

Rotación y Traslación

Agustín Garrido

agugarrido@hotmail.com

Síntesis

El tema del trabajo a tratar es rotación y traslación. Para hacer esta experiencia se necesitó de diversos elementos tecnológicos como una polea inteligente y un software necesario para plasmar diversos gráficos de la experiencia. Se analizaron tres casos diferentes variando las masas y la distribución de las pesas. Después de los correspondientes análisis se pudo saber que el momento de inercia depende de la distribución de las masas y la masa es independiente en sí.

Objetivos:

Los objetivos del trabajo son obtener el momento de inercia de un cuerpo rígido, estudiar la influencia de la masa colgante en las aceleraciones, estudiar la influencia de los cambios de la distribución de las masas en el momento de inercia y en las aceleraciones lineal y angular y determinar el momento de fuerza de rozamiento, que actúa sobre un cuerpo rígido en rotación.

Materiales

Durante toda la experiencia utilizamos: una cinta métrica, un volante, pesas, una polea inteligente, una cuerda de nylon inextensible, un calibre, una computadora con el Software "Science Workshop" e Interfaz.

Introducción:

Para comprender este trabajo es necesario saber algunos elementos teóricos.

Si en el sistema actúan fuerzas no conservativas, como en nuestro caso la fuerza de rozamiento, podemos calcularla utilizando la siguiente ecuación: $AEm = Lfnc$.

Para realizar más adelante un diagrama de cuerpo libre, es necesario tener en cuenta la siguiente ley de Newton: $\Sigma F = m \cdot a$

$$Mf = F \cdot d$$

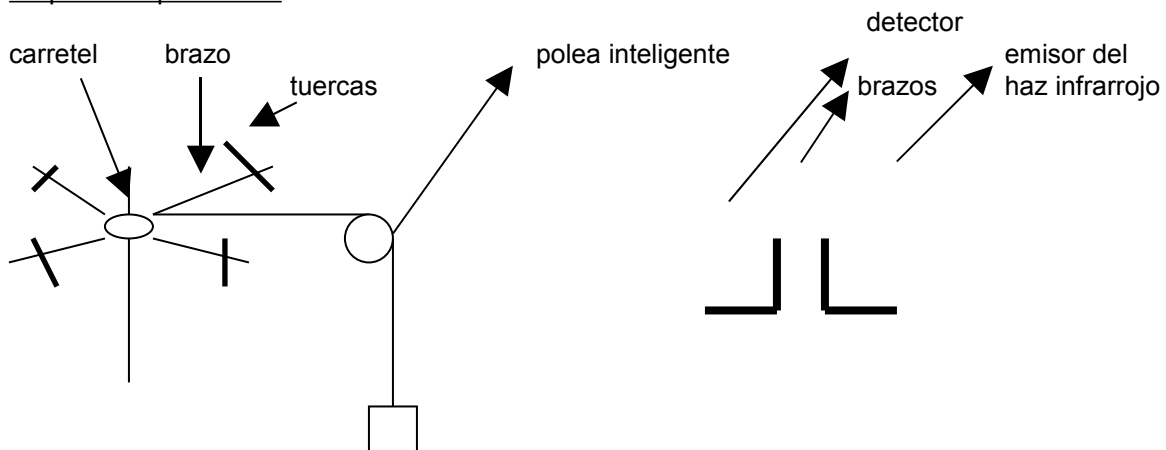
Donde Mf es el momento de fuerza, f es la fuerza y d el brazo del momento.

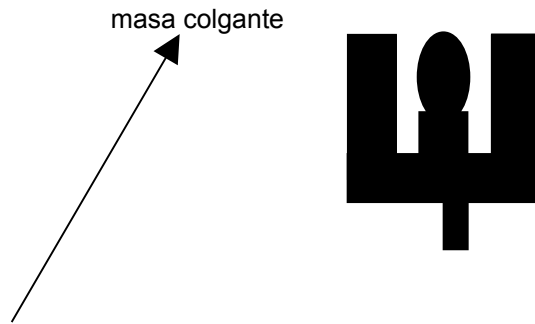
$$Lfr = - \|M fr\| \cdot \alpha$$

Lfr es el trabajo de la fuerza de rozamiento, Mfr el momento de la fuerza de rozamiento y α la aceleración angular

$$\alpha = 2 \cdot n \cdot \pi \quad \text{donde } \alpha \text{ es la aceleración angular y } n \text{ el número de vueltas}$$

