

Titulo: **DIAGRAMAS DE FUERZAS Y MOMENTOS
(MÉTODO DE LAS ÁREAS)**

Autor: José Luis Albornoz Salazar
Ocupación: Ing Civil. Docente Universitario
País de residencia: Venezuela
Correo electrónico: martilloatomico@gmail.com

El autor de este trabajo solicita su valiosa colaboración en el sentido de enviar cualquier sugerencia y/o recomendación a la siguiente dirección :

martilloatomico@gmail.com

Igualmente puede enviar cualquier ejercicio o problema que considere pueda ser incluido en el mismo.

Si en sus horas de estudio o práctica se encuentra con un problema que no pueda resolver, envíelo a la anterior dirección y se le enviará resuelto a la suya.

DIAGRAMAS DE FUERZAS CORTANTES Y MOMENTOS FLEXIONANTES

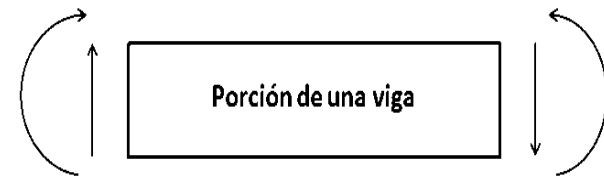
Con referencia a la construcción de los diagramas de fuerzas cortantes y momentos flexionantes pueden hacerse las generalizaciones siguientes :

- 1) Una carga o un punto de apoyo origina una línea vertical en el diagrama de fuerzas cortantes.
- 2) Una carga uniformemente distribuida (rectángulo) origina una línea inclinada en el diagrama de fuerzas cortantes.
- 3) Las regiones de la viga en donde no hay cargas aplicadas, se reflejan como líneas horizontales en el diagrama de fuerzas cortantes.
- 4) Una carga no uniformemente distribuida (en forma de triángulo) origina un arco de parábola en el diagrama de fuerzas cortantes.
- 5) Una línea horizontal en el diagrama de fuerzas cortantes implica una línea inclinada en el diagrama de momentos flexionantes.
- 6) Una línea inclinada en el diagrama de fuerzas cortantes implica un arco de parábola en el diagrama de momentos flexionantes.
- 7) Un arco de parábola en el diagrama de fuerzas cortantes implica una curva cúbica en el diagrama de momentos flexionantes,
- 8) Cada coordenada vertical del diagrama de momentos flexionantes en un punto de la viga tiene un valor igual a la suma algebraica del área del diagrama de fuerzas cortantes hasta ese punto.

- 9) Cuando el diagrama de fuerzas cortantes cruza al eje horizontal, entonces el diagrama de momentos flexionantes en ese punto debe cambiar de pendiente, ya sea de negativa a positiva o viceversa. Esto significa que cualquier punto, donde el diagrama de fuerzas cortantes cruce el eje horizontal, debe ser un máximo o un mínimo en el diagrama de momentos flexionantes.

- 10) Un momento externo aplicado en un punto de la viga origina una línea vertical en el diagrama de momentos flexionantes,

Convención de signos : Se ha convenido que la fuerza cortante “V” y el momento flexionante “M” en un punto dado de una viga son positivos si están dirigidos como se muestra a continuación :

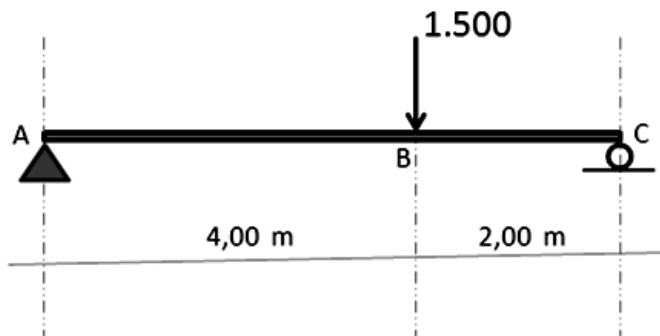


Nota : Esta guía presenta un “método práctico” para la construcción de los diagramas de fuerzas cortantes y momentos flectores en vigas estáticamente determinadas.

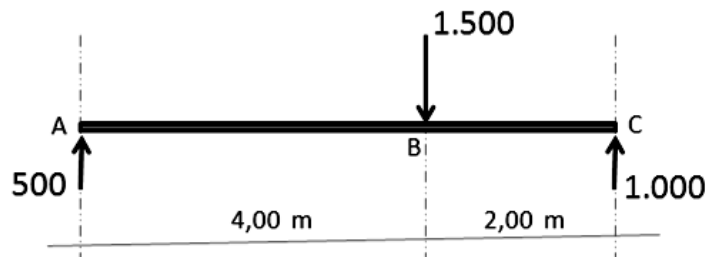
Los fundamentos teóricos y el procedimiento o “método científico” lo puedes observar en una guía que se encuentra en la web y a la que puedes acceder a través del buscador de Google solicitando:

Características de solicitud (diagramas de fuerzas y momentos) Albornoz

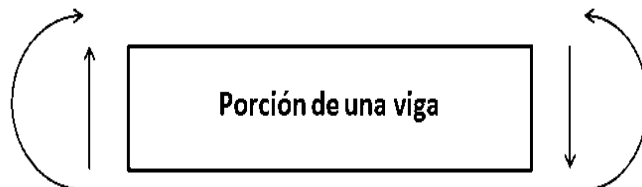
Ejercicio 1 : Construir los diagramas de Corte y Momento de la viga que se muestra a continuación :



Lo primero que debemos hacer es calcular las reacciones en los apoyos, procedimiento que ya debe ser conocido por todos los estudiantes de este nivel :



Para iniciar el diagrama de corte debemos recordar la convención de signos:

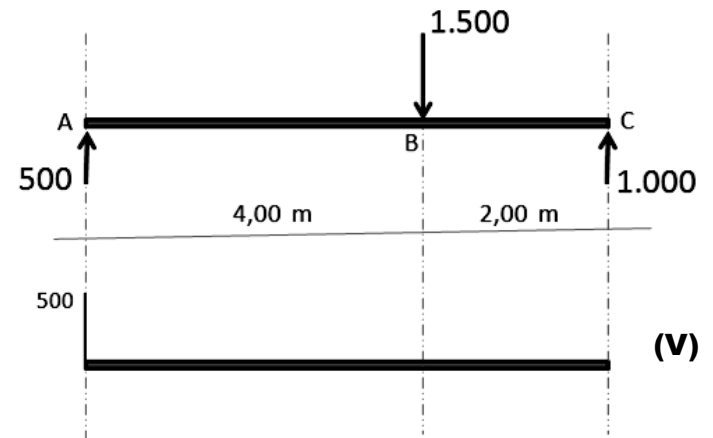


Además se recomienda iniciar la construcción de los diagramas de izquierda a derecha.

Como la fuerza vertical generada por el apoyo en "A" tiene sentido hacia arriba (positivo cuando se ve el lado izquierdo de la viga); se coloca una línea vertical (500 unid.) al inicio del diagrama de fuerzas cortantes (recordando lo indicado en el aparte 1 de la página 1 de esta guía)

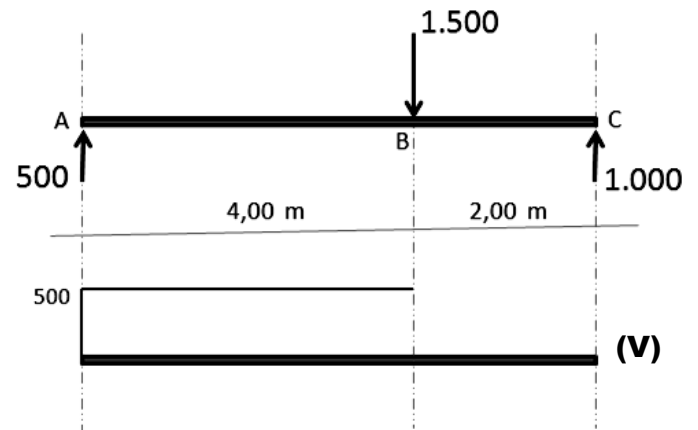
DIAGRAMAS DE CORTE Y MOMENTO

- 1) Una carga o un punto de apoyo origina una línea vertical en el diagrama de fuerzas cortantes.

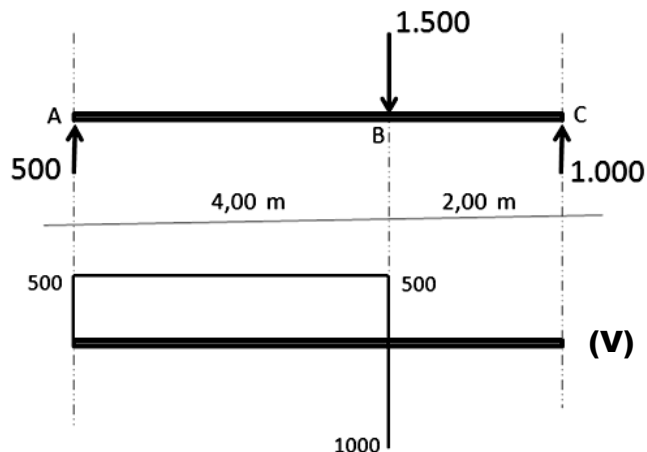


Ahora atendiendo a lo indicado en el aparte 3) de la página 1 de esta guía se puede graficar desde "A" hasta "B" :

- 3) Las regiones de la viga en donde no hay cargas aplicadas, se reflejan como líneas horizontales en el diagrama de fuerzas cortantes.



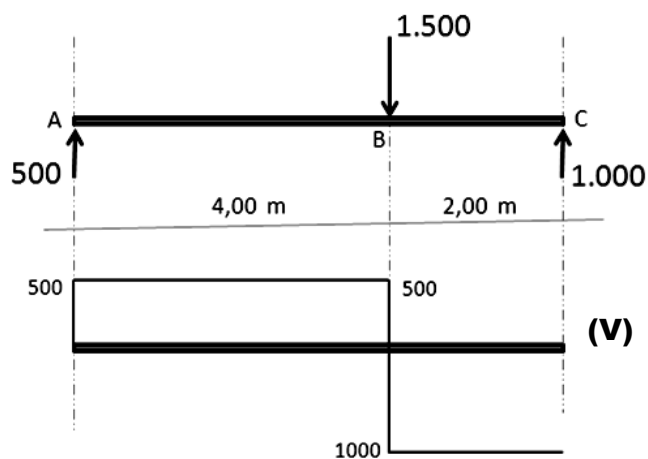
Tomando en cuenta de nuevo el aparte 1) de la página 1 de esta guía, en el punto "B" debe colocarse una línea vertical que tendrá una longitud igual a la intensidad de la fuerza aplicada (en este caso 1.500 unidades hacia abajo desde la línea horizontal graficada anteriormente)



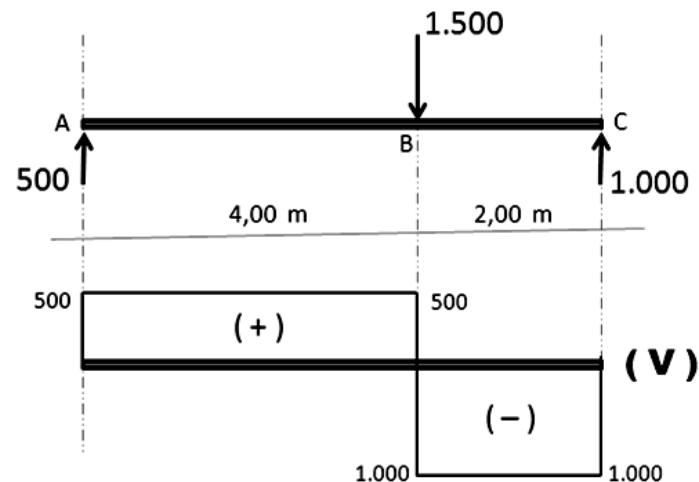
Note que en el punto "B" se observan 500 unidades sobre la viga (positiva) y 1.000 unidades debajo (negativa), que conforman las 1.500 unidades equivalentes a la fuerza puntual aplicada en el punto "B" con sentido vertical hacia abajo.

Ahora atendiendo a lo indicado en el aparte 3) de la página 1 de esta guía se puede graficar desde "B" hasta "C":

- 3) Las regiones de la viga en donde no hay cargas aplicadas, se reflejan como líneas horizontales en el diagrama de fuerzas cortantes.



Por último trazo una línea recta hacia arriba de 1.000 unidades (note que la fuerza generada por el apoyo en "C" tiene este mismo sentido e intensidad); esto me indica que el gráfico fue bien elaborado al cerrar exactamente.



Para iniciar el gráfico de momento debemos recordar los apartes 5), 8) y 9) de la página 1 de esta guía:

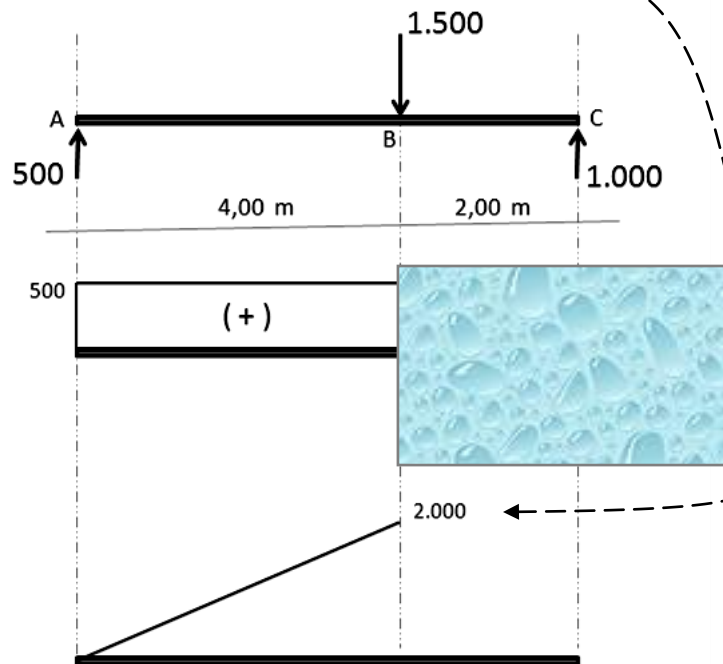
- 5) Una línea horizontal en el diagrama de fuerzas cortantes implica una línea inclinada en el diagrama de momentos flexionantes.
- 8) Cada coordenada vertical del diagrama de momentos flexionantes en un punto de la viga tiene un valor igual a la suma algebraica del área del diagrama de fuerzas cortantes hasta ese punto.
- 9) Cuando el diagrama de fuerzas cortantes cruza al eje horizontal, entonces el diagrama de momentos flexionantes en ese punto debe cambiar de pendiente, ya sea de negativa a positiva o viceversa. Esto significa que cualquier punto, donde el diagrama de fuerzas cortantes cruce el eje horizontal, debe ser un máximo o un mínimo en el diagrama de momentos flexionantes.

