



TEMA 1

LÓGICA PROPOSICIONAL

1 LÓGICA PROPOSICIONAL

- 1.1. Definiciones básicas
- 1.2. Operaciones lógicas y tablas de verdad
- 1.3. Implicación y equivalencia lógicas
- 1.4. Métodos lógicos de demostración

1.1 DEFINICIONES BÁSICAS

Término
cada una de las partes que constituyen un enunciado o discurso

Términos categoremáticos
tienen significado propio e independiente

Términos sincategoremáticos
se utilizan para enlazar y modificar los términos categoremáticos

1.1 DEFINICIONES BÁSICAS

Proposición lógica
agrupación de términos de la que se puede afirmar si su contenido es cierto o falso.

1.1 DEFINICIONES BÁSICAS

Proposición atómica
no se puede descomponer en partes que sean a su vez proposiciones y está en afirmativo.

Proposición molecular
formada por una o más proposiciones atómicas modificadas o enlazadas por términos sincategoremáticos.

1.1 DEFINICIONES BÁSICAS

Conectores proposicionales
términos sincategoremáticos que se utilizan para modificar o enlazar proposiciones.

1.1 DEFINICIONES BÁSICAS

Conectores Proposicionales Monádicos
se aplican a una sola proposición

Negación (no...)

1.1 DEFINICIONES BÁSICAS

Conectores Proposicionales Diádicos
se aplican a dos proposiciones

| | |
|-------------------------|----------------------|
| Conjunción | (...y...) |
| Disyunción no exclusiva | (...o...) |
| Disyunción exclusiva | (o...o...) |
| Condiciónal | (si...entonces...) |
| Bicondiciónal | (...si y sólo si...) |

1.1 DEFINICIONES BÁSICAS

Variable Proposicional
símbolo que sustituye a una proposición atómica.

1.1 DEFINICIONES BÁSICAS

Signo conectivo o constante lógica
símbolo que sustituye a un conector proposicional.

| | |
|------------------------------|-------------------|
| negación | \neg |
| conjunción | \wedge |
| disyunción no exclusiva | \vee |
| disyunción exclusiva | Δ |
| condiciónal o implicador | \rightarrow |
| bicondiciónal o coimplicador | \leftrightarrow |

1.1 DEFINICIONES BÁSICAS

Fórmula lógica
Expresión simbólica que sustituye a una proposición molecular

1.2 OPERACIONES LÓGICAS
Y TABLAS DE VERDAD

NEGACIÓN

| | |
|----------|----------------------------|
| p | $\neg p$ |
| 0 | 1 |
| 1 | 0 |

1.2

OPERACIONES LÓGICAS
Y TABLAS DE VERDAD

CONJUNCIÓN

| p | q | $p \wedge q$ |
|---|---|--------------|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

1.2

OPERACIONES LÓGICAS
Y TABLAS DE VERDAD

DISYUNCIÓN NO EXCLUSIVA

| p | q | $p \vee q$ |
|---|---|------------|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

1.2

OPERACIONES LÓGICAS
Y TABLAS DE VERDAD

DISYUNCIÓN EXCLUSIVA

| p | q | $p \Delta q$ |
|---|---|--------------|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |

1.2

OPERACIONES LÓGICAS
Y TABLAS DE VERDAD

CONDICIONAL

| p | q | $p \rightarrow q$ |
|---|---|-------------------|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

1.2

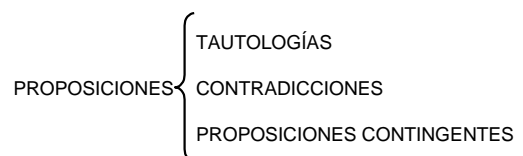
OPERACIONES LÓGICAS
Y TABLAS DE VERDAD

BICONDICIONAL

| p | q | $p \leftrightarrow q$ |
|---|---|-----------------------|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

1.3

IMPLICACIÓN Y EQUIVALENCIA LÓGICAS



1.3 IMPLICACIÓN Y EQUIVALENCIA LÓGICAS

EQUIVALENCIA LÓGICA

$$A \Leftrightarrow B$$

$A \Leftrightarrow B$ es tautología

IMPLICACIÓN LÓGICA

$$A \Rightarrow B$$

$A \Rightarrow B$ es tautología

1.3 IMPLICACIÓN Y EQUIVALENCIA LÓGICAS

SUFICIENCIA DE LA NEGACIÓN Y LA DISYUNCIÓN

$$p \wedge q \Leftrightarrow \neg(\neg p \vee \neg q)$$

$$p \rightarrow q \Leftrightarrow \neg p \vee q$$

$$p \Delta q \Leftrightarrow \neg(\neg p \vee q) \vee \neg(p \vee \neg q)$$

$$p \leftrightarrow q \Leftrightarrow \neg(\neg(\neg p \vee q) \vee \neg(p \vee \neg q))$$

1.3 IMPLICACIÓN Y EQUIVALENCIA LÓGICAS

| p | q | $\neg p$ | $\neg q$ | $p \wedge q$ | $\neg p \vee \neg q$ |
|---|---|----------|----------|--------------|----------------------|
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |

1.3 IMPLICACIÓN Y EQUIVALENCIA LÓGICAS

| $\neg(\neg p \vee \neg q)$ | $p \wedge q \leftrightarrow \neg(\neg p \vee \neg q)$ |
|----------------------------|---|
| 0 | 1 |
| 0 | 1 |
| 0 | 1 |
| 1 | 1 |

1.3 IMPLICACIÓN Y EQUIVALENCIA LÓGICAS

| p | q | $\neg p$ | $p \rightarrow q$ | $\neg p \vee q$ | $p \rightarrow q \leftrightarrow \neg p \vee q$ |
|---|---|----------|-------------------|-----------------|---|
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |

1.4 MÉTODOS LÓGICOS DE DEMOSTRACIÓN

REGLAS BÁSICAS DE INFERENCIA

1.4 MÉTODOS LÓGICOS DE DEMOSTRACIÓN

| CONJUNCIÓN | | |
|----------------------------------|----------------|-------------------------------|
| INTRODUCCIÓN | ELIMINACIÓN | |
| A B <hr/> $A \wedge B$ | $A \wedge B$ | $A \wedge B$ <hr/> A B |
| producto | simplificación | |

1.4 MÉTODOS LÓGICOS DE DEMOSTRACIÓN

| DISYUNCIÓN | | |
|-------------------------|-------------------------|---|
| INTRODUCCIÓN | ELIMINACIÓN | |
| A <hr/> $A \vee B$ | B <hr/> $A \vee B$ | $A \vee B$ A C B C <hr/> C |
| adición | prueba por casos | |

1.4 MÉTODOS LÓGICOS DE DEMOSTRACIÓN

| NEGACIÓN | |
|--|----------------------------|
| INTRODUCCIÓN | ELIMINACIÓN |
| A $B \wedge \neg B$ <hr/> $\neg A$ | $\neg \neg A$ <hr/> A |
| absurdo | doble negación |

1.4 MÉTODOS LÓGICOS DE DEMOSTRACIÓN

| CONDICIONAL | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|
| INTRODUCCIÓN | ELIMINACIÓN |
| A B <hr/> $A \rightarrow B$ | $A \rightarrow B$ A <hr/> B |
| teorema de deducción | modus ponens |

1.4 MÉTODOS LÓGICOS DE DEMOSTRACIÓN

| BICONDICIONAL | | |
|---|-----------------------|--|
| INTRODUCCIÓN | ELIMINACIÓN | |
| $A \rightarrow B$ $B \rightarrow A$ <hr/> $A \leftrightarrow B$ | $A \leftrightarrow B$ | $A \leftrightarrow B$ <hr/> $A \rightarrow B$ $B \rightarrow A$ |

1.4 MÉTODOS LÓGICOS DE DEMOSTRACIÓN

REGLAS DE INFERENCIA DERIVADAS

1.4 MÉTODOS LÓGICOS DE DEMOSTRACIÓN

SILOGISMO HIPOTÉTICO

$$\begin{array}{l} A \rightarrow B \\ B \rightarrow C \\ \hline A \rightarrow C \end{array}$$

1.4 MÉTODOS LÓGICOS DE DEMOSTRACIÓN

MUTACIÓN DE PREMISAS

$$\begin{array}{l} A \rightarrow (B \rightarrow C) \\ \hline B \rightarrow (A \rightarrow C) \end{array}$$

1.4 MÉTODOS LÓGICOS DE DEMOSTRACIÓN

IDENTIDAD

$$\begin{array}{l} A \\ \hline A \end{array}$$

1.4 MÉTODOS LÓGICOS DE DEMOSTRACIÓN

CARGA DE PREMISAS

$$\begin{array}{l} A \\ \hline B \rightarrow A \end{array}$$

1.4 MÉTODOS LÓGICOS DE DEMOSTRACIÓN

PROPIEDAD CONMUTATIVA

$$\begin{array}{cc} \frac{A \vee B}{B \vee A} & \frac{A \wedge B}{B \wedge A} \end{array}$$

1.4 MÉTODOS LÓGICOS DE DEMOSTRACIÓN

PROPIEDAD ASOCIATIVA

$$\begin{array}{cc} \frac{(A \vee B) \vee C}{A \vee (B \vee C)} & \frac{(A \wedge B) \wedge C}{A \wedge (B \wedge C)} \end{array}$$

1.4 MÉTODOS LÓGICOS DE DEMOSTRACIÓN

PROPIEDAD DISTRIBUTIVA

$$\frac{(A \wedge B) \vee C}{(A \vee C) \wedge (B \vee C)} \quad \frac{(A \vee B) \wedge C}{(A \wedge C) \vee (B \wedge C)}$$

1.4 MÉTODOS LÓGICOS DE DEMOSTRACIÓN

PROPIEDAD DE IDEMPOTENCIA

$$\frac{A \wedge A}{A} \quad \frac{A \vee A}{A}$$

1.4 MÉTODOS LÓGICOS DE DEMOSTRACIÓN

LEY DE ABSORCIÓN

$$\frac{A \wedge (A \vee B)}{A} \quad \frac{A \vee (A \wedge B)}{A}$$

1.4 MÉTODOS LÓGICOS DE DEMOSTRACIÓN

CONTRAPOSICIÓN

$$\frac{A \rightarrow B}{\neg B \rightarrow \neg A}$$

1.4 MÉTODOS LÓGICOS DE DEMOSTRACIÓN

MODUS TOLLENS

$$\frac{\begin{array}{l} A \rightarrow B \\ \neg B \end{array}}{\neg A}$$

1.4 MÉTODOS LÓGICOS DE DEMOSTRACIÓN

INTRODUCCIÓN DE LA
DOBLE NEGACIÓN

$$\frac{A}{\neg \neg A}$$

1.4 MÉTODOS LÓGICOS DE DEMOSTRACIÓN

EX CONTRADICTIONE QUODLIBET

$$\frac{A \wedge \neg A}{B}$$

1.4 MÉTODOS LÓGICOS DE DEMOSTRACIÓN

PRINCIPIO DE NO CONTRADICCIÓN

$$\neg (A \wedge \neg A)$$

1.4 MÉTODOS LÓGICOS DE DEMOSTRACIÓN

PRINCIPIO DEL TERCIO EXCLUSO

$$A \vee \neg A$$

1.4 MÉTODOS LÓGICOS DE DEMOSTRACIÓN

EXPORTACIÓN-IMPORTACIÓN DE PREMISAS

$$\frac{A \rightarrow (B \rightarrow C)}{(A \wedge B) \rightarrow C}$$

1.4 MÉTODOS LÓGICOS DE DEMOSTRACIÓN

SILOGISMO DISYUNTIVO

| | |
|------------|------------|
| $A \vee B$ | $A \vee B$ |
| $\neg A$ | $\neg B$ |
| B | A |

1.4 MÉTODOS LÓGICOS DE DEMOSTRACIÓN

DILEMAS

| Constructivos | | Destructivos | |
|-------------------|-------------------|----------------------|----------------------|
| simple | compuesto | simple | compuesto |
| $A \vee B$ | $A \vee B$ | $\neg A \vee \neg B$ | $\neg A \vee \neg B$ |
| $A \rightarrow C$ | $A \rightarrow C$ | $C \rightarrow A$ | $C \rightarrow A$ |
| $B \rightarrow C$ | $B \rightarrow D$ | $C \rightarrow B$ | $D \rightarrow B$ |
| C | $C \vee D$ | $\neg C$ | $\neg C \vee \neg D$ |

1.4 MÉTODOS LÓGICOS DE DEMOSTRACIÓN

LEYES DE DE MORGAN

$$\begin{array}{l} \neg (A \vee B) \\ \hline \neg A \wedge \neg B \end{array} \qquad \begin{array}{l} \neg (A \wedge B) \\ \hline \neg A \vee \neg B \end{array}$$