3era PARTE

EJERCICIOS RESUELTOS DE PROGRAMACIÓN LINEAL USANDO LA HOJA DE CÁLCULO EXCEL

(Ejercicios propuestos por los estudiantes)

(No tienen un orden establecido por dificultad o por tipo de problemas, se incluyen a medida que son enviados por los estudiantes – Actualizado hasta el 26-SEP-2012)

EJERCICIO 26 :

Formula y plantea mediante programación lineal el siguiente caso de una oficina de correos que desea minimizar el número de empleados de tiempo completo que hay que contratar sabiendo que necesita un número diferente de empleados a tiempo completo, para cada día de la semana.

Día	***Empleados Requeridos***
Día 1 = Lunes	***17***
Día 2 = Martes	***13***
Día 3 = Miércoles	***15***
Día 4 = Jueves	***18***
Día 5 = Viernes	***14***
Día 6 = Sábado	***16***
Día 7 = Domingo	***11***

Los reglamentos sindicales señalan que cada empleado de tiempo completo tiene que trabajar durante cinco días consecutivos, y después descansar dos días. Por ejemplo, un empleado que trabaja de lunes a viernes, tiene que descansar el sábado y el domingo.

La oficina de correos quiere cumplir con sus requerimientos diarios y utilizar solamente empleados de tiempo completo.

Solución :

Atendiendo los reglamentos sindicales se pueden formar equipos de trabajo bajo las siguientes condiciones :

X_1 **:** *Trabajarán lunes, martes, miércoles, jueves y viernes y descansarán sábado y domingo.*

X_2 **:** *Trabajarán martes, miércoles, jueves, viernes y sábado y descansarán domingo y lunes.*

X_3 **:** *Trabajarán miércoles, jueves, viernes, sábado y domingo y descansarán lunes y martes.*

X_4 **:** *Trabajarán jueves, viernes, sábado, domingo y lunes y descansarán martes y miércoles.*

X_5 **:** *Trabajarán viernes, sábado, domingo, lunes y martes y descansarán miércoles y jueves.*

X_6 **:** *Trabajarán sábado, domingo, lunes, martes y miércoles y descansarán jueves y viernes.*

X_7 **:** *Trabajarán domingo, lunes, martes, miércoles y jueves y descansarán viernes y sábado.*

Para visualizar mejor la situación planteada y las variables que vamos a utilizar se puede fabricar una tabla donde se indiquen los días que trabaja cada equipo y ver la relación existente entre ellos (coincidencia de equipos por día de trabajo en la semana) :

	Lun.	**Mar.**	**Mié.**	**Jue.**	**Vie.**	**Sáb.**	**Dom.**
X_1	1	1	1	1	1		
X_2		1	1	1	1	1	
X_3			1	1	1	1	1
X_4	1			1	1	1	1
X_5	1	1			1	1	1
X_6	1	1	1			1	1
X_7	1	1	1	1			1
Empleados Requeridos	17	13	15	18	14	16	11

Ahora se pueden identificar las variables de decisión o incógnitas como :

X_{1LUN} ; *Miembros del equipo 1 que trabajan el lunes*
X_{1MAR} ; *Miembros del equipo 1 que trabajan el martes*
X_{1MIE} ; *Miembros del equipo 1 que trabajan el miércoles*
X_{1JUE} ; *Miembros del equipo 1 que trabajan el jueves*
X_{1VIE} ; *Miembros del equipo 1 que trabajan el viernes*

X_{2MAR} ; *Miembros del equipo 2 que trabajan el martes*
X_{2MIE} ; *Miembros del equipo 2 que trabajan el miércoles*
X_{2JUE} ; *Miembros del equipo 2 que trabajan el jueves*
X_{2VIE} ; *Miembros del equipo 2 que trabajan el viernes*
X_{2SAB} ; *Miembros del equipo 2 que trabajan el sábado*

X_{3MIE} ; *Miembros del equipo 3 que trabajan el miércoles*
X_{3JUE} ; *Miembros del equipo 3 que trabajan el jueves*
X_{3VIE} ; *Miembros del equipo 3 que trabajan el viernes*
X_{3SAB} ; *Miembros del equipo 3 que trabajan el sábado*
X_{3DOM} ; *Miembros del equipo 3 que trabajan el domingo*

X_{4JUE} ; *Miembros del equipo 4 que trabajan el jueves*
X_{4VIE} ; *Miembros del equipo 4 que trabajan el viernes*
X_{4SAB} ; *Miembros del equipo 4 que trabajan el sábado*
X_{4DOM} ; *Miembros del equipo 4 que trabajan el domingo*
X_{4LUN} ; *Miembros del equipo 4 que trabajan el lunes*

X_{5VIE} ; *Miembros del equipo 5 que trabajan el viernes*
X_{5SAB} ; *Miembros del equipo 5 que trabajan el sábado*
X_{5DOM} ; *Miembros del equipo 5 que trabajan el domingo*
X_{5LUN} ; *Miembros del equipo 5 que trabajan el lunes*
X_{5MAR} ; *Miembros del equipo 5 que trabajan el martes*

X_{6SAB} ; *Miembros del equipo 6 que trabajan el sábado*
X_{6DOM} ; *Miembros del equipo 6 que trabajan el domingo*
X_{6LUN} ; *Miembros del equipo 6 que trabajan el lunes*
X_{6MAR} ; *Miembros del equipo 6 que trabajan el martes*
X_{6MIE} ; *Miembros del equipo 6 que trabajan el miércoles*

X_{7DOM} ; *Miembros del equipo 7 que trabajan el domingo*
X_{7LUN} ; *Miembros del equipo 7 que trabajan el lunes*
X_{7MAR} ; *Miembros del equipo 7 que trabajan el martes*
X_{7MIE} ; *Miembros del equipo 7 que trabajan el miércoles*
X_{7JUE} ; *Miembros del equipo 7 que trabajan el jueves*

Identificadas las variables ya podemos elaborar el Modelo matemático de Programación Lineal :

Función Objetivo : **MINIMIZAR**

$$Z = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7$$

Restricciones :

Tomando en cuenta los empleados requeridos cada día y observando la tabla que construimos :

1) $X_{1LUN} + X_{4LUN} + X_{5LUN} + X_{6LUN} + X_{7LUN} \geq 17$
2) $X_{1MAR} + X_{2MAR} + X_{5MAR} + X_{6MAR} + X_{7MAR} \geq 13$
3) $X_{1MIE} + X_{2MIE} + X_{3MIE} + X_{6MIE} + X_{7MIE} \geq 15$
4) $X_{1JUE} + X_{2JUE} + X_{3JUE} + X_{4JUE} + X_{7JUE} \geq 18$
5) $X_{1VIE} + X_{2VIE} + X_{3VIE} + X_{4VIE} + X_{5VIE} \geq 14$
6) $X_{2SAB} + X_{3SAB} + X_{4SAB} + X_{5SAB} + X_{6SAB} \geq 16$
7) $X_{3DOM} + X_{4DOM} + X_{5DOM} + X_{6DOM} + X_{7DOM} \geq 11$

Como cada equipo debe tener la misma cantidad de miembros trabajando cada uno de los 5 días continuos :

8) $X_{1LUN} = X_{1MAR} = X_{1MIE} = X_{1JUE} = X_{1VIE}$

9) $X_{2MAR} = X_{2MIE} = X_{2JUE} = X_{2VIE} = X_{2SAB}$

10) $X_{3MIE} = X_{3JUE} = X_{3VIE} = X_{3SAB} = X_{3DOM}$

11) $X_{4JUE} = X_{4VIE} = X_{4SAB} = X_{4DOM} = X_{4LUN}$

12) $X_{5VIE} = X_{5SAB} = X_{5DOM} = X_{5LUN} = X_{5MAR}$

13) $X_{6SAB} = X_{6DOM} = X_{6LUN} = X_{6MAR} = X_{6MIE}$

14) $X_{7DOM} = X_{7LUN} = X_{7MAR} = X_{7MIE} = X_{7JUE}$

Cuando un problema de programación lineal tiene tantas incógnitas es recomendable solucionarlo en EXCEL utilizando la "tabla" del método de transporte :

EMPLEADOS DE UNA OFICINA DE CORREOS

	Lun.	Mar.	Mié.	Jue.	Vie.	Sáb.	Dom.
X_1	1	1	1	1	1		
X_2		1	1	1	1	1	
X_3			1	1	1	1	1
X_4	1			1	1	1	1
X_5	1	1			1	1	1
X_6	1	1	1			1	1
X_7	1	1	1	1			1
Empleados Requeridos	17	13	15	18	14	16	11

	Lun.	Mar.	Mié.	Jue.	Vie.	Sáb.	Dom.	EMPLEADOS POR EQUIPO
X_1	6	6	6	6	6	0	0	6
X_2	0	5	5	5	5	5	0	5
X_3	0	0	0	0	0	0	0	0
X_4	7	0	0	7	7	7	7	7
X_5	0	0	0	0	0	0	0	0
X_6	4	4	4	0	0	4	4	4
X_7	0	0	0	0	0	0	0	0
Empleados a contratar	17	15	15	18	18	16	11	$Z_{\text{mín}} = 110$

Los resultados se leen :

1) Se contratarán 6 empleados para el equipo 1
2) Se contratarán 5 empleados para el equipo 2
3) Se contratarán 7 empleados para el equipo 4
4) Se contratarán 4 empleados para el equipo 6

En total se contratarán 22 empleados.

Sea muy cuidadoso cuando analice los resultados que arroja EXCEL, en este caso en particular el resultado de la función objetivo refleja un valor de 110 empleados; en realidad se refiere al total de empleados que laboran tomando en cuenta el subtotal diario de ellos. Si tomamos en cuenta que cada empleado trabaja 5 días a la semana, es lógico inferir que el total a contratar $= \frac{110}{5} = 22$

EJERCICIO 27 : **El Sheraton opera los 7 días de la semana. Las mucamas son contratadas para trabajar 6 horas diarias. El contrato colectivo especifica que cada mucama debe trabajar 5 días consecutivos y descansar 2. Todas las mucamas reciben el mismo sueldo semanal. El Sheraton requiere como mínimo las siguientes horas de servicio: lunes 150, martes 200, miércoles 400, jueves 300, viernes 700, sábado 800 y domingo 300. El administrador desea encontrar un plan de programación de empleos que satisfaga estos requerimientos y a un costo mínimo.**

Solución :

Atendiendo lo contemplado en el contrato colectivo se pueden formar equipos de trabajo bajo las siguientes condiciones :

X_1 : *Trabajarán lunes, martes, miércoles, jueves y viernes y descansarán sábado y domingo.*

X_2 : *Trabajarán martes, miércoles, jueves, viernes y sábado y descansarán domingo y lunes.*

X_3 : *Trabajarán miércoles, jueves, viernes, sábado y domingo y descansarán lunes y martes.*

X_4 : *Trabajarán jueves, viernes, sábado, domingo y lunes y descansarán martes y miércoles.*

X_5 : *Trabajarán viernes, sábado, domingo, lunes y martes y descansarán miércoles y jueves.*

X_6 : *Trabajarán sábado, domingo, lunes, martes y miércoles y descansarán jueves y viernes.*

X_7 : *Trabajarán domingo, lunes, martes, miércoles y jueves y descansarán viernes y sábado.*

Para determinar cuántas mucamas se necesitan cada día se dividen las horas de servicio necesarias entre las 6 horas de trabajo diario de cada mucama :

Por tratarse de personas, se trabajará con números enteros y se aproximará por exceso.