Lo anteriormente señalado me indica que el diagrama de momento estará conformado por un triángulo de "A" hasta "B" y otro triángulo de "B" hasta "C". Además que en el punto "B" estará ubicado el momento máximo o mínimo.

Por nuestros conocimientos adquiridos en nuestras primeras clases de Estática sabemos que en el punto "A" el momento es cero.

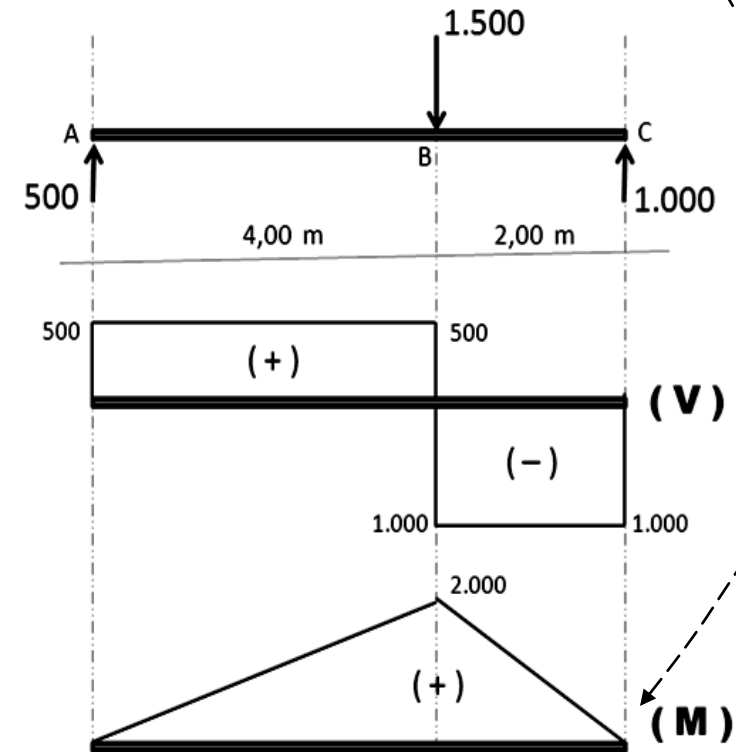
Para estudiar los valores del momento en cualquiera de los puntos de la viga nos permitimos aclarar que se deben tomar en cuenta los valores que están a la izquierda de dicho punto. Algunos estudiantes acuden al "truco" de cubrir la parte derecha a partir de dicho punto con una tarjeta o carnet. Esto les permite visualizar únicamente las figuras del diagrama de fuerzas cortantes a las que le van a calcular el área.

Para saber el valor que tendrá el momento en el punto "B", recuerdo lo indicado en el aparte 8) de la página 1. Luego el área del rectángulo del diagrama de fuerzas cortantes que tiene 4,00 unidades de base y 500 unidades de altura será igual a $4 \times 500 = 2.000$

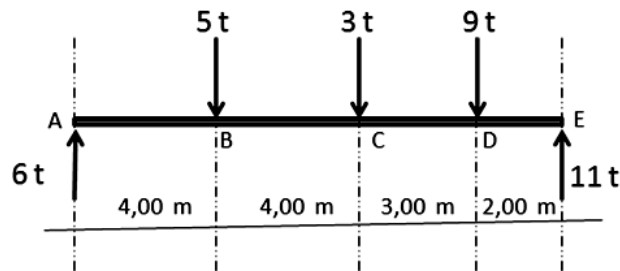


DIAGRAMAS DE CORTE Y MOMENTO

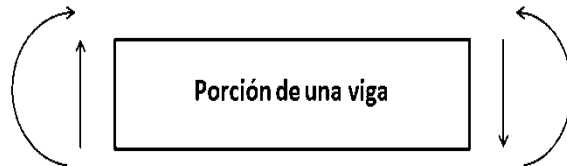
Luego si me coloco en el punto "C" notaré que en el diagrama de fuerzas cortantes tengo un rectángulo (positivo) con un área = $4 \times 500 = 2000$, menos un rectángulo (negativo) con un área = $2 \times 1000 = 2000$; luego el valor del momento en el punto "C" = $2000 - 2000 = 0$



Ejercicio 2 : Construir los diagramas de Corte y Momento de la viga que se muestra a continuación :



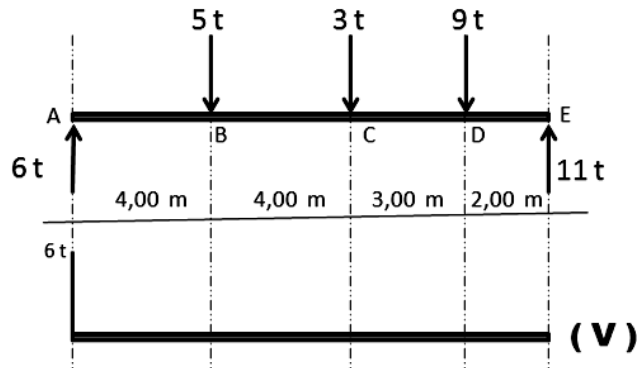
Para iniciar el diagrama de corte debemos recordar la convención de signos:



Además se recomienda iniciar la construcción de los diagramas de izquierda a derecha.

Como la fuerza vertical generada por el apoyo en "A" tiene sentido hacia arriba (positivo cuando se ve el lado izquierdo de la viga); se coloca una línea vertical al inicio del diagrama de fuerzas cortantes (recordando lo indicado en el aparte 1 de la página 1 de esta guía).

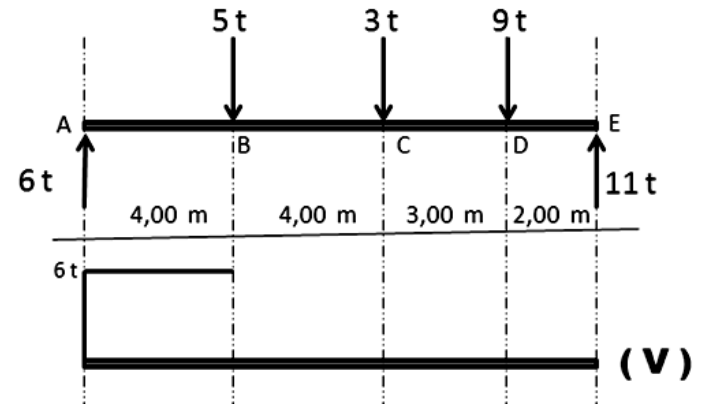
1) Una carga o un punto de apoyo origina una línea vertical en el diagrama de fuerzas cortantes.



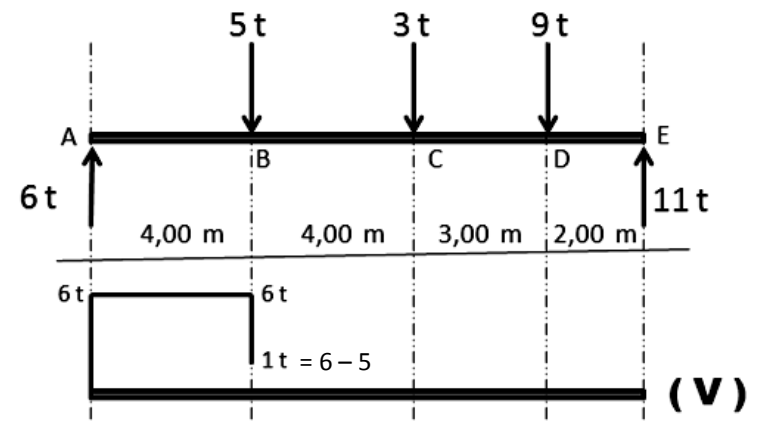
DIAGRAMAS DE CORTE Y MOMENTO

Ahora atendiendo a lo indicado en el aparte 3) de la página 1 de esta guía se puede graficar desde "A" hasta "B" :

3) Las regiones de la viga en donde no hay cargas aplicadas, se reflejan como líneas horizontales en el diagrama de fuerzas cortantes.

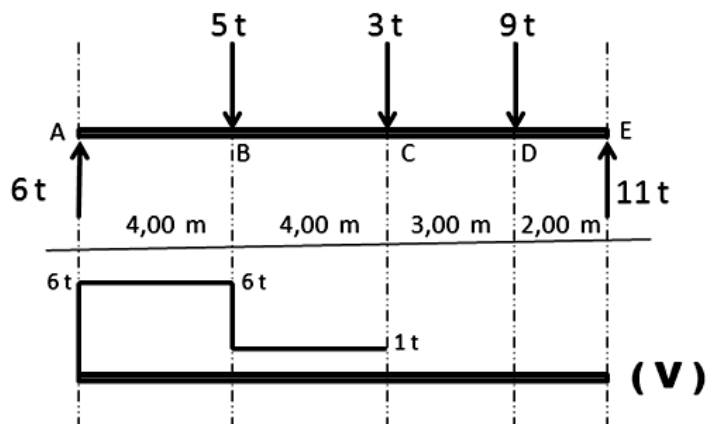


Tomando en cuenta de nuevo el aparte 1) de la página 1 de esta guía, en el punto "B" debe colocarse una línea vertical que tendrá una longitud igual a la intensidad de la fuerza aplicada (en este caso 5 toneladas hacia abajo desde la línea horizontal graficada anteriormente)

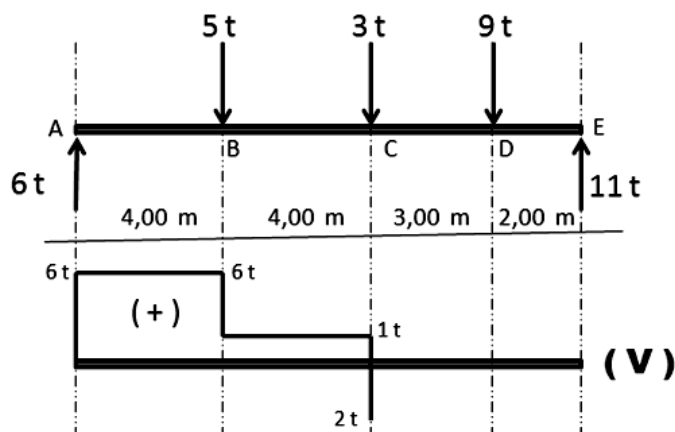


Ahora atendiendo a lo indicado en el aparte 3) de la página 1 de esta guía se puede graficar desde "B" hasta "C" :

- 3) Las regiones de la viga en donde no hay cargas aplicadas, se reflejan como líneas horizontales en el diagrama de fuerzas cortantes.



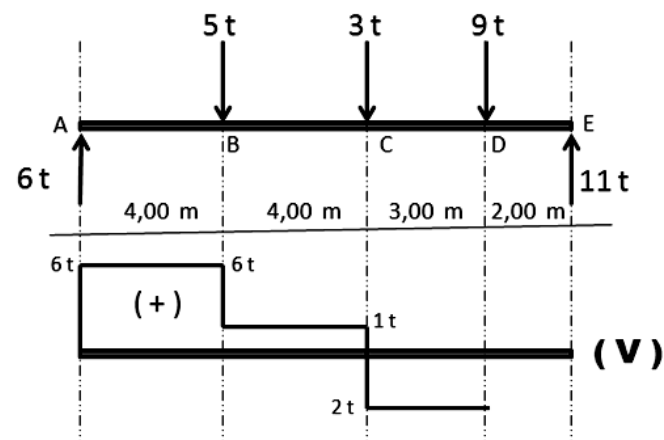
Tomando en cuenta de nuevo el aparte 1) de la página 1 de esta guía, en el punto "C" debe colocarse una línea vertical que tendrá una longitud igual a la intensidad de la fuerza aplicada (en este caso 3 toneladas hacia abajo desde la línea horizontal graficada anteriormente)



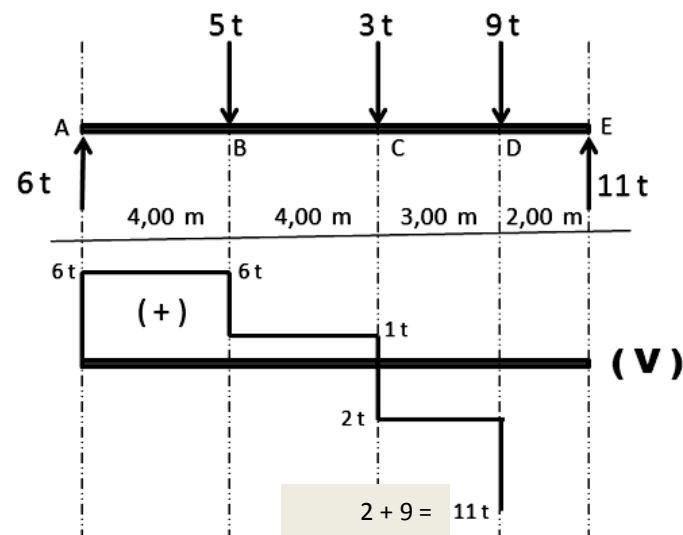
Note que en el punto "C" se observa 1 tonelada sobre la viga (positiva) y 2 toneladas debajo (negativa), que conforman las 3 toneladas equivalentes a la fuerza puntual aplicada en el punto "C" con sentido vertical hacia abajo.