Esquema experimental





Esquema del sistema estudiar

Polea inteligente

Para el desarrollo de este trabajo práctico, fue menester el empleo de un inerciómetro, al cual le calculamos el diámetro utilizando un calibre o vernier, y a ese resultado lo dividimos por dos para obtener el radio. El inerciómetro es un instrumento compuesto por cuatro varillas puestas sobre un eje que gira libremente. Sobre las cuatros varillas, existen masas de igual peso (las que llamaremos a partir de ahora “tuercas”), cuya distancia al centro del volante puede ser modificada. En el eje se encuentra un carretel en donde se enrolla un hilo de nylon (que es inextensible), el cual esta sujeto (en uno de sus extremos) en el eje y el otro extremo al brazo (elemento del cual se colgarán distintas pesas de distintos pesos a lo largo del trabajo práctico).

Hace falta recordar que a este sistema se le asocia un dispositivo de alta tecnología denominado “polea inteligente”. Este dispositivo esta compuesto por una polea con bajo rozamiento que lleva asociado consigo un sensor óptico que registra los movimientos rotacionales de la polea. El sensor óptico emite un rayo infrarrojo a partir de un emisor, así como también cuenta con un detector; ambos elementos montados en una estructura en forma de U que se encuentra rodeando a la polea. El rayo infrarrojo (emitido por el emisor) es recibido por el detector. Cuando el haz infrarrojo es interrumpido por el movimiento rotacional de la polea (mejor dicho, los rayos de la polea son los que cortan el rayo infrarrojo), la polea envía una señal a la interfaz (a la cual esta conectada). Paso seguido, la interfaz enviará el dato al computador, quien lo registrará. Esos datos serán grabados en un diskette.

Procedimiento Experimental

Para determinar el momento de la fuerza de rozamiento se cometieron los siguientes actos:

Como mencionamos anteriormente, nos fue necesario medir (para comenzar con nuestro práctico) el radio del eje del inerciómetro para luego poder calcular el momento de inercia (J_0). El valor de dicho radio fue $(0,0078 \pm 0,003)$ m.

Utilizando el metro, se tomaron ciertos puntos de referencia para nuestras mediciones, los cuales eran h_1' : punto desde el cual se soltaba el brazo con las pesas para comenzar la medición; h_2 : punto en el que se encontraba el mismo brazo cuando el hilo estaba totalmente desenrollado; y h_3' : punto más alto alcanzado por el brazo luego de haber superado el primer descenso. Luego, le restamos h_2 a h_1' y a h_3' ya que tomamos como “0” la energía potencial de h_2 (para simplificar los cálculos), y de esta manera obtenemos h_1 y h_3 . Esto se realizó para cada instancia del experimento (los datos correspondientes se encuentran en las tablas I, II y III).

El mismo procedimiento se realizó tres veces en distintas condiciones, ejecutándolo en el primer caso con una masa de 155,0g con una incerteza de 0,1g, con las tuercas en los extremos. En el segundo caso, la masa varió a 105,0g con la misma incerteza que en el caso anterior, mientras que las tuercas permanecieron en el mismo lugar. Por último, en el tercer caso, la masa permaneció igual que en el caso dos, pero las tuercas fueron acomodadas (por el ayudante a cargo) en el centro del inerciómetro.

Para la parte de medir las aceleraciones, la tensión del hilo y el momento de inercia, se utilizará la polea inteligente, junto con la interfaz y la computadora. El procedimiento de ejecución es semejante al caso anterior, excepto que antes de dejar el sistema en libertad, se presionaba el botón "REC". Hecho esto, el programa comienza a recoger los datos, viéndose esto en la pantalla, donde los datos aparecieron tabulados y en forma de gráfico. Se obtuvieron a partir de este proceso seis gráficos, a partir de los cuales se completó la tabla IV.

La gráfica obtenida de posición en función del tiempo representa una parábola, por lo que podemos presumir que el movimiento realizado por el inerciómetro y la pesa es MRUV. Para asegurarnos de que el movimiento es tal, es aconsejable ver la representación de "v" en función de "t", que deberá ser una recta, o elegir en el programa la opción "ajuste de curva" para verificar si la gráfica de "y" en función de "t" es realmente una parábola. De esta manera, si podemos estar seguros.

