Sistemas de numeración

Números, conceptos e historia.

Ing. Arturo Gustavo Tajani

Haga Click sobre lo que desee ver:

- Presentación total.
- Reseña histórica.
- Sistema de numeración decimal (ó en base diez).
- Sistemas de numeración de posición (en cualquier base).
- Sistema hexadecimal (base 16).
- Sistema binario (base 2).

Esc. Para salir

Introducción

- El diccionario de la lengua española “Pequeño Larousse ilustrado – Edición 2006”, da para la palabra “número” varias acepciones:

- La primera e inmediata es: **“Concepto matemático que expresa la cantidad de los elementos de un conjunto o el lugar que ocupa un elemento en una serie”.**

- En cambio la acepción 12, expresa algo mas claro: **“MAT. Noción fundamental de la matemática que permite contar, clasificar los objetos o medir magnitudes. No puede ser objeto de definición rigurosa”.**

- Con las consideraciones que siguen y utilizando un lenguaje con algo mas de rigor, se pretende dar algunas definiciones que permitan aclarar conceptos tales como: número cardinal, número ordinal, operación de contar, sistemas de numeración, etc.

Generalidades

- Si se ven pasar por una ruta a los participantes de una carrera de bicicletas, sin hacer ninguna cuenta se puede afirmar que la cantidad de ciclistas es igual a la cantidad de bicicletas, porque a cada ciclista le corresponde una bicicleta y a cada bicicleta le corresponde un ciclista.

- Se dice entonces que el conjunto de ciclistas (conjunto A) y el conjunto de bicicletas (conjunto B), están en **relación uno a uno** o que están entre ellos en **relación biunívoca** o que existe entre A y B una **función biyectiva** o también que ambos conjuntos son **coordinables.**

- Asimismo pueden definirse, el conjunto de los pares de zapatillas de los ciclistas (conjunto C), y el conjunto de las camisetas de colores que lleva cada uno de ellos (conjunto D). Estos conjuntos C y D, por supuesto, también están en **relación uno a uno** con los conjuntos anteriores A y B.

Generalidades

- Los diferentes objetos que nos rodean pueden ser agrupados en **“clases”,** que tengan una misma propiedad. Por ejemplo:
  - clase de los conjuntos de elementos de la misma forma.
  - clase de los que tengan igual utilidad.
  - clase de los de similar color.
  - clase de los que están en una misma zona geográfica.
  - clase de los elementos del mismo peso. etc. . .etc.

- En nuestro caso, los conjuntos antes definidos A, B, C y D, se pueden agrupar en la **“clase”** de los que tienen como propiedad común **“igual cantidad de elementos”** , es decir que son **coordinables.**

- La propiedad común que tienen los **conjuntos coordinables** se llama:
  “número cardinal”.

- La idea de **“número cardinal**” está ligada con el **“sentido de cantidad”** o **“sentido de número”** que se encuentra naturalmente y en forma rudimentaria, en el hombre primitivo.

Generalidades

- Así al número cardinal de los **conjuntos unitarios**, lo denominamos
  uno (1);
  al cardinal de los conjuntos de **pares** de elementos, lo llamamos
  dos (2);
  al cardinal de los conjuntos de **ternas**, lo nombramos como
  tres (3);
  .
  . . . y así siguiendo, se definen los

Números Naturales (N).

- Bertrand Russell (1872 -1970) eminente filósofo y matemático dijo: “deben haberse necesitado muchos siglos para descubrir que un par de faisanes y un par de días, son, ambos, ejemplos del número dos.”

Generalidades

- Un notable avance intelectual del hombre fue la creación de un proceso mental que se puede llamar **operación de contar** (o facultad de contar)**.**

- Fueron ideadas diferentes formas para ir pasando de un número natural al siguiente.

- Así se usaron piedras apiladas, marcas o incisiones en ramas o troncos de árbol, nudos en una soga, cuñas en tablillas de arcilla o, en forma casi universal, los diez dedos articulados de las manos y eventualmente los de los pies.

- Las dificultades de las formas rudimentarias aparecieron cuando las cantidades a contar crecieron . Ello obligó a crear sistemas de representación mas elaborados y prácticos.

- Se hizo necesario adoptar un conjunto de signos o símbolos que, con ciertas reglas, progresaran en el sentido de las magnitudes crecientes y que se los hiciera coordinables con los números naturales. Se crearon así los llamados:

"Sistemas de Numeración"

Generalidades

- Una vez creado el sistema de numeración, **contar** una colección de objetos significa asignar a cada elemento de éste, un término de la **sucesión natural definida**.

- El término asignado al último elemento del conjunto o colección en estudio, se llama :

"Número Ordinal" del mismo.

- Vale la pena destacar que cuando se desea determinar el **número cardinal** de un conjunto, nadie trata de encontrar otro conjunto modelo para compararlos. Simplemente **contamos** la colección y establecemos así el **Número Ordinal** correspondiente.

- En la realidad práctica, el concepto que realmente interesa en un planteo concreto, es el número.cardinal, pero esta noción no sirve de fundamenteción a una aritmética utilizable.

Generalidades

- Como actualmente pasamos con gran facilidad del número cardinal al número ordinal, mediante la operación de contar , los dos aspectos del concepto de número, se nos presentan así como uno solo.

Reseña histórica

- En la antigua región de la Mesopotamia (hoy Irak, este de Siria y sureste de Turquía), existió hacia el tercer milenio a.C (3000 años a.C = -3000 años), la primera civilización conocida: la **SUMERIA.**

- Entre el 2800 y el 2350 a.C los **Sumerios** utilizaron un sistema de numeración de base diez (obviamente basándose en los dedos de las manos) y también el de base 60 o sexagesimal (hoy se sigue utilizando para mediciónes del tiempo y de ángulos) .