Ahora atendiendo a lo indicado en el aparte 3) de la página 1 de esta guía se puede graficar desde "C" hasta "D":

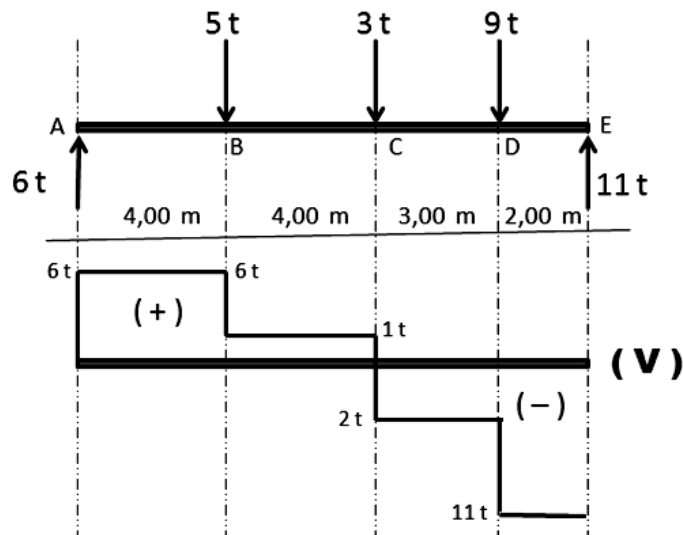
- 3) Las regiones de la viga en donde no hay cargas aplicadas, se reflejan como líneas horizontales en el diagrama de fuerzas cortantes.



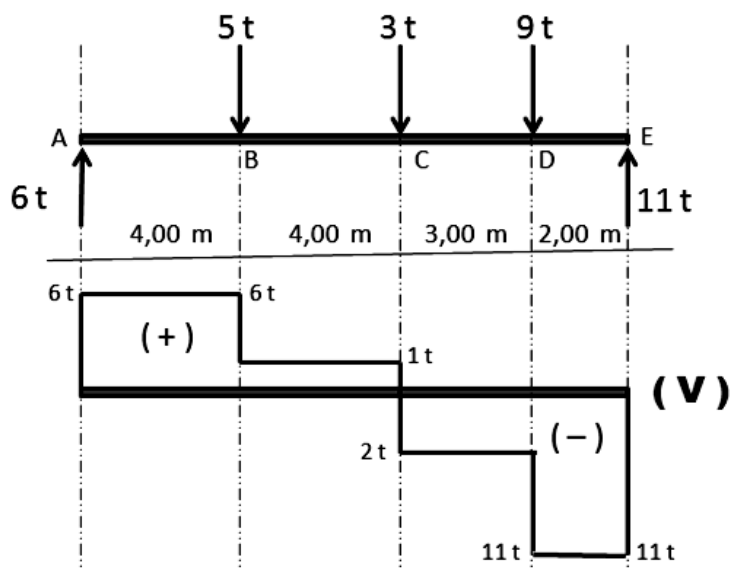
Tomando en cuenta de nuevo el aparte 1) de la página 1 de esta guía, en el punto "D" debe colocarse una línea vertical que tendrá una longitud igual a la intensidad de la fuerza aplicada (en este caso 9 toneladas hacia abajo desde la línea horizontal graficada anteriormente)



- 3) Las regiones de la viga en donde no hay cargas aplicadas, se reflejan como líneas horizontales en el diagrama de fuerzas cortantes.



Por último trazo una línea recta hacia arriba de 11 toneladas (note que la fuerza generada por el apoyo en "E" tiene este mismo sentido e intensidad); esto me indica que el gráfico fue bien elaborado al cerrar exactamente.

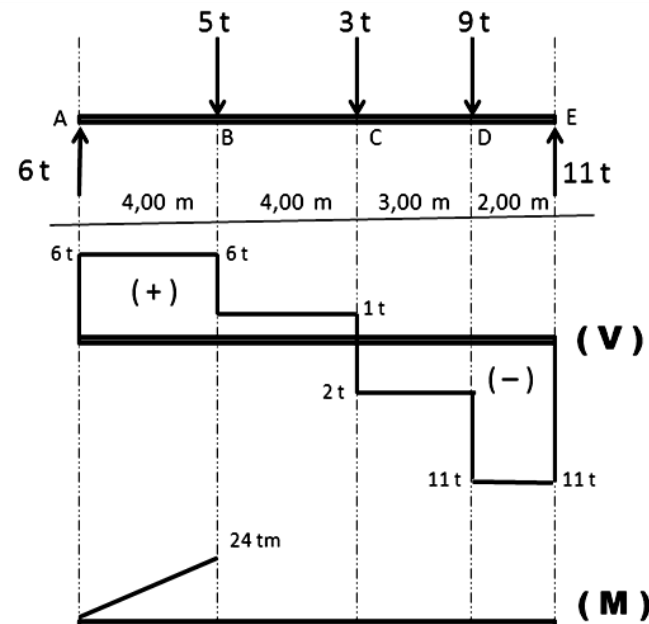


DIAGRAMAS DE CORTE Y MOMENTO

Para iniciar el gráfico de momento debemos recordar los apartes 5), 8) y 9) de la página 1 de esta guía :

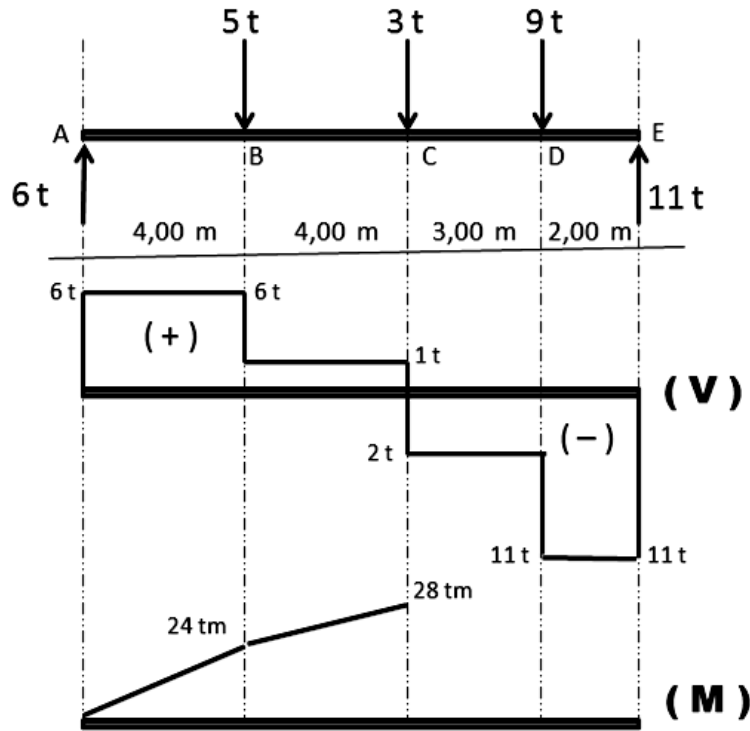
- Una línea horizontal en el diagrama de fuerzas cortantes implica una línea inclinada en el diagrama de momentos flexionantes.
- Cada coordenada vertical del diagrama de momentos flexionantes en un punto de la viga tiene un valor igual a la suma algebraica del área del diagrama de fuerzas cortantes hasta ese punto.
- Cuando el diagrama de fuerzas cortantes cruza al eje horizontal, entonces el diagrama de momentos flexionantes en ese punto debe cambiar de pendiente, ya sea de negativa a positiva o viceversa. Esto significa que cualquier punto, donde el diagrama de fuerzas cortantes cruce el eje horizontal, debe ser un máximo o un mínimo en el diagrama de momentos flexionantes.

Para determinar el valor del momento en el punto "B" calculo el área del rectángulo del diagrama de fuerzas cortantes desde "A" hasta "B" que será : $4\text{ m} \times 6\text{ t} = 24\text{ tm}$



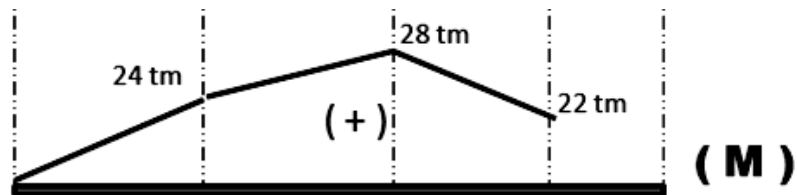
Para determinar el valor del momento en el punto "C" calculo el área de los dos rectángulos del diagrama de fuerzas cortantes desde "A" hasta "C" que será : $4 \times 6 = 24 \text{ tm}$ más $4 \times 1 = 4 \text{ tm}$

$$(24 + 4 = 28 \text{ tm})$$



Para determinar el valor del momento en el punto "D" calculo el área de los dos rectángulos del diagrama de fuerzas cortantes desde "A" hasta "C" (positivos) y restaré el área del rectángulo desde "C" hasta "D" que será : $4 \times 6 = 24 \text{ tm}$ más $4 \times 1 = 4 \text{ tm}$ menos $3 \times 2 = 6 \text{ tm}$

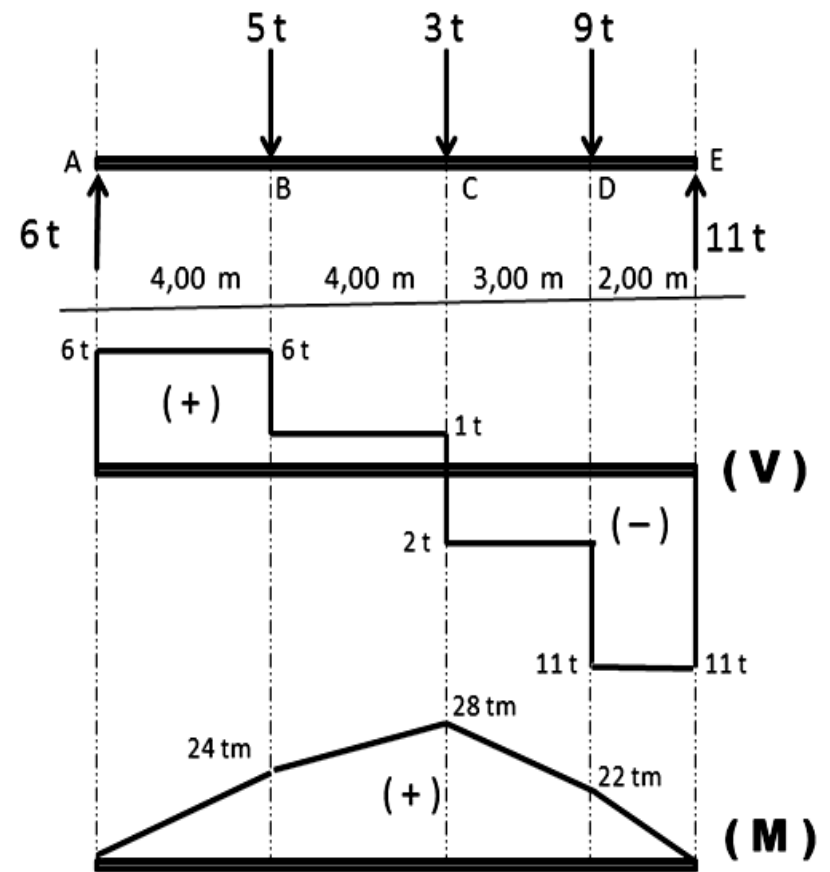
$$(24 + 4 - 6 = 22 \text{ tm})$$



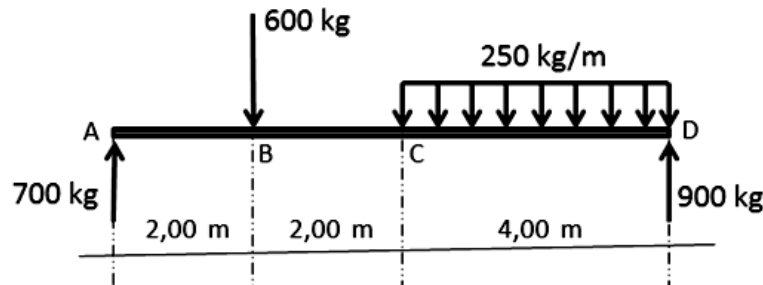
DIAGRAMAS DE CORTE Y MOMENTO

Para determinar el valor del momento en el punto "E" calculo el área de los dos rectángulos del diagrama de fuerzas cortantes desde "A" hasta "C" (positivos) y restaré el área de los dos rectángulos desde "C" hasta "E" que será : $4 \times 6 = 24 \text{ tm}$ más $4 \times 1 = 4 \text{ tm}$ menos $3 \times 2 = 6 \text{ tm}$ menos $2 \times 11 = 22 \text{ tm}$.

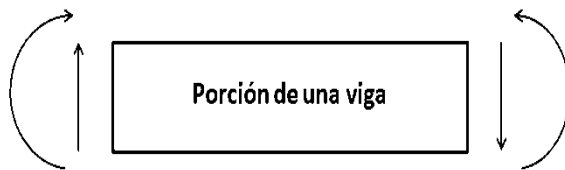
$$(24 + 4 - 6 - 22 = 0 \text{ tm})$$



Ejercicio 3 : Construir los diagramas de Corte y Momento de la viga que se muestra a continuación :



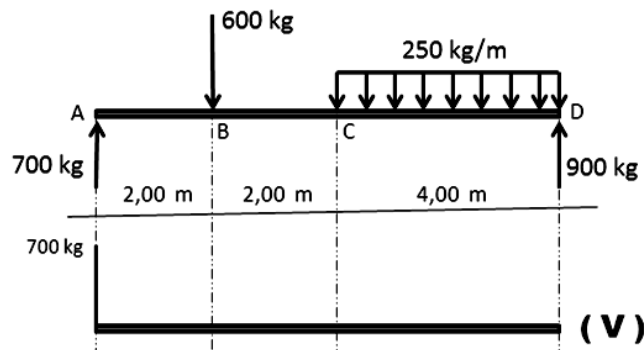
Para iniciar el diagrama de corte debemos recordar la convención de signos:



Además se recomienda iniciar la construcción de los diagramas de izquierda a derecha.