Día	Horas de servicio Requeridas	Mucamas Requeridas
Lunes	150	25
Martes	200	33,33 $\cong$ 34
Miércoles	400	66,67 $\cong$ 67
Jueves	300	50
Viernes	700	116,67 $\cong$ 117
Sábado	800	133,33 $\cong$ 134
Domingo	300	50

Para visualizar mejor la situación planteada y las variables que vamos a utilizar se puede fabricar una tabla donde se indiquen los días que trabaja cada equipo y ver la relación existente entre ellos (coincidencia de equipos por día de trabajo en la semana) :

	Lun.	Mar.	Mié.	Jue.	Vie.	Sáb.	Dom.
X_1	1	1	1	1	1		
X_2		1	1	1	1	1	
X_3			1	1	1	1	1
X_4	1			1	1	1	1
X_5	1	1			1	1	1
X_6	1	1	1			1	1
X_7	1	1	1	1			1
Mucamas Requeridas	25	34	67	50	117	134	50

Ahora se pueden identificar las variables de decisión o incógnitas como :

X_{1LUN} ; *Miembros del equipo 1 que trabajan el lunes*
X_{1MAR} ; *Miembros del equipo 1 que trabajan el martes*
X_{1MIE} ; *Miembros del equipo 1 que trabajan el miércoles*
X_{1JUE} ; *Miembros del equipo 1 que trabajan el jueves*
X_{1VIE} ; *Miembros del equipo 1 que trabajan el viernes*

X_{2MAR} ; *Miembros del equipo 2 que trabajan el martes*
X_{2MIE} ; *Miembros del equipo 2 que trabajan el miércoles*
X_{2JUE} ; *Miembros del equipo 2 que trabajan el jueves*
X_{2VIE} ; *Miembros del equipo 2 que trabajan el viernes*
X_{2SAB} ; *Miembros del equipo 2 que trabajan el sábado*

X_{3MIE} ; *Miembros del equipo 3 que trabajan el miércoles*
X_{3JUE} ; *Miembros del equipo 3 que trabajan el jueves*
X_{3VIE} ; *Miembros del equipo 3 que trabajan el viernes*
X_{3SAB} ; *Miembros del equipo 3 que trabajan el sábado*
X_{3DOM} ; *Miembros del equipo 3 que trabajan el domingo*

X_{4JUE} ; *Miembros del equipo 4 que trabajan el jueves*
X_{4VIE} ; *Miembros del equipo 4 que trabajan el viernes*
X_{4SAB} ; *Miembros del equipo 4 que trabajan el sábado*
X_{4DOM} ; *Miembros del equipo 4 que trabajan el domingo*
X_{4LUN} ; *Miembros del equipo 4 que trabajan el lunes*

X_{5VIE} ; *Miembros del equipo 5 que trabajan el viernes*
X_{5SAB} ; *Miembros del equipo 5 que trabajan el sábado*
X_{5DOM} ; *Miembros del equipo 5 que trabajan el domingo*
X_{5LUN} ; *Miembros del equipo 5 que trabajan el lunes*
X_{5MAR} ; *Miembros del equipo 5 que trabajan el martes*

X_{6SAB} ; *Miembros del equipo 6 que trabajan el sábado*
X_{6DOM} ; *Miembros del equipo 6 que trabajan el domingo*
X_{6LUN} ; *Miembros del equipo 6 que trabajan el lunes*
X_{6MAR} ; *Miembros del equipo 6 que trabajan el martes*
X_{6MIE} ; *Miembros del equipo 6 que trabajan el miércoles*

X_{7DOM} ; *Miembros del equipo 7 que trabajan el domingo*
X_{7LUN} ; *Miembros del equipo 7 que trabajan el lunes*
X_{7MAR} ; *Miembros del equipo 7 que trabajan el martes*
X_{7MIE} ; *Miembros del equipo 7 que trabajan el miércoles*
X_{7JUE} ; *Miembros del equipo 7 que trabajan el jueves*

Identificadas las variables ya podemos elaborar el Modelo matemático de Programación Lineal :

<u>Función Objetivo :</u> **MINIMIZAR)**

$$Z = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7$$

<u>Restricciones :</u>

Tomando en cuenta los empleados requeridos cada día y observando la tabla que construimos :

1) $X_{1LUN} + X_{4LUN} + X_{5LUN} + X_{6LUN} + X_{7LUN} \geq 25$
2) $X_{1MAR} + X_{2MAR} + X_{5MAR} + X_{6MAR} + X_{7MAR} \geq 34$
3) $X_{1MIE} + X_{2MIE} + X_{3MIE} + X_{6MIE} + X_{7MIE} \geq 67$
4) $X_{1JUE} + X_{2JUE} + X_{3JUE} + X_{4JUE} + X_{7JUE} \geq 50$
5) $X_{1VIE} + X_{2VIE} + X_{3VIE} + X_{4VIE} + X_{5VIE} \geq 117$
6) $X_{2SAB} + X_{3SAB} + X_{4SAB} + X_{5SAB} + X_{6SAB} \geq 134$
7) $X_{3DOM} + X_{4DOM} + X_{5DOM} + X_{6DOM} + X_{7DOM} \geq 50$

Como cada equipo debe tener la misma cantidad de miembros trabajando cada uno de los 5 días continuos :

8) $X_{1LUN} = X_{1MAR} = X_{1MIE} = X_{1JUE} = X_{1VIE}$
9) $X_{2MAR} = X_{2MIE} = X_{2JUE} = X_{2VIE} = X_{2SAB}$
10) $X_{3MIE} = X_{3JUE} = X_{3VIE} = X_{3SAB} = X_{3DOM}$
11) $X_{4JUE} = X_{4VIE} = X_{4SAB} = X_{4DOM} = X_{4LUN}$
12) $X_{5VIE} = X_{5SAB} = X_{5DOM} = X_{5LUN} = X_{5MAR}$
13) $X_{6SAB} = X_{6DOM} = X_{6LUN} = X_{6MAR} = X_{6MIE}$
14) $X_{7DOM} = X_{7LUN} = X_{7MAR} = X_{7MIE} = X_{7JUE}$

Cuando un problema de programación lineal tiene tantas incógnitas es recomendable solucionarlo en EXCEL utilizando la "tabla" del método de transporte :

MUCAMAS DEL SHERATON

	Lun.	Mar.	Mié.	Jue.	Vie.	Sáb.	Dom.
X_1	1	1	1	1	1		
X_2		1	1	1	1	1	
X_3			1	1	1	1	1
X_4	1			1	1	1	1
X_5	1	1			1	1	1
X_6	1	1	1			1	1
X_7	1	1	1	1			1
Mucamas Requeridos	25	34	67	50	117	134	50

	Lun.	Mar.	Mié.	Jue.	Vie.	Sáb.	Dom.	MUCAMAS POR EQUIPO
X_1	0	0	0	0	0	0	0	0
X_2	0	0	0	0	0	0	0	0
X_3	0	0	67	67	67	67	67	67
X_4	0	0	0	0	0	0	0	0
X_5	67	67	0	0	67	67	67	67
X_6	0	0	0	0	0	0	0	0
X_7	0	0	0	0	0	0	0	0
MUCAMAS a contratar	67	67	67	67	134	134	134	Z mín = 670
Horas de servicio	402	402	402	402	804	804	804	
				MUCAMAS A CONTRATAR =	134			

Los resultados se leen :

1) Se contratarán 67 mucamas para el equipo 3
2) Se contratarán 67 mucamas para el equipo 5

En total se contratarán 134 mucamas.

Sea muy cuidadoso cuando analice los resultados que arroja EXCEL, en este caso en particular el resultado de la función objetivo refleja un valor de 670 mucamas; en realidad se refiere al total de mucamas que laboran tomando en cuenta el subtotal diario de ellas. Si tomamos en cuenta que cada mucama trabaja 5 días a la semana, es lógico inferir que el total a contratar $= \frac{670}{5} = 134$

EJERCICIO 28 : ***Una firma comercial fabrica dos tipos de mermelada. Para la mermelada de fresa utiliza la fruta y el azúcar en proporciones 2 a 3, y para la mermelada de manzana la proporción es de 1 a 1. Se dispone de 1000 kg de fresas, de 1500 kg de manzanas y de 3000 kg de azúcar. La mermelada se elabora en una caldera y posteriormente es envasada, disponiendo para ello de dos calderas y de dos envasadoras. Las horas necesarias para fabricar 1 kg de mermelada son:***

	Mermelada de Fresa	Mermelada de Manzana
Caldera A	0,6	0,9
Caldera B	0,9	0,9
Envasadora A	0,01	0,02
Envasadora B	0,04	0,03

El número total de horas disponibles así como el coste de su uso por hora son:

	Horas disponibles	Coste por hora (€)
Caldera A	1.000	8
Caldera B	5.000	4
Envasadora A	100	90
Envasadora B	50	40

Si el precio de venta es de 15€ por kg de mermelada de fresa y de 12€ por kg de mermelada de manzana, ¿qué cantidades de los dos tipos de mermelada se han de producir para que se maximice el beneficio de la firma?

Solución :

Sea muy cuidadoso a la hora de identificar las incógnitas o variables de decisión. El "estudiante apresurado" puede erróneamente decir que serán dos variables : 1) Cantidad de kilogramos de mermelada de fresa a producir y 2) Cantidad de kilogramos de mermelada de manzana a producir.

Sin embargo, al leer detenidamente el problema podemos inferir que las mermeladas pueden fabricarse de varias maneras y a diferentes costos al poder utilizar la combinación de 2 calderas y 2 envasadoras, luego las incógnitas serán :

- ***FAA*** *: Cantidad de kilogramos de mermelada de fresa elaborada en la caldera "A" y la envasadora "A".*
- ***FAB*** *: Cantidad de kilogramos de mermelada de fresa elaborada en la caldera "A" y la envasadora "B".*
- ***FBA*** *: Cantidad de kilogramos de mermelada de fresa elaborada en la caldera "B" y la envasadora "A".*
- ***FBB*** *: Cantidad de kilogramos de mermelada de fresa elaborada en la caldera "B" y la envasadora "B".*
- ***MAA*** *: Cantidad de kilogramos de mermelada de manzana elaborada en la caldera "A" y la envasadora "A".*
- ***MAB*** *: Cantidad de kilogramos de mermelada de manzana elaborada en la caldera "A" y la envasadora "B".*
- ***MBA*** *: Cantidad de kilogramos de mermelada de manzana elaborada en la caldera "B" y la envasadora "A".*
- ***MBB*** *: Cantidad de kilogramos de mermelada de manzana elaborada en la caldera "B" y la envasadora "B".*

Conocidas las variables es necesario determinar los costos de cada una de ellas para poder calcular la utilidad de las mismas y poder utilizar dichos datos en la función objetivo (Se pide maximizar utilidad o beneficio = precio de venta menos costos). Generalmente en estos costos se incluye el precio de adquisición de cada kilo de fresa y cada kilo de manzana (En este problema no se suministran estos datos)

Cálculo de los costos de producir cada tipo de mermelada :

Los Costos estarán representados por el tiempo utilizado en la caldera multiplicado por el costo de su uso más el tiempo utilizado en la envasadora multiplicado por el costo de su uso.

***FAA** : Cantidad de kilogramos de mermelada de fresa elaborada en la caldera "A" y la envasadora "A".*

(0.6).(8) + (0,01).(90) = 4,8 + 0,9 = 5,7

***FAB** : Cantidad de kilogramos de mermelada de fresa elaborada en la caldera "A" y la envasadora "B".*

(0,6).(8) + (0,04).(40) = 4,8 + 1,6 = 6,4

***FBA** : Cantidad de kilogramos de mermelada de fresa elaborada en la caldera "B" y la envasadora "A".*

(0,9).(4) + (0,01).(90) = 3,6 + 0,9 = 4,5

***FBB** : Cantidad de kilogramos de mermelada de fresa elaborada en la caldera "B" y la envasadora "B".*

(0,9).(4) + (0,04).(40) = 3,6 + 1.6 = 5,2

***MAA** : Cantidad de kilogramos de mermelada de manzana elaborada en la caldera "A" y la envasadora "A".*

(0,9).(8) + (0,02).(90) = 7,2 + 1,8 = 9

***MAB** : Cantidad de kilogramos de mermelada de manzana elaborada en la caldera "A" y la envasadora "B".*

(0,9).(8) + (0,03).(40) = 7,2 + 1,2 = 8,4

***MBA** : Cantidad de kilogramos de mermelada de manzana elaborada en la caldera "B" y la envasadora "A".*

(0,9).(4) + (0,02).(90) = 3,6 + 1,8 = 5,4

***MBB** : Cantidad de kilogramos de mermelada de manzana elaborada en la caldera "B" y la envasadora "B".*

(0,9).(4) + (0,03).(40) = 3,6 + 1,2 = 4,8

Cálculo del beneficio de cada tipo de mermelada :

***FAA** : Precio de venta – costos = 15 – 5,7 = 9,3*
***FAB** : Precio de venta – costos = 15 – 6,4 = 8,6*
***FBA** : Precio de venta – costos = 15 – 4,5 = 10,5*
***FBB** : Precio de venta – costos = 15 – 5,2 = 9,8*
***MAA** : Precio de venta – costos = 12 – 9 = 3*
***MAB** : Precio de venta – costos = 12 – 8,4 = 3,6*
***MBA** : Precio de venta – costos = 12 – 5,4 = 6,6*
***MBB** : Precio de venta – costos = 12 – 4,8 = 7,2*

La función objetivo quedará expresada como :

MAXIMIZAR

***Z* = 9,3 FAA + 8,6 FAB + 10,5 FBA + 9,8 FBB + 3 MAA + 3,6 MAB + 6,6 MBA + 7,2 MBB**

Conocidos todos estos elementos es recomendable construir una tabla donde se muestren todos los datos del problema:

Para evitar errores es bueno analizar la información relacionada a las proporciones de la preparación de cada mermelada :

"Para la mermelada de fresa utiliza la fruta y el azúcar en proporciones 2 a 3, y para la mermelada de manzana la proporción es de 1 a 1"

De la información anterior se deduce que cada Kg. de mermelada de fresa contiene $\frac{2}{5}$ kg. de fresa y $\frac{3}{5}$ kg. de azúcar (0,4 Kg. de fresa y 0,6 kg. de azúcar).

De la información anterior se deduce que cada Kg. de mermelada de manzana contiene $\frac{1}{2}$ kg. de manzana y $\frac{1}{2}$ kg. de azúcar (0,5 Kg. de manzana y 0,5 kg. de azúcar).

	FAA	FAB	FBA	FBB	MAA	MAB	MBA	MBB	Disponibilidad
Kgs. de fresa	0,4	0,4	0,4	0,4					1000
Kgs. de manzana					0,5	0,5	0,5	0,5	1500
Kgs. de azúcar	0,6	0,6	0,6	0,6	0,5	0,5	0,5	0,5	3000
Tiempo de Caldera A	0,6	0,6			0,9	0,9			1000
Tiempo de Caldera B			0,9	0,9			0,9	0,9	5000
Tiempo de Envasadora A	0,01		0,01		0,02		0,02		100
Tiempo de Envasadora B		0,04		0,04		0,03		0,03	50

Una vez construida la tabla anterior resulta extremadamente fácil indicar las restricciones (prácticamente la tabla y las restricciones poseen la misma estructura).