Reseña Histórica

- Para aplicar el “sexagesimal”, se extiende la palma de la mano derecha y se cuentan con el pulgar sucesivamente, las tres falanges de los cuatro dedos restantes comenzando por el meñique.

  La cantidad máxima de unidades que se pueden contar así son doce. Pero si por cada grupo de doce unidades, se levanta un dedo de la mano izquierda, se puede fácilmente registrar hasta 60 (base del sistema).

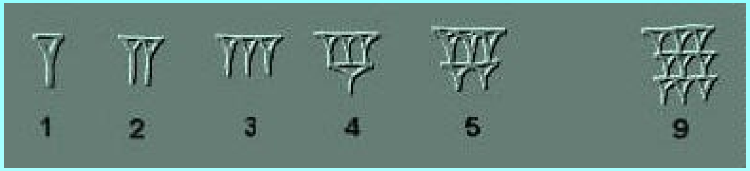
- Acadios (o Akkadios), Güteos, nómades Semitas, Elamitas, Amorritas etc, se sucedieron en el dominio de la mesopotamia, pero pese a las contínuas guerras, se mantuvo la cultura sumeria.

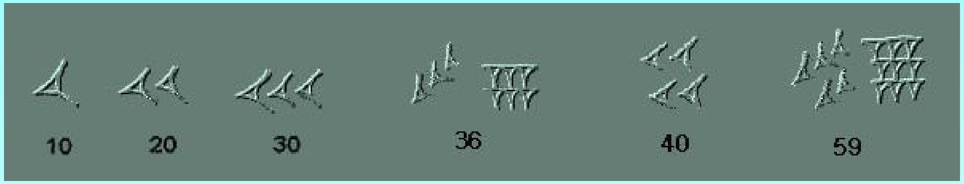
- Entre los años -1900 y -1500 con los Asirios, cobró importancia la ciudad de Babilonia.

- En ese tiempo los **Babilonios** utilizaron un sistema numérico basado en todo lo anterior. Usaban además para la escritura de los numerales una marca vertical con forma de cuña, para la unidad, que estampaban con punzones en tablillas de arcilla.

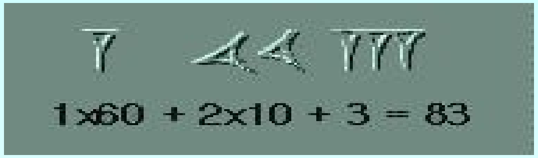
Reseña Histórica

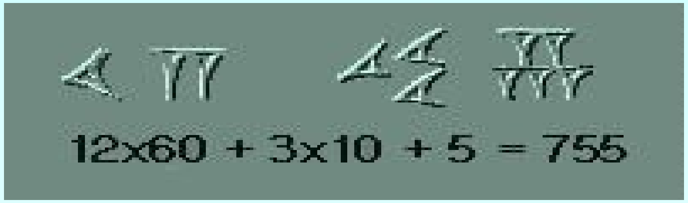
- Se agregaban tantas unidades como fueran necesarias hasta llegar al 9. El 10 tenía su propio signo. Nuevamente se adicionaban los signos de 10 y se completaba el grupo con unidades, hasta llegar a 59.





• A continuación se utilizaba un sistema posicional tal que, avanzando desde la derecha hacia la izquierda, los grupos anteriores (de 1 a 59), valían 60 veces para la segunda posición; 60 x 60 = 3600 veces para la tercera y así sucesivamente.

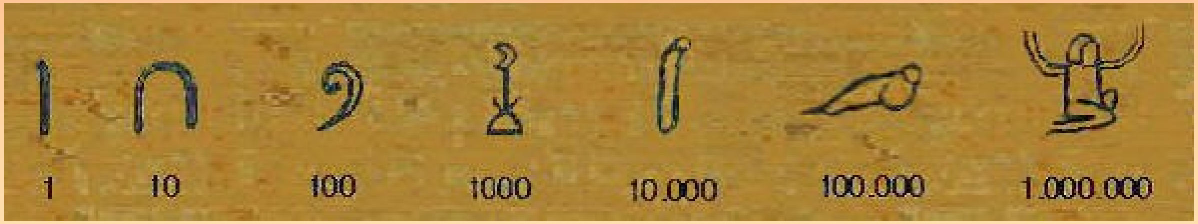




Reseña Histórica

• Desde alrededor de 3000 años a.C. los antiguos Egipcios utilizaron como sistema de numeración una forma de representación por acumulación de signos o aditiva, de base diez. Para escribir los números recurrieron a jeroglíficos específicos.

• Por cada unidad se dibujaba un trazo vertical, por cada decena un arco, etc; siempre acumulando los símbolos hasta completar el número.



• Al no importar la posición de los dibujos, sino su acumulación, se podían escribir indistintamente de izq. a der., de der.a izq. de arriba para abajo o según un criterio estético cualquiera.

Reseña Histórica

- Los **Griegos** desarrollaron alrededor del año 600 a.C.un sistema de base decimal de estructura simplemente aditiva.

- Para representar los dígitos hasta 4 se usaban trazos verticales. Para el 5, 10, 100, 1000 y 10000, usaron las letras correspondientes a la inicial del nombre del número. (penta, deka, hekto, kilo y miria). (Se suele llamar sistema “acrofónico”)

- Los símbolos para el 50, 500 y 5000 se obtenían agregando al símbolo del 5, respectivamente los del 10, 100 y 1000, utilizando un principio multiplicativo.

- Los numerales ya no eran jeroglíficos sino que tenían relación con el alfabeto.

