TEOREMAS DE EUSEBIO CORAZAO
(Cusco – Perú 1905)

RESUMEN.
En trabajos anteriores:
www.monografias.com/trabajos34/graficando-numero-pi/graficando-numero-pi.shtml
http://www.monografias.com/trabajos36/cuadratura-circulo/cuadratura-circulo.shtml
El autor mostró un método para graficar el número trascendente Pi, aproximándolo a un número racional de seis decimales, que puede graficarse con regla y compás en una hoja de papel A-4; con tal aproximación, el autor mostró un método gráfico para la cuadratura del círculo y rectificación de la circunferencia. En este trabajo exponemos los teoremas que, todavía en 1905 publicó el Dr. Eusebio Corazao Quintanilla, los comentarios que dicha publicación motivaron al Dr. Federico Villareal; la interpretación gráfica que nosotros aportamos y el método gráfico para rectificar la circunferencia que se deriva de los teoremas de Corazao.

1.- RESEÑA BIOGRÁFICA
El aporte de Eusebio Corazao

El matemático cusqueño Dr. Eusebio Corazao, todavía en 1905, publicó tres teoremas relacionados con la solución de la Cuadratura del Círculo. Su trabajo fue elogiado por el sabio lambayecano Federico Villarreal (1850-1923), quién escribió de modo concluyente en la "Revista de Ciencias" de Lima que: "*el teorema (de Corazao), es exacto*". Tan interesante aporte estaba casi olvidado y sólo se le conocía en los círculos científicos; pero, gracias al empeño de su paisano el ilustre calqueño Dr. Alcides F. Estrada, su biografía y obra cobraron actualidad.
Corazao publicó sus teoremas (Ver anexo) en el diario "El Sol" (18 de noviembre y 2 de diciembre de 1905) y en el Boletín del Centro Científico del Cusco Nº 13 (Diciembre de 1907), que los reproduce íntegramente, inclusive con el artículo escrito por Federico Villareal.
Aunque no tocan directamente el tema de la cuadratura del círculo, los teoremas se refieren a las relaciones proporcionales de círculos inscritos o circunscritos a polígonos regulares, enunciados así: *"Todo polígono regular es medio proporcional entre el círculo inscripto en él y su círculo isoperímetro"*, que, Corazao, demuestra y desarrolla en otros dos teoremas, y concluye escribiendo: *"Si la rectificación de la circunferencia del círculo no es un problema que está fuera del límite de los alcances del entendimiento humano, como hasta el presente parece serlo; si algún día admitiese solución posible, no temo afirmar que esta tendría por base, el teorema que llevo expuesto"*.
Villareal escribe al respecto: *"Halagador es para los que nos dedicamos a las investigaciones matemáticas encontrar de cuando en cuando algo notable, fruto de los desvelos de los que se dedican a la ciencia pura, que cultivan por sí misma y no con el exclusivo objeto de arrancar provecho material a sus aplicaciones, y que atendiendo únicamente a esto descuidan ingratamente las fuentes inagotables del saber, porque no palpan el beneficio inmediato"*.
Según su biógrafo Dr. Alcides F. Estrada, amigo y condiscípulo de mi padre, en su obra "El científico calqueño Eusebio Corazao" en un ejemplar que recibí, dedicado y autografiado por el propio autor, el 5 de noviembre de 1989, sabemos que **Miguel Eusebio Corazao Quintanilla nació en la ciudad de Calca el 15 de diciembre de 1850**; fue hijo del coronel

Agustín Corazao y la Sra. Juana de Dios Quintanilla. Estuvo casado con doña Felícitas Yépez y fue padre de los doctores Alberto y Julio, y de la Sra. Laura Corazao de Rocha. Ejerció el magisterio como profesor de ciencias naturales y físicas en el Colegio de Ciencias y en la Facultad de Ciencias Naturales de la Universidad cusqueña de la que fue Decano. **Falleció el 4 de enero de 1913.**

Leyendo el discurso fúnebre pronunciado por el Dr. Francisco Sivirichi, en el sepelio del Dr. Corazao, nos enteramos que el padre de Corazao había hecho. *"algunas tentativas para descubrir el problema ya mencionado de la cuadratura del círculo*", lo que había sido el aliciente para que don Eusebio dedique sus estudios a este tema

En otro párrafo de dicho discurso publicado en la Revista Universitaria Nº 15, el Dr. Sivirichi dice:

"Con la muerte del Dr. Corazao... el Cuzco pierde uno de sus hijos preclaros, la Patria tiene también, por el momento, su bandera a media asta y la Ciencia Matemática una alta mentalidad que supo descubrir un teorema importante de Geometría, que como el de Thales o el de Pitágoras, lleva ya el nombre de "Teorema de Corazao" en nuestras aulas, y, que, más tarde, los nuevos libros de Geometría Elemental que se editen y los reformados programas oficiales que se impongan, consignarán en su texto, la moderna proposición, como uno de los principales puntos de aprendizaje, por que tienden a verificar la Rectificación de la Curva y que si sabios del alcance de Corazao, fuerzan más la tensión de su mentalidad, resolverán, algún día, el problema secular de la CUADRATURA DEL CÍRCULO en cuyo planteo no se cansan los geómetras más reputados de los pueblos que nos aventajan en civilización"

2. LOS TEOREMAS DEL DR. EUSEBIO CORAZAO.

Para reeditar los Teoremas del Dr. Corazao, el autor ha consultado y cotejado las siguientes fuentes:
Diario El Sol del Cusco, ediciones del 18 de noviembre y 2 de diciembre de 1905.
Boletín Científico del Cusco 1907.
Teoremas de Geometría descubiertospor el Doctro en Ciencias M. Eusebio Corazao. (Homenaje de sus hijos Laura de Rocha y Julio Corazao) Cuzco 1932. (Obra facilitada al autor por los nietos del sabio ingenieros: Richard y Jorge Corazao Giesecke en diciembre del 2006).
Artículo "A la Memoria de un Sabio Cusqueño" Por Gustavo Núñez del Prado Tió Revista Universitaria del Cusco, 2do. Semestre 1947.
"El Científico Calqueño Eusebio Corazao". Dr. Alcides F. Estrada Cusco 1987

"UN DESCUBRIMIENTO GEOMÉTRICO"
(De "EL SOL" Nros. 448 y 460, Cusco, noviembre de 1905)

NUEVO TEOREMA DE GEOMETRÍA.

1º .- "Todo polígono regular es medio proporcional entre el círculo inscripto en él y su círculo isoperímetro".