Ambas curvas son muy similares (y por eso χ^2 resulta relativamente bajo). "a3" representa físicamente la mitad de la aceleración tangencial, "a2" representa la velocidad inicial, y "a1" representa la posición "y" inicial, de acuerdo a lo siguiente:

$$Y = a1 + a2x + a3. x^2$$

$$Y = y0 + v0. t + \frac{1}{2} a. t^2$$

Observando los gráfico de "v" en función de "t", podemos verificar que el movimiento es MRUV ya que está representado por una recta. "a1" representa físicamente la velocidad inicial, y "a2" la aceleración, de acuerdo con:

$$Y = a1 + a2.x$$

$$V = v0 + a.t$$

Comparando la aceleración obtenida del gráfico de la posición con la del gráfico de velocidad, vemos que ambos gráficos son sólidos (comparamos obviamente gráficos de la misma situación, con la misma masa y su posición respectiva).

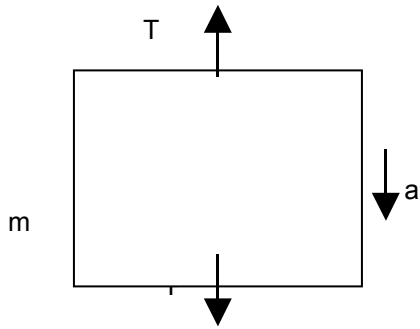
$$A_{3.2} \approx a2$$

$$0,003155.2 \approx 0,0063285$$

En la Tabla I, II y III obtuvimos " $|M_{frp}|$ " en cada caso sumando los tres " $|M_{fr}|$ " y dividiendo al numero resultante por tres (hallamos el promedio). Luego le restamos " $|M_{frp}|$ " a cada " $|M_{fr}|$ ", y eligiendo la incerteza de mayor módulo hallamos " ϵM_{frp} ".

Para obtener el momento de la fuerza de rozamiento, tuvimos que seguir el siguiente planteo. " ΔE_c " es igual a "0" ya que el sistema parte y finaliza en reposo, por lo tanto " $L_{fnc} = L_{fr} = \Delta E_p = m. g. (h_3 - h_1)$ ", que es igual a " $|H| |M_{fr}| . \alpha$ ". " $2 \pi. r. n$ " es igual a " $h_1 + h_3$ " ya que en cada vuelta el desplazamiento de la pesa es igual a la longitud de la circunferencia del eje. Sabiendo que " $\alpha = 2. n. \pi$ " y que " $2 \pi. r. n = h_1 + h_3$ ", fuimos combinando las ecuaciones hasta llegar a una que nos permita calcular " $|H| |M_{fr}|$ " con los datos que tenemos : $2. \pi. r. n = h_1 + h_3$ $\alpha. r = h_1 + h_3$ $\alpha = (h_1 + h_3) / r$ $L_{fr} = - |M_{fr}| . (h_1 + h_3) / r$ $m. |g| . (h_3 - h_1) = - |M_{fr}| [(h_1 + h_3) / r]$. Reemplazamos en esta última ecuación con los valores conocidos de " h_3 ", " h_1 ", " m " y " g ", y resolviendo obtuvimos el momento de la fuerza de rozamiento. Este procedimiento lo repetimos en las tres tablas con sus tres respectivos valores.

Para obtener la tensión del hilo, planteamos un diagrama de cuerpo libre para la masa colgante, y de allí deducimos: $|P| - |T| = m. |a|$ $|T| = |P| - m. \vec{a}$ $|T| = m (g - |\vec{a}|)$

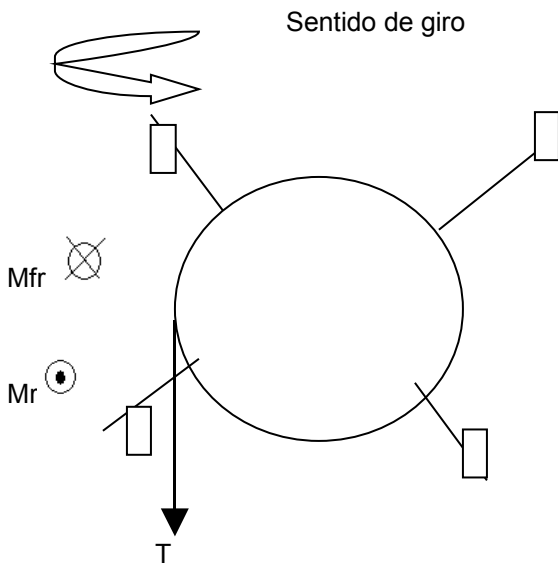


Finalmente, tomando en este caso como referencia un diagrama de cuerpo libre para el volante, llegamos a la siguiente igualdad, con la que es posible obtener J_0 :

$$\Sigma M = J_0 \cdot |\gamma|$$

$$|T| \cdot r - |M_{fr}| = J_0 \cdot |\gamma|$$

$$|T| \cdot r - |M_{fr}| = J_0 \cdot |a| / r$$



Para obtener la incerteza, utilizamos : $\epsilon J_0 = (e_{|T|} + e_r + e_{|M|}) |T| \cdot r / |\gamma| + (e_{|M_{fr}|} + e_{|M|}) = |M_{fr}| / |\gamma|$