Restricciones :

1) ***0,4 FAA + 0,4 FAB + 0,4 FBA + 0,4 FBB $\leq$ 1000***
2) ***0,5 MAA + 0,5 MAB + 0,5 MBA + 0,5 MBB $\leq$ 1500***
3) ***0,6 FAA + 0,6 FAB + 0,6 FBA + 0,6 FBB + 0,5 MAA + 0,5 MAB + 0,5 MBA + 0,5 MBB $\leq$ 3000***
4) ***0,6 FAA + 0,6 FAB + 0,9 MAA + 0,9 MAB $\leq$ 1000***
5) ***0,9 FBA + 0,9 FBB + 0,9 MBA + 0,9 MBB $\leq$ 5000***
6) ***0,01 FAA + 0,01 FBA + 0,02 MAA + 0,02 MBA $\leq$ 100***
7) ***0,04 FAB + 0,04 FBB + 0,03 MAB + 0,03 MBB $\leq$ 50***

Los resultados se leen :

- ***Se deben fabricar 2500 kilogramos de mermelada de fresa utilizando la Caldera "B" y la Envasadora "A"***
- ***Se deben fabricar 1333,3 kilogramos de mermelada de manzana utilizando la Caldera "B" y la Envasadora "A"***
- ***Se deben fabricar 1666,7 kilogramos de mermelada de manzana utilizando la Caldera "B" y la Envasadora "B"***
- ***La venta de estos productos generará un beneficio máximo de 47.050,00 €***

Z =	9,3	8,6	10,5	9,8	3	3,6	6,6	7,2			
Sujeto a :	FAA	FAB	FBA	FBB	MAA	MAB	MBA	MBB	RESTRICCION		
	0,4	0,4	0,4	0,4					≤	1000	1.000,00
					0,5	0,5	0,5	0,5	≤	1500	1.500,00
	0,6	0,6	0,6	0,6	0,5	0,5	0,5	0,5	≤	3000	3.000,00
	0,6	0,6			0,9	0,9			≤	1000	0,00
			0,9	0,9			0,9	0,9	≤	5000	2.700,00
	0,01		0,01		0,02		0,02		≤	100	51,67
		0,04		0,04		0,03		0,03	≤	50	50,00
	FAA	FAB	FBA	FBB	MAA	MAB	MBA	MBB	Zmáximo = 47.050,00		
	0	0	2500	0	0	0	1333,3	1666,7			

EJERCICIO 29 : ***En una empresa se está discutiendo la composición de un comité para negociar los sueldos con la dirección. En el comité habrá sindicalistas e independientes. El número total de miembros no deberá ser inferior a 10 ni superior a 20. Al menos un 40% del comité serán sindicalistas. El número de independientes será como poco una cuarta parte del de sindicalistas.***

a. ¿Qué combinaciones de miembros de cada tipo puede tener el comité?. Plantea el problema y representa gráficamente el conjunto de soluciones. ¿Puede haber 4 sindicalistas y 16 independientes?.

b. Si se quiere que el número de independientes sea el mayor posible, ¿cuál será la composición del comité?

Solución:

*Se definen las **incógnitas** o variables de decisión :*

S = *Cantidad de sindicalistas que conformarán el comité.*

i = *Cantidad de independientes que conformarán el comité.*

*La **función objetivo** quedará definida como :*

$$Z = S + i$$

Restricciones :

1) *El número total de miembros no deberá ser inferior a 10*

$$S + i \geq 10$$

2) *El número total de miembros no deberá ser superior a 20*

$$S + 1 \leq 20$$

3) *Al menos un 40% del comité serán sindicalistas*

$$S \geq 40\% (S + i) \quad = \quad S \geq 0{,}40 (S + i)$$

$$= \quad S \geq 0{,}40 S + 0{,}40 i \quad = \quad S - 0{,}40 S - 0{,}40 i \geq 0$$

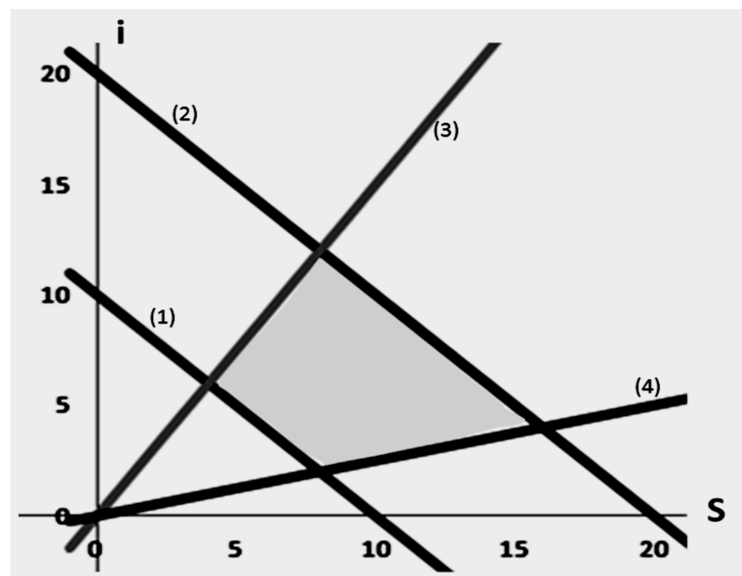
$$= \quad 0{,}60 S - 0{,}40 i \geq 0$$

4) *El número de independientes será como poco una cuarta parte del de sindicalistas.*

$$i \geq \frac{1}{4} S \quad = \quad 4 i \geq S$$

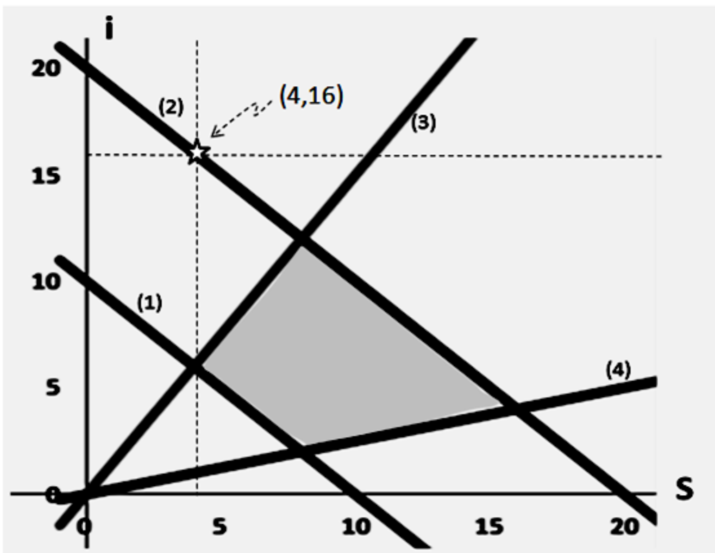
$$= \quad 4 i - S \geq 0$$

Con esta información se construye la gráfica donde se pueda visualizar el área factible de soluciones (se recomienda leer la guía adjunta "COMO GRAFICAR LA DESIGUALDAD")



La zona sombreada representará el "área factible de soluciones", en ella se encontrarán todos aquellos pares ordenados que cumplen simultáneamente con TODAS las cuatro restricciones. Este par ordenado (S,i) indicará en su parte izquierda los miembros sindicalistas (S) que conformarán el comité y en su parte derecha (i) los miembros independientes.

En relación a uno de los aspectos contenidos en la pregunta "a" : **¿Puede haber 4 sindicalistas y 16 independientes?.** *Se recomienda ubicar el par ordenado en la gráfica y ver si está ubicado o no en el área sombreada.*



Se puede visualizar fácilmente que el par ordenado (4,16) está fuera del área factible de solución, podemos afirmar que el comité no puede estar conformado por 4 sindicalista y 16 independientes.

Para confirmar lo expresado anteriormente daremos una breve explicación para que nuestros estudiantes tengan una visión más clara de los conceptos estudiados.

Al observar el par ordenado (4,16) notamos que está ubicado arriba y a la izquierda de la recta (3). Esta recta representa "la frontera" de la restricción tres (0,60 S – 0,40 i ≥ 0). Dicha restricción nos indica que los pares ordenados que cumplen con ella estarán contenidas en la recta (3) ó a la derecha y debajo de la misma.

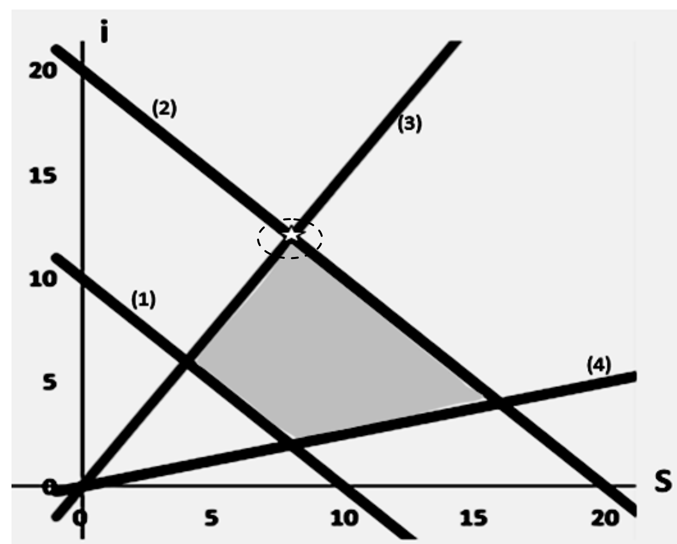
Si sustituímos los valores (S=4 , i=16) en la restricción 3 obtendremos :

$$(0{,}60).(4) - (0{,}40).(16)i \geq 0 \quad ; \quad 2{,}4 - 6{,}4 \geq 0 \quad ; \quad -4 \geq 0$$

Cómo – 4 ***NO*** *es mayor ni igual a cero se afirma que el par ordenado (4,16) no cumple con la restricción (3) y por lo tanto el comité no puede estar conformado por 4 sindicalista y 16 independientes.*

b. Si se quiere que el número de independientes sea el mayor posible, ¿cuál será la composición del comité?

El valor más alto que puede tener la variable "i" en el área factible de solución estará representado por la intersección de las rectas (2) y (3)



Luego para calcular dicho par ordenado se construye un sistema con las ecuaciones (2) y (3).

$$\begin{cases} S + i = 20 \\ 0,60\ S - 0,40\ i = 0 \end{cases}$$

Que al ser resuelto arroja los siguientes resultados : S = 8 ; i = 12

(8,12)

Lo que nos indica que el mayor número de miembros independientes se logrará cuando el comité esté conformado por 20 miembros; 8 sindicalistas y 12 independientes (8,12).

EJERCICIO 30 :

La empresa "SURTIDORA" contrató a EL MARTILLO como proveedor de llaves y cinceles en sus tiendas de artículos automotrices. La demanda semanal de Surtidora consiste en al menos 1.500 llaves y 1.200 cinceles. La capacidad actual de "El Martillo", en un turno, no basta para producir las unidades que se le piden, y debe recurrir a tiempo extra y, quizás, a subcontratar en otros proveedores de herramientas. El resultado es un aumento en el costo de producción por unidad, como se ve en la siguiente tabla. La demanda del mercado limita la producción de cinceles a llaves a un mínimo de 2 : 1.

Herramienta	Tipo de producción	Producción semanal (unidades)	Costo unitario ($)
Llaves	Normal	0-550	2.00
	Tiempo extra	551-800	2.80
	Subcontratadas	801- ∞	3.00
Cinceles	Normal	0-620	2.10
	Tiempo extra	621-900	3.20
	Subcontratados	901- ∞	4.20

Formule el problema como programación lineal y determine el programa óptimo de producción para cada herramienta.

Solución :

Se definen las variables de decisión :

Yn = *Cantidad de llaves producidas en tiempo normal.*
Ye = *Cantidad de llaves producidas en tiempo extra.*
Ys = *Cantidad de llaves subcontratadas.*
Cn = *Cantidad de cinceles producidos en tiempo normal.*
Ce = *Cantidad de cinceles producidos en tiempo extra.*
Cs = *Cantidad de cinceles subcontratados.*

*Para definir la **función objetivo** debo tomar en cuenta el costo unitario de cada variable de decisión.*

MINIMIZAR

$$Z = 2\ Yn + 2,8\ Ye + 3\ Ys + 2,1\ Cn + 3,2\ Ce + 4,2\ Cs$$

*Sujeta a las siguientes **restricciones :***

a) Demanda semanal :

La demanda semanal consiste en al menos 1500 llaves

Restricción 1 : $Yn + Ye + Ys \geq 1.500$

La demanda semanal consiste en al menos 1200 Cinceles

Restricción 2 : $Cn + Ce + Cs \geq 1.200$

b) Producción semanal :

Restricción 3 : $Yn \leq 550$

Restricción 4 : $Yn + Ye \leq 800$

Restricción 5 : $Cn \leq 620$

Restricción 6 : $Cn + Ce \leq 900$

c) La demanda del mercado limita la proporción de cinceles a llaves a un mínimo de 2:1.

$$\frac{Cn + Ce + Cs}{2} \geq \frac{Yn + Ye + Ys}{1}$$

Esta expresión una vez simplificada quedará conformada como :

Restricción 7 : $-2\,Yn - 2\,Ye - 2\,Ys + Cn + Ce + Cs \geq 0$

Solución usando EXCEL

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1											
2											
3	Z =	2	2,8	3	2,1	3,2	4,2				
4		Yn	Ye	Ys	Cn	Ce	Cs				Resultados
5	Restricción 1	1	1	1				> =	1.500		1500
6	Restricción 2				1	1	1	> =	1.200		3000
7	Restricción 3	1						< =	550		550
8	Restricción 4	1	1					< =	800		800
9	Restricción 5				1			< =	620		620
10	Restricción 6				1	1		< =	900		900
11	Restricción 7	-2	-2	-2	1	1	1	> =	0		0,00
12											
13		Yn	Ye	Ys	Cn	Ce	Cs				
14	Resultados	550	250	700	620	280	2100		Zmínima =		14.918,00
15											

Los resultados se leen :

- ***Se fabricarán 550 llaves en tiempo normal (Yn)***
- ***Se fabricarán 250 llaves en tiempo extra (Ye)***
- ***Se subcontratarán 700 llaves (Ys)***
- ***Se fabricarán 620 cinceles en tiempo normal (Cn)***
- ***Se fabricarán 280 cinceles en tiempo extra (Ce)***
- ***Se subcontratarán 2100 cinceles (Cs)***

El costo total mínimo para cumplir con este programa óptimo de producción es de $ 14.918,00

EJERCICIO 31 :

La empresa ESETEC SAC se dedica a la fabricación de dos tipos de productos A y B, en la que utiliza los insumos X y Y. Para la elaboración del producto A se necesita 01 unidad del insumo X y una unidad del insumo Y; para el producto B se necesita 03 unidades del Insumo X y 01 del insumo Y.