Reseña Histórica

- El sistema descripto de los griegos, era en realidad ático o ateniense. Unos años después fue reemplazado por el **Jónico** que utilizaba las 24 letras del alfabeto griego, junto con algunos otros símbolos.
- Los números así escritos tienen el aspecto de palabras y asimismo las palabras pueden tener un valor numérico. (Esta dualidad dio origen a disciplinas mágicas y adivinatorias).

1	α	10	ι	100	ρ
2	β	20	κ	200	σ
3	γ	30	λ	300	τ
4	δ	40	μ	400	υ
5	ε	50	ν	500	φ
6	ϛ	60	ξ	600	χ
7	ζ	70	ο	700	ψ
8	η	80	π	800	ω
9	θ	90	ϟ	900	ϡ

Reseña Histórica

• Aproximadamente desde el año 1500 a.C. en la antigua **China** se empezó a usar un sistema de base 10 y que combinaba el principio aditivo con el multiplicativo.

• Para aclarar se señala que para expresar el 500 en un sistema aditivo se recurre a acumular cinco representaciones del 100; mientras que en un sistema aditivo – multiplicativo (híbrido), se usa la combinación del 5 y del 100.

Se destaca que el orden de la escritura se hace fundamental. (5 10 7, podría representar 57 ó 75).

Reseña Histórica

- El sistema de numeración Chino se escribía tradicionalmente de arriba hacia abajo, aunque se admitió también de izquierda a derecha.

- Hubo grafías diferentes para los ideogramas, según fuesen documentos oficiales, usos domésticos, comerciales y también variantes regionales.

- Además del chino clásico, también usaron sistemas híbridos los arameos, etíopes, tamiles, malayalames, etc.

- Los Hebreos asimismo, utilizaron como los griegos, su propio alfabeto para escribir los numerales.

Reseña Histórica

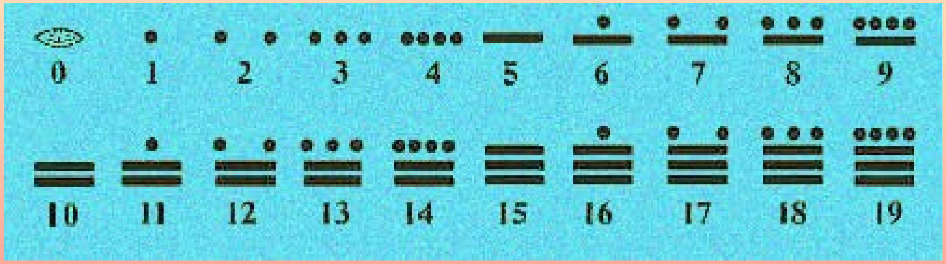
- La civilización **Romana** utilizó los conocidos símbolos:

I	**V**	**X**	**L**	**C**	**D**	**M**
1	5	10	50	100	500	1000

- Una serie de reglas en algunos casos aditivas y en otros sustractivas originaron un sistema de numeración bastante complicado.
- En efecto, se puede repetir (o adicionar) un símbolo hasta tres veces, pero no se puede agregar un cuarto, sino que debe restarse uno del siguiente
- No fue estrictamente un sistema aditivo, ni híbrido ni de posición
- Dijo el científico y escritor Isaac Asimov (1920-1992) “Aún despues de cinco siglos de haber caído en desuso, los números romanos parecen ejercer una fascinación especial. Tengo la teoría de que la razón para que así suceda es que los números romanos halagan al ego”. Solo se los utiliza en la actualidad para monumentos, placas recordatorias, lápidas y relojes de lujo.

Reseña Histórica

• De las culturas precolombinas se destacan las llamadas “mesoamericanas”, con olmecas, zapotecas, aztecas y mayas, que ocuparon, con límites no muy bien definidos, los actuales México, Guatemala, El Salvador, Honduras y parte de Nicaragua y Costa Rica. En especial los **Mayas**, entre los años 300 y 600 de nuestra era, desarrollaron un sistema de numeración de posición con base 20.



• Observando los símbolos usados, si bien parece que fuera un sistema de base 5 aditivo, en realidad el conjunto es de base 20 (puesto que los 20 signos son realmente diferentes).

• Se destaca que tuvieron un signo especial para el cero. Fue un sistema posicional que se escribía de arriba hacia abajo, empezando por la cifra de mayor orden. Las distintas posiciones valían 1, 20, 20x20=400 y 20x20x20=8000.

Reseña Histórica

- Fueron los **Indios** (hindúes), los que presumiblemente en el siglo séptimo de nuestra era (años 600 d.C), idearon un sistema de numeración tal como hoy lo conocemos. El único cambio ha sido, por supuesto, una diferente grafía en la escritura de los diez dígitos que se usan actualmente.

- Se debe destacar la genial introducción del cero **"0"**, es decir un signo que signifique "nada" (*sunya* = *vacío,* para los indios y *céfer* para los árabes).

- Ninguno de los sistemas de numeración de la antigüedad, con la única excepción del utilizado en la India, sirvió para establecer una aritmética razonablemente útil y fundamentalmente simple. La presencia del cero aportó facilidad en los cálculos y en la lectura e interpretación de las cantidades.

<u>Reseña Histórica</u>

- El sistema de posición **Indio,** que incluía **la genial concepción del número cero,** fue introducido por los **Arabes** en Europa entre los años 1000 y 1200 de nuestra era y es conocido hoy universalmente como "**numeración decimal**" o "**numeración arábiga**".

- Mas precisamente la difusión en occidente de la ciencia matemática de los árabes, incluída la numeración arábiga con el cero, se debió al gran matemático Leonardo Fibonacci (1175-1240) que publicó en 1202 el libro "Liber abbaci", con contribuciones no solo en aritmética sino también en álgebra y geometría.