Procesamiento de Datos:

h1' (m)	h3' (m)	h1 (m)	h3 (m)	Mfr (N.m)	Mfrp (N.m)	Mfrp - Mfr (N.m)	ϵ Mfrp (N.m)
1,66	1,25	1,05	0,64	0,0029	0,00297	0,00007	0,00007
	1,24		0,63	0,0030		-0,00003	
	1,24		0,63	0,0030		-0,00003	

Tabla I: -masa colgante: 155,0g ± 0,1g

-posición de las tuercas: en los extremos

h1' (m)	H3' (m)	h1 (m)	H3 (m)	Mfr (N.m)	Mfrp (N.m)	Mfrp - Mfr (N.m)	ϵ Mfrp (N.m)
1,66	1,2	1,05	0,59	0,00224	0,00232	0,00008	0,00015
	1,17		0,56	0,00247		-0,00015	
	1,2		0,59	0,00224		0,00008	

Tabla II: -masa colgante: 105,0g \pm 0,1g
-posición de las tuercas: en los extremos

h1' (m)	H3' (m)	h1 (m)	h3 (m)	Mfr (N.m)	Mfrp (N.m)	Mfrp - Mfr (N.m)	ϵ Mfrp (N.m)
1,66	1,07	1,05	0,46	0,00315	0,0031	-0,00005	0,0001
	1,09		0,48	0,00300		0,00001	
	1,07		0,46	0,00315		-0,00005	

Tabla III: -masa colgante: 105,0g \pm 0,1g
-posición de las tuercas: en el centro

a (m/s ²)	γ (1/s ²)	T (N)	Mfr (N.m)	ϵ Mfr (N.m)	Jo(Kg. M ²)	ϵ Jo (Kg. M ²)	
Tuercas extremo masa 155g	0,0062	0,79	1,52	0,00297	0,00007	0,0089	0,0052
Tuercas extremo masa 105g	0,005	0,64	1,03	0,00232	0,00015	0,0057	0,00221
Tuercas centro masa 105g	0,01	1,28	1,03	0,0031	0,00010	0,0049	0,00057

Tabla IV : características principales de los tres casos vistos, que servirá para evaluar claramente la influencia de la posición y cantidad de la masa, y nos posibilitará elaborar conclusiones