Los informes de los proveedores indican que se debe adquirir como mínimo 600 unidades del insumo X y 400 del insumo Y. El taller puede fabricar 1000 unidades del Producto A o 1200 del producto B, o cualquier combinación de estos.

El área de acabado tiene disponible 5.600 minutos, de los que cada unidad del producto A utiliza 04 minutos y cada unidad de producto B consume 07 minutos.

El área de ventas informa que pueden vender cualquier cantidad del producto A; sin embargo, del producto B a lo máximo se pueden vender 600 unidades.

Los costos variables de producción son de $. 24.00 para el producto A y $.16.00 para el producto B. ¿Cuál es la forma más productiva para fabricar estos productos, si sabemos que los precios de venta son $ 32.00 y $ 23.00 del producto A y B respectivamente?

Indique: 1) Cantidad óptima que se debe producir de A y B. y 2) Ganancia máxima.

Solución :

Se definen las variables como :

A *= Cantidad de productos “A” a producir.*

B *= Cantidad de productos “B” a producir.*

*Para definir la **función objetivo** es necesario conocer la utilidad de cada producto, para lo cual debemos recordad que :*

***Utilidad** = Precio de venta menos costo de producción.*
Utilidad de A = 32,00 – 24,00 = $ 8,00
Utilidad de B = 23,00 –16,00 = $ 7.00

Luego, $Z = 8A + 7B$

Estudiando las restricciones :

a) Utilización de insumos :

	A	B	Adquirir como mínimo
Insumo X	1	3	600
Insumo Y	1	1	400

Restricción 1 : $1A + 3B \geq 600$

Restricción 2 : $1A + 1B \geq 400$

b) Capacidad de producción :

El taller puede fabricar 1000 unidades del producto “A”

Restricción 3 : $A \leq 1000$

El taller puede fabricar 1200 unidades del producto “B”

Restricción 4 : $B \leq 1200$

O cualquier combinación de estos

Restricción 5 : $\frac{A}{1000} + \frac{B}{1200} \leq 1$

Para simplificar la expresión anterior podemos utilizar como mínimo común múltiplo a 1200 y la restricción quedará indicada como

Restricción 5 : $1{,}2\,A + B \leq 1200$

c) Area de acabados :

	A	B	Minutos disponibles
Minutos utilizados	4	7	5600

Restricción 6 : $4A + 7B \leq 5600$

d) Area de ventas :

Pueden vender cualquier cantidad del producto A

Restricción 7 : $A \geq 0$

Del producto B a lo máximo se pueden vender 600 unidades.

Restricción 8 : $B \leq 600$

Utilizando la hoja de cálculo Excel y aplicando SOLVER el resultado será :

	A	B	C	D	E	F	G
1	**ESETEC SAC**						
2							
3	**Z =**	8	7				
4		**A**	**B**				**Resultado**
5	Restricción 1	1	3	≥	600		1.945,45
6	Restricción 2	1	1	≥	400		1.072,73
7	Restricción 3	1		≤	1000		636,36
8	Restricción 4		1	≤	1200		436,36
9	Restricción 5	1,2	1	≤	1200		1.200,00
10	Restricción 6	4	7	≤	5600		5.600,00
11	Restricción 7	1		≥	0		636,36
12	Restricción 8		1	≤	600		436,36
13		**A**	**B**				
14		**636,36**	**436,36**			**Zmáxima =**	**8.145,45**
15							

Tomando en cuenta que los resultados deben ser enteros por tratarse de "unidades de producto", el resultado será :

G14 =SUMAPRODUCTO(B3:C3;B14:C14)

	A	B	C	D	E	F	G
1	**ESETEC SAC**						
2							
3	**Z =**	8	7				
4		**A**	**B**				**Resultado**
5	Restricción 1	1	3	≥	600		1.944,00
6	Restricción 2	1	1	≥	400		1.072,00
7	Restricción 3	1		≤	1000		636,00
8	Restricción 4		1	≤	1200		436,00
9	Restricción 5	1,2	1	≤	1200		1.199,20
10	Restricción 6	4	7	≤	5600		5.596,00
11	Restricción 7	1		≥	0		636,00
12	Restricción 8		1	≤	600		436,00
13		**A**	**B**				
14		**636,00**	**436,00**			**Zmáxima =**	**8.140,00**
15							

Se deberán producir 636 productos "A" y 436 productos "B" y se obtendrá una ganancia máxima de $ 8.140,00

EJERCICIO 32 :

Tres sustancias X, Y y W contienen cuatro ingredientes A, B, C y D. En la siguiente tabla están dados los porcentajes de cada ingrediente y el costo por onza (en centavos de dólar) de las tres sustancias:

Sustancia	A	B	C	D	Costo/Onza
X	20%	10%	25%	45%	25
Y	20%	40%	15%	25%	35
W	10%	20%	25%	45%	50

1) ¿ Cuántas onzas se deben combinar de cada sustancia para obtener, con un costo mínimo, 20 onzas de la mezcla con un contenido de al menos.14% de A. 16% de B y 20% de C ?

2) ¿Con cuántas se maximiza?

SOLUCIÓN :

Definición de Variables :

X = *Cantidad de onzas de la sustancia "X" que se debe mezclar.*

Y = *Cantidad de onzas de la sustancia "Y" que se debe mezclar.*

W = *Cantidad de onzas de la sustancia "W" que se debe mezclar.*

Función Objetivo :

$$Z = 25\,X + 35\,Y + 50\,W$$

Restricciones :

1) Se deben obtener 20 onzas de la mezcla : Esto nos obliga a inferir que la suma de las tres sustancias debe ser igual a 20.

$$X + Y + W = 20$$

2) La mezcla debe contener **al menos** 14% de "A" : El 14% de las 20 onzas = (0,14)*(20) = 2,80

$$0{,}20\,X + 0{,}20\,Y + 0{,}10\,W \geq 2{,}80$$

3) La mezcla debe contener **al menos** 16% de "B" : El 16% de las 20 onzas = (0,16)*(20) = 3,20

$$0{,}10\,X + 0{,}40\,Y + 0{,}20\,W \geq 3{,}20$$

4) La mezcla debe contener **al menos** 20% de "C" : El 20% de las 20 onzas = (0,20)*(20) = 4,00

$$0{,}25\,X + 0{,}15\,Y + 0{,}25\,W \geq 4{,}00$$

Nota : No se toman en cuenta los valores del ingrediente "D" porqué no tiene limitación alguna.

MINIMIZACIÓN :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2									
3	Z =	25	35	50					
4		X	Y	W					
5		1	1	1	=	20		20	
6		0,20	0,20	0,10	> =	2,80		4,00	
7		0,10	0,40	0,20	> =	3,20		3,20	
8		0,25	0,15	0,25	> =	4,00		4,60	
9									
10									
11		X	Y	W					
12		16,00	4,00	0,00			Zmínima =	540,00	
13									
14		Para obtener 20 onzas de la mezcla con un costo mínimo se deben mezclar							
15		16 onzas de la sustancia "X" y 4 onzas de la sustancia "Y"							
16		Costo mínimo = 540 centavos de dólar							

MAXIMIZACIÓN :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2									
3	Z =	25	35	50					
4		X	Y	W					
5		1	1	1	=	20		20	
6		0,20	0,20	0,10	> =	2,80		2,80	
7		0,10	0,40	0,20	> =	3,20		5,60	
8		0,25	0,15	0,25	> =	4,00		4,20	
9									
10									
11		X	Y	W					
12		0,00	8,00	12,00		Zmáxima =		880,00	
13									
14		Para obtener 20 onzas de la mezcla con un costo maximo se deben mezclar							
15		8 onzas de la sustancia "Y" y 12 onzas de la sustancia "W"							
16		Costo máximo = 880 centavos de dólar							

EJERCICIO 33 :

A un joven matemático se le pidió que entreviste a un visitante en su empresa durante tres horas, el pensó que sería una excelente idea que el huésped se emborrachara. Se le dieron al matemático 50 dólares para comprar la bebida. El joven sabía que al visitante le gustaba mezclar sus tragos pero que siempre bebía menos de 8 vasos de cerveza, 10 de ginebra, 12 de whiskys y 24 de martinis. El tiempo que empleaba para beber era de 10 minutos por cada vaso.

El costo de bebidas son: $1.00 el vaso de cerveza, $2.00 el vaso de ginebra, $4.00 el vaso de whiskys y $3.00 el vaso de martini.

El matemático pensó que el objetivo sería maximizar el consumo alcohólico del huésped. Logró que un amigo químico le diese el contenido alcohólico de las bebidas en forma cuantitativa, siendo las unidades alcohólicas de 8, 15, 16 y 7 por

vaso de cerveza, ginebra, whisky y martini respectivamente. El visitante siempre bebía un mínimo de 2 whiskys.

¿Cómo resolvió el problema el joven?

SOLUCIÓN :

Definición de las variables

C = *Cantidad de vasos de cerveza a servir al visitante.*

G = *Cantidad de vasos de ginebra a servir al visitante.*

W = *Cantidad de vasos de whisky a servir al visitante.*

M = *Cantidad de vasos de martini a servir al visitante.*

Función objetivo : *El matemático pensó que el objetivo seria maximizar el consumo alcohólico del huésped.*

MAXIMIZAR

$$Z = 8\,C + 15\,G + 16\,W + 7\,M$$

Restricciones :

1) Se le dieron al matemático 50 dólares para comprar la bebida….. El costo de bebidas son: $1.00 el vaso de cerveza, $2.00 el vaso de ginebra, $4.00 el vaso de whiskys y $3.00 el vaso de martini.

$$1\,C + 2\,G + 4\,W + 3\,M \leq 50$$

2) El joven sabía que al visitante le gustaba mezclar sus tragos pero que siempre bebía menos de 8 vasos de cerveza, 10 de ginebra, 12 de whiskys y 24 de martinis

$$C \leq 8$$
$$G \leq 10$$
$$W \leq 12$$
$$M \leq 24$$

3) A un joven matemático se le pidió que entreviste a un visitante en su empresa durante tres horas….(3 horas = 180 minutos)…. El tiempo que empleaba para beber era de 10 minutos por cada vaso.

$$10\,C + 10\,G + 10\,W + 10\,M \leq 180$$

4) El visitante siempre bebía un mínimo de 2 whiskys.

$$W \geq 2$$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2									
3	Z =	8	15	16	7				
4		**C**	**G**	**W**	**M**				
5									Resultado
6	Costo	1	2	4	3	<=	50		49
7		1				<=	8		1
8			1			<=	10		10
9				1		<=	12		7
10					1	<=	24		0
11	Minutos	10	10	10	10	<=	180		180
12				1		>=	2		7
13									
14		**C**	**G**	**W**	**M**				
15		**1**	**10**	**7**	**0**			Zmáxima =	270
16									

Los resultados se leen :

El joven matemático le ofrecerá al visitante 1 vaso de cerveza, 10 vasos de ginebra y 7 vasos de whisky.

Esto le suministrará al visitante 270 unidades alcohólicas.

Se gastarán $ 49.

El visitante pasará todos los 180 minutos (3 horas) consumiendo las bebidas alcohólicas

EJERCICIO 34 : *Una oficina federal cuenta con un presupuesto de mil millones de pesos para otorgarlo como subsidio destinado a la investigación innovadora en el campo de la búsqueda de otras formas de producir energía. Un equipo gerencial integrado por científicos y economistas efectuó una reseña preliminar de 200 solicitudes, reduciendo los candidatos a seis finalistas. Los seis proyectos han sido evaluados calificados en relación con los beneficios que se espera conseguir de ellos en los próximos 10 años. Los beneficios estimados se dan en la siguiente tabla:*

Proyecto	Clasificación del Proyecto	Utilidad por peso invertido	Nivel de financiamiento (en millones de pesos)
1	Solar	4.4	220
2	Solar	3.8	180
3	Combustibles sintéticos	4.1	250
4	Carbón	3.5	150
5	Nuclear	5.1	400
6	Geotérmico	3.2	120

Así el valor 4.4 asociado al proyecto 1, indica que por cada peso que se invierta en ese proyecto, se obtendrá una utilidad de 4.40 durante los próximos diez años. La tabla muestra, además, el nivel requerido de financiamiento (en millones de pesos). Esas cifras representan la cantidad máxima de que se dispone para cada proyecto. La oficina federal puede conceder a cada proyecto una suma que no rebase esa cifra. Observando estas disposiciones, el presidente ha ordenado financiar el proyecto nuclear por lo menos en el 50% de la suma solicitada. El administrador de la dependencia gubernamental tiene mucho interés en el proyecto solar y ha pedido que la cantidad combinada que se conceda a estos proyectos sea como mínimo de 300 millones de pesos.

