Titulo: PRODUCTOS NOTABLES
Año escolar: 2do: año de bachillerato
Autor: José Luis Albornoz Salazar
Ocupación: Ing Civil. Docente Universitario
País de residencia: Venezuela
Correo electrónico: martilloatomico@gmail.com

El autor de este trabajo solicita su valiosa colaboración en el sentido de enviar cualquier sugerencia y/o recomendación a la siguiente dirección :

martilloatomico@gmail.com

Igualmente puede enviar cualquier ejercicio o problema que considere pueda ser incluido en el mismo.

Si en sus horas de estudio o práctica se encuentra con un problema que no pueda resolver, envíelo a la anterior dirección y se le enviará resuelto a la suya.

◄PRODUCTOS NOTABLES :

Se llama productos notables a ciertos productos que cumplen reglas fijas y cuyo resultado puede ser escrito por simple inspección, es decir, sin realizar la multiplicación.

CUADRADO DE LA SUMA DE DOS CANTIDADES :

El cuadrado de la suma de dos cantidades es igual al ***cuadrado*** *de la primera cantidad* ***más*** *el doble producto de la primera cantidad por la segunda* ***más*** *el cuadrado de la segunda cantidad.*

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Para comprobar el enunciado anterior resolveremos este ejercicio "paso a paso" :

(a + b)² ***=*** *elevar al cuadrado (a + b) equivale a multiplicar este binomio por si mismo* ***= (a + b). (a + b)***

Efectuando la multiplicación (recordando lo indicado en Multiplicación de Polinomios pág. 14) tendremos :

$$\begin{array}{llll} a & +b & & \\ a & +b & & \\ \hline a^2 & +ab & & \\ & +ab & +b^2 & \\ \hline \mathbf{a^2} & \mathbf{+2ab} & \mathbf{+b^2} & \end{array}$$

Ejemplos :

1. $(m+3)^2 = m^2 + 6m + 9$
2. $(5+x)^2 = 25 + 10x + x^2$
3. $(6a+b)^2 = 36a^2 + 12ab + b^2$
4. $(9+4m)^2 = 81 + 72m + 16m^2$
5. $(7x+11)^2 = 49x^2 + 154x + 121$
6. $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$
7. $(1+3x^2)^2 = 1 + 6x^2 + 9x^4$
8. $(2x+3y)^2 = 4x^2 + 12xy + 9y^2$
9. $(a^2x+by^2)^2 = a^4x^2 + 2a^2xby^2 + b^2y^4$
10. $(3a^3+8b^4)^2 = 9a^6 + 48a^3b^4 + 64b^8$
11. $(4m^5+5n^6)^2 = 16m^{10} + 40m^5n^6 + 25n^{12}$
12. $(7a^2b^3+5x^4)^2 = 49a^4b^6 + 70a^2b^3x^4 + 25x^8$
13. $(4ab^2+5xy^3)^2 = 16a^2b^4 + 40ab^2xy^3 + 25x^2y^6$
14. $(8x^2y+9m^3)^2 = 64x^4y^2 + 144x^2ym^3 + 81m^6$

CUADRADO DE LA DIFERENCIA DE DOS CANTIDADES :

El cuadrado de la diferencia de dos cantidades es igual al ***cuadrado*** *de la primera cantidad* ***menos*** *el doble producto de la primera cantidad por la segunda* ***más*** *el cuadrado de la segunda cantidad.*

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Para comprobar el enunciado anterior resolveremos este ejercicio "paso a paso" :

(a – b)² ***=*** *elevar al cuadrado (a – b) equivale a multiplicar este binomio por si mismo* ***= (a – b). (a – b)***

Efectuando la multiplicación (recordando lo indicado en Multiplicación de Polinomios pág. 14) tendremos :

a	$-b$	
a	$-b$	
a^2	$-ab$	
	$-ab$	$+b^2$
$\mathbf{a^2}$	$\mathbf{-2ab}$	$\mathbf{+b^2}$