DEMOSTRACIÓN

Halladas Las áreas respectivas, se verá que forman la proporción enunciada.
En efecto sea P (Fig. 1) un polígono regular de *n* lados; sea C el círculo inscripto en él y C' su círculo isoperímetro.
Vamos a probar que C : P = P : C'
En efecto sea ℓ uno de los lados del polígono regular P, su apotema *r*, que es también el radio del círculo inscripto C.

Según esto el área del círculo C es como se sabe πr^2

El área del polígono P cuyo perímetro es $n\ell$ mide $\frac{(n\ell r)}{2}$, es decir, la mitad del producto de su perímetro $n\ell$ por su apotema r.

Se tiene así: $\mathbf{P} = \frac{n\ell r}{2}$

El perímetro $n\ell$ del polígono P ha de ser circunferencia del círculo C' y por tanto el radio de este será $\dfrac{\mathbf{n}\ell}{2\pi}$ es decir, a su circunferencia partido por 2π y puesto que el área de todo círculo es igual a π multiplicado por el cuadrado de su radio, el círculo C', será:

$$\pi\left(\frac{\mathbf{n}\ell}{2\pi}\right)^2 = \frac{\pi\mathbf{n}^2\ell^2}{4\pi^2} = \frac{\mathbf{n}^2\ell^2}{4\pi}$$

Ahora se ve que existe la proporción:

$$\pi\mathbf{r}^2 : \frac{\mathbf{n}\ell\mathbf{r}}{2} = \frac{\mathbf{n}\ell\mathbf{r}}{2} : \frac{\mathbf{n}^2\ell^2\mathbf{r}^2}{4\pi}$$

Pues el producto de los extremos que es:

$$\pi\mathbf{r}^2\left(\frac{\mathbf{n}^2\ell^2}{4\pi}\right) = \frac{\mathbf{n}^2\ell^2\mathbf{r}^2}{4}$$

Es igual al de los medios que es:

$$\frac{\mathbf{n}\ell\mathbf{r}}{2} \times \frac{\mathbf{n}\ell\mathbf{r}}{2} = \frac{\mathbf{n}^2\ell^2\mathbf{r}^2}{4}$$

Luego: C : P = P : C', que es lo que nos proponíamos probar.

2º Este teorema segundo, que no es sino un corolario de otros muy conocidos, lo enunció sólo con el fin de apoyar el tercero que va a continuación:

La razón de un círculo a un polígono regular de n lados que le circunscribe es constante.

Sea C y C' (Fig. 2) dos círculos; P y P' dos polígonos regulares circunscritos del mismo número n de lados existe la proporción

C : P = C' : P'

Su demostración es tan sencilla que parece excusado ponerla.

3º.- Generalización del teorema primero. "La razón de un polígono regular de *n* lados a su círculo isoperímetro, es la misma que la de cualquier círculo al polígono regular que le circunscribe también de *n* lados.

Demostración

En efecto, según el teorema primero y conservando las mismas notaciones tenemos:

C : P = P : C'

Ahora, en lugar de C : P, se puede poner c : p, es decir la razón de un círculo cualquiera c al polígono regular p del mismo número de n lados que el polígono P, y resultará:

P : C' = c : p, conforme al teorema.

4º.- En los teoremas primero y tercero dado el polígono regular de *n* lados, se ha considerado su círculo isoperímetro; recíprocamente, dado un círculo se puede considerar el polígono regular de *n* lados, que le sea isoperímetro; entonces resulta lo siguiente:

"La razón de un polígono regular de *n* lados isoperímetro a un círculo dado, es la misma que la relación de otro círculo cualquiera a su polígono circunscrito también de *n* lados".

DEMOSTRACIÓN

En el fondo es el mismo teorema tercero: si se quiere se puede repetir la demostración.

UN EJEMPLO.

Así la razón de un cuadrado o hexágono regular isoperímetro a un círculo dado, es la misma que la relación de este círculo al cuadrado o hexágono regular que le circunscribe.

IMPORTANCIA DEL TEOREMA.

Se funda este en una idea original, la relación de los círculos con los polígonos regulares circunscriptos, punto que aún no ha sido desarrollado; es un campo abierto a investigaciones profundas.

Se comprende fácilmente que el teorema se presta a desarrollos al cual más variados; para dar una ligera noción de ellos, fijémonos en lo más sencillo tomando el ejemplo concreto de la relación de un círculo, cuyo radio sirve de unidad al cuadrado (Fig. 3) que le circunscribe.

En este caso, el área del círculo es π (radios cuadrados) el perímetro del cuadrado circunscrito es de 8 (radios) y su área de 4 (radios cuadrados)
El área del Círculo isoperímetro al cuadrado será, según el teorema, el cuarto término de la proporción:

$$\pi : 4 = 4 : \frac{16}{\pi}$$

Hallemos ahora la relación del área del círculo isoperímetro al número π y tendremos $\frac{16}{\pi^2}$

Relación desconocida cuyo valor hallaríamos sólo numéricamente, de una manera aproximada.

Si, pues, por alguna combinación feliz se pudiera construir geométricamente la expresión $\frac{16}{\pi^2}$, entonces quedaría hallado el círculo isoperímetro al cuadrado de perímetro 8, es decir, conseguida la rectificación de una circunferencia.

Igual resultado se podría esperar si se consiguiese la desaparición, en la relación, $\frac{16}{\pi^2}$ del divisor incógnito π^2; se llegaría entonces a una relación conocida, aunque ciertamente inconmensurable, y mediante ésta a la determinación del círculo isoperímetro y consiguiendo la rectificación de su circunferencia.

CONCLUSIÓN

Si la rectificación de la circunferencia del círculo no es un problema que está fuera del límite de los alcances del entendimiento humano, como hasta el presente parece serlo; si algún día admitiese solución posible, no temo afirmar que esta tendría, por base, el teorema que llevo expuesto.

II

Bajo este tema he publicado en el número 448 de este acreditado diario (El Sol) una proposición, relativa a las relaciones de los círculos con los polígonos regulares, que los circunscribe, y ¿no se podía esperar otro teorema análogo, comparando los círculos con los polígonos regulares inscritos en ellos?
Es lo que efectivamente sucede, he aquí su resultado:
1º.- “Todo polígono regular de *n* lados es medio proporcional entre el círculo circunscrito a él y un segundo círculo, cuya circunferencia es la cuarta proporcional a las tres rectas, radio del círculo dado, perímetro del polígono regular y apotema de éste”.