- La facilidad lograda por éste sistema en la realización de los cálculos, originó el florecimiento de la matemática aplicada, facilitó el gran desarrollo de las otras ciencias y por supuesto contribuyö al explosivo avance de la tecnología. La numeración decimal es la noción mas común que tiene el hombre actual.

Sistema de numeración decimal o de posición de base 10

- Todo lo que se señale a continuación puede parecer trivial, por ser el sistema de numeración decimal, ampliamente conocido. No obstante se considera de interés destacar algunas propiedades del mismo.

- En este sistema se tienen diez signos o dígitos diferentes: 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8 y 9. .

  Probablemente, como ya se señaló, esta cantidad tiene como raíz histórica un hecho fisiológico: los diez dedos articulados de las manos.

- Para escribir números mayores que 9, se le asigna un “peso” o “ponderación” a las posiciones siguientes, de derecha a izquierda, equivalentes a las potencias crecientes, enteras y sucesivas del número 10 (base del sistema).

- Así en un determinado número, cada cifra tiene un valor por el dígito y otro valor por la posición que ocupa.

- Si se toma como caso el número **444,** los tres dígitos 4, valen respectivamente de derecha a izquierda **cuatro, cuarenta y cuatrocientos.**

- Como otro ejemplo se analizará un número natural cualquiera:

5 2 8 4 7 3

-------------3 . 10^0 = 3
----------------7 . 10^1 = 70
------------------4 . 10^2 = 400
---------------------8 . 10^3 = 8 000
-----------------------2 . 10^4 = 20 000
--------------------------5 . 10^5 = 500 000

528 473

- Se destaca el hecho de que el número decimal puede expresarse como un polinomio o una serie de potencias de 10, donde los sucesivos dígitos representan los coeficientes del desarrollo. Así se tendrá en el ejemplo anterior:

$$\mathbf{5\,7\,8\;\;4\,7\,3} = \mathbf{5}\,.10^5 + \mathbf{7}\,.10^4 + \mathbf{8}\,.10^3 + \mathbf{4.}\,10^2 + \mathbf{7.}\,10^1 + \mathbf{3.}\,10^0$$

- Asimismo se señala que los "pesos" de las posiciones de la parte fraccionaria, son considerados a partir de la coma decimal, de izquierda a derecha, como las potencias de 10, de exponentes negativos decrecientes. De manera similar se tiene:

$$\mathbf{0,\,8\,6\,9\,1} = \mathbf{8}\;10^{-1} + \mathbf{6}.10^{-2} + \mathbf{9}.10^{-3} + \mathbf{1}.10^{-4}$$

- También se puede obtener el dígito de cada orden, haciendo divisiones sucesivas por la base 10, como se muestra a continuación: El número se reconstruye escribiendo en orden inverso, desde el último cociente hacia los restos intermedios: 4, 7, 5, 2, 3 = 47 523.

47 523 / 10 = 4752
3 4752 / 10 = 475
2 475 / 10 = 47
5 47 / 10 = 4
7 **4**

Sistema de Numeración Decimal o de Posición en base 10

Peso relativo y Nombre de cada posición

10^6 = 1 000 000 : unidades de millón----------------------6
10^5 = 100 000 : centenas de mil-----------------------------7
10^4 = 10 000 : decenas de mil--------------------------------4
10^3 = 1 000 : unidades de mil---------------------------------8
10^2 = 100 : centenas--5
10^1 = 10 : decenas---2
10^0 = 1 : unidades---3

n = 6 7 4 8 5 2 3 , 7 3 5 2 4 8

7 ------------------------Décimos: 0,1 = 10^{-1}
3 ------------------Centésimos: 0,01 = 10^{-2}
5 --------------------Milésimos: 0,001 = 10^{-3}
2 ------------Diezmilésimos: 0,000 1 = 10^{-4}
4 ----------Cienmilésimos: 0,000 01 = 10^{-5}
8 -----------Millonésimos: 0,000 001 = 10^{-6}

Sistemas de Posición en cualquier base.

- Las propiedades y algoritmos señalados en el título anterior para numeración decimal, son absolutamente válidos para todos los sistemas de posición, cualquiera sea el número de signos utilizados como base.

- Sea "**n**" el número de signos diferentes con que se desea estructurar un sistema de numeración.

  Las diferentes posiciones de derecha a izquierda, valdrán sucesivamente:

$$n^0 = 1; \qquad n^1 = n; \qquad n^2; \qquad n^3; \qquad n^4; \qquad n^5; \ \ldots$$

Es decir que los "**pesos**" de cada posición, serán las **potencias enteras crecientes de la base.**

Sistemas de Posición en cualquier base.

- Para construir un número en cualquier base, deben definirse los signos que se emplearán y luego aplicar el método de las divisiones sucesivas. Por sencillez solo trabajaremos con números enteros positivos y signos decimales conocidos. Se destaca que podrían utilizarse cualquier conjunto de “**dibujitos** ” arbitrarios.

- Por convención, se señala la base en que está expresado un número, colocando luego de él, uno o mas dígitos entre paréntesis. Si no se indica nada, debe entenderse que la base es 10 .

- Para una mejor comprensión se desarrolla a continuación, un mismo número (cualquiera), en diferentes bases.

Tomamos por ejemplo el número **429** = **429** $_{\mathbf{(10)}}$ **:**

Sistemas de Posición en cualquier base.

- <u>En base " **9** "</u>

- - - - - - - - - - - - - Sean los signos: **0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7** y **8.**

429 / 9 = 47

<u>**6**</u> 47 / 9 = 5

<u>**2**</u> <u>**5**</u>

429 $_{(10)}$ = 526 $_{(9)}$;

La serie de potencias de <u>**9**</u> permite leer el número obtenido:

$$\mathbf{526}_{(9)} = (\mathbf{6}\ \ 9^0) + (\mathbf{2}\ \ 9^1) + (\mathbf{5}\ \ 9^2) = 6 + 18 + 405 = \mathbf{429}_{(10)}$$

Sistemas de Posición en cualquier base.