El problema consiste en determinar las sumas de dinero que se otorgaran a cada proyecto con objeto de maximizar los beneficios.

Solución

Definiendo las variables :

- S_1 = Cantidad de dinero que se otorgará al proyecto 1 de energía solar (millones de pesos)
- S_2 = Cantidad de dinero que se otorgará al proyecto 2 de energía solar (millones de pesos)
- C_S = Cantidad de dinero que se otorgará al proyecto de Combustible sintético (millones de pesos)
- C_A = Cantidad de dinero que se otorgará al proyecto de Carbón (millones de pesos)
- N = Cantidad de dinero que se otorgará al proyecto Nuclear (millones de pesos)
- G = Cantidad de dinero que se otorgará al proyecto Geotérmico (millones de pesos)

Función Objetivo : **MAXIMIZAR** BENEFICIOS (utilidades)

$$Z = 4{,}40\ S_1 + 3{,}80\ S_2 + 4{,}10\ C_S + 3{,}50\ C_A + 5{,}10\ N + 3{,}20\ G$$

Restricciones :

1) Una oficina federal cuenta con un presupuesto de mil millones de pesos para otorgarlo como subsidio

$$S_1 + S_2 + C_S + C_A + N + G \leq 1.000$$

2) Nivel de financiamiento :

$$S_1 \leq 220$$

$$S_2 \leq 180$$
$$C_S \leq 250$$
$$C_A \leq 150$$
$$N \leq 400$$
$$G \leq 120$$

3) El presidente ha ordenado financiar el proyecto nuclear por lo menos en el 50% de la suma solicitada (50% de 400 = 200)

$$N \geq 200$$

4) El administrador de la dependencia gubernamental tiene mucho interés en el proyecto solar y ha pedido que la cantidad combinada que se conceda a estos proyectos sea como mínimo de 300 millones de pesos.

$$S_1 + S_2 \geq 300$$

Solución en la hoja de cálculo EXCEL :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	SEIS PROYECTOS PARA PRODUCIR ENERGIA										
2											
3	z =	4,4	3,8	4,1	3,5	5,1	3,2				
4		S1	S2	Cs	Ca	N	G				
5											
6		1	1	1	1	1	1	<=	1000		1000
7		1						<=	220		220
8			1					<=	180		130
9				1				<=	250		250
10					1			<=	150		0
11						1		<=	400		400
12							1	<=	120		0
13						1		>=	200		400
14		1	1					>=	300		350
15											
16											
17		S1	S2	Cs	Ca	N	G				
18		220	130	250	0	400	0			Zmáxima =	4.527,00

<u>Los resultados se leen :</u>

- **S_1** = Cantidad de dinero que se otorgará al proyecto 1 de energía solar (millones de pesos) = **220**
- **S_2** = Cantidad de dinero que se otorgará al proyecto 2 de energía solar (millones de pesos) = **130**
- **C_s** = Cantidad de dinero que se otorgará al proyecto de Combustible sintético (millones de pesos) = **250**
- **C_A** = Cantidad de dinero que se otorgará al proyecto de Carbón (millones de pesos) = **0**
- **N** = Cantidad de dinero que se otorgará al proyecto Nuclear (millones de pesos) = **400**
- **G** = Cantidad de dinero que se otorgará al proyecto Geotérmico (millones de pesos) = **0**

Los beneficios que se lograrán con esta inversión asciende a :

Z máxima = 4.527 millomes de pesos

EJERCICIO 35 : *Una compañía se dedica a la fabricación de 4 productos : P1, P2, P3 y P4, utilizando para ello 2 materias primas : M1 y M2, cuyas disponibilidades semanales están limitadas a 1000 y 1200 unidades respectivamente. La materia prima que precisa la fabricación de una unidad de cada una unidad de cada uno de los productos se muestra en la siguiente tabla :*

	P1	P2	P3	P4
M1	6	3	5	4
M2	4	7	2	5

Además, los costos de fabricación de cada unidad de producto (que incluyen los costos de la materia prima y otros) se han evaluado en 75, 60, 40 y 30 unidades monetarias respectivamente.

La próxima semana la compañía debe atender un pedido de 100 unidades de P1, 110 de P2, 120 de P3 y 90 de P4, lo que supera claramente su capacidad de producción. Por esta razón, está considerando la posibilidad de adquirir algunos de estos productos a un competidor, cuyos productos tienen las mismas características que los que fabrica la compañía. Este competidor sólo puede suministrar unidades de los productos P1, P2 y P3, y los ofrece a 85, 65 y 30 u.m. por unidad, respectivamente.

Plantear un modelo que permita determinar cuántos productos de cada tipo debe elaborar la compañía y cuántos debe comprar para satisfacer la demanda de este pedido de manera que se minimicen los costos totales.

Solución :

Primero se identifican las variables de decisión :

P1f *= Cantidad de producto P1 a fabricar.*
P2f *= Cantidad de producto P2 a fabricar.*

P3f *= Cantidad de producto P3 a fabricar.*
P4f *= Cantidad de producto P4 a fabricar.*
P1c *= Cantidad de producto P1 a comprar.*
P2c *= Cantidad de producto P2 a comprar.*
P3c *= Cantidad de producto P3 a comprar.*

La función objetivo quedará representada por los costos de fabricación y los costos de adquisición de las variables :

MINIMIZAR

$$Z = 75.P1f + 60.P2f + 40.P3f + 30.P4f + 85.P1c + 65.P2c + 30.P3c$$

Restricciones :

a) Uso y disponibilidad de la materia prima M1

$$6.P1f + 3.P2f + 5.P3f + 4.P4f \leq 1000$$

b) Uso y disponibilidad de la materia prima M2

$$4.P1f + 7.P2f + 2.P3f + 5.P4f \leq 1200$$

c) Pedidos de productos :

$$P1f + P1c \geq 100$$

$$P2f + P2c \geq 110$$

$$P3f + P3c \geq 120$$

$$P4f \geq 90$$

Solución con Excel :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1												
2												
3	Z =	75	60	40	30	85	65	30				
4		P1f	P2f	P3f	P4f	P1c	P2c	P3c				Resultados
5	Resricción 1	6	3	5	4				≤	1000		1.000,00
6	Resricción 2	4	7	2	5				≤	1200		1.200,00
7	Resricción 3	1				1			≥	100		100,00
8	Resricción 4		1				1		≥	110		110,00
9	Resricción 5			1				1	≥	120		120,00
10	Resricción 6				1				≥	90		90,00
11												
12		P1f	P2f	P3f	P4f	P1c	P2c	P3c				
13	Resultados	74,33	64,67	0,00	90,00	25,67	45,33	120,00			Zmínima =	20.883,33
14												

Como se trata de Unidades de Productos es recomendable que los resultados se expresen en números enteros, no se recomienda hacer aproximaciones, se recomienda utilizar PROGRAMACION LINEAL ENTERA

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1												
2												
3	Z =	75	60	40	30	85	65	30				
4		P1f	P2f	P3f	P4f	P1c	P2c	P3c				Resultados
5	Resricción 1	6	3	5	4				≤	1000		999,00
6	Resricción 2	4	7	2	5				≤	1200		941,00
7	Resricción 3	1				1			≥	100		100,00
8	Resricción 4		1				1		≥	110		110,00
9	Resricción 5			1				1	≥	120		120,00
10	Resricción 6				1				≥	90		90,00
11												
12		P1f	P2f	P3f	P4f	P1c	P2c	P3c				
13	Resultados	100,00	13,00	0,00	90,00	0,00	97,00	120,00			Zmínima =	20.885,00
14												

Los resultados se leen :

- ***P1f*** *= Cantidad de producto P1 a fabricar =* ***100***
- ***P2f*** *= Cantidad de producto P2 a fabricar =* ***13***
- ***P3f*** *= Cantidad de producto P3 a fabricar =* ***0***
- ***P4f*** *= Cantidad de producto P4 a fabricar =* ***90***
- ***P1c*** *= Cantidad de producto P1 a comprar =* ***0***
- ***P2c*** *= Cantidad de producto P2 a comprar =* ***97***
- ***P3c*** *= Cantidad de producto P3 a comprar =* ***120***

Z mínima = 20.885,00 u.m.

EJERCICIO 36 : ***Un fabricante tendrá que atender cuatro pedidos de producción, A, B, C, y D, en este mes.***

Cada trabajo puede ser llevado a cabo en cualquiera de los tres talleres.

El tiempo necesario para completar cada trabajo en cada uno de esos talleres, el costo por hora y la cantidad de horas disponibles que tendrá cada taller durante este mes aparecen en la siguiente tabla.

TALLER	TIEMPO REQUERIDO(HRS) A	B	C	D	COSTO POR HORA DE TALLER(S/.)	TIEMPO DE TALLER DISPONIBLE(HRS)
1	32	151	72	118	89	160
2	39	147	61	126	81	160
3	46	155	57	121	84	160

También existe la posibilidad de dividir cada uno de los trabajos entre los distintos talleres, en cualquier proporción que se desee. Por ejemplo, una cuarta parte del trabajo A puede hacerse en 8 horas en el taller 1.

El fabricante desea determinar la cantidad de horas de cada trabajo que deberán realizarse en cada taller, para minimizar el costo total de terminación de los cuatro trabajos. Identifique las variables de decisión, formule un modelo de PL para este problema y finalmente resuélvalo.

<u>Definición de variables</u>

T1A = Cantidad de horas en el taller 1 para el trabajo A
T1B = Cantidad de horas en el taller 1 para el trabajo B
T1C = Cantidad de horas en el taller 1 para el trabajo C
T1D = Cantidad de horas en el taller 1 para el trabajo D
T2A = Cantidad de horas en el taller 2 para el trabajo A
T2B = Cantidad de horas en el taller 2 para el trabajo B
T2C = Cantidad de horas en el taller 2 para el trabajo C
T2D = Cantidad de horas en el taller 2 para el trabajo D
T3A = Cantidad de horas en el taller 3 para el trabajo A
T3B = Cantidad de horas en el taller 3 para el trabajo B
T3C = Cantidad de horas en el taller 3 para el trabajo C
T3D = Cantidad de horas en el taller 3 para el trabajo D

Función objetivo (MINIMIZAR) :

Z = 89 T1i + 81 T2i + 84 T3i

Restricciones :

1) Tiempo disponible en cada taller

1.1.- T1A + T1B + T1C + T1D ≤ 160
1.2.- T2A + T2B + T2C + T2D ≤ 160
1.3.- T3A + T3B + T3C + T3D ≤ 160

2) Tiempo requerido en cada taller para cada producto :

2.1.- T1A ≤ 32
2.2.- T1B ≤ 151
2.3.- T1C ≤ 72
2.4.- T1D ≤ 118
2.5.- T2A ≤ 39
2.6.- T2B ≤ 147
2.7.- T2C ≤ 61
2.8.- T2D ≤ 126
2.9.- T3A ≤ 46
2.10.- T3B ≤ 155
2.11.- T3C ≤ 57
2.12.- T3D ≤ 121

3) Posibilidad de dividir cada uno de los trabajos entre los distintos talleres :

3.1.- $$\frac{T1A}{32} + \frac{T2A}{39} + \frac{T3A}{46} = 1$$

3.2.- $$\frac{T1B}{151} + \frac{T2B}{147} + \frac{T3B}{155} = 1$$

3.3.- $$\frac{T1C}{72} + \frac{T2C}{61} + \frac{T3C}{57} = 1$$

3.4.- $$\frac{T1D}{118} + \frac{T2D}{126} + \frac{T3D}{121} = 1$$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	Usando SOLVER con el MODELO DE PROGRAMACION LINEAL														
2															
3	Z=	T1A	T1B	T1C	T1D	T2A	T2B	T2C	T2D	T3A	T3B	T3C	T3D		
4		89	89	89	89	81	81	81	81	84	84	84	84		
5	Restricciones														
6	1.1)	1	1	1	1									<=	160
7	1,2)					1	1	1	1					<=	160
8	1.3)									1	1	1	1	<=	160
9	2.1)	1												<=	32
10	2.2)		1											<=	151
11	2.3)			1										<=	72
12	2.4)				1									<=	118
13	2.5)					1								<=	39
14	2.6)						1							<=	147
15	2,7)							1						<=	61
16	2.8)								1					<=	126
17	2.9)									1				<=	46
18	2.10)										1			<=	155
19	2.11)											1		<=	57
20	2.12)												1	<=	121
21	Solución :														
22		T1A	T1B	T1C	T1D	T2A	T2B	T2C	T2D	T3A	T3B	T3C	T3D		
23		32	0	0	5,4	0	147	0	13	0	0	57	103		
24	Restricciones de división del trabajo (porciones en cualquiera de los tres talleres)														
25	3.1)	1/32				1/39				1/46				=	1
26	3.2)		0,01				0,01				0,01			=	1
27	3.3)			1/72				1/61				1/57		=	1
28	3.4)				0,01				0,01				0,01	=	1
29															

Los resultados se leen :