DEMOSTRACIÓN

Halladas las áreas respectivas, se verá que forman la proporción enunciada.
En efecto, consideremos un círculo C (Fig. 2), cuyo radio sirva de unidad y un polígono regular P de *n* lados inscripto en él. Queremos hallar el cuarto término de la proporción.
C : P = P : X
El área del círculo C es π unidades cuadradas.
Y del polígono P es

$$\frac{\mathbf{n}\ell\mathbf{a}}{2}$$

Llamando ℓ a uno de sus lados y a su apotema.
Luego tendremos la proporción:

$$\pi : \frac{\mathbf{n}\ell\mathbf{a}}{2} = \frac{\mathbf{n}\ell\mathbf{a}}{2} : \mathbf{X}$$

El cuarto término X es

$$\frac{\mathbf{n}^2\ell^2\mathbf{a}^2}{4\pi}$$

Que ha de ser área de un círculo C’: hallemos su radio y su circunferencia.
Partiendo de la fórmula conocida, del área de un círculo, $A = \pi R^2$, tendremos que:

$$\mathbf{R}^2 = \frac{\mathbf{n}^2\ell^2\mathbf{a}^2}{4\mathbf{p}\pi^2},$$ Por tanto

$$\mathbf{R} = \frac{\mathbf{n\ell a}}{2\pi}$$, luego la circunferencia de C' es

$$2\pi \frac{\mathbf{n\ell a}}{2\pi} = \mathbf{n\ell a}$$

Se ve, pues, que el cuarto término de X de la proporción C : P = P : X, es un círculo que tiene por circunferencia $n\ell a$.

Mas, $n\ell a$ es evidentemente el cuarto término de la proporción:

$1 : \mathbf{n\ell} = a : \mathbf{n\ell a}$

Es decir la cuarta proporcional a las tres rectas 1, radio del círculo C, $n\ell$ perímetro del polígono P y a su apotema conforme al teorema.

2º Transformación de los dos teoremas del presente y del ya publicado bajo el número 1º.

Dado un círculo C, imaginemos dos polígonos regulares de *n* lados, uno circunscrito al círculo C y otro inscrito en él.

Del centro de los dos polígonos tracemos radios a sus *n* vértices; resultarán *n* triángulos iguales que llamaremos "Triángulo en el Centro"

En el polígono circunscrito tendremos la siguiente relación:

"El círculo dado es a su triángulo en el centro como éste es a un segundo círculo, cuya circunferencia es el lado del polígono regular circunscrito".

Sea C (Fig. 4) un círculo dado; P su polígono regular circunscrito; T uno de sus triángulos en el centro;

(0.1)

ℓ un lado del polígono regular P, y C' el círculo cuya circunferencia es ℓ

Debemos tener

C : T = T : C'

DEMOSTRACIÓN

Completamente análoga a la anterior.

3º.- En el polígono regular inscrito tendremos esta otra relación.

"El círculo es a un triángulo en el centro, como éste es a un segundo círculo, cuya circunferencia es la cuarta proporcional a las tres rectas; radio del círculo dado, lado del polígono regular inscripto y apotema de éste".

Sea C (Fig. 5) un círculo dado; P un polígono regular inscripto en él; ℓ uno de sus lados; a su apotema; T uno de los triángulos en el centro y C' un segundo círculo; cuya circunferencia sea la cuarta proporcional a las tres rectas, radio del círculo C; lado ℓ del polígono P y apotema a; es decir que exista la proporción:

C : T = T : C'

DEMOSTRACIÓN

Completamente análogo a la precedente del número 1º.

4º.- En el fondo, estos dos teoremas últimos son los mismos que el precedente del número 1º y del ya publicado también bajo el número 1º, pero bajo esta forma, prestaría, me parece, mejores servicios.

En efecto si multiplicamos por n los términos medios de las dos proporciones anteriores resultarán *n*T y *n*T, es decir, las áreas de los polígonos P y P' circunscritos e inscritos, que son medio proporcionales, entre los círculos, como ya se ha enunciado.

Cusco, noviembre 20 de 1905.
M. Eusebio Corazao
Doctor en Ciencias.

LOS TEOREMAS GEOMETRICOS DEL PROFESOR CORAZAO

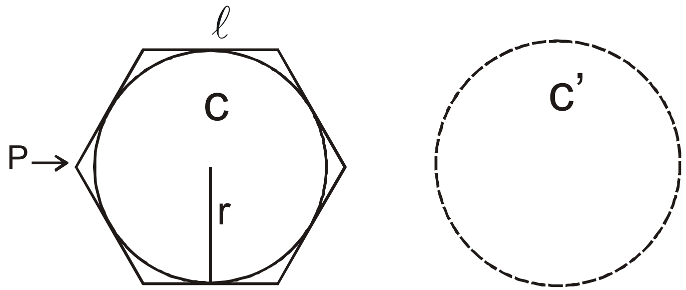


Fig 1

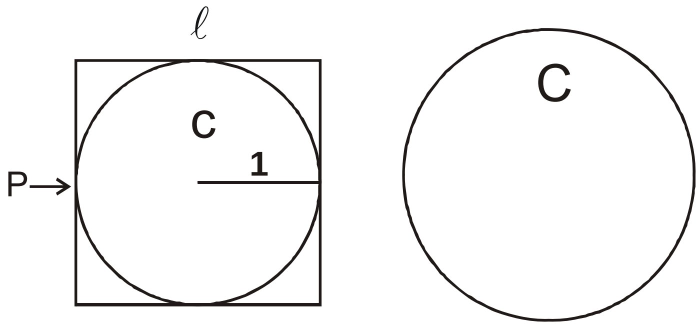


Fig 3

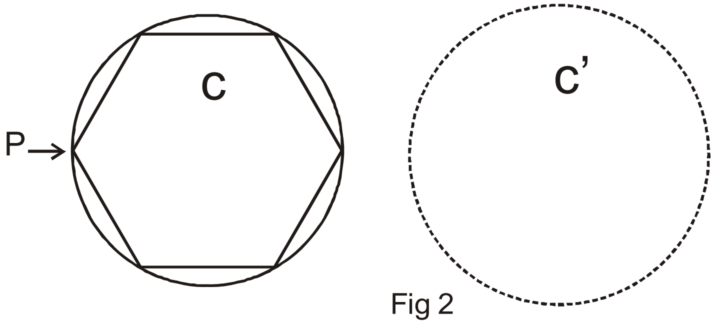


Fig 2

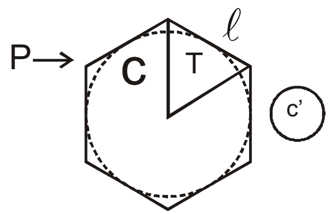


Fig 4

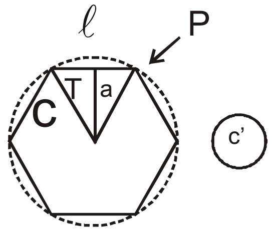


Fig 5

FUENTES: “EL CIENTIFICO CALQUEÑO EUSEBIO CORAZAO”
POR EL DR. ALCIDES F. ESTRADA
CUSCO - 1987. PAG. 43; Y LA REVISTA UNIVERSITARIA 2DO. SEMESTRE 1932