Como la fuerza vertical generada por el apoyo en "A" tiene sentido hacia arriba (positivo cuando se ve el lado izquierdo de la viga); se coloca una línea vertical al inicio del diagrama de fuerzas cortantes (recordando lo indicado en el aparte 1 de la página 1 de esta guía).

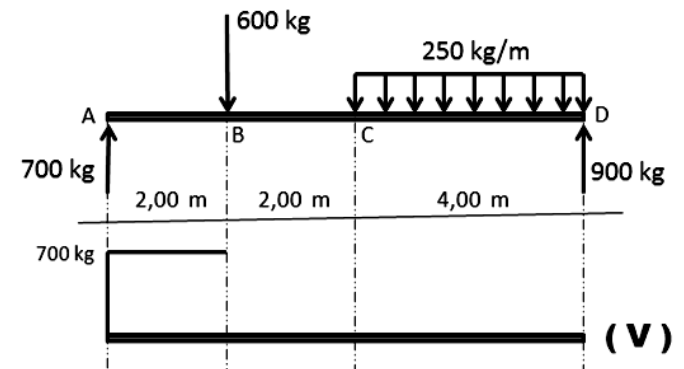
1) Una carga o un punto de apoyo origina una línea vertical en el diagrama de fuerzas cortantes.



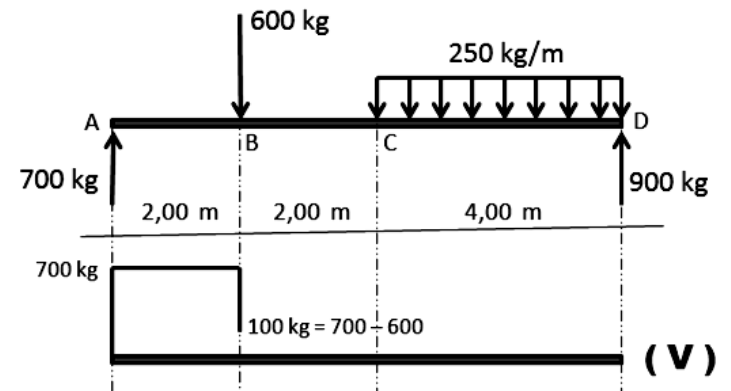
DIAGRAMAS DE CORTE Y MOMENTO

Ahora atendiendo a lo indicado en el aparte 3) de la página 1 de esta guía se puede graficar desde "A" hasta "B":

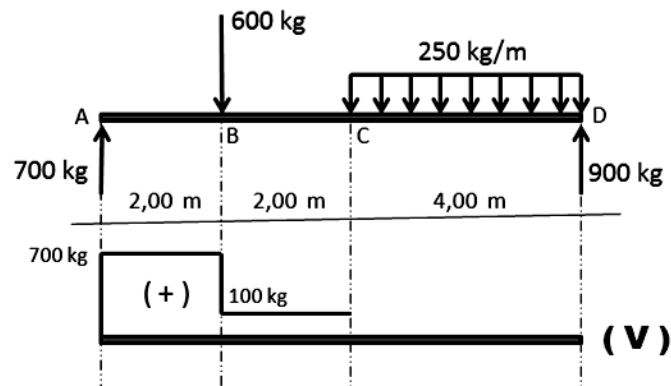
3) Las regiones de la viga en donde no hay cargas aplicadas, se reflejan como líneas horizontales en el diagrama de fuerzas cortantes.



Tomando en cuenta de nuevo el aparte 1) de la página 1 de esta guía, en el punto "B" debe colocarse una línea vertical que tendrá una longitud igual a la intensidad de la fuerza aplicada (en este caso 600 kg hacia abajo desde la línea horizontal graficada anteriormente)



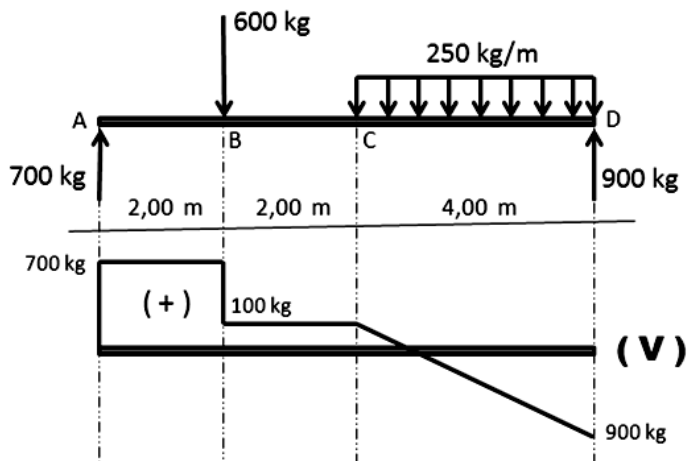
3) Las regiones de la viga en donde no hay cargas aplicadas, se reflejan como líneas horizontales en el diagrama de fuerzas cortantes.



Ahora atendiendo a lo indicado en el aparte 2) de la página 1 de esta guía se puede graficar desde "C" hasta "D":

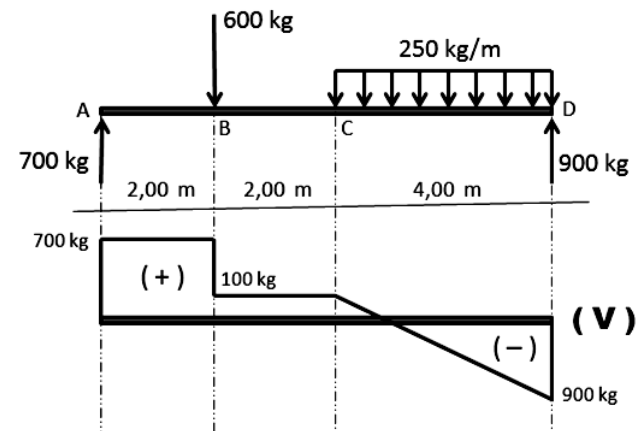
- 2) Una carga uniformemente distribuida (rectángulo) origina una línea inclinada en el diagrama de fuerzas cortantes.

Aunado a esto debo tomar en cuenta que esa línea inclinada se iniciará con un valor de 100 kg en el punto "C" y terminará con un valor de -900 en el punto "D" para que pueda cerrar el gráfico.



Por último se cierra el gráfico atendiendo a que:

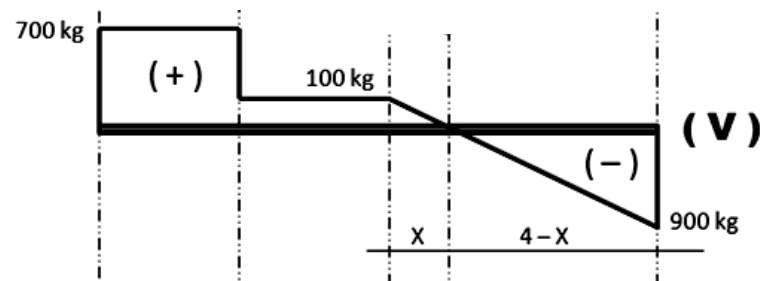
- 1) Una carga o un punto de apoyo origina una línea vertical en el diagrama de fuerzas cortantes.



Antes de elaborar el diagrama de momento y atendiendo a lo expresado en el aparte 9) de la página 1 de esta guía:

- 9) Cuando el diagrama de fuerzas cortantes cruza al eje horizontal, entonces el diagrama de momentos flexionantes en ese punto debe cambiar de pendiente, ya sea de negativa a positiva o viceversa. Esto significa que cualquier punto, donde el diagrama de fuerzas cortantes cruce el eje horizontal, debe ser un máximo o un mínimo en el diagrama de momentos flexionantes.

Es recomendable calcular el punto exacto donde el diagrama de fuerza cortante cruza al eje horizontal, para lo cual utilizamos la relación de la tangente de triángulos rectángulos:



$$\frac{100}{x} = \frac{900}{4-x} \quad ; \quad 100(4-x) = 900x \quad ; \quad x = 0,4 \text{ m}$$

Esto nos indica que el valor máximo o mínimo del diagrama de momento se encontrará ubicado a 0,4 m a la derecha del punto "C"

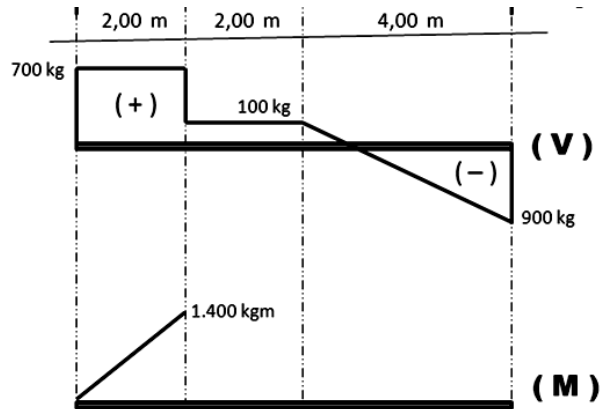
Para iniciar el gráfico de momento debemos recordar los apartes 5), 6) y 8) de la página 1 de esta guía :

5) Una línea horizontal en el diagrama de fuerzas cortantes implica una línea inclinada en el diagrama de momentos flexionantes.

6) Una línea inclinada en el diagrama de fuerzas cortantes implica un arco de parábola en el diagrama de momentos flexionantes.

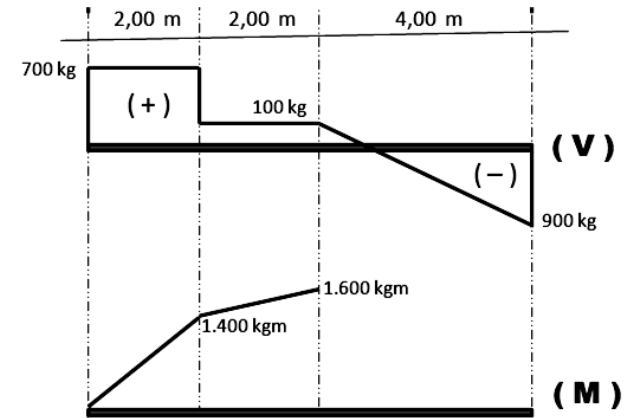
8) Cada coordenada vertical del diagrama de momentos flexionantes en un punto de la viga tiene un valor igual a la suma algebraica del área del diagrama de fuerzas cortantes hasta ese punto.

Para determinar el valor del momento en el punto "B" calculo el área del rectángulo del diagrama de fuerzas cortantes desde "A" hasta "B" que será : $2 \text{ m} \times 700 \text{ kg} = 1.400 \text{ kgm}$



Para determinar el valor del momento en el punto "C" calculo el área de los dos rectángulos del diagrama de fuerzas cortantes desde "A" hasta "C" que será : $2 \times 700 = 1.400$ más $2 \times 100 = 200$

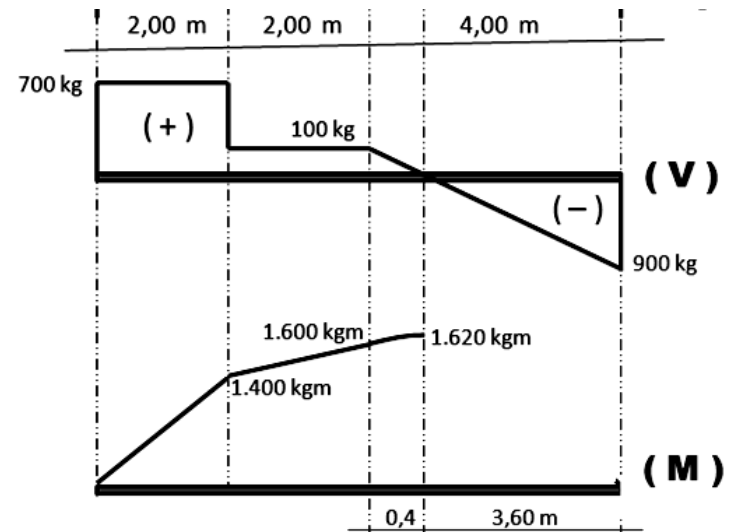
$$(1.400 + 200 = 1.600 \text{ kgm})$$



Ahora procedo a calcular el momento a 0,4 m a la derecha del punto "C" para lo cual debo sumar el área del rectángulo del diagrama de fuerzas cortantes desde "A" hasta "B", el rectángulo desde "B" a "C" y el triángulo desde "C" hasta "C+0,4".

$$(2 \times 700) + (2 \times 100) + \frac{(0,4 \times 100)}{2} = 1.620 \text{ kgm}$$

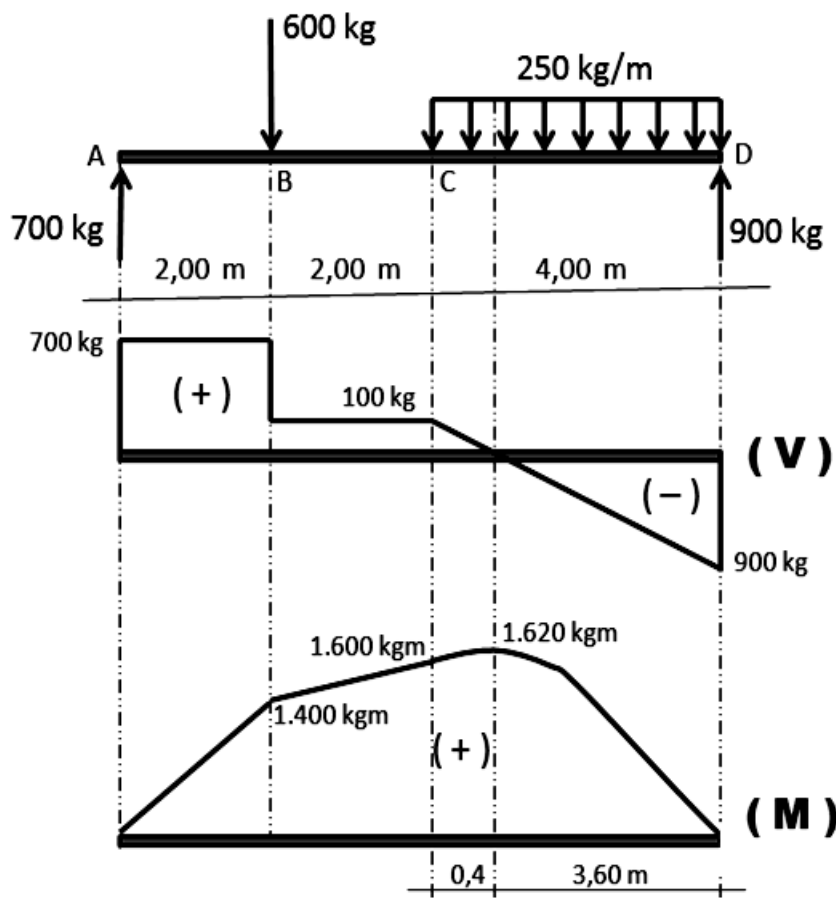
Desde "C" hasta "D" se graficará un arco de parábola.