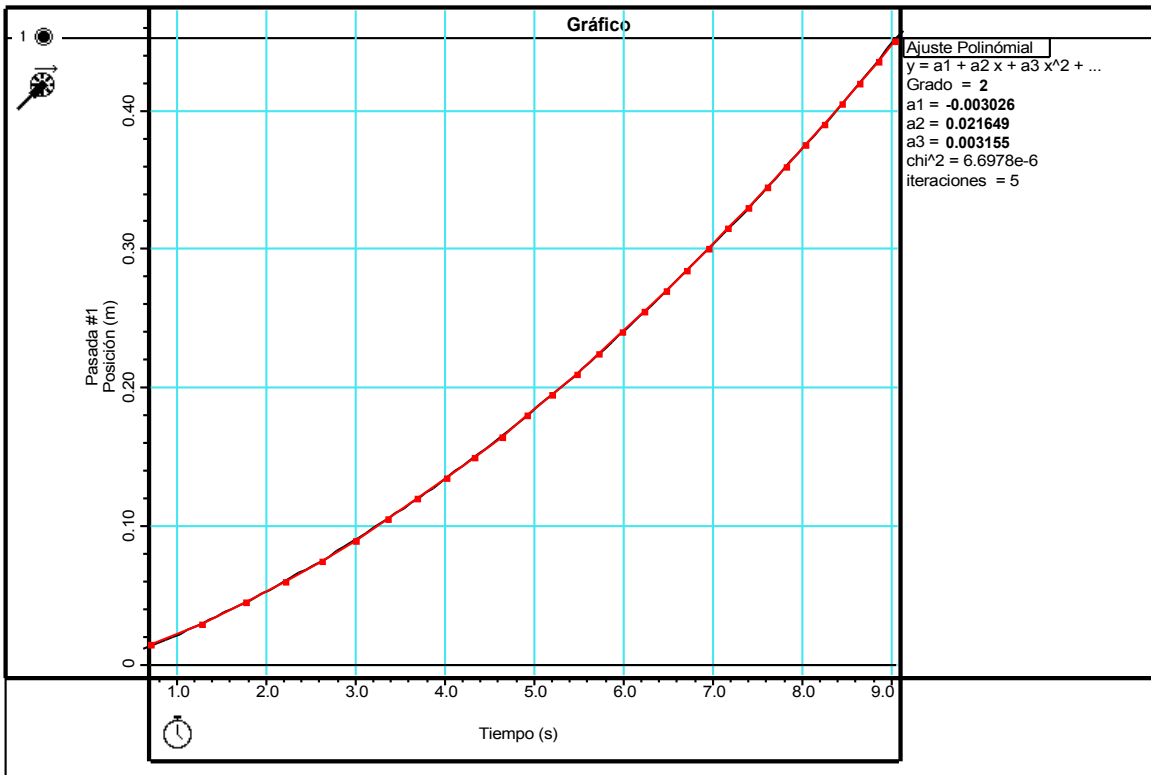


Gráfico I : representa la posición en función del tiempo, con las tuercas en los extremos del inerciómetro, y con una masa colgante de 155 g

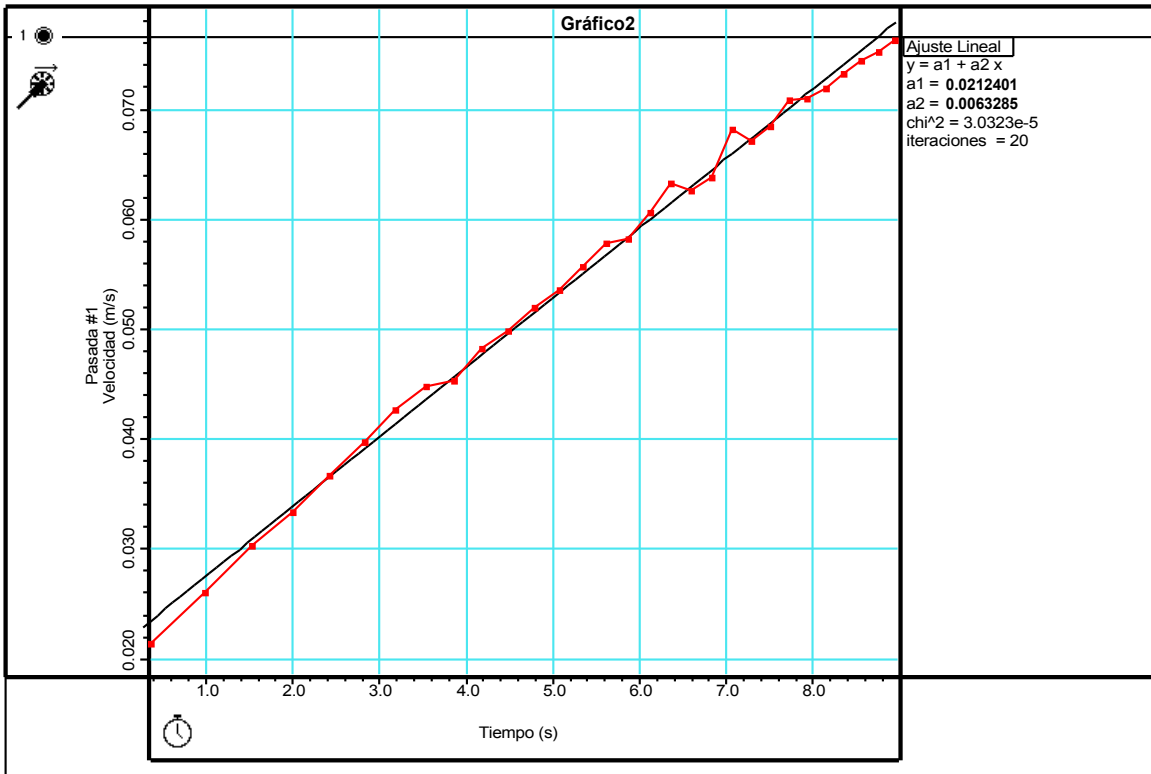


Gráfico II : representa la velocidad en función del tiempo, con las tuercas en los extremos del inerciómetro, y con una masa colgante de 155 g