Ejemplos :

1. $(a-3)^2 = a^2 - 6a + 9$
2. $(x-7)^2 = x^2 - 14x + 49$
3. $(9-a)^2 = 81 - 18a + a^2$
4. $(2a-3b)^2 = 4a^2 - 12ab + 9b^2$
5. $(4ax-1)^2 = 16a^2x^2 - 8ax + 1$
6. $(a^3-b^3)^2 = a^6 - 2a^3b^3 + b^6$
7. $(3a^4-5b^2)^2 = 9a^8 - 30a^4b^2 + 25b^4$
8. $(x^2-1)^2 = x^4 - 2x^2 + 1$
9. $(x^5-3ay^2)^2 = x^{10} - 6ax^5y^2 + 9a^2y^4$
10. $(a^7-b^7)^2 = a^{14} - 2a^7b^7 + b^{14}$
11. $(2m-3n)^2 = 4m^2 - 12mn + 9n^2$
12. $(10x^3-9xy^5)^2 = 100x^6 - 180x^4y^5 + 81x^2y^{10}$
13. $(x^m-y^n)^2 = x^{2m} - 2x^my^n + y^{2n}$
14. $(a^{x-2}-5)^2 = a^{2x-4} - 10a^{x-2} + 25$

PRODUCTO DE LA SUMA POR LA DIFERENCIA DE DOS CANTIDADES : *La suma de dos cantidades multiplicada por su diferencia es igual al cuadrado del minuendo (en la diferencia) menos el cuadrado del sustraendo. Generalmente acostumbramos a definirlo como : El cuadrado del primero menos el cuadrado del segundo.*

$$\mathbf{(a+b).(a-b) = a^2 - b^2}$$

Para comprobar el enunciado anterior efectuaremos la multiplicación (recordando lo indicado en Multiplicación de Polinomios pág. 14) :

a	$+b$	
a	$-b$	
a^2	$+ab$	
	$-ab$	$-b^2$
$\mathbf{a^2}$	$\mathbf{0}$	$\mathbf{-b^2}$

Ejemplos :

1. $(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$
2. $(m-n)(m+n) = m^2 - n^2$
3. $(a-x)(x+a) = a^2 - x^2$
4. $(x^2+a^2)(x^2-a^2) = x^4 - a^4$
5. $(2a-1)(1+2a) = 4a^2 - 1$
6. $(n-1)(n+1) = n^2 - 1$
7. $(1-3ax)(3ax+1) = 1 - 9a^2x^2$
8. $(2m+9)(2m-9) = 4m^2 - 81$
9. $(a^3-b^2)(a^3+b^2) = a^6 - b^4$
10. $(y^2-3y)(y^2+3y) = y^4 - 9y^2$

CUBO DE UN BINOMIO (CUANDO EL BINOMIO ES LA SUMA DE DOS CANTIDADES) : *El cubo de la suma de dos cantidades es igual al* ***cubo*** *de la primera cantidad* ***más*** *el triple producto del cuadrado de la primera cantidad por la segunda sin exponente,* ***más*** *el triple producto del cuadrado de la segunda cantidad por la primera sin exponente,* ***más*** *el* ***cubo*** *de la segunda cantidad.*

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

(a + b)³ = *elevar al cubo (a + b) equivale a multiplicar este binomio por si mismo dos veces* ***= (a + b) . (a + b) . (a + b)***

Efectúe la multiplicación recordando lo indicado en Producto Continuado de Polinomios pág. 19 y notará que el resultado será

$= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

CUBO DE UN BINOMIO (CUANDO EL BINOMIO ES LA DIFERENCIA DE DOS CANTIDADES) : *El cubo de la diferencia de dos cantidades es igual al* ***cubo*** *de la primera cantidad* ***menos*** *el triple producto del cuadrado de la primera cantidad por la segunda sin exponente,* ***más*** *el triple producto del cuadrado de la segunda cantidad por la primera sin exponente,* ***menos*** *el cubo de la segunda cantidad.*