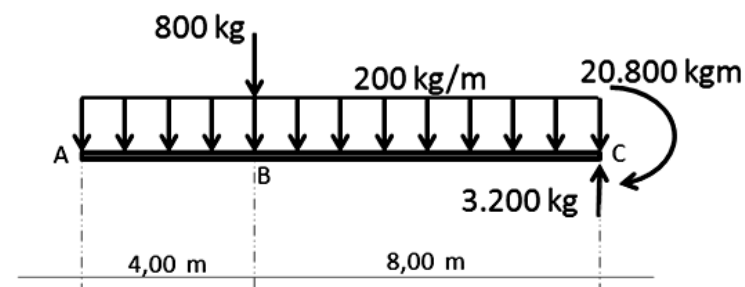
Por último procedo a calcular el momento en el punto "D" para lo cual debo sumar el área del rectángulo del diagrama de fuerzas cortantes desde "A" hasta "B", el rectángulo desde "B" a "C" y el triángulo desde "C" hasta "C+0,4" y restarle el triángulo que está desde "C+0,4" hasta "D".

$$(2 \times 700) + (2 \times 100) + \frac{(0,4 \times 100)}{2} - \frac{(3,6 \times 900)}{2} = 0 \text{ kgm}$$

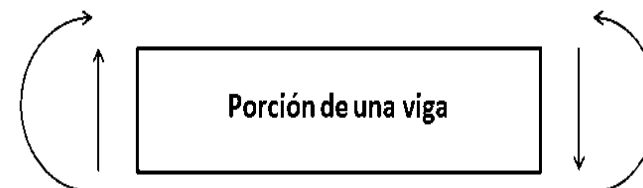
Desde "C" hasta "D" se graficará un arco de parábola.



Ejercicio 4 : Construir los diagramas de Corte y Momento de la viga que se muestra a continuación :



Para iniciar el diagrama de corte debemos recordar la convención de signos:



Además se recomienda iniciar la construcción de los diagramas de izquierda a derecha.

Aún cuando se pueda inferir que en el extremo izquierdo de la viga (punto "A") se pueda estar aplicando una fuerza de 200 kg, en el diagrama de fuerzas cortantes se asume que se está estudiando una parte infinitesimal de la viga y que la fuerza allí tiende a cero (note que la fuerza aplicada es de 200 kg por metro lineal). Esto nos lleva a afirmar que en el diagrama de fuerzas cortantes el valor en el punto "A" será cero.

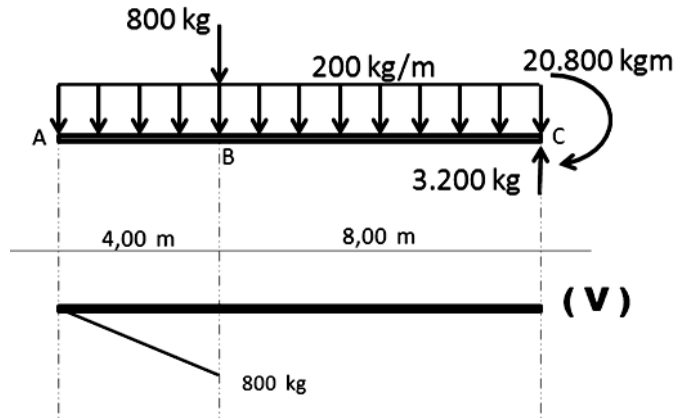
Para graficar "antes" del punto "B" debo recordar el aparte 2) de la página 1 de esta guía :

- 2) Una carga uniformemente distribuida (rectángulo) origina una línea inclinada en el diagrama de fuerzas cortantes.

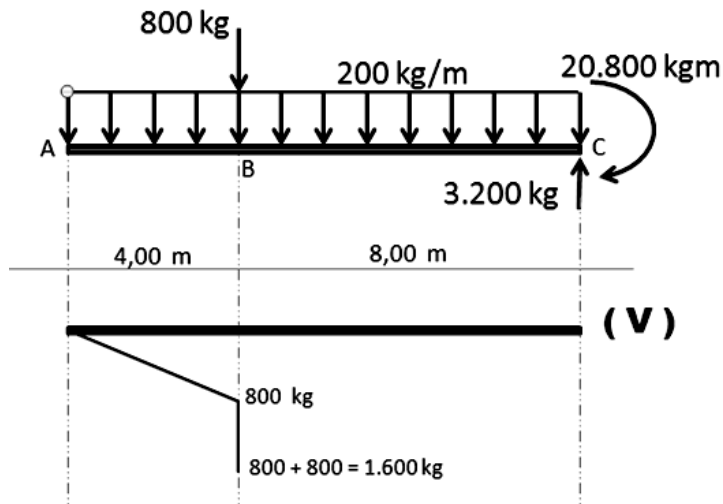
Además debemos aclarar que en ese punto la coordenada del diagrama de fuerza cortante tendrá el valor del área de la fuerza uniformemente distribuida hasta ese punto.

$$4 \times 200 = 800 \text{ kg}$$

Tendrá valor negativo porque está dirigida hacia abajo en el lado izquierdo de la viga (ver convención de signos).



Tomando en cuenta el aparte 1) de la página 1 de esta guía, en el punto "B" debe colocarse una línea vertical que tendrá una longitud igual a la intensidad de la fuerza aplicada (en este caso 800 kg hacia abajo desde el final de la línea inclinada graficada anteriormente)

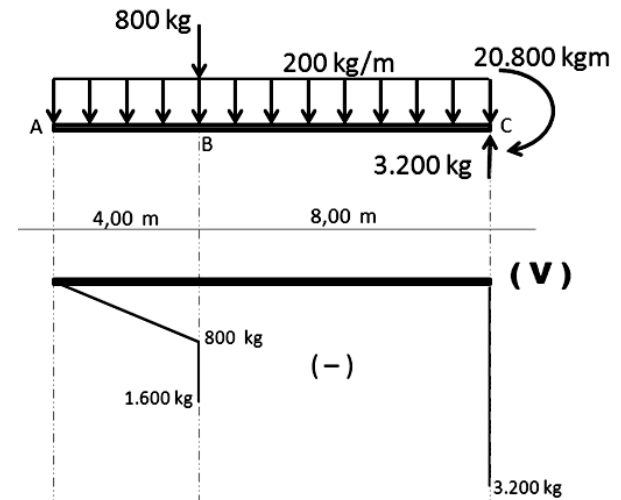


DIAGRAMAS DE CORTE Y MOMENTO

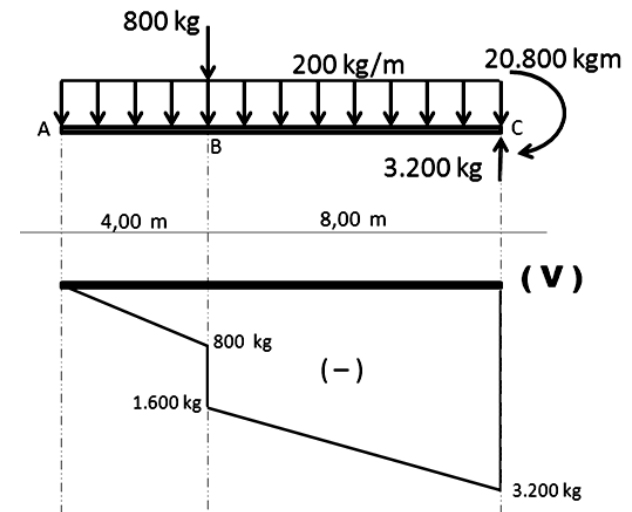
Para graficar desde "B" hasta "C" debo recordad el aparte 2) de la página 1 de esta guía :

- 2) Una carga uniformemente distribuida (rectángulo) origina una línea inclinada en el diagrama de fuerzas cortantes.

Aunado a esto debo visualizar que en el punto "C" existe una fuerza de 3.200 kg dirigida hacia arriba (lado derecho de la viga hacia arriba es negativa)



Luego resulta evidente unir las líneas desde "B" hasta "C".



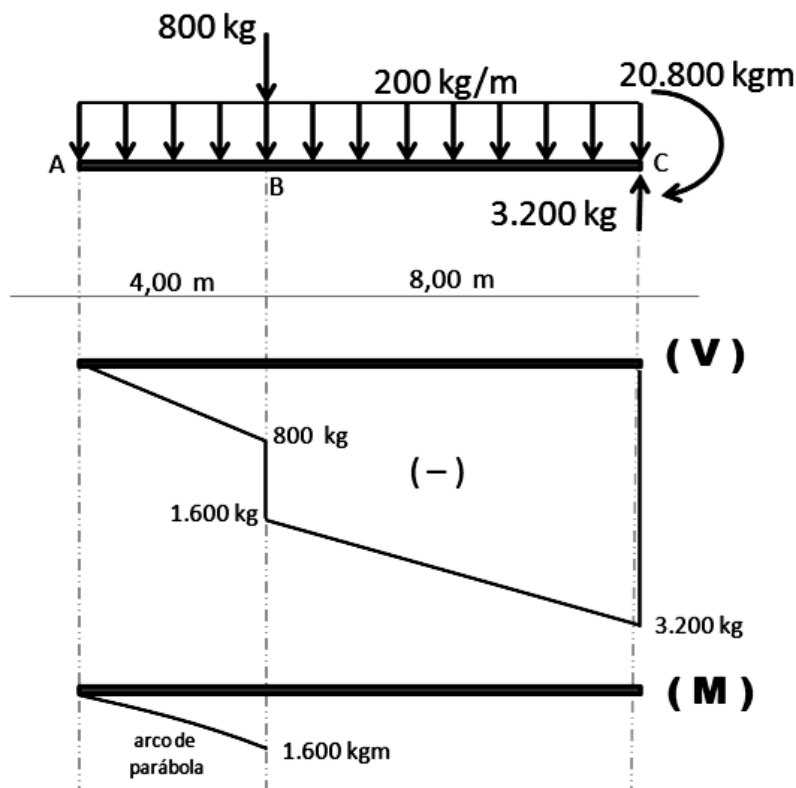
Para iniciar el gráfico de momento debemos recordar los apartes 6) y 8) de la página 1 de esta guía :

6) Una línea inclinada en el diagrama de fuerzas cortantes implica un arco de parábola en el diagrama de momentos flexionantes.

8) Cada coordenada vertical del diagrama de momentos flexionantes en un punto de la viga tiene un valor igual a la suma algebraica del área del diagrama de fuerzas cortantes hasta ese punto.

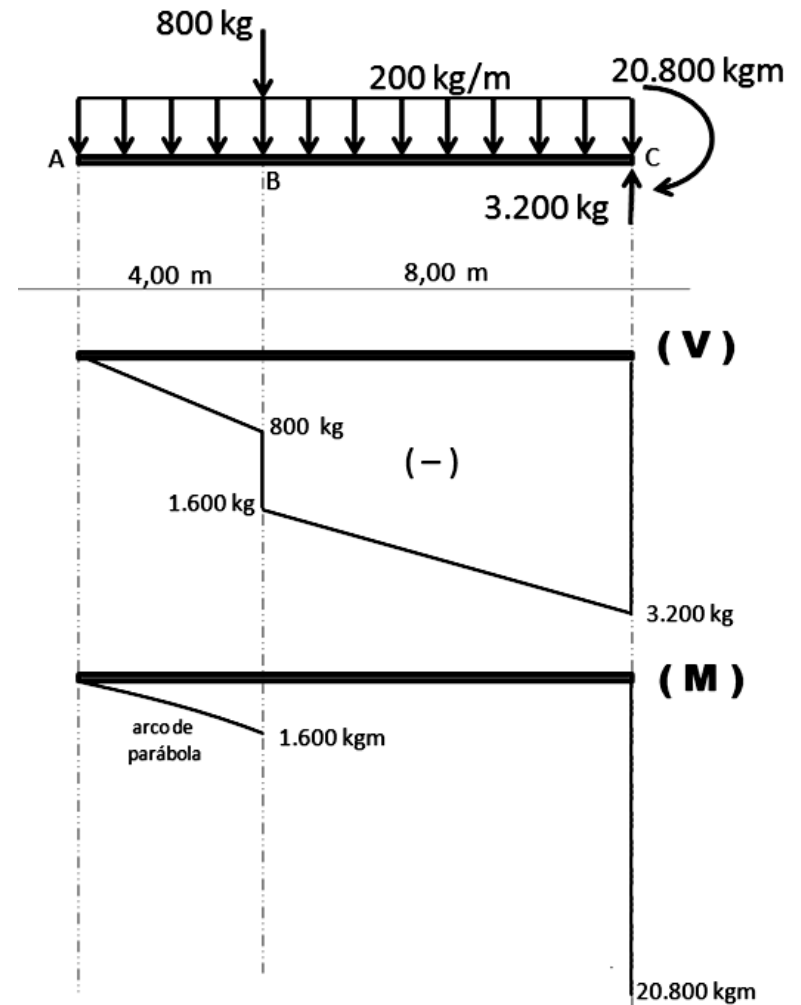
Para determinar el valor del momento en el punto "B" calculo el área del triángulo del diagrama de fuerzas cortantes desde "A" hasta "B" que será :