T1A = Cantidad de horas en el taller 1 para el trabajo A = **32**
T1B = Cantidad de horas en el taller 1 para el trabajo B = **0**
T1C = Cantidad de horas en el taller 1 para el trabajo C = **0**
T1D = Cantidad de horas en el taller 1 para el trabajo D = **5,4**
T2A = Cantidad de horas en el taller 2 para el trabajo A = **0**
T2B = Cantidad de horas en el taller 2 para el trabajo B = **147**
T2C = Cantidad de horas en el taller 2 para el trabajo C = **0**
T2D = Cantidad de horas en el taller 2 para el trabajo D = **13**
T3A = Cantidad de horas en el taller 3 para el trabajo A = **0**
T3B = Cantidad de horas en el taller 3 para el trabajo B = **0**
T3C = Cantidad de horas en el taller 3 para el trabajo C = **57**
T3D = Cantidad de horas en el taller 3 para el trabajo D = **103**

El costo total mínimo de terminación de los cuatro trabajos será :

***Z* mínima = $ 29.726,74**

EJERCICIO 37 : *Web Mercantile vende muchos productos para el hogar mediante un catálogo en línea. La compañía necesita un gran espacio de almacén para los productos. Ahora planea rentar espacio para los siguientes 5 meses. Se sabe cuánto espacio necesitará cada mes; pero como varía mucho, puede ser más económico rentar sólo la cantidad necesaria cada mes con contratos mensuales. Por otro lado, el costo adicional de rentar espacio para meses adicionales es menor que para el primero, y puede ser menos costoso rentar el espacio máximo los 5 meses. Otra opción es el enfoque intermedio de cambiar la cantidad total de espacio rentado (con un nuevo contrato y/o la terminación del anterior) al menos una vez pero no cada mes.*

El espacio requerido y los costos para los periodos de arrendamiento son los siguientes:

Mes	Espacio requerido (ft^2)	Periodo de arrendamiento (meses)	Costo por ft^2 arrendado
1	30 000	1	$ 65
2	20 000	2	$100
3	40 000	3	$135
4	10 000	4	$160
5	50 000	5	$190

El objetivo es minimizar el costo total de arrendamiento para cumplir con los requerimientos.

a) Formule un modelo de PROGRAMACION LINEAL.
b) Resuelva este modelo utilizando SOLVER.

SOLUCIÓN:

Definiendo las variables:

A_1=	Espacio a arrendar el **primer** mes por un periodo de **1** mes
A_2=	Espacio a arrendar el **primer** mes por un periodo de **2** meses
A_3=	Espacio a arrendar el **primer** mes por un periodo de **3** meses
A_4=	Espacio a arrendar el **primer** mes por un periodo de **4** meses
A_5=	Espacio a arrendar el **primer** mes por un periodo de **5** meses
B_1=	Espacio a arrendar el **segundo** mes por un periodo de **1** mes
B_2=	Espacio a arrendar el **segundo** mes por un periodo de **2** meses
B_3=	Espacio a arrendar el **segundo** mes por un periodo de **3** meses
B_4=	Espacio a arrendar el **segundo** mes por un periodo de **4** meses
B_5=	A partir del segundo mes puedo arrendar por un máximo de cuatro meses (B5 no puede existir)
C_1=	Espacio a arrendar el **TERCER** mes por un periodo de **1** mes
C_2=	Espacio a arrendar el **TERCER** mes por un periodo de **2** meses
C_3=	Espacio a arrendar el **TERCER** mes por un periodo de **3** meses
C_4 y C_5=	A partir del tercer mes puedo arrendar por un máximo de TRES meses (C4 y C5 no pueden existir)
D_1=	Espacio a arrendar el **cuarto** mes por un periodo de **1** mes
D_2=	Espacio a arrendar el **cuarto** mes por un periodo de **2** meses
D_3,D_4,D_5=	A partir del cuarto mes puedo arrendar por un máximo de DOS meses (D3,D4 y D5 no pueden existir)
E_1=	Espacio a arrendar el **QUINTO** mes por un periodo de **1** mes

La función objetivo quedará definida como: ***MINIMIZAR***

$$Z = 65\,A_1 + 100\,A_2 + 135\,A_3 + 160\,A_4 + 190\,A_5 + 65\,B_1 + 100\,B_2 + 135\,B_3 + 160\,B_4 + 65\,C_1 + 100\,C_2 + 135\,C_3 + 65\,D_1 + 100\,D_2 + 65\,E_1$$

Antes de analizar las restricciones consideramos necesario elaborar un cuadro donde se represente a cuales meses "afectan" cada uno de los contratos; esto nos permitirá visualizar eficientemente cuales incógnitas debe contener cada ecuación de restricción:

		MES AFECTADO				
		1	2	3	4	5
A_1=	Espacio a arrendar el **primer** mes por un periodo de **1** mes	A_1				
A_2=	Espacio a arrendar el **primer** mes por un periodo de **2** meses	A_2	A_2			
A_3=	Espacio a arrendar el **primer** mes por un periodo de **3** meses	A_3	A_3	A_3		
A_4=	Espacio a arrendar el **primer** mes por un periodo de **4** meses	A_4	A_4	A_4	A_4	
A_5=	Espacio a arrendar el **primer** mes por un periodo de **5** meses	A_5	A_5	A_5	A_5	A_5
B_1=	Espacio a arrendar el **segundo** mes por un periodo de **1** mes		B_1			
B_2=	Espacio a arrendar el **segundo** mes por un periodo de **2** meses		B_2	B_2		
B_3=	Espacio a arrendar el **segundo** mes por un periodo de **3** meses		B_3	B_3	B_3	
B_4=	Espacio a arrendar el **segundo** mes por un periodo de **4** meses		B_4	B_4	B_4	B_4
C_1=	Espacio a arrendar el **TERCER** mes por un periodo de **1** mes			C_1		
C_2=	Espacio a arrendar el **TERCER** mes por un periodo de **2** meses			C_2	C_2	
C_3=	Espacio a arrendar el **TERCER** mes por un periodo de **3** meses			C_3	C_3	C_3
D_1=	Espacio a arrendar el **cuarto** mes por un periodo de **1** mes				D_1	
D_2=	Espacio a arrendar el **cuarto** mes por un periodo de **2** meses				D_2	D_2
E_1=	Espacio a arrendar el **QUINTO** mes por un periodo de **1** mes					E_1

MES 1:

$$A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 \geq 30.000$$

MES 2:

$$A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + B_1 + B_2 + B_3 + B_4 \geq 20.000$$

MES 3:

$$A_3 + A_4 + A_5 + B_2 + B_3 + B_4 + C_1 + C_2 + C_3 \geq 40.000$$

MES 4:

$$A_4 + A_5 + B_3 + B_4 + C_2 + C_3 + D_1 + D_2 \geq 10.000$$

MES 5:

$$A_5 + B_4 + C_3 + D_2 + E_1 = 50.000$$

Al analizar el enunciado del problema notamos que una de las alternativas de solución es que podemos arrendar el espacio máximo por los cinco meses; esta consideración nos permite inferir que mensualmente debemos alquilar "por lo menos" el espacio indicado en la tabla del enunciado del problema (las restricciones serán del tipo **" ≥ "** *a excepción del mes 5 que será del tipo* **" = "** *).*

Para ser mas detallistas podemos indicar cuatro nuevas restricciones, una por cada uno de los primeros cuatro meses, donde se indique que el espacio máximo a rentar es de 50.000 ft².

MES 1:

$$A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 \leq 50.000$$

MES 2:

$$A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + B_1 + B_2 + B_3 + B_4 \leq 50.000$$

MES 3:

$$A_3 + A_4 + A_5 + B_2 + B_3 + B_4 + C_1 + C_2 + C_3 \leq 50.000$$

MES 4:

$$A_4 + A_5 + B_3 + B_4 + C_2 + C_3 + D_1 + D_2 \leq 50.000$$

Al desplegar este Modelo Matemático en la Hoja de Cálculo EXCEL y utilizar SOLVER obtendremos los siguientes resultados:

$$A_5 = 30.000$$
$$C_1 = 10.000$$
$$E_1 = 20.000$$

$$Z_{mínimo} = \$\ 7.650.000,oo$$

Este resultado se lee: El primer mes se deben arrendar 30.000 pies cuadrados por un período de 5 meses ($A_5 = 30.000$ *), en el tercer mes se deben arrendar 10.000 pies cuadrados adicionales por un mes (* $C_1 = 10.000$ *) y en el quinto mes se deben arrendar 20.000 pies cuadrados adicionales por un mes (* $E_1 = 20.000$ *), generando un gasto total de* ***$ 7.650.000,oo***.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
1	**3.4-9. (Página 95, Lieberman) :**																			
2																				
3		**A1**	**A2**	**A3**	**A4**	**A5**	**B1**	**B2**	**B3**	**B4**	**C1**	**C2**	**C3**	**D1**	**D2**	**E1**				
4	Z=	65	100	135	160	190	65	100	135	160	65	100	135	65	100	65				
5																				
6	Mes 1	1	1	1	1	1											≥	30.000,00		30000
7	Mes 2		1	1	1	1	1	1	1	1							≥	20.000,00		30000
8	Mes 3			1	1	1		1	1	1	1	1	1				≥	40.000,00		40000
9	Mes 4				1	1			1	1		1	1	1	1		≥	10.000,00		30000
10	Mes 5					1				1			1		1	1	≥	50.000,00		50000
11																				
12		0	0	0	0	30000	0	0	0	0	10000	0	0	0	0	20000		Z min =		7.650.000,00
13	**NOTA:** la restricción para que todos los valores sean menores e iguales a 50.000 se puede hacer directamente desde SOLVER (agregar restriccione)																			
14																				

EJERCICIO 38 : ***Don K-NI es el presidente de una firma de inversiones personales, que maneja una cartera de valores de un cierto número de clientes. Un cliente nuevo ha solicitado recientemente que la firma le maneje una cartera de $100.000,00. Al cliente le gustaría limitar su cartera a una combinación de las tres acciones que se muestran en la tabla.***

Acción	Precio por acción	Utilidad anual estimada por acción	Cantidad de Acciones disponibles
A. Gofer Crude	$60	$7	1000
B. Can Oil	$25	$3	1000
C. Sloth Petroleum	$20	$3	1500

Formular un programa de programación lineal que permita tomar la mejor decisión para maximizar las utilidades totales que se obtengan de la inversión.

SOLUCIÓN:

Definiendo las variables:

A = *Cantidad de acciones Gofer Crude a adquirir.*
B = *Cantidad de acciones Can Oil a adquirir.*
C = *Cantidad de acciones Sloth Petroleum a adquirir.*

Función Objetivo :

MAXIMIZAR

$$Z = 7A + 3B + 3C$$

Restricciones :

$$60A + 25B + 20C \le 100.000$$
$$A \le 1.000$$
$$B \le 1.000$$
$$C \le 1.500$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	DON K-NI							
2								
3	Z =	7	3	3				
4		A	B	C				
5	Restricciones :							
6		60	25	20	<=	100.000		100.000
7		1			<=	1.000		750
8			1		<=	1.000		1.000
9				1	<=	1.500		1.500
10	Solución :							
11		A	B	C				
12		750	1000	1500		Zmáxima =		12.750,00
13								

Los resultados se leen :

A = *Cantidad de acciones Gofer Crude a adquirir =* ***750***
B = *Cantidad de acciones Can Oil a adquirir =* ***1000***
C = *Cantidad de acciones Sloth Petroleum a adquirir =* ***1500***

La utilidad obtenida será de :

Z máxima = $ 12.750,00

EJERCICIO 39 : *Una fábrica de aparatos electrónicos puede tener una producción diaria de televisores de pantalla plana mínima de 300 y máxima de 600; en lo que se refiere a televisores con pantalla de cristal liquido la producción diaria fluctúa entre 200 y 500 unidades. Para mantener una calidad optima en su producto debe de fabricar un máximo de 900 unidades entre ambos tipos de televisor.*

El costo de producción de un televisor de pantalla plana es de $ 3,400.00. y el de pantalla de cristal liquido es de $ 5,600.00.

Cada televisor de pantalla plana se vende a $ 6000.00, y cada televisor de pantalla de cristal liquido se vende a $ 10800.00. La fábrica desea maximizar las utilidades.

En base a dicha información: escriba un planteamiento para resolver por programación lineal.

	A	B	C	D	E	F	G
1	P = Cantidad de TV de pantalla plana				Utilidad = 6000 - 3400 = 2600		
2	C = Cantidad de TV de cristal líquido				Utilidad = 10800 - 5600 = 5200		
3							
4	Z =	2600	5200				
5		P	C				
6	Sujeto a:						
7		1		≥	300		400
8		1		≤	600		400
9			1	≥	200		500
10			1	≤	500		500
11		1	1	≤	900		900
12							
13		P	C				
14		400	500			Zmáxima =	3.640.000,00

EJERCICIO 40 : *Rich Oil Company, cerca de Cleveland, suministra gasolina a sus distribuidores en camiones. La compañía recientemente recibió un contrato para iniciar el suministro de 800.000 galones de gasolina por mes a distribuidores de Cincinnati. La compañía tiene $.500.000 disponibles para crear una flota consistente en 3 tipos diferentes de camiones. En la siguiente tabla se muestra la capacidad relevante, costo de compra, costo operativo y número máximo de viajes por cada tipo de camión.*

TIPO DE CAMIÓN	CAPACIDAD (galones)	COSTO DE COMPRA ($)	COSTO DE OPERACIÓN ($/mes)	MÁXIMO DE VIAJES/MES
1	6000	50 000	800	20
2	3000	40 000	650	25
3	2000	25 000	500	30

Sobre la base del mantenimiento y la disponibilidad de conductores, la compañía no desea comprar más de 10 vehículos para su flota. Asimismo, la compañía desearía asegurarse que se compren al menos 3 de los camiones del tipo 3. Finalmente, la compañía no desea que más de la mitad de la flota sea de camiones del tipo 1. Como gerente de operaciones, formule un modelo para determinar la composición de la flota que minimice los costos operativos mensuales al tiempo que satisfaga las demandas, no saliéndose del presupuesto y satisfaciendo los requerimientos de las otras compañías.

