

ALGUNAS CONSIDERACIONES SOBRE LA RAÍZ CUADRADA Y LOS NÚMEROS PRIMOS

RAMON FREYTEZ OLIVEROS

Ingeniero de Sistemas

cesarfreytez@gmail.com

Twitter: @codigo_aligheri

Sanare. Estado Lara. Venezuela.

08/07/2015.

“No creo que sea totalmente inútil plantear aquellas proposiciones que son muy probables aunque falte una verdadera demostración, pues aún cuando se descubra que son incorrectas, pueden conducir al descubrimiento de una nueva verdad.”

Christian Goldbach, 1742 en carta a Leonhard Euler.

RESUMEN

Una pequeña investigación sobre la raíz cuadrada como concepto fundamental dentro del ejercicio y el papel de los matemáticos, abordar los procesos dirigidos a posicionar el conocimiento para su uso social dentro de una concepción matemática que aproveche la variación y el cambio. Una explicación más sencilla para abordar las funciones notables o trascendentes. La función raíz cuadrada además de incluir la operación inversa de elevar al cuadrado un número siendo una construcción real positiva define el concepto de raíz aritmética, más allá, especifica sobre un plano una gráfica que se ajusta al concepto estricto de función. Históricamente apareció en la geometría de los babilonios y bajo el estudio de la recta, de triángulos y rectángulos ya sabían calcular raíces cuadradas que más tarde los griegos apuntalarían en la escuela de Pitágoras, ya en el uso y desarrollo

de ecuaciones cuadráticas. El presente ensayo incluye enunciados, demostraciones y curiosidades propias de los números primos relacionados con el mundo de la raíz cuadrada como complemento al trabajo publicado en el portal web “monografías.com” sobre “Orden total en el conjunto de los números enteros”.

PALABRAS CLAVES: Raíz cuadrada, numero primo, función, aritmética, valor absoluto, múltiplo, paradoja fuerte de Goldbach, descomposición factorial, cuadrado perfecto

ABSTRACT

This is a little research on the square root as a fundamental concept in the exercise and the role of mathematicians, addressing processes to position the knowledge to social use within a mathematical concept that leverages the variation and change. A simpler explanation for the remarkable address or transcendental functions. The square root function also include inverse of squaring numbers being a real positive construction defines arithmetic root, beyond specifies a graph on a plane that fits the narrow concept of function. Historically appeared on the geometry of the Babylonians and under the study of the line, triangles and rectangles already knew calculate square roots later the Greeks would be backed in the school of Pythagoras, and in the use and development of quadratic equations. This essay includes statements, demonstrations and own curiosities of primes related to the world of the square root complementing work published on the web portal "monografías.com" on "Order Total in the set of integers".

KEYWORDS: Square root, prime number, function, arithmetic, absolute value, multiple, strong paradox Goldbach, factorization, perfect square.

1. INTRODUCCIÓN

El uso de las nuevas tecnologías en la enseñanza de las matemáticas impone un ritmo un poco acelerado en los métodos de aprendizaje, a la par de la innovación se debe mezclar la calidad y el sustento de la experiencia con efectos que sean realmente permanentes para quienes aprenden las ciencias de los números. El complejo manejo de ciertos elementos del cálculo matemático conlleva a perfeccionar los niveles del tecnicismo y adaptarlos a las etapas a partir de concepciones bien claras y lo más sencillas posibles.

La presente exposición de formas curiosas en el comportamiento y las variaciones de los números primos permitirán a otros investigadores innovar métodos en la búsqueda y el atrevimiento en la demostración de los grandes problemas y paradojas en muchos órdenes y disciplinas.

La sucesión de números naturales que al parecer no tuviesen un orden aparente y cuya frecuencia disminuye a medida que se avanza en la sucesión es una característica aparente de los números primos, ya en épocas remotas prolíficos matemáticos han abordado interesantes paradojas, enunciados y demostraciones; desde Euclides, Mersenne, Fermat, Pascal, Euler, Goldbach, Legendre, Cantor, Schnirelmann, Vinagodrov, Jingrun, *Brocard*, *Cramer*, Gauss, Dirichlet, Chebyshev, Riemann, Hadamard, Vallée-Poussin, Hardy, Littlewood, Ramanujan y tantos más; todos en cada lugar y tiempo han otorgado una contribución interesante en la teoría numérica.