3.- COMENTARIO DEL DOCTOR FEDERICO VILLAREAL

UN DESCUBRIMIENTO GEOMÉTRICO
(De la “Revista de ciencias” de Lima – Año IX, N. 2, 1906)

Con este título se ha publicado en el Cuzco, en el periódico El Sol del 18 de noviembre y 2 de diciembre del año pasado dos artículos por el doctor en ciencias M. Eusebio Corazao, profesor del Colegio Nacional de Ciencias y de la Universidad de esa ciudad, ese descubrimiento consiste, según el citado profesor, en un nuevo teorema de Geometría, que lo enuncia así:
“Todo polígono regular es medio proporcional entre el círculo inscripto en él y su círculo isoperímetro”, después de la demostración deduce en su primer artículo una serie de consecuencias y, en el segundo obtiene otras, partiendo del polígono regular inscripto, concluyendo así: “Si la rectificación de la circunferencia del círculo no es un problema que está fuera del límite de los alcances del entendimiento humano, como hasta el presente parece serlo; si algún día admitiese solución posible, no temo afirmar que esta tendría por base, el teorema que llevo expuesto”.
Halagador es para los que nos dedicamos a las investigaciones matemáticas encontrar de cuando en cuando algo notable, fruto de los desvelos de los que se dedican a la ciencia pura, que cultivan por sí misma y no con el exclusivo objeto de arrancar provecho material a sus aplicaciones, y que atendiendo únicamente a esto descuidan ingratamente las fuentes inagotables del saber, porque no palpan el beneficio inmediato.
El teorema mencionado es exacto y aún más general, porque no es necesario que el polígono sea regular basta que sea circunscriptible a un círculo, en efecto: si en una circunferencia, se toman los puntos que se quieran y se trazan las respectivas tangentes, estas formarán un polígono circunscripto, que solo es regular, cuando los puntos tomados son equidistantes. En el caso general, el área del polígono se mide por la mitad del perímetro por el radio y el cuadrado de esta expresión multiplicada y dividida por el número Pi, se descompone en dos factores: uno el área del círculo inscripto, otro del área del círculo isoperímetro al polígono.
Llamando p el perímetro del polígono circunscripto a un círculo de radio r tenemos para el cuadrado del área.

$$\frac{1}{4}\mathbf{p}^2\mathbf{r}^2 = \pi\ r^2\ \text{x}\ \frac{p^2}{4\pi}$$

El primer factor del segundo miembro es el área en función del radio r del círculo inscripto al polígono y el segundo factor es el área en función de la circunferencia p del círculo isoperímetro al polígono de perímetro p.
Tal es el teorema que ha indicado el señor Corazao.
La teoría general de las figuras isoperímetras no ha sido estudiada todavía para formar un tratado especial correspondiente únicamente a sus propiedades, que parecen ser muchísimas y muy interesantes, ya que una parte de la teoría de ellas, fue tratada en primer lugar por Santiago Bernoulli y ocasionó una gran discusión con su hermano Juan y después de los famosos desarrollos dados por Euler, originó el cálculo de las variaciones descubierto por Lagrange; en seguida se han obtenido multitud de teoremas entre los que citaremos los siguientes, que son elementales.
La figuras isoperímetras aumentan el área que encierran a medida que se regularizan, sea igualando alguno de sus lados, sea igualando sus ángulos, sea aumentando el número de lados, sea igualando la distancia de estos a un punto. Por ejemplo, al área del triángulo escaleno es menor que el área del triángulo isósceles isoperímetro y el área de éste es menor que la del triángulo equilátero isoperímetro. El triángulo tiene menor área que el cuadrilátero isoperímetro, este es menor en área que el pentágono isoperímetro y así

sucesivamente va aumentando el área de las figuras isoperímetras a medida que crece el número de lados. En los cuadriláteros tiene mayor área el isoperímetro de lados respectivamente iguales pero inscriptible en el círculo y el paralelógramo es menor que el rectángulo isoperímetro, el rombo mayor que el paralelógramo de iguales ángulos e isoperímetro; pero el cuadrado tiene mayor área que el rectángulo y que el rombo isoperímetro. Finalmente los polígonos isoperímetros formados con los mismos lados, es mayor el inscriptible; el que tiene lados iguales mayor que el isoperímetro de lados desiguales; el polígono regular mayor que el isoperímetro de lados iguales, pero de ángulos desiguales, por último, el círculo es el que tiene mayor área de todos los polígonos isoperímetros.
Volviendo al teorema enunciado por el doctor Corazao, se tienen dos círculos, el inscripto y el isoperímetro y cada uno de ellos ha sido empleado por los matemáticos para buscar la razón de la circunferencia al diámetro; en efecto, 1º Tomando un polígono circunscripto de perímetro conocido se va calculando el perímetro de los polígonos de doble, cuádruplo, óctuplo......lados circunscriptos al mismo círculo que les sirve de límite mínimo y de esa manera se llega a calcular el valor de esta circunferencia cuyo radio es la apotema conocido de los polígonos. 2º Tomando un polígono de perímetro conocido se van calculando los radios y apotemas de los polígonos isoperímetros de doble, cuádruplo, óctuplo...lados acercándose al círculo isoperímetro que les sirve de límite máximo, de esa manera se llega a calcular el radio cuya circunferencia es el perímetro del polígono conocido.
A pesar de estos métodos conocidos en que el polígono isoperímetro de doble número de lados tiene por apotema la media aritmética del apotema y radio del polígono anterior, y tiene por radio la media geométrica, entre el nuevo apotema y el radio primitivo; es decir, que llamando A el apotema, R el radio de un polígono regular, se tiene para el polígono isoperímetro de doble número de lados el apotema a por la fórmula:

$$2\,a = A + R$$

y para el nuevo radio r la fórmula:

$$\mathbf{r}^2 = \mathbf{aR} = \frac{1}{2}\mathbf{R}\,(\mathbf{A} + \mathrm{R});$$