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

(a – b)³ = *elevar al cubo (a – b) equivale a multiplicar este binomio por si mismo dos veces* ***= (a – b) . (a – b) . (a – b)***

Efectúe la multiplicación recordando lo indicado en Producto Continuado de Polinomios pág. 19 y notará que el resultado será

$= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

Ejemplos :

1. $(a+2)^3 = a^3 + 6a^2 + 12a + 8$
2. $(x-1)^3 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$
3. $(m+3)^3 = m^3 + 9m^2 + 27m + 27$
4. $(n-4)^3 = n^3 - 12n^2 + 48n - 64$
5. $(2x+1)^3 = 8x^3 + 12x^2 + 6x + 1$
6. $(1-3y)^3 = 1 - 9y + 27y^2 - 27y^3$
7. $(2+y^2)^3 = 8 + 12y^2 + 6y^4 + y^6$
8. $(1-2n)^3 = 1 - 6n + 12n^2 - 8n^3$
9. $(4n+3)^3 = 64n^3 + 144n^2 + 108n + 27$
10. $(a^2-2b)^3 = a^6 - 6a^4b + 12a^2b^2 - 8b^3$
11. $(2x+3y)^3 = 8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3$
12. $(1-a^2)^3 = 1 - 3a^2 + 3a^4 - a^6$

PRODUCTO DE DOS BINOMIOS DE LA FORMA (X + a).(X + b) : *Estos productos cumplen las siguientes reglas:*

1) *El primer término del producto es el producto de los primeros términos de los binomios (primer término elevado al cuadrado).*
2) *El coeficiente del segundo término del producto es la suma algébrica de los segundos términos de los binomios y se acompañará del primer termino de los dos binomios (X).*
3) *El tercer término del producto es el producto de los segundos términos de los binomios (multiplicar los segundos términos de los dos binomios). El signo lo da la Ley de los signos :*

Ejemplo:

$$(X + 3).(X + 2) = X^2 + 5X + 6$$

A continuación realizaremos la multiplicación de estos dos binomios para verificar lo anterior.

X	$+3$	
X	$+2$	
X^2	$+3X$	
	$+2X$	$+6$
X^2	$+5X$	$+6$

Ejemplos :

1. $(a+1)(a+2)=a^2+3a+2$
2. $(x+2)(x+4)=x^2+6x+8$
3. $(x+5)(x-2)=x^2+3x-10$
4. $(m-6)(m-5)=m^2-11m+30$
5. $(x+7)(x-3)=x^2+4x-21$
6. $(x+2)(x-1)=x^2+x-2$
7. $(x-3)(x-1)=x^2-4x+3$
8. $(x-5)(x+4)=x^2-x-20$
9. $(a-11)(a+10)=a^2-a-110$
10. $(n-19)(n+10)=n^2-9n-190$
11. $(a^2+5)(a^2-9)=a^4-4a^2-45$
12. $(x^2-1)(x^2-7)=x^4-8x^2+7$
13. $(n^2-1)(n^2+20)=n^4+19n^2-20$
14. $(n^3+3)(n^3-6)=n^6-3n^3-18$
15. $(x^3+7)(x^3-6)=x^6+x^3-42$
16. $(a^4+8)(a^4-1)=a^8+7a^4-8$
17. $(a^5-2)(a^5+7)=a^{10}+5a^5-14$
18. $(a^6+7)(a^6-9)=a^{12}-2a^6-63$
19. $(ab+5)(ab-6)=a^2b^2-ab-30$
20. $(xy^2-9)(xy^2+12)=x^2y^4+3xy^2-108$
21. $(a^2b^2-1)(a^2b^2+7)=a^4b^4+6a^2b^2-7$
22. $(x^3y^3-6)(x^3y^3+8)=x^6y^6+2x^3y^3-48$