2. MATERIALES Y METODOS

La teoría de números y las diferentes propiedades de las raíces en perfecta armonía con la aritmética aportan el conocimiento para desarrollar importantes iniciativas que comprometen a seguir profundizando en el mundo de las heterogéneas relaciones en el conjunto de los números primos.

3. RESULTADOS

Números y raíces cuadradas exactas:

Enunciado 1. Sean cuatro números consecutivos **$a < b < c < d$** ; $a, b, c, d \in \mathbb{N}$ y $a, b, c, d \neq 0$; tal que $b \cdot c - 1 = a \cdot d + 1$; se cumple:

$$\sqrt{a \cdot b \cdot c \cdot d + 1} = |b \cdot c - 1|$$

Demostración.

$$\text{Sea } b \cdot c - 1 = a \cdot d + 1 \quad (\text{por hipótesis})$$

$$(b \cdot c - 1)b \cdot c = (a \cdot d + 1)b \cdot c \quad (\text{multiplicamos por el factor } b \cdot c > 0 \text{ a ambos lados de la ecuación})$$

$$b \cdot c \cdot b \cdot c - b \cdot c = a \cdot d \cdot b \cdot c + b \cdot c \quad (\text{por propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la suma de naturales})$$

$$b^2 \cdot c^2 - b \cdot c - b \cdot c = a \cdot b \cdot c \cdot d \quad (\text{por propiedad asociativa de la suma de naturales})$$

$$b^2 \cdot c^2 - 2b \cdot c + 1 = a \cdot b \cdot c \cdot d + 1 \quad (\text{sumamos 1 en ambos miembros de la ecuación})$$

$$(b \cdot c)^2 - 2b \cdot c + 1 = a \cdot b \cdot c \cdot d + 1 \quad (\text{potenciación en naturales})$$

$$(b \cdot c - 1)^2 = a \cdot b \cdot c \cdot d + 1 \quad (\text{por producto notable, trinomio cuadrado perfecto})$$

$$\sqrt{(b \cdot c - 1)^2} = \sqrt{a \cdot b \cdot c \cdot d + 1} \quad (\text{introducimos ambos miembros de la ecuación en una raíz cuadrada})$$

$$|b \cdot c - 1| = \sqrt{a \cdot b \cdot c \cdot d + 1} \quad (\text{por propiedad de valor absoluto})$$

Lo que reproduce la tesis del enunciado.

Ejemplo:

$$a=2, b=3, c=4, d=5$$

$$\sqrt{a \cdot b \cdot c \cdot d + 1} = |b \cdot c - 1|$$

$$\sqrt{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 + 1} = \sqrt{120 + 1} = \sqrt{121} = 11$$

$$3 \cdot 4 - 1 = 12 - 1 = 11$$

Conclusión.

Del Enunciado 1. se desprende que:

Enunciado 1.1. Sean cuatro números consecutivos múltiplos de dos, **$a < b < c < d$** ; $a, b, c, d \in \mathbb{N}$ y $a, b, c, d \neq 0$; existe un número $k \in \mathbb{N}$ más próximo al cuadrado perfecto, tal que

$$\sqrt{a \cdot b \cdot c \cdot d + 2^4} = b \cdot d - \sqrt{2^4}$$

Enunciado 1.2. Sean cuatro números consecutivos, múltiplos de tres **$a < b < c < d$** ; $a, b, c, d \in \mathbb{N}$ y $a, b, c, d \neq 0$; existe un número $k \in \mathbb{N}$ más próximo al cuadrado perfecto, tal que:

$$\sqrt{a \cdot b \cdot c \cdot d + 3^4} = b \cdot d - \sqrt{3^4}$$

Por tanto:

Enunciado 2. Sean cuatro números consecutivos, múltiplos de cualquier primo **$a < b < c < d$** ; $a, b, c, d \in \mathbb{N}$ y $a, b, c, d \neq 0$; existe un número $k \in \mathbb{N}$ más próximo al cuadrado perfecto, tal que:

$$\sqrt{a \cdot b \cdot c \cdot d + k^4} = b \cdot d - \sqrt{k^4}$$

Enunciado 3. Sean dos números primos consecutivos y mayores que dos **$a < b$** ; $a, b \in \mathbb{N}$; existe un número $k \in \mathbb{N}$ más próximo al cuadrado perfecto, tal que:

$$\sqrt{a \cdot b + k^2} = \frac{a+b}{2}$$

Ejemplo:

$$a=919$$

$$b=929$$

$$\sqrt{919 \cdot 929 + 5^2} = \sqrt{853751 + 25} = \sqrt{853776} = (919+929) / 2 = 1848/2 = 924$$

Enunciado 4. Sean cinco números naturales consecutivos $a, b, c, d, e \in \mathbb{N}$,
 $a, b, c, d, e \neq 0$; se cumple que:

$$a \cdot e + 3 = b \cdot d$$

Ejemplo:

Sean $a=1, b=2, c=3, d=4, e=5$

$$1 \cdot 5 + 3 = 2 \cdot 4$$

$$5 + 3 = 8$$

Dentro de la paradoja de Goldbach se puede considerar el siguiente planteamiento:

Si tenemos dos primos p_1 y p_2 cuya suma nos da un número par se cumple:

$\sqrt{p_1 \cdot p_2 + k^2} = p_1 + p_2$, donde k es un número natural que completa la suma más próxima al cuadrado perfecto.

Ejemplo:

- Sea $p_1 = 3$ y $p_2 = 13$

$$\sqrt{p_1 \cdot p_2 + k^2} = p_1 + p_2$$

$$\sqrt{3 \cdot 13 + 5^2} = 2\sqrt{39 + 25} = 2\sqrt{64} = 2 \cdot 8 = 3 + 13 = 16$$

- Sea $p_1 = 13$ y $p_2 = 13$

$$\sqrt{13 \cdot 13 + 0^2} = 2\sqrt{169} = 2 \cdot 13 = 13 + 13 = 26$$

Curiosidades:

Paradoja1:

$$\sqrt{4 \cdot 5 \cdot 6 + 456} = \sqrt{120 + 456} = \sqrt{576} = 24 \text{ la relación entre las cifras es única.}$$

Descomposición factorial de 120 y 456:

$$120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$$

$$456 = 2^3 \cdot 3 \cdot 19$$

El Máximo Común Divisor $\text{MCD}(120, 456) = 2^3 \cdot 3 = 24$, el cual coincide con la raíz cuadrada planteada de la paradoja.

Paradoja2:

$\sqrt{777 + 7} = \sqrt{784} = 28$ la secuencia del número 7 es única y su raíz cuadrada es un número perfecto.

Paradoja3:

Dado un número natural par, cualquiera mayor que 8, se puede conseguir al menos una pareja de primos que cumpla con la conjetura fuerte de Goldbach si :

- Se descompone el número dado en sus factores primos.
- Se resta la columna izquierda menos la columna derecha de factores. Se descompone nuevamente el resultado adquirido.
- En el caso de los pares terminados en cero, se le suma 5, se descompone factorialmente y se toma el último factor a la izquierda, que se constituye en uno de los primos buscados.
- El otro primo lo obtenemos, restando el número dado menos el encontrado en el paso anterior. En el caso de presentarse que este último número no sea primo le aplicamos el procedimiento de factorización y tomamos el último factor primo conseguido (ver ejemplo3).

Ejemplo1:

Sea $n=12$

Numero	Factores primos
12	2
6	2
3	3
1	
$12+6=18$	$2+2=4$
$18-4=14$	
Descomponemos 14	
14	2

7	7
1	

7 se constituye en uno de los primos buscados, el otro primo lo obtenemos de la resta del número dado $12-7=5$; el par Goldbach buscado es (5,7).