- En base “ **8** “ (o sistema **octal**)

- - - - - - - - - - - - - Sean los signos: **0; 1; 2; 3; 4; 5; 6** y **7**.

429 / 8 = 53

5 53 / 8 = 6

5 **6**

429 $_{(10)}$ **= 655** $_{(8)}$;

La serie de potencias de **8** permite leer el número obtenido:

655 $_{(8)}$ = $(5 \;\, 8^0) + (5 \;\, 8^1) + (6 \;\, 8^2) = 5 + 40 + 384 =$ **429** $_{(10)}$

Sistemas de Posición en cualquier base.

- <u>En base “ **7** “</u>

- - - - - - - - - - - - - Sean los signos: **0; 1; 2; 3; 4; 5** y **6.** .

429 / 7 = 61
2 61 / 7 = 8
5 8 / 7 = 1
1 **1**

429 $_{(10)}$ **=1152** $_{(7)}$;

La serie de potencias de **7** permite leer el número obtenido:

1152 $_{(7)}$ $= (2\ 7^0) + (5\ 7^1) + (1\ 7^2) + (1\ 7^3) = 2 + 35 + 49 + 343 =$ **429** $_{(10)}$

Sistemas de Posición en cualquier base.

- En base " **6** "

- - - - - - - - - - - - - - Sean los signos: **0; 1; 2; 3; 4** y **5.**

429 / 6 = 71

3 71 / 6 = 11

5 11 / 6 = 1

5 **1**

429 $_{(10)}$ **=1553** $_{(6)}$;

La serie de potencias de **6** permite leer el número obtenido:

1553 $_{(6)}$ = $(3\ 6^0) + (5\ 6^1) + (5\ 6^2) + (1\ 6^3)$ =3+ 30 + 180 + 216 = **429** $_{(10)}$

Sistemas de Posición en cualquier base.

- <u>En base “ **5** “</u>

- - - - - - - - - - - - - - Sean los signos: **0; 1; 2; 3** y **4.**

429 / 5 = 85
4   85 / 5 = 17
<u>0</u>   17 / 5 = 3
<u>2</u>   **<u>3</u>**

$\mathbf{429_{(10)} = 3204_{(5)}}$;

La serie de potencias de **<u>5</u>** permite leer el número obtenido:

$\mathbf{3204_{(5)}} = (4\ 5^0) + (0\ 5^1) + (2\ 5^2) + (3\ 5^3) = 4 + 0 + 50 + 375 = \mathbf{429_{(10)}}$

Sistemas de Posición en cualquier base.

- En base " **4** "

- - - - - - - - - - - - - Sean los signos: **0; 1; 2** y **3.**

429 / 4 = 107

1 107 / 4 = 26

3 26 / 4 = 6

2 6 /4 = 1

2 **1**

$\mathbf{429_{(10)} = 12231_{(4)}}$;

La serie de potencias de **4** permite leer el número obtenido:

$\mathbf{12231_{(4)}} = (1\ 4^0) + (3\ 4^1) + (2\ 4^2) + (2\ 4^3) + (1\ 4^4) = 1 + 12 + 32 + 128 + 256 = \mathbf{429_{(10)}}$

Sistemas de Posición en cualquier base.

- En base " **3** " (o sistema **ternario**)

  - - - - - - - - - - Sean los signos: **0; 1** y **2.**

429 / 3 = 143

0 143 / 3 = 47

2 47 / 3 = 15

2 15 / 3 = 5

0 5 / 3 = 1

2 **1**

429 $_{(10)}$ = 120220 $_{(3)}$;

La serie de potencias de **3** permite leer el número obtenido:

120220 $_{(3)}$ = $(0\ 3^0) + (2\ 3^1) + (2\ 3^2) + (0\ 3^3) + (2\ 3^4) + (1\ 3^5)$ =

= 0 + 6 + 18 + 0 + 162 + 243 **= 429** $_{(10)}$

Sistemas de Posición en cualquier base.

- <u>En base " **2** "</u> (o sistema <u>**binario**</u>)

- - - - - - - - - - Sean <u>solamente</u> los signos: **0** y **1**.

429 / 2 = 214

<u>**1**</u> 214 / 2 = 107

<u>**0**</u> 107 / 2 = 53

<u>**1**</u> 53 / 2 = 26

<u>**1**</u> 26 / 2 =13

<u>**0**</u> 13 / 2 = 6

<u>**1**</u> 6 / 2 = 3

<u>**0**</u> 3 / 2 = 1

<u>**1**</u> <u>**1**</u>

$\mathbf{429}_{(10)} = \mathbf{110101101}_{(2)}$;

La serie de potencias de <u>**2**</u> permite leer el número obtenido:

$\mathbf{110101101}_{(2)} = (1\ 2^0) + (0\ 2^1) + (1\ 2^2) + (1\ 2^3) + (0\ 2^4) + (1\ 2^5) +$

$+ (1\ 2^6) + (0\ 2^7) + (1\ 2^8) = 1 + 0 + 4 + 8 + 0 + 32 + 0 + 128 + 256 \ \mathbf{=}\ \mathbf{429}_{(10)}$

Sistemas de Posición en cualquier base.