Solución :

Se definen las variables :

C_1 = Cantidad de camiones del tipo 1 a adquirir.

C_2 = Cantidad de camiones del tipo 2 a adquirir.

C_3 = Cantidad de camiones del tipo 3 a adquirir.

La ***función objetivo*** *reflejará los costos de operación de cada camión durante un mes :*

$$\textbf{Minimizar} \quad Z = 800C_1 + 600\,C_2 + 500\,C_3$$

Sujeto a :

a) Suministrar 800.000 galones de gasolina al mes. Se debe tomar en cuenta la capacidad de carga de cada tipo de camión y el máximo de viajes que pueden realizar.

Restricción 1 : $(20)(600)C_1 + (25)(300)C_2 + (30)(2000)C_3 \geq 800.000$

b) La compañía tiene $ 500.000 disponibles para crear una flota.

Restricción 2 : $50.000C_1 + 40.000C_2 + 25.000C_3 \leq 500.000$

c) La compañía no desea comprar más de 10 camiones.

Restricción 3 : $C_1 + C_2 + C_3 \leq 10$

d) La compañía quiere que se compren al menos 3 camiones del tipo 3,

Restricción 4 : $C_3 \geq 3$

e) La compañía no desea que más de la mitad de la flota sea de camiones del tipo 1.

Restricción 5 : $C_1 \leq ½\,(C_1 + C_2 + C_3)$

Al simplificar la restricción 5 quedará expresada como

Restricción 5 : $C_1 - C_2 - C_3 \leq 0$

Nota: Como se refiere a camiones se aplica la PROGRAMACION LINEAL ENTERA

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2								
3	Z =	800	600	500				
4		C_1	C_2	C_3				Resultados
5	Restricción 1	120.000,00	75.000,00	60.000,00	≥	800.000,00		810.000,00
6	Restricción 2	50.000,00	40.000,00	25.000,00	≤	500.000,00		355.000,00
7	Restricción 3	1,00	1,00	1,00	≤	10,00		9,00
8	Restricción 4			1,00	≥	3,00		3,00
9	Restricción 5	1,00	-1,00	-1,00	≤	0,00		-1,00
10								
11		C_1	C_2	C_3				
12	Solución	4,00	2,00	3,00			Zmínima =	5.900,00
13								

Se deben comprar :

- ***4 camiones del tipo 1***
- ***2 camiones del tipo 2***
- ***3 camiones del tipo 3***

Los costos operativos mensuales serán de $ 5.900,00

EJERCICIO 41 : ***Un frutero necesita 16 cajas de naranjas, 5 de plátanos y 20 de manzanas. Dos mayoristas pueden suministrarle para satisfacer sus necesidades, pero solo venden la fruta en contenedores completos. El mayorista "A" envía en cada contenedor 8 cajas de naranjas, 1 de plátanos y 2 de manzanas. El mayorista "B" envía en cada contenedor 2 cajas de naranjas, 1 de plátanos y 7 de manzanas. Sabiendo que el mayorista "A" se encuentra a 150 km. de distancia y el mayorista "B" a 300 km.***

Obtener el modelo de programación lineal y calcular cuántos contenedores habrá que comprar a cada mayorista, con objeto de ahorrar tiempo y dinero, reduciendo al mínimo la distancia de lo solicitado.

Solución :

Se definen las variables :

A = Cantidad de contenedores a comprar al mayorista A

B = Cantidad de contenedores a comprar al mayorista B

*La **función objetivo** reflejará los kilómetros de distancia de cada mayorista.*

Minimizar $Z = 150\,A + 300\,B$

Cuadro que se elabora para visualizar fácilmente las restricciones:

	Contenedor A	Contenedor B	Necesidad
Cajas de naranjas	8	2	16
Cajas de plátanos	1	1	5
Cajas de manzanas	2	7	20

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2										
3	Z =	150	300							
4		A	B							
5										
6		8	2	> =	16		28			
7		1	1	> =	5		5			
8		2	7	> =	20		20			
9										
10		A	B							
11		3	2		Zmínima = 1050			Kilómetros que se recorren		
12										

Los resultados se leen :

Se comprarán 3 contenedores al mayorista "A"

Se comprarán 2 contenedores al mayorista "B"

Se recorrerán 1050 kilómetros.

Realizando dicha compra, el frutero obtendrá 28 cajas de naranjas, 5 cajas de plátanos y 20 cajas de manzanas.

EJERCICIO 42 : ***El dietista de un hospital desea preparar un platillo de maíz y calabazas que proporcione al menos 3 gr de proteínas y no cueste más de US $0.36 por ración.***

Una onza de maíz con crema proporciona 0.5 gr. de proteína y cuesta US $0.04. una onza de calabazas proporciona 0.25 gr. de proteínas y cuesta US $0.03.

Para un buen sabor se necesitan al menos 2 onzas de maíz y la misma cantidad de calabaza que de maíz, es importante que el número de onzas por ración sea lo más pequeño posible.

Halle la combinación de maíz y calabaza que hace mínimo el tamaño de la ración.

Solución :

Se definen las variables :

M = *Cantidad de onzas de maíz agregada a una ración del platillo*

C = *Cantidad de onzas de calabaza agregada a una ración del platillo*

Función objetivo :

$$\textbf{MINIMIZAR} \quad Z = M + C$$

Restricciones :

1) El dietista de un hospital desea preparar un platillo de maíz y calabazas que proporcione al menos 3 gr de proteínas

$$0{,}5\,M + 0{,}25\,C \geq 3$$

2) y no cueste más de US $0.36 por ración.

$$0{,}04\,M + 0{,}03\,C \leq 0{,}36$$

3) Para un buen sabor se necesitan al menos 2 onzas de maíz

$$M \geq 2$$

4) y la misma cantidad de calabaza que de maíz

$$M = C$$

	A	B	C	D	E	F	G
1	**Platillo de Maíz y Calabaza**						
2							
3	**Z =**	**M**	**C**				
4		1	1				
5	**Restricciones**						
6	1)	0,5	0,25	> =	3		3
7	2)	0,04	0,03	< =	0,36		0,28
8	3)	1		> =	2		4
9	4)	1	-1	=	0		0
10	**Solución**						
11		**M**	**C**				
12		4	4			Z =	8
13							

Los resultados se leen :

Se agregarán 4 onzas de maíz a cada ración del platillo.

Se agregarán 4 onzas de calabaza a cada ración del platillo.

La ración del platillo tendrá 8 onzas (Z = 8).

EJERCICIO 43 : ***El "Estampado SA", una tintorería textil que se dedica a hacer trabajos por pedidos, cuenta con dos tipos de estampadoras: rápidas y lentas. Dispone de 60 estampadoras rápidas y 40 lentas.***

Aclaremos que estampar consiste en imprimir dibujos con colores sobre tela cruda, de modo que el rollo de tela cruda va pasando por la estampadora y ésta le va imprimiendo el dibujo con los colores y formas seleccionados.

Estampado SA ha tomado dos trabajos para hacer: Dibujo Snoopy y dibujo Scooby. Cada uno de estos estampados se puede hacer en una máquina de cualquiera de los dos tipos, sólo que la eficiencia será distinta según el tipo. Una máquina rápida estampa 12 m de dibujo Snoopy por hora. Una máquina lenta estampa 6 m de dibujo Snoopy por hora. Una máquina rápida estampa 8 m. de dibujo Scooby por hora. Una máquina lenta estampa 4 metros de dibujo Scooby por hora. Una misma estampadora (sea rápida o lenta) no puede destinarse en el mismo día a trabajar en dos tipos distintos de dibujo.

El costo por hora de energía para las máquinas rápidas y lentas son $4 y $3, respectivamente. El costo para la máquina rápida es mayor debido a que ésta requiere una mayor potencia. Los costos de tintes para Snoopy y Scooby son de $2.2 y $3.2 por metro de tela cruda, respectivamente.

Cada metro de tela estampada con Snoopy se vende a $6 y un metro de tela estampada con Scooby se vende a $8.

Para mañana le han pedido a Estampado SA que entregue 3000 metros de tela Snoopy y 3100 metros de Scooby. Tiene todo el día de hoy (ocho horas) para trabajar. Formule el problema de programación lineal para determinar:

Si se puede o no cumplir el pedido. Y ¿Cómo sería la distribución del estampado de tela en los dos tipos de máquinas para maximizar los beneficios del pedido?

Solución :

Se definen las variables :

ER_1 = Cantidad, de estampadoras rápidas a producir dibujos Snoopy
ER_2 = Cantidad, de estampadoras rápidas a producir dibujos Scooby
EL_1 = Cantidad, de estampadoras lentas a producir dibujos Snoopy
EL_2 = Cantidad, de estampadoras lentas a producir dibujos Scooby

Conocidas las variables es necesario determinar la utilidad que generan las mismas y poder utilizar dichos datos en la función objetivo (Se pide maximizar utilidad o beneficio = ingreso por venta menos costos). Generalmente en estos costos se incluye el precio de adquisición de la tela cruda (En este problema no se suministran estos datos).

Los datos relevantes del problema pueden ser incluídos en una tabla para visualizarlos fácilmente e incluirlos en los cálculos de los ingresos y costos.

	Snoopy	Scooby	Costo Energía
Estampadora Rápida	12 m/h	8 m/h	4 $/h
Estampadora Lenta	6 m/h	4 m/h	3 $/h
Costo Tintes	2,2 $/m	3,2 $/m	
Precio Venta	6 $/m	8 $/m	
Demanda	3000 m	3100 m	
Total Horas	8 h	8 h	

Ingresos que genera cada estampadora diariamente :

ER_1 = Cantidad, de estampadoras rápidas a producir dibujos Snoopy
(12 m/h) x (8 horas de trabajo diario) x (6 $/m) = $ 576

ER_2 = Cantidad, de estampadoras rápidas a producir dibujos Scooby
(8 m/h) x (8 horas de trabajo diario) x (8 $/m) = $ 512

EL_1 = Cantidad, de estampadoras lentas a producir dibujos Snoopy
(6 m/h) x (8 horas de trabajo diario) x (6 $/m) = $ 288

EL_2 = Cantidad, de estampadoras lentas a producir dibujos Scooby
(4 m/h) x (8 horas de trabajo diario) x (8 $/m) = $ 256

Costos que genera cada estampadora diariamente :

ER_1 = Cantidad, de estampadoras rápidas a producir dibujos Snoopy
Energía = (4 $/h) x (8 horas de trabajo diario) = 32 $
Tinte = (2,2 $/m) x (12 m/h) x (8 h) = 211,2 $
Total = 32 + 211,2 = 243,2 $

ER_2 = Cantidad, de estampadoras rápidas a producir dibujos Scooby
Energía = (4 $/h) x (8 horas de trabajo diario) = 32 $
Tinte = (3,2 $/m) x (8 m/h) x (8 h) = 204,8 $
Total = 32 + 204,8 = 236,8 $

EL_1 = Cantidad, de estampadoras lentas a producir dibujos Snoopy
Energía = (3 $/h) x (8 horas de trabajo diario) = 24 $
Tinte = (2,2 $/m) x (6 m/h) x (8 h) = 105,6 $
Total = 24 + 105,6 = 129,6 $

EL_2 = Cantidad, de estampadoras lentas a producir dibujos Scooby
Energía = (3 $/h) x (8 horas de trabajo diario) = 24 $
Tinte = (3,2 $/m) x (4 m/h) x (8 h) = 102,4 $
Total = 24 + 102,4 = 126,4 $

Utilidad que genera cada estampadora diariamente :

ER_1 = Cantidad, de estampadoras rápidas a producir dibujos Snoopy

$$576 - 243,2 = 332,8 \ \$$$

ER_2 = Cantidad, de estampadoras rápidas a producir dibujos Scooby

$$512 - 236,8 = 275,2 \ \$$$

EL_1 = Cantidad, de estampadoras lentas a producir dibujos Snoopy

$$288 - 129,6 = 158,4 \ \$$$

EL_2 = Cantidad, de estampadoras lentas a producir dibujos Scooby

$$256 - 126,4 = 129,6 \ \$$$

Función objetivo :

MAXIMIZAR

$$Z = 332,8\ ER_1 + 275,2\ ER_2 + 158,4\ EL_1 + 129,6\ EL_2$$

Restricciones :

Para mañana le han pedido a Estampado SA que entregue 3000 metros de tela Snoopy y 3100 metros de Scooby.