Ejemplo2:

Sea $n=30$

Como este número es un par terminado en cero, le sumamos 5, ahora $n=35$

Numero	Factores primos
35	5
7	7
1	

7 es uno de los primos buscado $7+23=30$; el par Goldbach obtenido es (7,23)

Ejemplo3:

Sea $n=20$

Como este número es un par terminado en cero, le sumamos 5, ahora $n=25$

Numero	Factores primos
25	5
5	5
1	

5 sería en todo caso el primo buscado, sin embargo $5+15=20$, por tanto 15 no es primo, ahora factorizamos a 15:

Numero	Factores primos
15	5
3	3
1	

3 es el primo buscado y su pareja es 17; $3+17=20$, el par Goldbach obtenido es (3,17).

Ejemplo4:

Sea $n=500$

Es un par terminado en cero, le sumamos 5, ahora $n=505$

Numero	Factores primos
505	5
101	101
1	

101 sería en todo caso uno de los primos, pero $101+399=500$, luego 399 no es primo, ahora factorizamos a 399:

Numero	Factores primos
399	3
133	7
19	19
1	

$19+481=500$, pero 481 no es primo.

Finalmente descomponemos a 481:

Numero	Factores primos
481	<i>13</i>
37	37
1	

$37+463=500$, 463 es primo; la pareja Goldbach es (37,463)

Paradoja4:

Hay números primos que tienen un comportamiento de acuerdo al contenido de sus cifras (la inversión de sus cifras terminales) con relación a su cuadrado perfecto más cercano.

$$\sqrt{p_1 \cdot p_{2+k^2}} = (p_1 + p_2) / 2$$

Ejemplos:

$$\sqrt{113.131 + 81} = \sqrt{14803 + 3^4} = 122$$

$$\sqrt{313.331 + 81} = \sqrt{103603 + 3^4} = 322$$

$$\sqrt{613.631 + 1296} = \sqrt{386803 + 3^4} = \sqrt{386884} = 622$$

$$\sqrt{619.691 + 1296} = \sqrt{427729 + (2.3)^4} = \sqrt{429025} = 655$$

$$\sqrt{919.991 + 1296} = \sqrt{910729 + (2.3)^4} = \sqrt{912025} = 955$$

4. DISCUSION

El inmenso potencial matemático que se recoge en el mundo actual para un siglo que apenas comienza pretende facilitar el camino de otras disciplinas que cuentan con esta laboriosa herramienta. La comprensión de modelos sistemáticos que apuntan a la facilitación de las actividades humanas, la recreación y la educación con la finalidad de volver más productiva en tiempo y cultura, es quizás el

elemento coadyuvante que motiva a los investigadores a profundizar en las diferentes investigaciones. Motiva en sí, las coincidencias y las curiosidades del ámbito numérico y de acuerdo a estas inquietantes causalidades se van encontrando leyes que enriquecen esta fabulosa ciencia. Se impone este complemento como aporte a la exposición pasada referente al Conjunto de los Números Primos y en general al Conjunto de los Números enteros como propuesta para seguir profundizando en ellas.

5. REFERENCIAS

1.- DOMINIO DE FUNCIONES CON RAIZ CUADRADA

http://mattec.matedu.cinvestav.mx/el_calculo/data/docs/Guajardo.pdf

2.-LAS RAICES CUADRADAS EN LA ANTIGUA BABILONIA

<http://www.ejournal.unam.mx/cns/no86/CNS086000003.pdf>

3.-RAICES CUADRADAS EN CUERPOS PRIMOS DE CARACTERISTICAS P

http://dmle.cindoc.csic.es/pdf/GACETAMATEMATICA_1968_20_5-6_05.pdf

4,-SOBRE RAICES Y RADICALES. EFECTO DE DOS CULTURAS DE ENSEÑANZAS (ESPAÑA-RUMANIA)

<http://www.uv.es/gomez/25Sobreraiquesyradicales.pdf>