- <u>En base " **16** "</u> (o sistema **hexadecimal**)

- - - - - - - - Sean 16 los signos: **0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; A; B; C; D; E y F**.
(se utilizan las letras como dígitos, que valen respectivamente:10; 11; 12; 13; 14 y 15)

429 / 16 = 26
13 26 / 16 = 1
10 **1**

429 $_{(10)}$ = **1AD** $_{(16)}$

La serie de potencias de **16** permite leer el número obtenido:

1AD $_{(16)}$ = (D 16^0) + (A 16^1) + (1 16^2) = 13 + 160 + 256 **= 429** $_{(10)}$

Sistema “Hexadecimal” ó en base 16

- Este sistema solo se utiliza para presentar información binaria en forma compacta (por ejemplo para nombrar las direcciones de una memoria en un manual técnico. Nunca se usa en el interior de una máquina
- Nuestra vista prefiere ver pocos símbolos aunque sean variados, que muchos signos binarios. Esto es exactamente lo contrario que para un sistema inanimado (una computadora), dentro de la cual la numeración binaria es la única que se utiliza.
- Destacamos que en hexadecimal solo dos posiciones, permiten señalar 256 puntos diferentes. Esto resulta cómodo para algunas indicaciones técnicas.
- El pasaje de un número hexadecimal a binario es sencillo, ya que cada signo hexadecimal se reemplaza por cuatro dígitos binarios y viceversa.

Sistema “Binario” ó en base 2

- Este sistema puede llamarse también **“Numeración Binaria”** y solo dispone de **“ceros”** y **“unos”** como signos posibles. (“0” y “1”)

- Es en la actualidad el mas importante de todos los sistemas de numeración, después, claro está, del sistema decimal usado en la vida diaria.

  Esta afirmación quedará justificada en forma analítica, al estudiarse los temas correspondientes a “Lógica Matemática” y “Algebra de Boole”.

- En efecto, la relativamente reciente aparición de las máquinas computadoras, las computadoras personales, las pequeñas calculadoras electrónicas y una gran cantidad de aparatos y dispositivos que revolucionaron el mundo en los últimos años, se debió por supuesto a tremendos avances científicos y tecnológicos, pero fundamentalmente pudieron realizarse, debido a la adopción de la “numeración binaria”. Esta numeración constituye en forma exclusiva el “lenguaje interno” de todos los dispositivos informáticos, equipos de control automático, sistemas de cálculo y sistemas de medición y control de tiempo.

Sistema “Binario” ó en base 2

- Los **números binarios** se generan mediante la aplicación formal de las reglas de los números decimales:

Decimal	Binario	Decimal	Binario
0	0	17	10001
1	1	18	10010
2	10	.	.
3	11	.	.
4	100	.	.
5	101	31	11111
6	110	32	100000
7	111	.	.
8	1000	.	.
9	1001	.	.
10	1010	63	111111
11	1011	64	1000000
12	1100	.	.
13	1101	.	.
14	1110	127	1111111
15	1111	128	10000000
16	10000	. . . y así siguiendo . . .	

Sistema “Binario” ó en base 2

- <u>Pasaje de un número decimal a binario:</u> Ya se vio en el ejemplo, que se deben efectuar las sucesivas divisiones del número decimal dado, por 2, hasta llegar a un cociente de valor 1.

- Las cifras del número binario son, de izquierda a derecha, el último cociente (1), seguido por los “restos” de las divisiones tomados en forma “ascendente”.

Sea: **81** $_{(10)}$

81 / 2 = 40

1 40 / 2 = 20

0 20 / 2 = 10

0 10 / 2 = 5

1 5 / 2 = 2

1 2 / 2 = 1

0 **1**

→ **81** $_{(10)}$ = **1011001** $_{(2)}$

Sistema "Binario" ó en base 2

- <u>Pasaje de un número binario a decimal</u>: Teniendo en cuenta que las sucesivas posiciones del binario "pesan" como las potencias enteras del **2**, estan valdrán :

1; 2; 4; 8; 16; 32; 64; 128; 256; 512; 1024; 2048; 4096; . . . Etc.; etc.

- Además como los dígitos sólo pueden valer **"0"** ó **"1",** se sumarán, de derecha a izquierda, solamente aquellas potencias que coincidan con los "1" del binario propuesto:

Ejemplos: $\mathbf{10100011}_{(2)} = 1 + 2 + 32 + 128 = \mathbf{163}_{(10)}$

$\mathbf{11100}_{(2)} = 4 + 8 + 16 = \mathbf{28}_{(10)}$

$\mathbf{11111}_{(2)} = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 = \mathbf{31}_{(10)}$

Sistema “Binario” ó en base 2

- Recordemos que en la numeración decimal se tienen (excluyendo el cero), nueve (9) dígitos significativos.
- Luego hay noventa (90) números de dos cifras: (desde el 10 al 99).
- Seguidamente novecientos (900) de tres cifras: (desde el 100 al 999).
- A continuación nuevemil (9000) de cuatro cifras (desde el 1000 al 9999) y así siguiendo.

- En la numeración binaria se tiene (excluyendo el cero), un dígito significativo.
- Después hay dos (2) números de dos cifras: (el 10 y 11).
- Luego hay cuatro (4) de tres cifras: (desde el 100 al 111).
- Se sigue con ocho (8) de cuatro cifras: (desde el 1000 al 1111).
- A continuación dieciseis (16) de cinco cifras: (desde el 10000 al 11111).
- Seguidamente treinta y dos (32) de seis cifras, (desde el 100000 al 111111) y así siguiendo.

Sistema “Binario” ó en base 2

- Resulta evidente que los números se hacen rápidamente muy extensos.

- Por ejemplo el número que analizamos en varias bases, el 429 (10), tiene tres cifras en las bases 9 y 8, cuatro cifras en las bases 7, 6 y 5, cinco cifras en base 4, seis cifras en base 3 y nueve cifras en base 2. Parecería inconveniente el aumento de extensión con la disminución de la base. En cambio veremos seguidamente que las ventajas del sistema binario hacen carecer de importancia lo antes señalado.