Sin embargo, de usar los polígonos isoperímetros en todos los trabajos elementales de Geometría, no hemos visto que ninguno se haya fijado que esos polígonos isoperímetros eran medias proporcionales entre el círculo isoperímetro que es una constante y el círculo inscrito que va creciendo, que es una variable, pues solamente se había observado que la diferencia entre los radios y apotemas iba disminuyendo y que llegarían a ser iguales para el círculo isoperímetro obteniendo de esa manera el radio de una circunferencia de magnitud conocida.
Al terminar indicaremos, que la razón de la circunferencia al diámetro, calculada hasta 800 cifras decimales, está demostrado que es un número irracional de segundo orden; es decir, que no es la raíz de ninguna ecuación numérica de coeficientes enteros, como sucede para la razón de la diagonal de un cuadrado a su lado o los lados del cuadrado y triángulo inscriptos, respecto del número pi solamente se le ha expresado por series verdaderamente notables, pero nunca por una fórmula finita real, sino usando las imaginarias, como la debida a Euler, en que la unidad imaginaria elevada a la unidad imaginaria es igual al número e elevado a menos medio pi.
En efecto, tomando el signo general, que expresa algebraicamente la dirección geométrica, tenemos:

$$\mathbf{e}^{\mathrm{x}\boldsymbol{i}} = \cos\ \mathbf{x} + \boldsymbol{i}.\ \mathrm{Sen}\ \mathrm{x}$$

Haciendo $\mathbf{x} = \frac{1}{2}\pi$, y multiplicando por $\boldsymbol{i} = \sqrt{-1}$, resulta:

$$\mathbf{e}^{-\frac{1}{2}\pi} = \left(\sqrt{-1}\right)^{\sqrt{-1}} \quad (*)$$

Tomando los logaritmos:

$\pi = -2\sqrt{-1}\ .\ \log\sqrt{-1}$

Pero tenemos en general:

$$\mathbf{Log}\frac{1+\mathbf{x}}{1+\mathbf{x}} = 2\left\{\mathbf{x} + \frac{\mathbf{x}^3}{3} + \frac{\mathbf{x}^5}{5} + \frac{\mathbf{x}^7}{7} + \ldots\right\}$$

Haciendo pues:

$$\frac{1+\mathbf{x}}{1+\mathbf{x}} = \sqrt{-1}$$

sacamos que $x = \sqrt{-1}$ luego:

$$\log\sqrt{-1} = \sqrt{-1}\left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \ldots\right)$$

y por consiguiente:

$$\pi = 4\left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13} - \ldots\right)$$

Fórmula conocida del valor de π.

Hemos entrado en estos detalles, para hacer notar los inmensos trabajos sobre este asunto y que no hemos visto entre ellos el teorema que señala el doctor Corazao.

Federico Villareal.

(*) Nota: en el texto debía decir: haciendo $\mathbf{x} = \frac{1}{2}\pi$ y elevando ambos miembros de la ecuación a la potencia $\boldsymbol{i}$. En tal caso el proceso es el que sigue:

$$\mathbf{e}^{(\mathbf{x}\boldsymbol{i})\boldsymbol{i}} = (\cos\ \mathbf{x}\ +\ \boldsymbol{i}.\ \mathrm{Sen}\ x)^{\boldsymbol{i}}$$

$$\mathbf{e}^{\frac{\pi}{2}\boldsymbol{i}^2} = \left(\cos\ \frac{\pi}{2}\ +\ \boldsymbol{i}.\ \mathrm{Sen}\ \frac{\pi}{2}\right)^{\boldsymbol{i}};$$

como $\boldsymbol{i}^2 = -1$; $\boldsymbol{cos}\frac{\pi}{\boldsymbol{2}} = 0$ y $\boldsymbol{sen}\frac{\pi}{\boldsymbol{2}} = 1$ entonces:

$$\mathbf{e}^{-\frac{1}{2}\pi} = \boldsymbol{i}^{\boldsymbol{i}} = \left(\sqrt{-1}\right)^{\sqrt{-1}}$$ (Nota aclaratoria de J.A.G.S.)

4.- INTERPRETACIÓN GRÁFICA DEL TEOREMA DE CORAZAO:

DESARROLLADO POR EL AUTOR INGº. JULIO A. GUTIÉRREZ SAMANEZ Y PUBLICADO EN CUSCO 2003)

TRIBUTO AL MAESTRO CORAZAO

7.1.- RELACIÓN ENTRE LOS TEOREMAS DE CORAZAO Y EL PROBLEMA DE LA RECTIFICACION DE LA CIRCUNFE-RENCIA.

En la relación de un círculo de r = 1 y el cuadrado que le circunscribe tenemos los datos siguientes:

Circulo Inscrito Polígono Círculo Isoperímetro

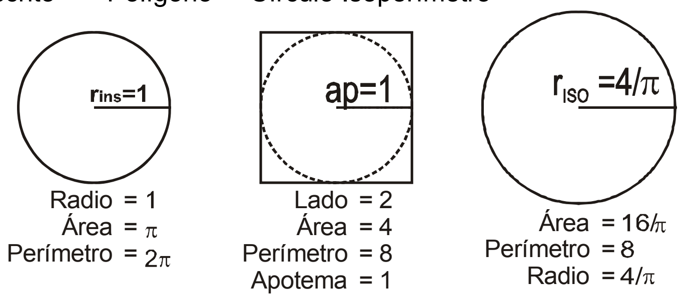


Fig. 2.7

Según el teorema del Dr. Corazao, el área del círculo isoperímetro del cuadrado, será, el cuarto termino de la proporción:

$\pi : 4 = 4 : ?$; $\frac{\pi}{4} = \frac{4}{?}$

El cuarto término será = $\frac{4x4}{\pi} = \frac{16}{\pi}$

Que es el valor del área del círculo isoperímetro al polígono (cuadrado) lo que se prueba del modo siguiente:

Perímetro = 8 = $2\pi\, r_{iso}$ $r_{iso} = 4/\pi$

Área del círculo isoperímetro = $\pi\,(r_{iso})^2 = \pi\left(\frac{4}{\pi}\right)^2 = \frac{(\pi)(16)}{\pi^2} = \frac{16}{\pi}$

entonces $\frac{\pi}{4} = \frac{4}{\frac{16}{\pi}}$, es decir se cumple que: "El área del polígono es medio proporcional entre el círculo isoperímetro y su círculo inscrito". (Teorema de Corazao).