Una máquina rápida estampa 12 m de dibujo Snoopy por hora. Una máquina lenta estampa 6 m de dibujo Snoopy por hora. Una máquina rápida estampa 8 m. de dibujo Scooby por hora. Una máquina lenta estampa 4 metros de dibujo Scooby por hora (se trabajarán 8 horas por día) :

Dibujos de Snoopy por día : (12 x 8 = 96…………..6 x 8 = 48)

1) $96\ ER_1 + 48\ EL_1 \geq 3000$

Dibujos de Scooby por día : (8 x 8 = 64…………..4 x 8 = 32)

2) $64\ ER_2 + 32\ EL_2 \geq 3100$

Dispone de 60 estampadoras rápidas y 40 lentas:

3) $ER_1 + ER_2 \leq 60$
4) $EL_1 + EL_2 \leq 40$

Por tratarse de máquinas se debe utilizar el Método de Programación Lineal Entera :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	**Estampado SA**		PROGRAMACION LINEAL ENTERA						
2									
3	**Z =**	**332,8**	**275,2**	**158,4**	**129,6**				
4		***ER_1***	***ER_2***	***EL_1***	***EL_2***				
5		96		48		≥	3000		3024
6			64		32	≥	3100		3104
7		1	1			≤	60		60
8				1	1	≤	40		40
9		***ER_1***	***ER_2***	***EL_1***	***EL_2***				
10		**12**	**48**	**39**	**1**		**Z máxima =**		**23.510,40**
11									

***SI** se puede cumplir el pedido, las máquinas estampadores deben ser utilizadas de la siguiente manera :*

- ***12** estampadoras rápidas produciendo dibujos de Snoopy*
- ***48** estampadoras rápidas produciendo dibujos de Scooby*
- ***39** estampadoras lentas produciendo dibujos de Snoopy*
- ***1** estampadora lenta produciendo dibujos de Scooby*

La utilidad máxima será de $ 23.510,40

ÍNDICE

EJERCICIO 26 (página 1) : *Formula y plantea mediante programación lineal el siguiente caso de una oficina de correos que desea minimizar el número de empleados de tiempo completo que hay que contratar sabiendo que necesita un número diferente de empleados a tiempo completo, para cada día de la semana.*

Día	Empleados Requeridos
Día 1 = Lunes	17
Día 2 = Martes	13
Día 3 = Miércoles	15
Día 4 = Jueves	18
Día 5 = Viernes	14
Día 6 = Sábado	16
Día 7 = Domingo	11

Los reglamentos sindicales señalan que cada empleado de tiempo completo tiene que trabajar durante cinco días consecutivos, y después descansar dos días. Por ejemplo, un empleado que trabaja de lunes a viernes, tiene que descansar el sábado y el domingo.

La oficina de correos quiere cumplir con sus requerimientos diarios y utilizar solamente empleados de tiempo completo.

EJERCICIO 27 (página 4) : *El Sheraton opera los 7 días de la semana. Las mucamas son contratadas para trabajar 6 horas diarias. El contrato colectivo especifica que cada mucama debe trabajar 5 días consecutivos y descansar 2. Todas las mucamas reciben el mismo sueldo semanal. El Sheraton requiere como mínimo las siguientes horas de servicio: lunes 150, martes 200, miércoles 400, jueves 300, viernes 700, sábado 800 y domingo 300. El administrador desea encontrar un plan de programación de empleos que satisfaga estos requerimientos y a un costo mínimo.*

EJERCICIO 28 (página 7) : *Una firma comercial fabrica dos tipos de mermelada. Para la mermelada de fresa utiliza la fruta y el azúcar en proporciones 2 a 3, y para la mermelada de manzana la proporción es de 1 a 1. Se dispone de 1000 kg de fresas, de 1500 kg de manzanas y de 3000 kg de azúcar. La mermelada se elabora en una caldera y posteriormente es envasada, disponiendo para ello de dos calderas y de dos envasadoras. Las horas necesarias para fabricar 1 kg de mermelada son:*

	Mermelada de Fresa	Mermelada de Manzana
Caldera A	0,6	0,9
Caldera B	0,9	0,9
Envasadora A	0,01	0,02
Envasadora B	0,04	0,03

El número total de horas disponibles así como el coste de su uso por hora son:

	Horas disponibles	Coste por hora (€)
Caldera A	1.000	8
Caldera B	5.000	4
Envasadora A	100	90
Envasadora B	50	40

Si el precio de venta es de 15€ por kg de mermelada de fresa y de 12€ por kg de mermelada de manzana, ¿qué cantidades de los dos tipos de mermelada se han de producir para que se maximice el beneficio de la firma?

EJERCICIO 29 (página 10) : *En una empresa se está discutiendo la composición de un comité para negociar los sueldos con la dirección. En el comité habrá sindicalistas e independientes. El número total de miembros no deberá ser inferior a 10 ni superior a 20. Al menos un 40% del comité*

serán sindicalistas. El número de independientes será como poco una cuarta parte del de sindicalistas.

a. ¿Qué combinaciones de miembros de cada tipo puede tener el comité?. Plantea el problema y representa gráficamente el conjunto de soluciones. ¿Puede haber 4 sindicalistas y 16 independientes?.

b. Si se quiere que el número de independientes sea el mayor posible, ¿cuál será la composición del comité?

EJERCICIO 30 (página 12) :

La empresa "SURTIDORA" contrató a EL MARTILLO como proveedor de llaves y cinceles en sus tiendas de artículos automotrices. La demanda semanal de Surtidora consiste en al menos 1.500 llaves y 1.200 cinceles. La capacidad actual de "El Martillo", en un turno, no basta para producir las unidades que se le piden, y debe recurrir a tiempo extra y, quizás, a subcontratar en otros proveedores de herramientas. El resultado es un aumento en el costo de producción por unidad, como se ve en la siguiente tabla. La demanda del mercado limita la producción de cinceles a llaves a un mínimo de 2 : 1.

Herramienta	Tipo de producción	Producción semanal (unidades)	Costo unitario ($)
Llaves	Normal	0-550	2.00
	Tiempo extra	551-800	2.80
	Subcontratadas	801- ∞	3.00
Cinceles	Normal	0-620	2.10
	Tiempo extra	621-900	3.20
	Subcontratados	901- ∞	4.20

Formule el problema como programación lineal y determine el programa óptimo de producción para cada herramienta.

EJERCICIO 31 (página 12) :

La empresa ESETEC SAC se dedica a la fabricación de dos tipos de productos A y B, en la que utiliza los insumos X y Y. Para la elaboración del producto A se necesita 01 unidad del insumo X y una unidad del insumo Y; para el producto B se necesita 03 unidades del Insumo X y 01 del insumo Y.

Los informes de los proveedores indican que se debe adquirir como mínimo 600 unidades del insumo X y 400 del insumo Y. El taller puede fabricar 1000 unidades del Producto A o 1200 del producto B, o cualquier combinación de estos.

El área de acabado tiene disponible 5.600 minutos, de los que cada unidad del producto A utiliza 04 minutos y cada unidad de producto B consume 07 minutos.

El área de ventas informa que pueden vender cualquier cantidad del producto A; sin embargo, del producto B a lo máximo se pueden vender 600 unidades.

Los costos variables de producción son de \$. 24.00 para el producto A y \$.16.00 para el producto B. ¿Cuál es la forma más productiva para fabricar estos productos, si sabemos que los precios de venta son \$ 32.00 y \$ 23.00 del producto A y B respectivamente?

Indique: 1) Cantidad óptima que se debe producir de A y B. y 2) Ganancia máxima.

EJERCICIO 32 (página15):

Tres sustancias X, Y y W contienen cuatro ingredientes A, B, C y D. En la siguiente tabla están dados los porcentajes de cada ingrediente y el costo por onza (en centavos de dólar) de las tres sustancias:

Sustancia	A	B	C	D	Costo/Onza
X	20%	10%	25%	45%	25
Y	20%	40%	15%	25%	35
W	10%	20%	25%	45%	50

1) ¿ Cuántas onzas se deben combinar de cada sustancia para obtener, con un costo mínimo, 20 onzas de la mezcla con un contenido de al menos.14% de A. 16% de B y 20% de C ?
2) ¿Con cuántas se maximiza?

EJERCICIO 33 (página 16):

A un joven matemático se le pidió que entreviste a un visitante en su empresa durante tres horas, el pensó que sería una excelente idea que el huésped se emborrachara. Se le dieron al matemático 50 dólares para comprar la bebida. El joven sabía que al visitante le gustaba mezclar sus tragos pero que siempre bebía menos de 8 vasos de cerveza, 10 de ginebra, 12 de whiskys y 24 de martinis. El tiempo que empleaba para beber era de 10 minutos por cada vaso.

El costo de bebidas son: $1.00 el vaso de cerveza, $2.00 el vaso de ginebra, $4.00 el vaso de whiskys y $3.00 el vaso de martini.

El matemático pensó que el objetivo sería maximizar el consumo alcohólico del huésped. Logró que un amigo químico le diese el contenido alcohólico de las bebidas en forma cuantitativa, siendo las unidades alcohólicas de 8, 15, 16 y 7 por vaso de cerveza, ginebra, whisky y martini respectivamente. El visitante siempre bebía un mínimo de 2 whiskys.

¿Cómo resolvió el problema el joven?

EJERCICIO 34 (página 18):

Una oficina federal cuenta con un presupuesto de mil millones de pesos para otorgarlo como subsidio destinado a la investigación innovadora en el campo de la búsqueda de otras formas de producir energía. Un equipo gerencial integrado por científicos y economistas efectuó una reseña preliminar de 200 solicitudes, reduciendo los candidatos a seis finalistas. Los seis proyectos han sido evaluados calificados en relación con los beneficios que se espera conseguir de ellos en los próximos 10 años. Los beneficios estimados se dan en la siguiente tabla:

Proyecto	Clasificación del Proyecto	Utilidad por peso invertido	Nivel de financiamiento (en millones de pesos)
1	Solar	4.4	220
2	Solar	3.8	180
3	Combustibles sintéticos	4.1	250
4	Carbón	3.5	150
5	Nuclear	5.1	400
6	Geotérmico	3.2	120

Así el valor 4.4 asociado al proyecto 1, indica que por cada peso que se invierta en ese proyecto, se obtendrá una utilidad de 4.40 durante los próximos diez años. La tabla muestra, además, el nivel requerido de financiamiento (en millones de pesos). Esas cifras representan la cantidad máxima de que se dispone para cada proyecto. La oficina federal puede conceder a cada proyecto una suma que no rebase esa cifra. Observando estas disposiciones, el presidente ha ordenado financiar el proyecto nuclear por lo menos en el 50% de la suma solicitada. El administrador de la dependencia gubernamental tiene mucho interés en el proyecto solar y ha pedido que la cantidad combinada que se conceda a estos proyectos sea como mínimo de 300 millones de pesos.

El problema consiste en determinar las sumas de dinero que se otorgaran a cada proyecto con objeto de maximizar los beneficios.

EJERCICIO 35 (página 20) :

Una compañía se dedica a la fabricación de 4 productos : P1, P2, P3 y P4, utilizando para ello 2 materias primas : M1 y M2, cuyas disponibilidades semanales están limitadas a 1000 y 1200 unidades respectivamente. La materia prima que precisa la fabricación de una unidad de cada una unidad de cada uno de los productos se muestra en la siguiente tabla :

	P1	P2	P3	P4
M1	6	3	5	4
M2	4	7	2	5

Además, los costos de fabricación de cada unidad de producto (que incluyen los costos de la materia prima y otros) se han evaluado en 75, 60, 40 y 30 unidades monetarias respectivamente.

La próxima semana la compañía debe atender un pedido de 100 unidades de P1, 110 de P2, 120 de P3 y 90 de P4, lo que supera claramente su capacidad de producción. Por esta razón, está considerando la posibilidad de adquirir algunos de estos productos a un competidor, cuyos productos tienen las mismas características que los que fabrica la compañía. Este competidor sólo puede suministrar unidades de los productos P1, P2 y P3, y los ofrece a 85, 65 y 30 u.m. por unidad, respectivamente.

Plantear un modelo que permita determinar cuántos productos de cada tipo debe elaborar la compañía y cuántos debe comprar para satisfacer la demanda de este pedido de manera que se minimicen los costos totales.

EJERCICIO 36 (página 21) : *Un fabricante tendrá que atender cuatro pedidos de producción, A, B, C, y D, en este mes.*

Cada trabajo puede ser llevado a cabo en cualquiera de los tres talleres.

El tiempo necesario para completar cada trabajo en cada uno de esos talleres, el costo por hora y la cantidad de horas disponibles que tendrá cada taller durante este mes aparecen en la siguiente tabla.

TALLER	TIEMPO REQUERIDO(HRS) A	B	C	D	COSTO POR HORA DE TALLER(S/,)	TIEMPO DE TALLER DISPONIBLE(HRS)
1	32	151	72	118	89	160
2	39	147	61	126	81	160
3	46	155	57	121	84	160

También existe la posibilidad de dividir cada uno de los trabajos entre los distintos talleres, en cualquier proporción que se desee. Por ejemplo, una cuarta parte del trabajo A puede hacerse en 8 horas en el taller 1.

El fabricante desea determinar la cantidad de horas de cada trabajo que deberán realizarse en cada taller, para minimizar el costo total de terminación de los cuatro trabajos. Identifique las variables de decisión, formule un modelo de PL para este problema y finalmente resuélvalo.

EJERCICIO 37 (página 23) : *Web Mercantile vende muchos productos para el hogar mediante un catálogo en línea. La compañía necesita un gran espacio de almacén para los productos. Ahora planea rentar espacio para los siguientes 5 meses. Se sabe cuánto espacio necesitará cada mes; pero como varía mucho, puede ser más económico rentar sólo la cantidad necesaria cada mes con contratos mensuales. