inecuación quede expresada en forma lineal.

La operación para "eliminar" los denominadores se realiza en forma similar que con las ecuaciones.

Primero se calcula el mínimo común múltiplo de los denominadores: (cuando exista un solo denominador se tomará como m.c.m. En este caso m.c.m = 5)

Luego se multiplica TODA la inecuación por el m.c.m (se debe multiplicar cada término por el m.c.m):

$$\frac{5(2-X)}{5} - (5)(3) \geq 5(4X-8)$$

$$\frac{10-5X}{5} - 15 \geq 20X - 40$$

Posteriormente se divide cada numerador entre su respectivo denominador.

$$2 - X - 15 \geq 20X - 40$$

La inecuación ha quedado expresada en forma lineal y su solución puede ser enfocada de la misma forma como los ejercicios anteriores:

$$-X - 20X \geq -40 - 2 + 15 \quad ; \quad -21X \geq -27$$

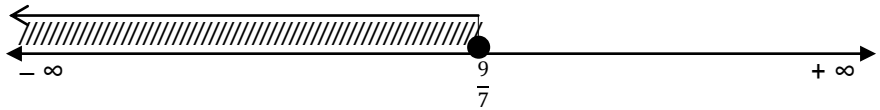
Como la variable "X" está acompañada por un coeficiente con signo negativo (– 21) se debe multiplicar toda la inecuación por "menos uno", teniendo en cuenta que se deben cambiar los signos de todos los términos y también se debe cambiar el sentido de la desigualdad.

$$(-21X \geq -27).(-1) \quad ; \quad 21X \leq 27 \quad ; \quad X \leq \frac{27}{21}$$

Como al reducir por tres $\frac{27}{21} = \frac{9}{7}$; $X \leq \frac{9}{7}$

Lo que significa que "X" puede tomar valores menores o iguales a $\frac{9}{7}$ *, esta solución puede ser mostrada de tres formas :*

En forma gráfica:



En forma de intervalo:

$$X = (-\infty, \frac{9}{7}]$$

En forma de conjunto:

$$X = \{X \in \mathbb{R} \ / \ X \leq \frac{9}{7}\}$$

EJERCICIO 9 : Resolver $-1 < 2X - 5 < 7$

Esta expresión representa realmente dos inecuaciones, la primera : $-1 < 2X - 5$ *y la segunda :* $2X - 5 < 7$

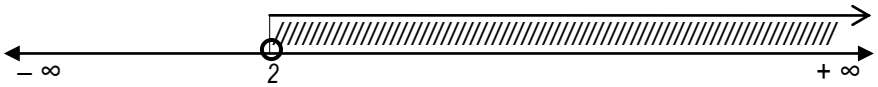
La solución total estará representada por la intersección de las dos soluciones parciales. En ese sentido, se procede a resolver cada inecuación por separado y al final se consigue la intersección de ambas.

Resolviendo $-1 < 2X - 5$

$$-1 < 2X - 5 \quad ; \quad -2X < -5 + 1 \quad ; \quad -2X < -4$$

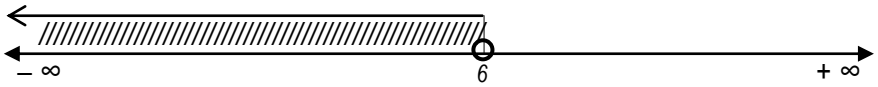
Al multiplicar por menos uno :

$(-2X < -4)(-1)$; $2X > 4$; $X > \frac{4}{2}$; $\mathbf{X > 2}$

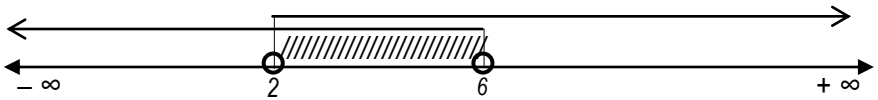


<u>*Resolviendo* **2X – 5 < 7**</u>

$2X - 5 < 7$; $2X < 7 + 5$; $2X < 12$; $X < \frac{12}{2}$; $\mathbf{X < 6}$



Al sobreponer ambas gráficas se observa fácilmente la intersección:



<u>*La solución es :*</u> **2 < X < 6**

<u>*En forma de intervalo:*</u>

$$X = (2, 6)$$

<u>*En forma de conjunto:*</u>

$$X = \{ X \in \mathbb{R} \ / \ 2 < X < 6 \}$$

EJERCICIO 10 : *Resolver* $2X + 1 \leq 4X - 3 < X + 7$

Esta expresión representa realmente dos inecuaciones:

La primera : **2X + 1 ≤ 4X – 3** *y la segunda :* **4X – 3 < X + 7**

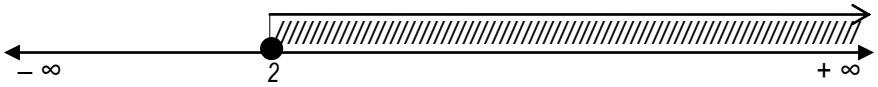
La solución total estará representada por la intersección de las dos soluciones parciales. En ese sentido, se procede a resolver cada inecuación por separado y al final se consigue su intersección.

<u>*Resolviendo* **2X + 1 ≤ 4X – 3**</u>

$2X - 4X \leq -3 - 1$; $-2X \leq -4$

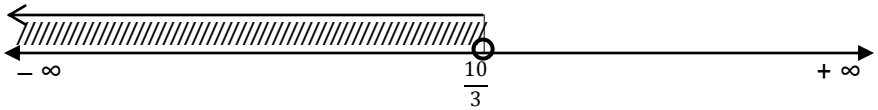
Al multiplicar por menos uno :

$2X \geq 4$; $X \geq \frac{4}{2}$; $\mathbf{X \geq 2}$

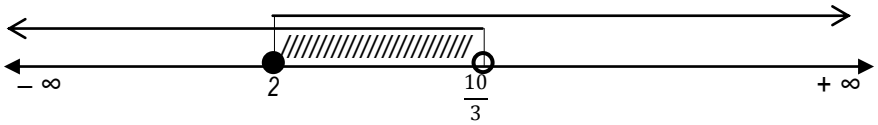


<u>*Resolviendo* **4X – 3 < X + 7**</u>

$4X - X < 7 + 3$; $3X < 10$; $\mathbf{X < \frac{10}{3}}$



Al sobreponer ambas gráficas se observa fácilmente la intersección:



La solución: $\mathbf{2 \leq X \leq \frac{10}{3}}$

<u>*En forma de intervalo:*</u>

$$X = [\, 2, \tfrac{10}{3} \,)$$

<u>*En forma de conjunto:*</u>

$$X = \{ X \in \mathbb{R} \ / \ 2 \leq X < \tfrac{10}{3} \}$$