HALLANDO ESA "COMBINACIÓN GEOMÉTRICA FELIZ" QUE BUSCABA CORAZAO.

Dividiendo entre π la proporción anterior, el Dr. Corazao halló el número $16/\pi^2$ que es la relación del área del círculo isoperímetro al número π, e intuyó que, de construirse geométricamente esta expresión, **"por alguna combinación feliz"..."quedaría hallado el círculo isoperímetro al cuadrado (de perímetro 8) es decir, conseguida la rectificación de una circunferencia".**
Así:

$$\frac{\pi}{\pi} : \frac{4}{\pi} = \frac{4}{\pi} : \frac{16}{\pi^2}$$

$$1 : \frac{4}{\pi} = \frac{4}{\pi} : \frac{16}{\pi^2}$$

Relación de proporcionalidad que enunciamos como un nuevo Teorema:
Teorema: "El radio de un círculo isoperímetro de un cuadrado (4/π), es medio proporcional entre la unidad y el cuadrado de dicho radio del circulo isoperímetro o la relación entre el área del círculo isoperímetro (16/π) al área del círculo inscrito al polígono (cuadrado) (π)".
Para generalizar el teorema para cualquier cuadrado se multiplicara por el valor del apotema y la relación quedara así:

$$ap : \frac{4\ ap}{\pi} = \frac{4\ ap}{\pi} : \frac{16\ ap}{\pi^2}$$

Aplicando nuestro método grafico basado en el Teorema de la altura del triángulo rectángulo que es media proporcional entre las proyecciones de sus catetos sobre la hipotenusa y teniendo el valor aproximado de π podemos encontrar gráficamente los valores de $16/\pi$ y $16/\pi^2$ en las Figs. 2.8 y 2.9 con estos valores dibujamos la Fig. 2.10, trazando la función $Y=4/\pi\ X$, en el punto $(\pi,4)$, automáticamente, aún sin saber los valores numéricos, la imagen de X=1 en Y será $4/\pi$ y la imagen de $X=4/\pi$ en Y será, obviamente, $16/\pi^2$:

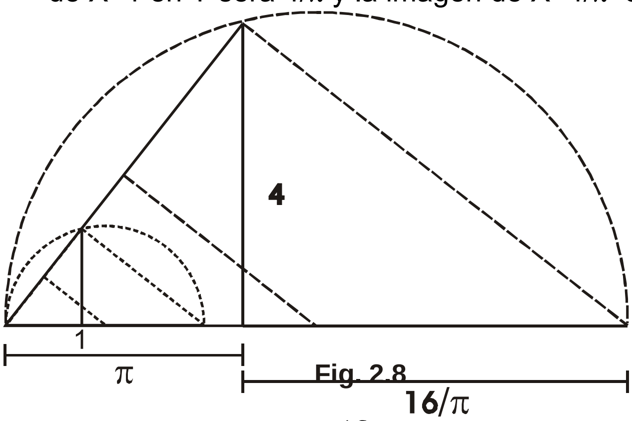


Fig. 2.8

$$\pi : 4 = 4 : \frac{16}{\pi}$$

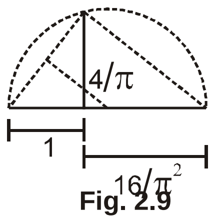


Fig. 2.9

$$1 : \frac{4}{\pi} = \frac{4}{\pi} : \frac{16}{\pi^2}$$

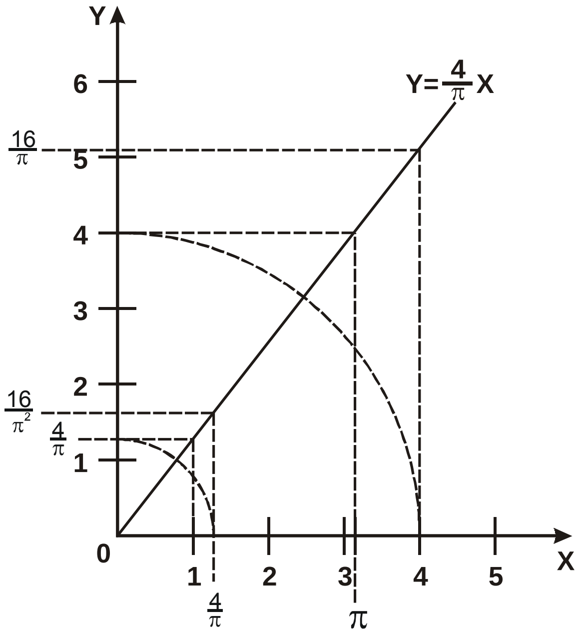


Fig. 2.10

Al construir este gráfico muestro descubierta la **"combinación feliz"** que buscaba el Doctor Corazao hace cien años; por esta razón he convenido en llamar a su valor:

número de Corazao = $\frac{16}{\pi^2}$ = 1.621 que analíticamente resulta de las siguientes relaciones:

$$\frac{\text{Área del círculo isoperímetro del cuadrado}}{\text{Área del círculo inscrito en el cuadrado Isoperímetro.}} = \frac{\frac{16}{\pi}}{\pi} = \frac{16}{\pi^2} = 1.621$$

$$\frac{\text{Área del círculo isoperímetro}}{\text{Área del círculo inscrito}} = \frac{\pi(\mathbf{r_{iso}})^2}{\pi(\mathbf{r_{ins}})^2} = \frac{\pi(4/\pi)^2}{\pi(1)} = (1.2732)^2 = 1.621$$

El numero de Corazao relaciona los cuadrados de los radios isoperímetro e inscrito.
La relación incógnita del Dr. Eusebio Corazao ($16/\pi$: $\pi = 16/\pi^2$) es, como vimos, la razón entre el área del círculo isoperímetro del polígono (cuadrado en este caso) al área del círculo inscrito al polígono y es igual al cuadrado del radio del círculo isoperímetro, pues es la razón entre los cuadrados de los radios del círculo isoperímetro y el círculo inscrito.

$(\mathbf{radio_{iso}})^2 = \frac{16}{\pi^2}(\mathbf{r_{ins}})^2$ Sacando la raíz cuadrada tenemos la expresión:

$$\mathbf{r_{iso}} = \frac{4}{\pi}\mathbf{r_{ins}}$$

Generalizando, $r_{iso} = K\ r_{ins}$; donde k es el inverso de la constante de proporcionalidad que he llamado de Gutiérrez Samanez (Nº de G.S.), que es diferente para cada polígono.
En el caso del cuadrado, si el radio inscrito = 1, entonces:

$\mathbf{K} = \frac{4}{\pi}$ y la ecuación es: $\mathbf{r_{iso}} = \frac{4}{\pi} r_{ins}$.

Expresando en coordenadas cartesianas será: $\mathbf{Y} = \frac{4}{\pi}\mathbf{X}$

$4/\pi$ = 1.2732, es el inverso de la constante de proporcionalidad (GS) entre los radios de los círculos isoperímetros en función de los radios de los círculos inscritos.

Tabulando.

r_{ins}	1	2	3	π	4
r_{iso}	$4/\pi$	$8/\pi$	$12/\pi$	4	$16/\pi$

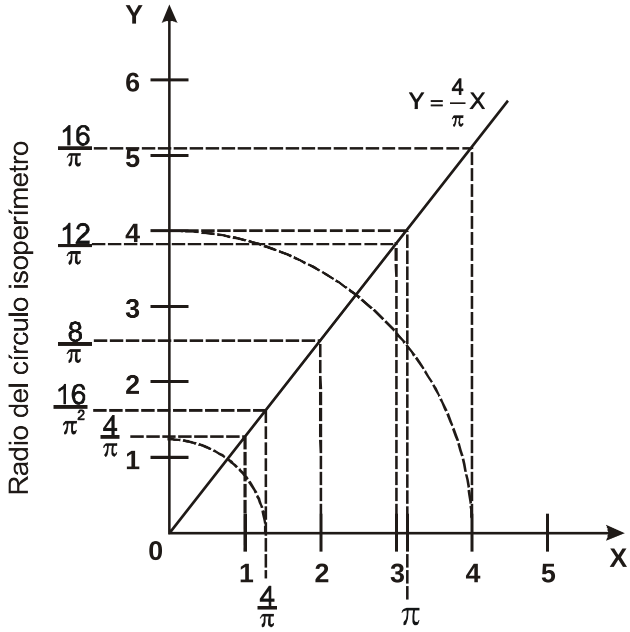


Fig. 2.11

5.- EL TEOREMA DE CORAZAO Y LA RECTIFICACIÓN DE LA CIRCUNFERENCIA

5.1.- TEOREMA DE CORAZAO EXPRESADO COMO FUNCIÓN:

“Si la relación constante entre el radio de cierto círculo y el radio de otro círculo inscrito en un polígono cuadrado es $4/\pi$, entonces, el polígono cuadrado y el primer círculo son isoperímetros”.

Esto da lugar a otra forma de expresar el teorema de Corazao para nuestro caso:

TEOREMA:

“La razón entre el área de un polígono regular de n lados al área de su circulo inscrito, es medio proporcional entre la unidad y la razón entre el área del círculo isoperímetro del polígono al área del círculo inscrito en dicho polígono”.

$$\frac{1}{\dfrac{\text{Área del polígono de n lados}}{\text{Área del círculo inscrito}}} = \frac{\dfrac{\text{Área del polígono de n lados}}{\text{Área del círculo inscrito}}}{\dfrac{\text{Área del círculo isoperímetro de } P_1}{\text{Área del círculo inscrito}}}$$

Lo que analíticamente ocurre, si el radio del círculo inscrito o apotema del polígono fuera la unidad:

$\dfrac{1}{\dfrac{4}{\pi}} = \dfrac{\dfrac{4}{\pi}}{\dfrac{16}{\dfrac{\pi}{\pi}}}$, donde $\dfrac{16}{\pi}$ es el valor del área del círculo isoperímetro buscado

Para la generalización del teorema para todo polígono regular de n lados, con apotema o radio del círculo inscrito diferente de la unidad, multiplicamos toda la expresión por el valor del apotema, así:.

$$\frac{ap}{\dfrac{\text{Área del polígono de n lados}}{\text{Área del círculo inscrito}}(ap)} = \frac{\dfrac{\text{Área del polígono de n lados}}{\text{Área del círculo inscrito}}(ap)}{\dfrac{\text{Área del círculo isoperímetro de } P_1}{\text{Área del círculo inscrito}}(ap)}$$

De donde resulta que el área del círculo isoperímetro es:

$$\text{Área del círculo isoperímetro} = \frac{(\text{Área del polígono de n lados})^2}{\text{Área del círculo inscrito}}$$

De esta relación se deduce que, si el apotema o radio del círculo inscrito es igual a 1, el área del círculo isoperímetro será igual a $16/\pi= 5.0929$. (Fig. 2.7)

Hallada geométricamente este magnitud, aún sin conocer su valor numérico, y tomándola con el compás de la Fig. (2.8) es fácil encontrar el radio isoperímetro, $\dfrac{4}{\pi}$ usando las Figs. (2.9 y 2.10) y, con el valor obtenido, se traza la circunferencia isoperímetra del cuadrado de perímetro 8, con lo que se resuelve el problema.

Área del círculo isoperímetro $16/\pi= 5.0929$.

Radio del círculo isoperímetro $\mathbf{r_{iso}} = \sqrt{\dfrac{16}{\pi^2}} = \dfrac{4}{\pi} = 1.2732$

Perímetro de la circunferencia isoperímetra.

$$\mathbf{C} = 2\pi\mathbf{r_{iso}} = 2\pi\mathbf{x}\frac{4}{\pi} = 8$$

DATOS DEL PROBLEMA DE CORAZAO				
	RADIO	**LADO**	**AREA**	**PERIMETRO**
Círculo Inscrito en el cuadrado	1		(a) = π	2π
Polígono cuadrado		2	(b) = 4	8
Círculo isoperímetro del cuadrado	$4/\pi$		(c) = $16/\pi$	8