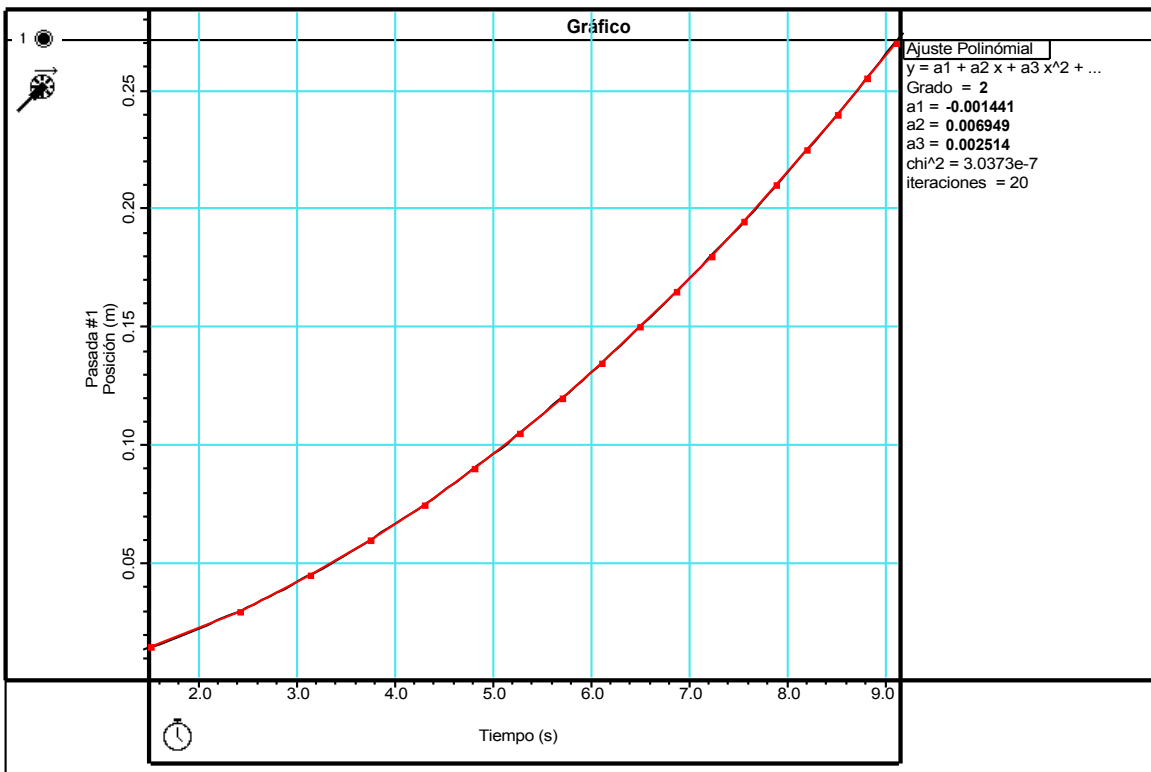


Gráfico III : representa la posición en función del tiempo, con las tuercas en los extremos del inerciómetro, y con una masa colgante de 105 g

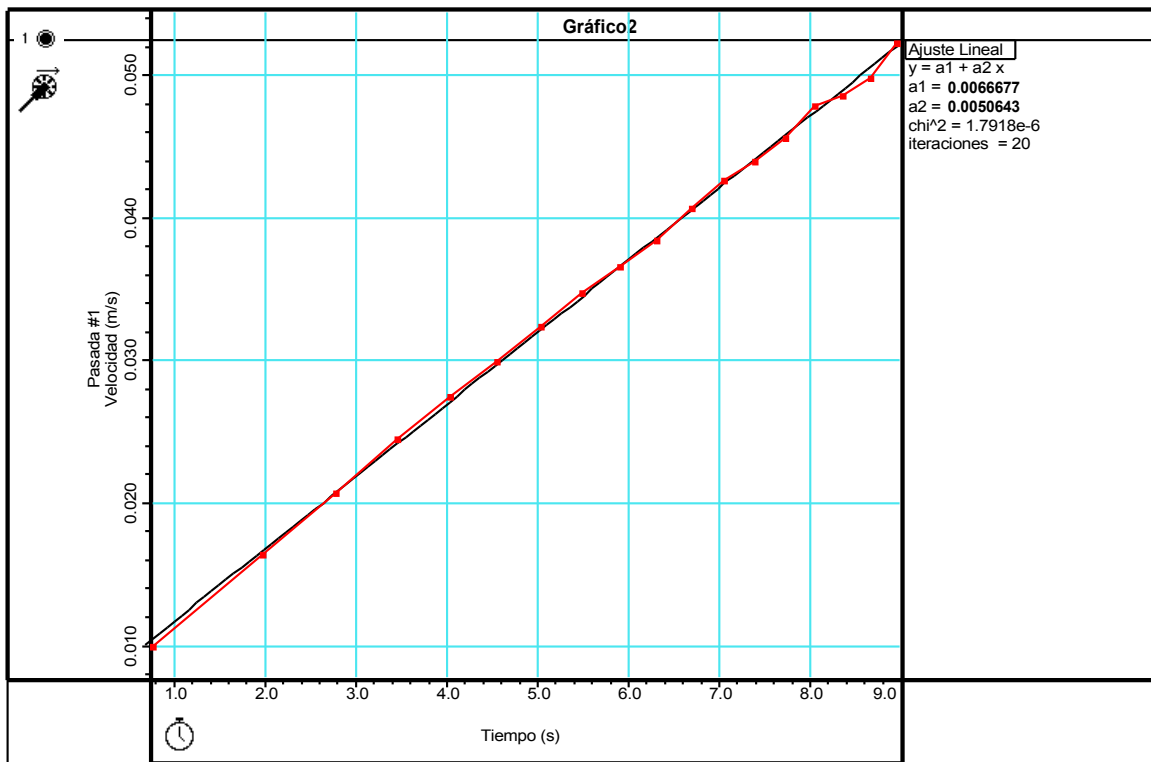


Gráfico IV : representa la velocidad en función del tiempo, con las tuercas en los extremos del inerciómetro, y con una masa colgante de 105 g

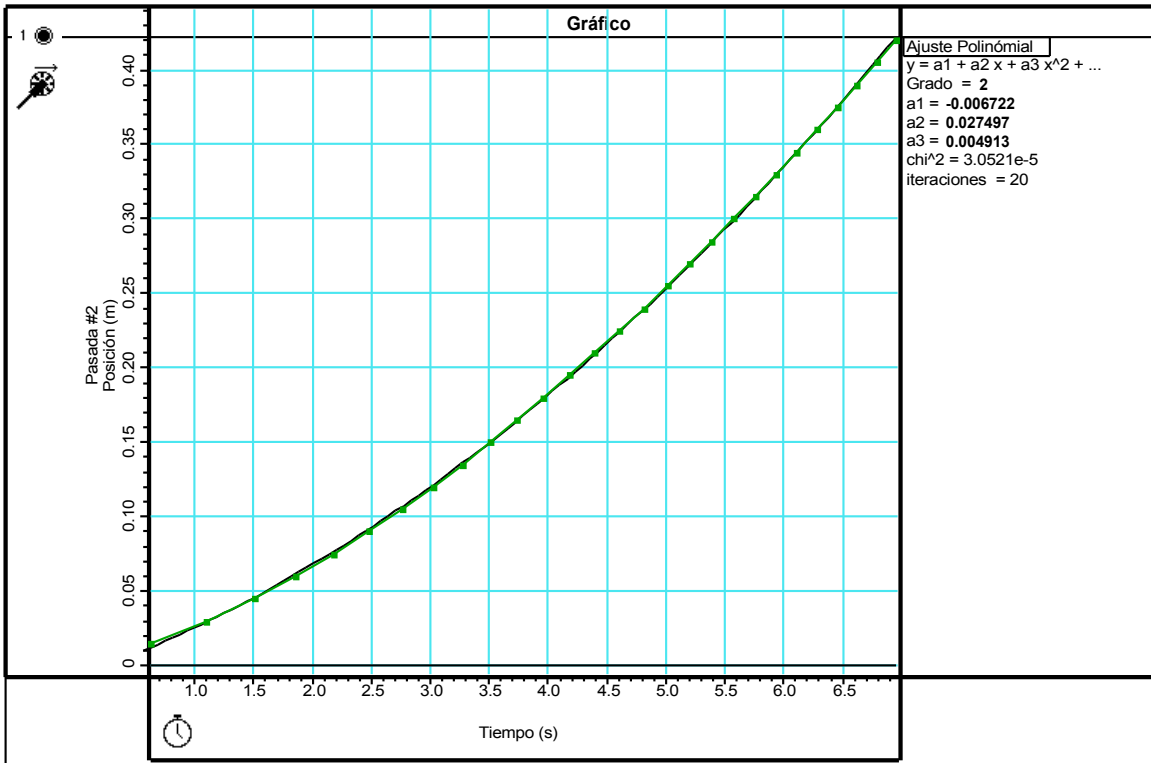


Gráfico V : representa la posición en función del tiempo, con las tuercas ubicadas en el centro del inerciómetro, y con una masa colgante de 105 g

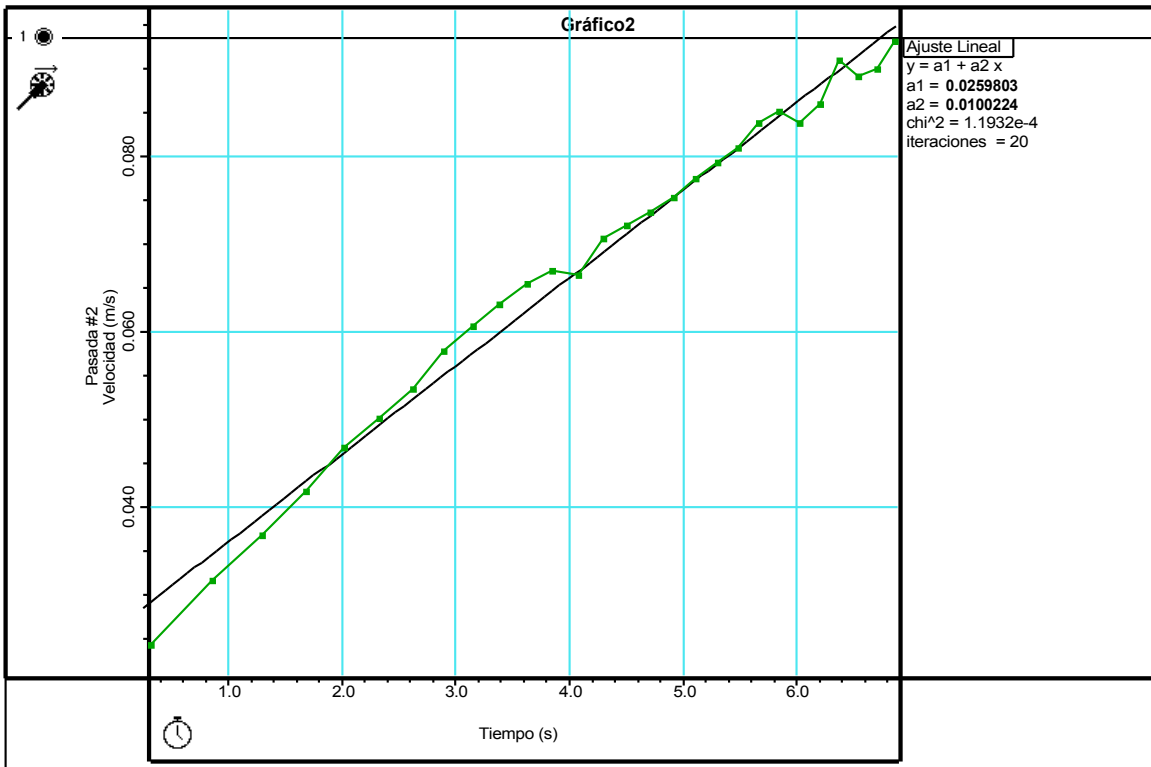


Gráfico VI : representa la velocidad en función del tiempo, con las tuercas ubicadas en el centro del inerciómetro, y con una masa colgante de 105 g

Análisis y Conclusiones

Pudimos observar a lo largo del trabajo que tanto la aceleración angular como tangencial aumentan cuando la masa colgante es mayor y cuando las tuercas se encuentran mas cerca del centro de rotación. Esto queda demostrado por la mayo aceleración del caso 1 con respecto al 2, y del caso 3 con respecto al resto.

La tensión es mayor en el caso 1 que en los otros dos casos(que poseen la misma tensión). De esta manera, vemos que la tensión depende principalmente de la masa colgante y no de la distribución de las tuercas.

El Momento de la fuerza de rozamiento aumenta con la mayor proximidad de las tuercas hacia el centro de rotación así como de una mayor masa colgante.

Como se puede evidenciar J_0 no depende de "M" ni de " γ ", así como en " $F=m.a$ ", la masa no depende de "F" ni de "A". J_0 depende solamente de distribución de la masa con respecto al eje de rotación, y la cantidad de masa es independiente en sí, como podemos ver en la Tabla IV, en los casos 1 y 2, que, considerando la incerteza, notamos que el momento de inercia no varía.