$$\frac{4 \times 800}{2} = 1.600 \text{ kgm}$$

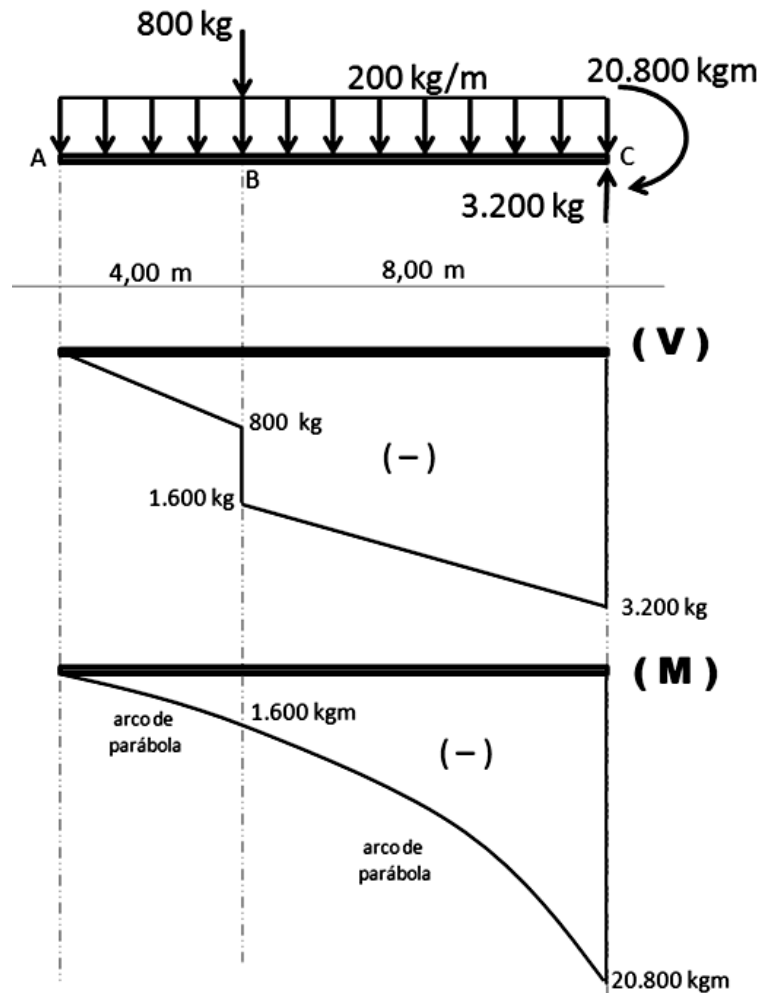


DIAGRAMAS DE CORTE Y MOMENTO

Ahora puedo visualizar que la viga tiene un momento en sentido horario en el punto "C" (negativo de acuerdo al convenio de signos).



Por último al saber que una línea inclinada en el diagrama de fuerzas cortantes implica un arco de parábola en el diagrama de momentos flexionantes, puedo trazar un arco de parábola desde "B" hasta "C" y el diagrama de momento quedará terminado

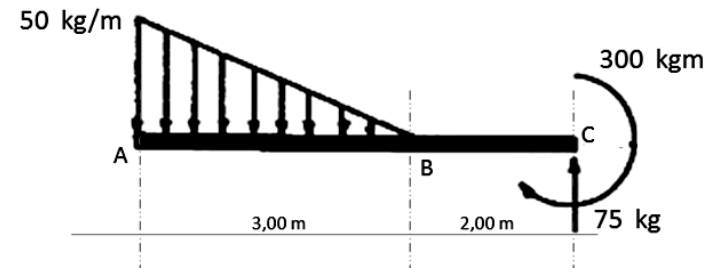


Si se quiere verificar que en el punto "C" el momento es de 20,800 kgm, se pueden calcular las áreas de las figuras geométricas del diagrama de fuerzas cortantes :

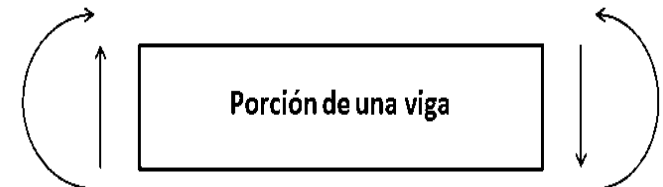
$$\frac{(4)(-800)}{2} + (8)(-1600) + \frac{(8)(-1600)}{2} =$$

$$= -1600 - 12800 - 6400 = -20.800$$

Ejercicio 5 : Construir los diagramas de Corte y Momento de la viga que se muestra a continuación :



Para iniciar el diagrama de corte debemos recordar la convención de signos:



Además se recomienda iniciar la construcción de los diagramas de izquierda a derecha.

Aún cuando se pueda inferir que en el extremo izquierdo de la viga (punto "A") se pueda estar aplicando una fuerza de 50 kg, en el diagrama de fuerzas cortantes se asume que se está estudiando una parte infinitesimal de la viga y que la fuerza allí tiende a cero (note que la fuerza aplicada es de 50 kg por metro lineal). Esto nos lleva a afirmar que en el diagrama de fuerzas cortantes el valor en el punto "A" será cero.

Para graficar desde "A" hasta "B" debo recordar el aparte 4) de la página 1 de esta guía :

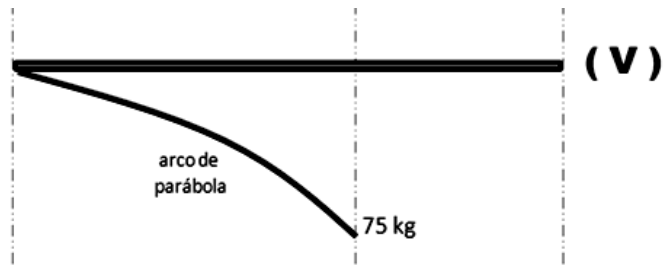
- 4) Una carga no uniformemente distribuida (en forma de triángulo) origina un arco de parábola en el diagrama de fuerzas cortantes.

Además debemos aclarar que en el punto "B" la coordenada del diagrama de fuerza cortante tendrá el valor del área de la fuerza no-uniformemente distribuida hasta ese punto.

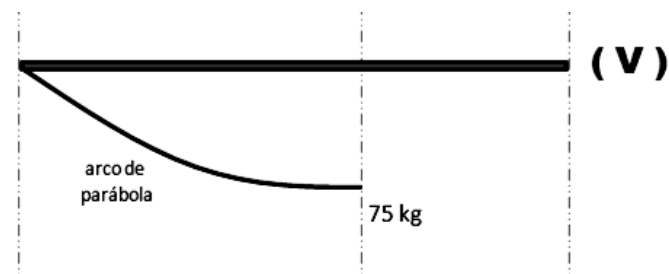
$$\frac{3 \times 50}{2} = 75 \text{ kg}$$

Tendrá valor negativo porque está dirigida hacia abajo en el lado izquierdo de la viga (ver convención de signos).

Para graficar el arco de la parábola se nos puede presentar la siguiente duda; deberé graficarlo así :

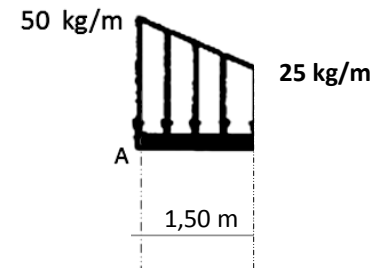


O así :



Para aclarar dicha duda es recomendable calcular la coordenada vertical en la mitad de la base de la figura y trasladarlo al gráfico y verificar la ubicación.

Es conocido por nosotros que por relación de triángulos rectángulos los valores en la mitad de la base serán:

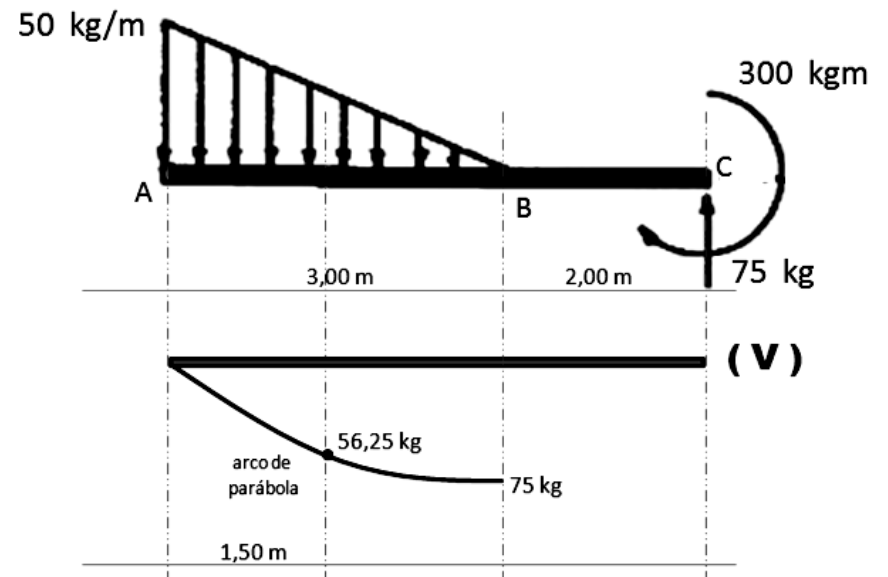


Luego se calculará el área de un rectángulo más el área de un triángulo :

$$(1,50 \times 25) + \frac{(1,50 \times 25)}{2} = 37,5 + 18,75 = 56,25$$

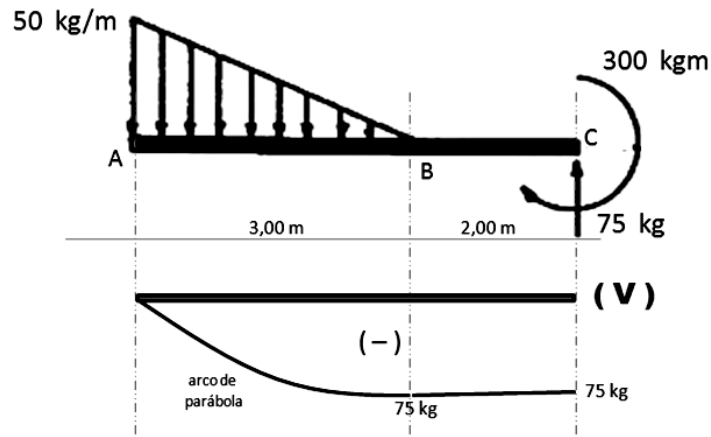
Este será el valor del diagrama de fuerzas cortantes 1,50 m a la derecha del punto "A".

Teniendo en cuenta este valor es evidente que desde "A" hasta "B" la parábola debe ser graficada así :

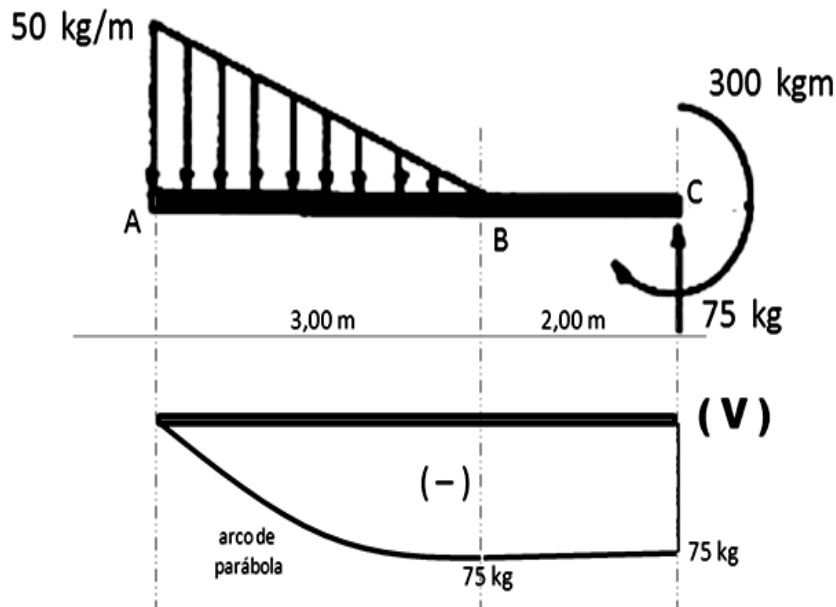


Ahora atendiendo a lo indicado en el aparte 3) de la página 1 de esta guía se puede graficar desde "B" hasta "C":

- 4) Las regiones de la viga en donde no hay cargas aplicadas, se reflejan como líneas horizontales en el diagrama de fuerzas cortantes.



Se visualiza fácilmente que el diagrama cerrará exactamente al graficar la línea vertical de 75 kg en el punto "C".



DIAGRAMAS DE CORTE Y MOMENTO

Para iniciar el gráfico de momento debemos recordar los apartes 5), 7) y 8) de la página 1 de esta guía:

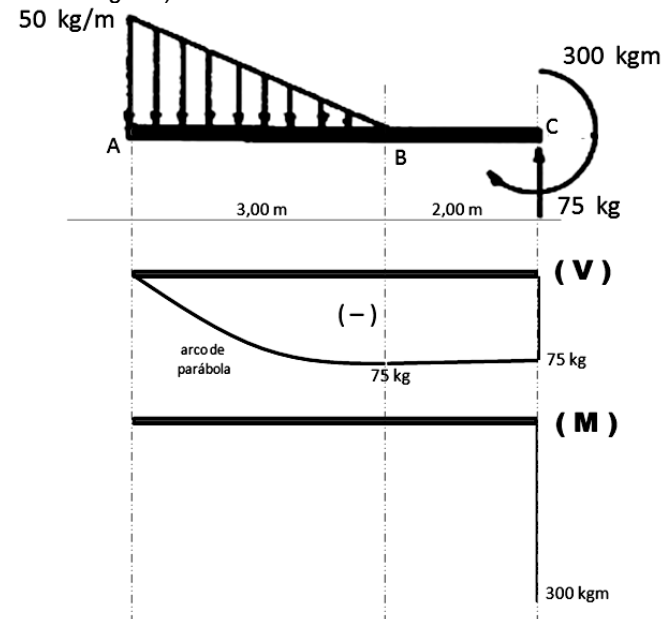
- 5) Una línea horizontal en el diagrama de fuerzas cortantes implica una línea inclinada en el diagrama de momentos flexionantes.