- Recordemos que en la numeración decimal, para realizar las operaciones aritméticas básicas, se deben aprender desde edad temprana y recordar siempre, las “**tablas de sumar**” y “**tablas de multiplicar**”. Estas son largas y tediosas y normalmente encierran una penosa dificultad durante el aprendizaje.

  En cambio en el sistema binario, las tablas de suma y de multiplicación son de gran sencillez:

Tabla de Suma o Adición decimal

+	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24

Tabla de Pitágoras (Tabla de multiplicación decimal)

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
11	11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132
12	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144

Tabla 2. Suma y multiplicación en el sistema de numeración octal

+	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7	10
2	2	3	4	5	6	7	10	11
3	3	4	5	6	7	10	11	12
4	4	5	6	7	10	11	12	13
5	5	6	7	10	11	12	13	14
6	6	7	10	11	12	13	14	15
7	7	10	11	12	13	14	15	16

*	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7
2	0	2	4	6	10	12	14	16
3	0	3	6	11	14	17	22	25
4	0	4	10	14	20	24	30	34
5	0	5	12	17	24	31	36	43
6	0	6	14	22	30	36	44	52
7	0	7	16	25	34	43	52	61

Tabla 3. Suma y multiplicación en el sistema de numeración hexadecimal

+	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10
1	02	03	04	05	06	07	08	09	0A	0B	0C	0D	0E	0F	10	11
2	03	04	05	06	07	08	09	0A	0B	0C	0D	0E	0F	10	11	12
3	04	05	06	07	08	09	0A	0B	0C	0D	0E	0F	10	11	12	13
4	05	06	07	08	09	0A	0B	0C	0D	0E	0F	10	11	12	13	14
5	06	07	08	09	0A	0B	0C	0D	0E	0F	10	11	12	13	14	15
6	07	08	09	0A	0B	0C	0D	0E	0F	10	11	12	13	14	15	16
7	08	09	0A	0B	0C	0D	0E	0F	10	11	12	13	14	15	16	17
8	09	0A	0B	0C	0D	0E	0F	10	11	12	13	14	15	16	17	18
9	0A	0B	0C	0D	0E	0F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
A	0B	0C	0D	0E	0F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A
B	0C	0D	0E	0F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B
C	0D	0E	0F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C
D	0E	0F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D
E	0F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D	1E
F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D	1E	1F
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D	1E	1F	20

*	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10
2	04	06	08	0A	0C	0E	10	12	14	16	18	1A	1C	1E	20
3	06	09	0C	0F	12	15	18	1B	1E	21	24	27	2A	2D	30
4	08	0C	10	14	18	1C	20	24	28	2C	30	34	38	3C	40
5	0A	0F	14	19	1E	23	28	2D	32	37	3C	41	46	4B	50
6	0C	12	18	1E	24	2A	30	36	3C	42	48	4E	54	5A	60
7	0E	15	1C	23	2A	31	38	3F	46	4D	54	5B	62	69	70
8	10	18	20	28	30	38	40	48	50	58	60	68	70	78	80
9	12	1B	24	2D	36	3F	48	51	5A	63	6C	75	7E	87	90
A	14	1E	28	32	3C	46	50	5A	64	6E	78	82	8C	96	A0
B	16	21	2C	37	42	4D	58	63	6E	79	84	8F	9A	A5	B0
C	18	24	30	3C	48	54	60	6C	78	84	90	9C	A8	B4	C0
D	1A	27	34	41	4E	5B	68	75	82	8F	9C	A9	B6	C3	D0
E	1C	2A	38	46	54	62	70	7E	8C	9A	A8	B6	C4	D2	E0
F	1E	2D	3C	4B	5A	69	78	87	96	A5	B4	C3	D2	E1	F0
10	20	30	40	50	60	70	80	90	A0	B0	C0	D0	E0	F0	100

Sistema “Binario” ó en base 2

- Tabla de sumar en binario:

$0 + 0 = 0$
$0 + 1 = 1$
$1 + 0 = 1$
$1 + 1 = 10$

≡

+	0	1
0	0	1
1	1	10

- Tabla de multiplicar en binario:

$0 . 0 = 0$
$0 . 1 = 0$
$1 . 0 = 0$
$1 . 1 = 1$

≡

x	0	1
0	0	0
1	0	1

La sencillez de estas tablas está clara y no merece ninguna explicación.

Sistema “Binario” ó en base 2

- Teniendo en cuenta las tablas anteriores y las reglas de la conocida aritmética decimal, se han desarrollado una serie de algoritmos que permiten, en forma relativamente sencilla, efectuar todas la operaciones básicas, en forma sistemática y coherente.

- La aritmética binaria es un largo capítulo. Pensemos que hay que hacer operaciones con números enteros, decimales, positivos y negativos. Todo está muy bien tratado en la bibliografía especializada,

- No vamos a demostrarlo, pero sí mencionaremos que primero, se desarrolló un “sumador”. Luego con ciertos “atajos” tecnológicos se realizaron “restadores”. Por sumas repetidas se pudo pensar en la multiplicación y por restas repetidas en la división.

Sistema “Binario” ó en base 2

- Como se señaló anteriormente, la “**lógica matemática**”, el “**algebra de Boole**” y los “**avances tecnológicos**”, permitieron que las operaciones aritméticas se pudieran simplificar y adaptar su realización a medios electrónicos, que funcionan a elevadas velocidades y con tamaños reducidos.

- Es tan trascendente la aplicación tecnológica del sistema binario, que ha originado la creación de una nueva “filosofía de diseño”, que revolucionó en forma total la ciencia “electrónica”. Esto se traduce en lo que actualmente se conoce genéricamente como “sistemas o técnicas digitales”, nombre que ya forma parte del lenguaje cotidiano y que alude además en forma clara a su origen numérico.