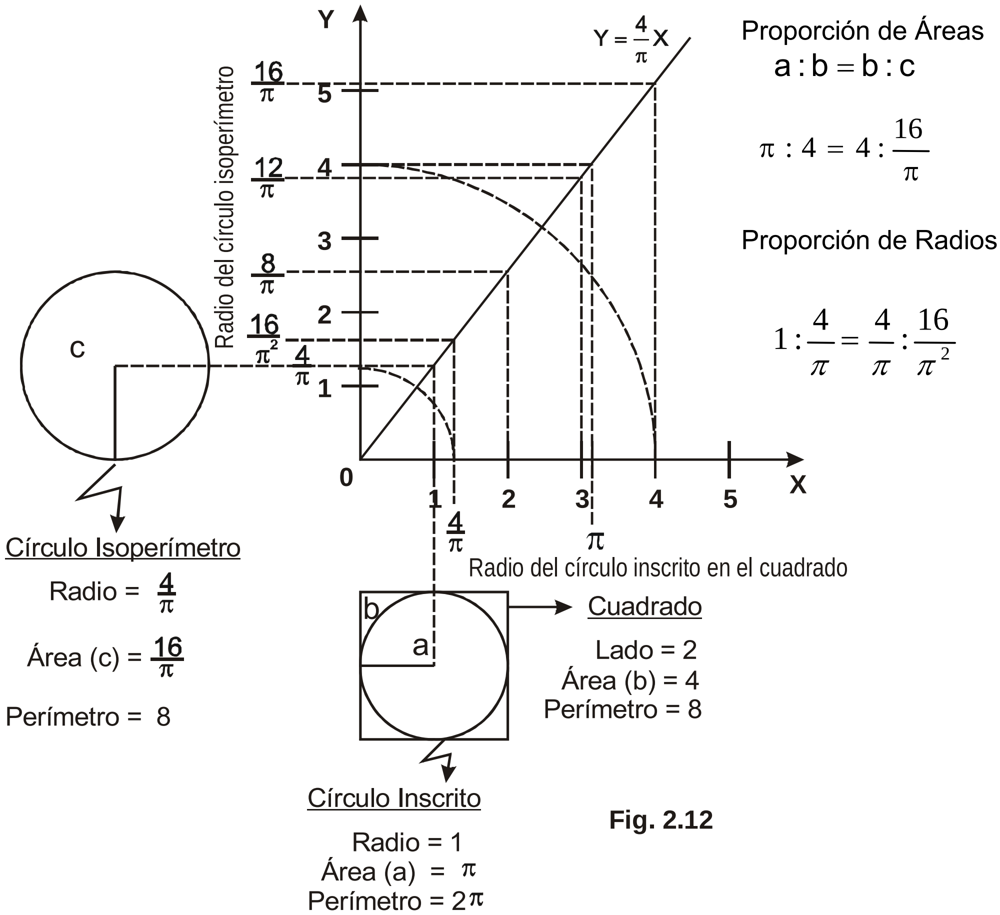
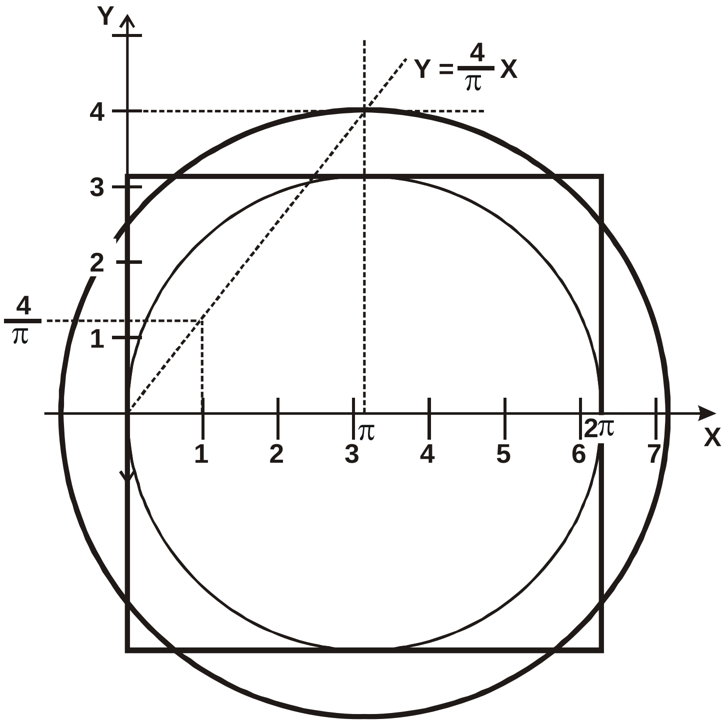


Fig. 2.12

5.2.- DIBUJO SIMPLIFICADO DE LA RECTIFICACIÓN DE LA CIRCUNFERENCIA CON EL TEOREMA DE CORAZAO

A un círculo de radio π, se circunscribe un cuadrado de lado 2π.
Desde el origen (0,0) pasando por el punto (π, 4) se traza la función lineal oblicua Y= $4/\pi$ X.
Cuando X = π, el valor de Y, (radio de la circunferencia isoperímetra del cuadrado), será igual a 4.
Se cumple que el área del cuadrado es medio proporcional entre el área del círculo inscrito en él y el área de su círculo isoperímetro.



(Fig. 2.13)

6.- REFERENCIAS.

BIBLIOGRAFIA Y DOCUMENTACION

1.-“La Cuadratura del Círculo. ¡Sí, es posible!”, Ing. Julio Antonio Gutiérrez Samanez, Cusco –Perú, 2005, (ISBN: 9972-33.239.X)

2.- http://www.monografias.com/trabajos14/letrapi/letrapi.shtml) del Dr. Juan Saba Salas.

4.- “Matemáticas” de D. Bergamini (Libros Time. USA, 1969)

5.- “Geometría” de J. E. Thompson, Uteha, México 1961,

6.- “Las grandes corrientes del pensamiento matemático” de Francois Le Lionnais (Eudeba, Argentina 1965).

7.- “Diccionario de la Ciencia y Tecnología” Ed. Planeta, España, 2001.

Nota.- El Dr. **Eusebio Corazao** Quintanilla, publicó en 1905 el teorema siguiente:

“Todo polígono regular en medio proporcional entre el círculo inscrito en él y su círculo isoperímetro”, con lo que facilitó la solución del problema de la Rectificación de la Circunferencia.

AGRADECIMIENTOS

-Al Diseñador Gráfico Rigoberto Condori.

TRABAJO REALIZADO POR:

Julio Antonio Gutiérrez Samanez

(Ingeniero Químico, nacido en Cusco, 1955, escritor, investigador, ceramista y consultor en diseño de productos artesanales. Es, también, dibujante técnico y artista plástico profesional)

jgutierrezsamanez@yahoo.com

kutiry@hotmail.com

www.kutiry.com

LINKS.

www.monografias.com/trabajos36/cuadratura-circulo/cuadratura-circulo2.shtml

www.monografias.com/trabajos34/graficando-numero-pi/graficando-numero-pi.shtml

www.monografias.com/Matematicas/more2.shtml
www.monografias.com/trabajos36/cuadratura-circulo/cuadratura-circulo.shtml
www.harras.be/hvar/kutiry/
www.monografias.com/New/2006-07-27.shtml

Cusco, Perú
Abril 2006
Revisión 12 de enero 2007.