- 7) Un arco de parábola en el diagrama de fuerzas cortantes implica una curva cúbica en el diagrama de momentos flexionantes,

- 8) Cada coordenada vertical del diagrama de momentos flexionantes en un punto de la viga tiene un valor igual a la suma algebraica del área del diagrama de fuerzas cortantes hasta ese punto.

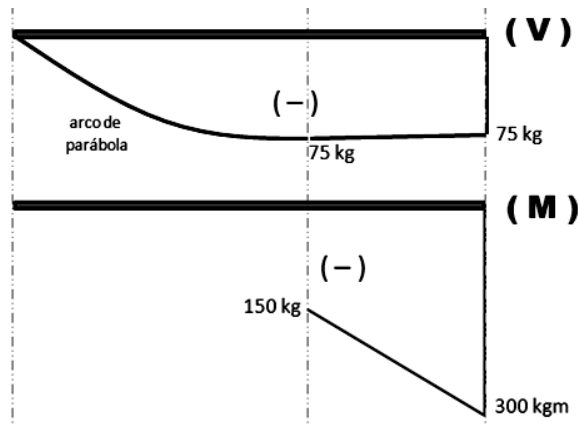
Aunque siempre hemos recomendado iniciar los diagramas de izquierda a derecha, algunas veces (como en este caso) es más fácil iniciarlo de derecha a izquierda.

Desde "C" hasta "B" se graficará una línea inclinada; el valor del momento en el punto "C" será de 300 kgm con signo negativo porque tiene sentido horario y está ubicado al lado derecho de la viga (ver convención de signos).

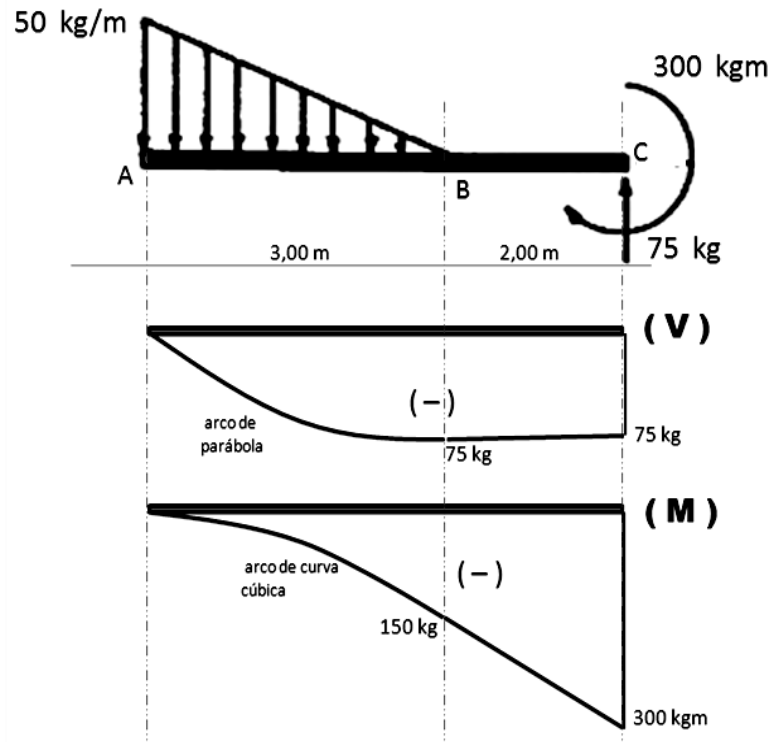


El valor del momento en el punto "B" será igual al área del rectángulo que va desde "B" hasta "C" en el diagrama de fuerzas cortantes :

$$(2) \times (-75) = -150 \text{ kgm}$$

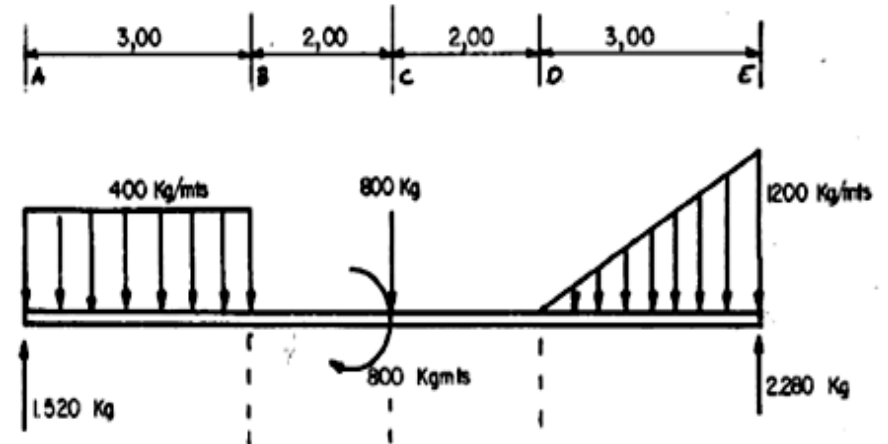


Finalmente se grafica una curva cúbica desde "A" hasta "B"

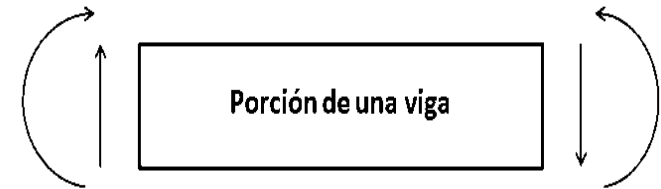


DIAGRAMAS DE CORTE Y MOMENTO

Ejercicio 6 : Construir los diagramas de Corte y Momento de la viga que se muestra a continuación :



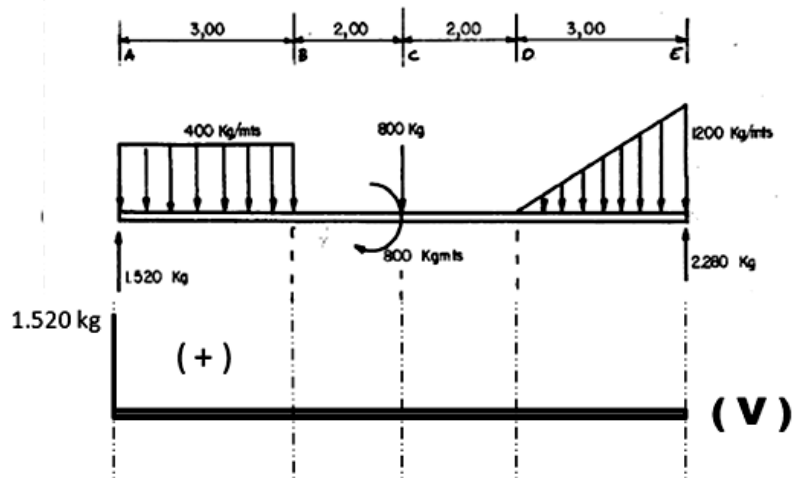
Para iniciar el diagrama de corte debemos recordar la convención de signos:



Además se recomienda iniciar la construcción de los diagramas de izquierda a derecha.

Como la fuerza vertical generada por el apoyo en "A" tiene sentido hacia arriba (positivo cuando se ve el lado izquierdo de la viga); se coloca una línea vertical de 1.520 kg al inicio del diagrama de fuerzas cortantes (recordando lo indicado en el aparte 1 de la página 1 de esta guía)

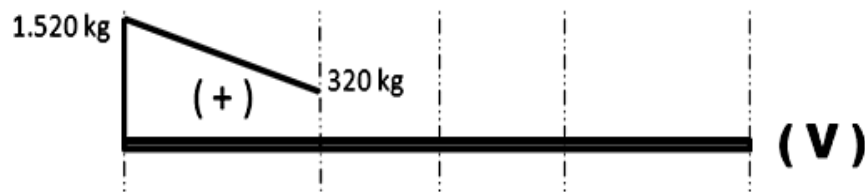
- 1) Una carga o un punto de apoyo origina una línea vertical en el diagrama de fuerzas cortantes.



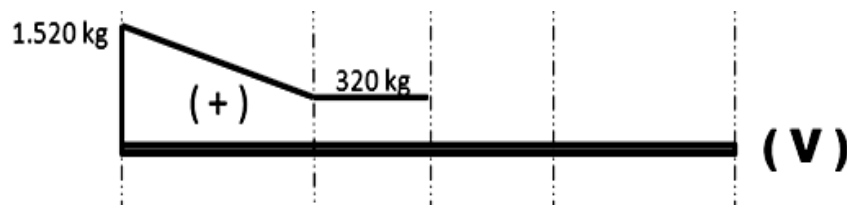
- 2) Una carga uniformemente distribuida (rectángulo) origina una línea inclinada en el diagrama de fuerzas cortantes.

En el punto "B" la coordenada de la fuerza cortante tendrá un valor igual a 1.520 kg menos el área del rectángulo de la carga uniformemente distribuida :

$$1.520 - (3 \times 400) = 1.520 - 1.200 = 320 \text{ kg}$$

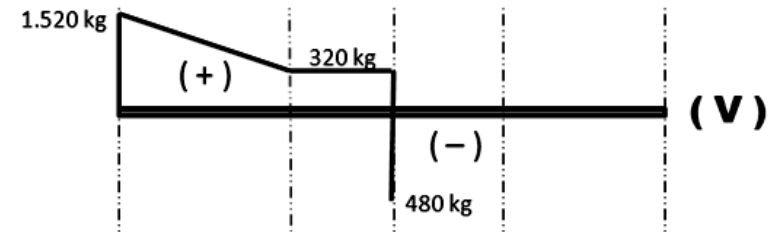


- 3) Las regiones de la viga en donde no hay cargas aplicadas, se reflejan como líneas horizontales en el diagrama de fuerzas cortantes.



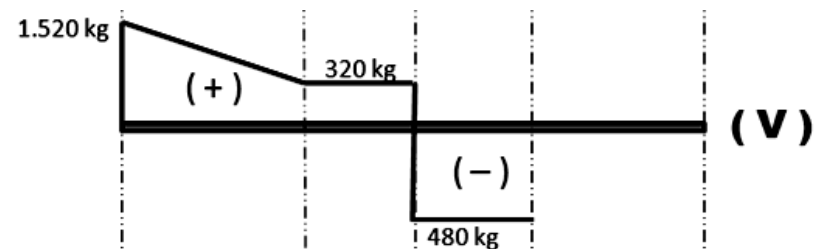
DIAGRAMAS DE CORTE Y MOMENTO

Tomando en cuenta de nuevo el aparte 1) de la página 1 de esta guía, en el punto "C" debe colocarse una línea vertical que tendrá una longitud igual a la intensidad de la fuerza aplicada (en este caso 800 kg hacia abajo desde la línea horizontal graficada anteriormente)



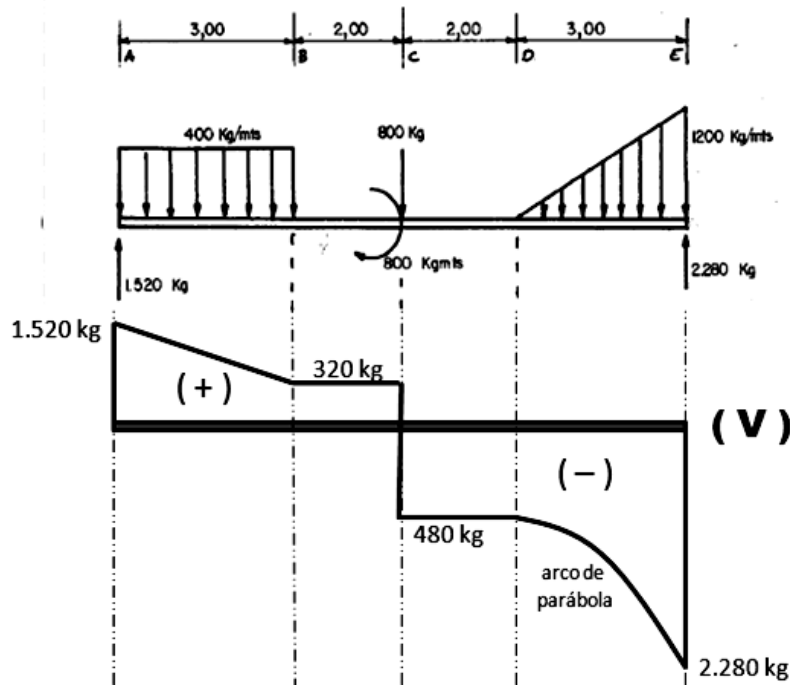
Note que en el punto "C" se observan 320 kg sobre la viga (positiva) y 480 kg debajo (negativa), que conforman los 800 kg equivalentes a la fuerza puntual aplicada en el punto "C" con sentido vertical hacia abajo.

- 3) Las regiones de la viga en donde no hay cargas aplicadas, se reflejan como líneas horizontales en el diagrama de fuerzas cortantes.



- 4) Una carga no uniformemente distribuida (en forma de triángulo) origina un arco de parábola en el diagrama de fuerzas cortantes.

Sumado a eso debemos tener presente que el valor de la fuerza cortante en el punto "E" será de 2.280 kg (ver reacción vertical en "E"), además tendrá signo negativo ya que está ubicada al lado derecho de la viga con dirección hacia arriba (recordar convención de signos).



Este valor (2,280 kg) también se puede determinar si a los 480 kg de la coordenada vertical en el punto "D" le sumamos el área del triángulo de la fuerza no uniformemente distribuida :

$$480 + \frac{(3 \times 1.200)}{2} = 480 + 1.800 = 2.280 \text{ kg}$$

Para iniciar el gráfico de momento debemos recordar los apartes 5), 6), 7), 8), 9) y 10) de la página 1 de esta guía :

5) Una línea horizontal en el diagrama de fuerzas cortantes implica una línea inclinada en el diagrama de momentos flexionantes.

6) Una línea inclinada en el diagrama de fuerzas cortantes implica un arco de parábola en el diagrama de momentos flexionantes.