- A título informativo recordamos que anteriormente los sistemas electrónicos eran “analógicos”.

Sistema “Binario” ó en base 2

- Mencionamos que son “digitales”, los discos compactos (CD), los teléfonos celulares, los discos de video (DVD), todos los dispositivos de memorias para almacenar música, por supuesto las computadoras, las calculadoras, las cámaras fotográficas, las filmadoras, etc.,etc.

- Próximamente también se generalizará la televisión digital.

- Como comentario final, se señala que buena parte de los avances tecnológicos son realizados por grandes empresas industriales y comerciales y por razones obvias no se dan a conocer, en forma explícita, los detalles finos de los últimos sistemas.

Apéndice:

- Es muy usado en computación el código **“Decimal Codificado en Binario” (DCB ó BCD** en inglés). En él cada cifra de un número cualquiera, es expresada en binario (8 4 2 1).

Por ejemplo: 1984 se expresará: 0001 1001 1000 0100 = 0001100110000100

1 9 8 4

Número decimal	Decimal codificado en binario.
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001

Número o letra hexadecimal	Número binario
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
A	1010
B	1011
C	1100
D	1101
E	1110
F	1111

31

8 4 2 1 ← Valor del «peso» correspondiente a cada línea

	8	4	2	1												
	0	0	0	0	=	0	+	0	+	0	+	0	=	**0**
	0	0	0	1	=	0	+	0	+	0	+	1	=	**1**
	0	0	1	0	=	0	+	0	+	2	+	0	=	**2**
	0	0	1	1	=	0	+	0	+	2	+	1	=	**3**
0 = Off	0	1	0	0	=	0	+	4	+	0	+	0	=	**4**
1 = On	0	1	0	1	=	0	+	4	+	0	+	1	=	**5**
	0	1	1	0	=	0	+	4	+	2	+	0	=	**6**
	0	1	1	1	=	0	+	4	+	2	+	1	=	**7**
	1	0	0	0	=	8	+	0	+	0	+	0	=	**8**
	1	0	0	1	=	8	+	0	+	0	+	1	=	**9**

Números binarios:
0 y 1 son cifras binarias o «bits»

Cifras decimales

Número octal	Número binario
0	000
1	001
2	010
3	011
4	100
5	101
6	110
7	111

Algunos códigos numéricos y alfanuméricos

Tabla 5. Algunos códigos numéricos

Cifras decimales	Código B C D	Código de exceso 3	Código 2421
0	0 0 0 0	0 0 1 1	0 0 0 0
1	0 0 0 1	0 1 0 0	0 0 0 1
2	0 0 1 0	0 1 0 1	0 0 1 0
3	0 0 1 1	0 1 1 0	0 0 1 1
4	0 1 0 0	0 1 1 1	0 1 0 0
5	0 1 0 1	1 0 0 0	1 0 1 1
6	0 1 1 0	1 0 0 1	1 1 0 0
7	0 1 1 1	1 0 1 0	1 1 0 1
8	1 0 0 0	1 0 1 1	1 1 1 0
9	1 0 0 1	1 1 0 0	1 1 1 1

Tabla 7. Código ISO de 7 bits

Valor de los 4 bits menos significativos	Valores de los 3 bits más significativos							
	000	001	010	011	100	101	110	111
0 0 0 0			b	0	α	P	’	p
0 0 0 1			!	1	A	Q	a	q
0 0 1 0			”	2	B	R	b	r
0 0 1 1			£	3	C	S	c	s
0 1 0 0			$	4	D	T	d	t
0 1 0 1			%	5	E	U	e	u
0 1 1 0			&	6	F	V	f	v
0 1 1 1			’	7	G	W	g	w
1 0 0 0			(	8	H	X	h	x
1 0 0 1			)	9	I	Y	i	y
1 0 1 0			*	:	J	Z	j	z
1 0 1 1			+	;	K	[	k	
1 1 0 0			,	<	L	\	l	
1 1 0 1			—	=	M	→	m	
1 1 1 0			.	>	N	↑	n	
1 1 1 1			/	?	O	–	o	

Tabla 6. Códigos alfanuméricos de 6 bits

Valores de los 4 bits menos significativos	Código IBM 1400				Código CDC 3000				Código H 6000			
	Valores de los 2 bits más significativos											
	00	01	10	11	00	01	10	11	00	01	10	11
0 0 0 0	b		—	+	0	+	—	b	0	b	↑	+
0 0 0 1	1	/	J	A	1	A	J	/	1	A	J	/
0 0 1 0	2	S	K	B	2	B	K	S	2	B	K	S
0 0 1 1	3	T	L	C	3	C	L	T	3	C	L	T
0 1 0 0	4	U	M	D	4	D	M	U	4	D	M	U
0 1 0 1	5	V	N	E	5	E	N	V	5	E	N	V
0 1 1 0	6	W	O	F	6	F	O	W	6	F	O	W
0 1 1 1	7	X	P	G	7	G	P	X	7	G	P	X
1 0 0 0	8	Y	Q	H	8	H	Q	Y	8	H	Q	Y
1 0 0 1	9	Z	R	I	9	I	R	Z	9	I	R	Z
1 0 1 0	0						°	&	[	&	—	←
1 0 1 1	#	,	$	.	=	.	$	,	#	.	$	,
1 1 0 0	@	%	*	☆	”	)	*	(	@	]	*	%
1 1 0 1					:	’	#		:	(	)	=
1 1 1 0					;	@	%		>	<	;	”
1 1 1 1					?	!			?	\	’	!

Gracias por su atención.

Se sugiere dialogar sobre este tema

F I N