7) Un arco de parábola en el diagrama de fuerzas cortantes implica una curva cúbica en el diagrama de momentos flexionantes,

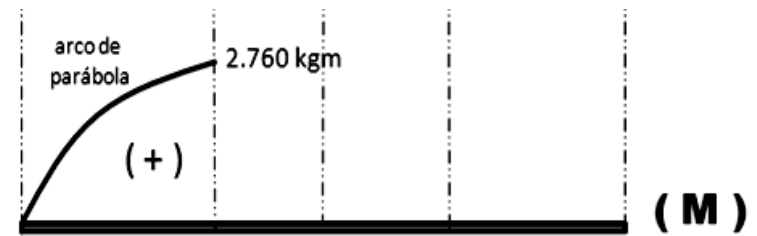
8) Cada coordenada vertical del diagrama de momentos flexionantes en un punto de la viga tiene un valor igual a la suma algebraica del área del diagrama de fuerzas cortantes hasta ese punto.

9) Cuando el diagrama de fuerzas cortantes cruza al eje horizontal, entonces el diagrama de momentos flexionantes en ese punto debe cambiar de pendiente, ya sea de negativa a positiva o viceversa. Esto significa que cualquier punto, donde el diagrama de fuerzas cortantes cruce el eje horizontal, debe ser un máximo o un mínimo en el diagrama de momentos flexionantes.

10) Un momento externo aplicado en un punto de la viga origina una línea vertical en el diagrama de momentos flexionantes,

En el extremo izquierdo de la viga (punto "A") el momento es igual a cero, desde "A" hasta "B" se graficará un arco de parábola y la coordenada vertical en el punto "B" tendrá el valor igual al área de la figura geométrica que tiene el diagrama de fuerza cortante desde "A" hasta "B" (un rectángulo y un triángulo).

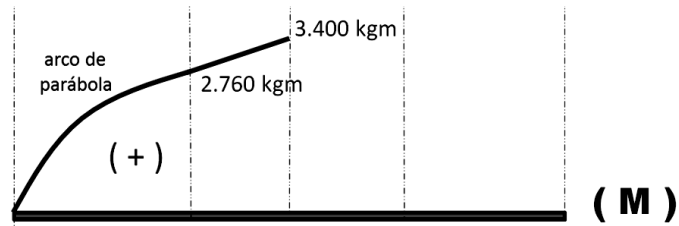
$$(3 \times 320) + \frac{(3 \times 1200)}{2} = 960 + 1800 = 2.760$$



Desde "B" hasta "C" se graficará una línea inclinada. En el punto "C" la coordenada vertical tendrá un valor igual al área anterior más el

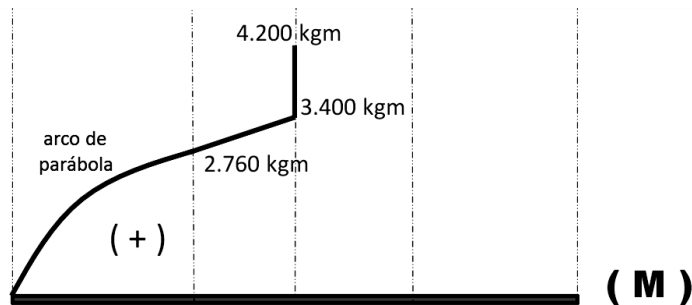
área del rectángulo del diagrama de fuerzas cortantes desde "B" hasta "C".

$$2.760 + (2 \times 320) = 2.760 + 640 = 3.400$$



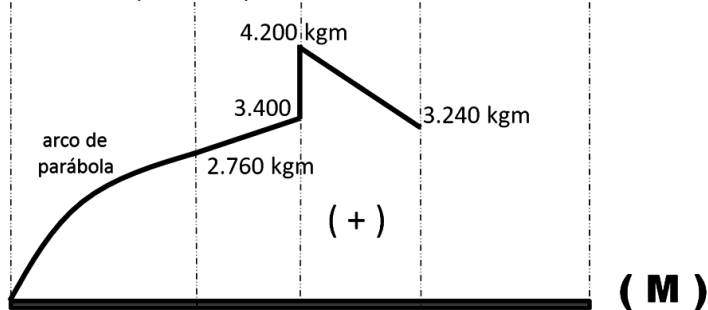
En el punto "C" se encuentra aplicado un momento externo, luego se generará una línea vertical (aparte 10 de la página 1).

Tendrá valor positivo porque tiene sentido horario (recordar convenio de signos). Se sumará $3.400 + 800 = 4.200$



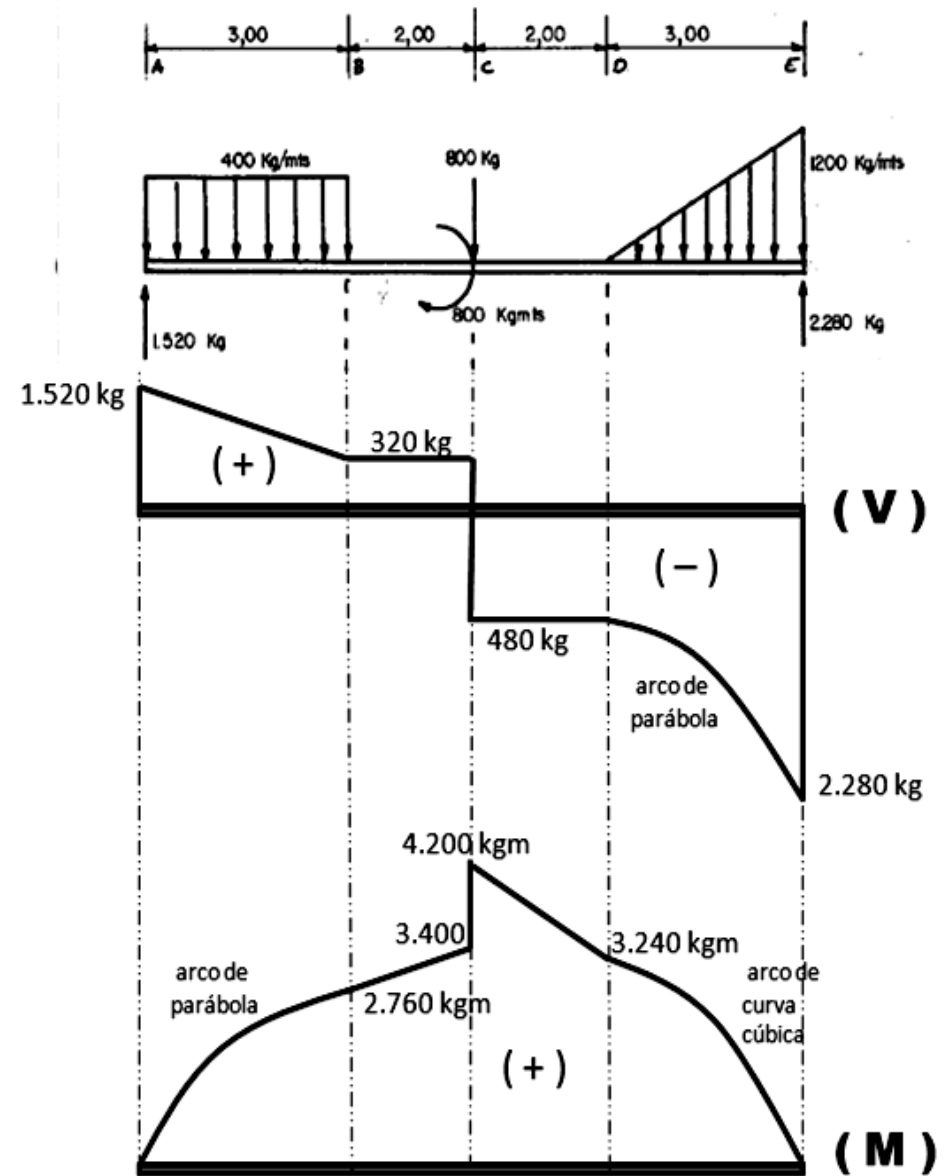
Desde "C" hasta "D" se graficará una línea inclinada y la coordenada vertical en "D" tendrá un valor igual a 4.200 menos el área del rectángulo del diagrama de fuerzas cortantes desde "C" hasta "D".

$$4.200 - (2 \times 480) = 4.200 - 960 = 3.240$$



DIAGRAMAS DE CORTE Y MOMENTO

Desde "D" hasta "E" se graficará un arco de una cúbica ya que el diagrama de fuerzas cortantes presenta un arco de parábola.



EJEMPLOS :

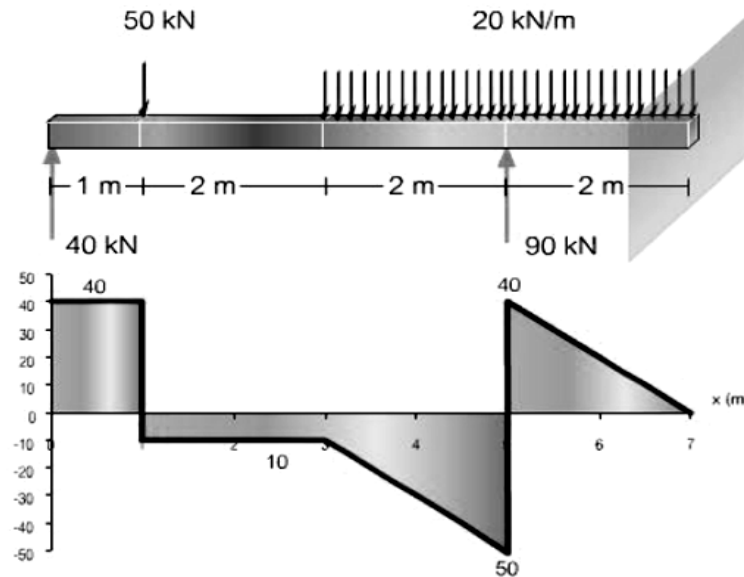
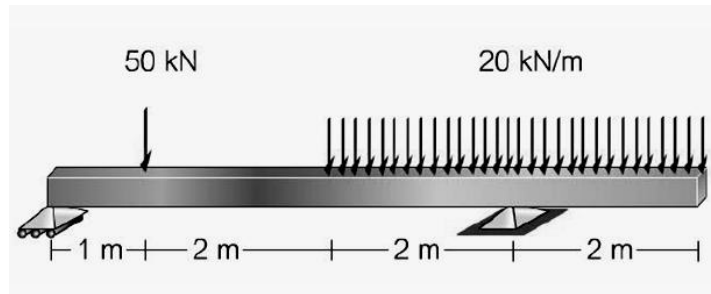


DIAGRAMA DE FUERZA COTANTE

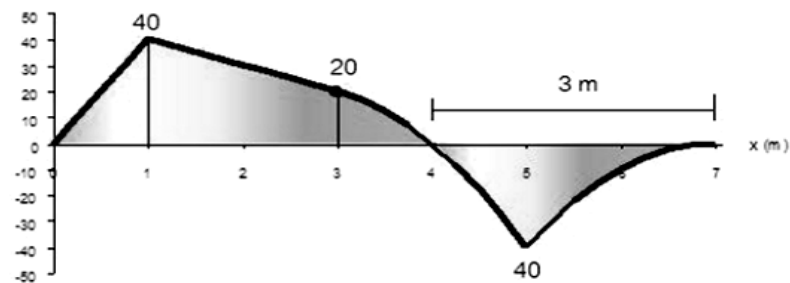


DIAGRAMA DE MOMENTO

DIAGRAMAS DE CORTE Y MOMENTO

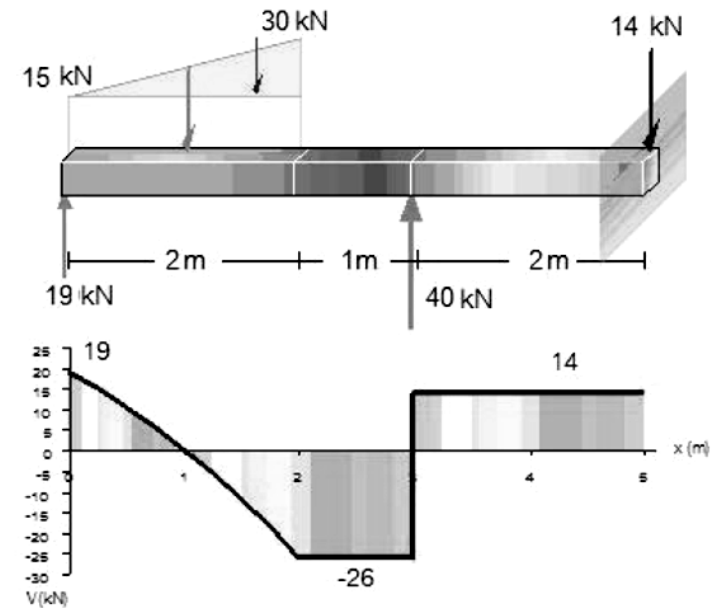
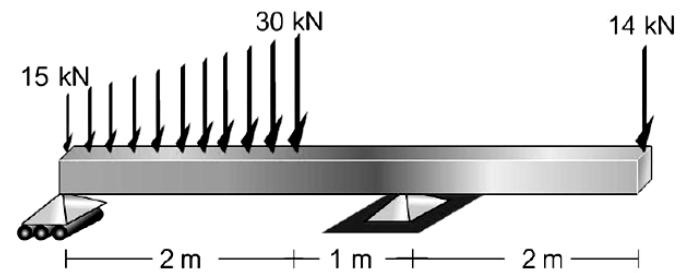


DIAGRAMA DE FUERZA CORTANTE

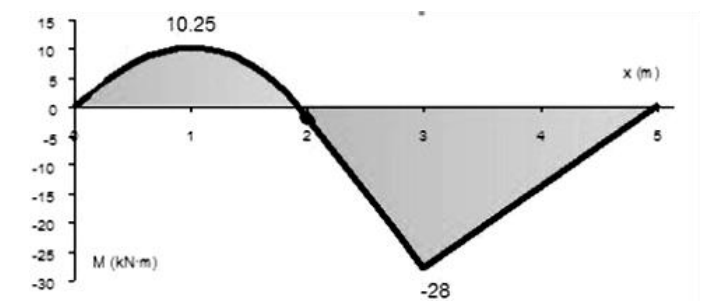


DIAGRAMA DE MOMENTO

Ing. José Luis Alborno Salazar - 22 -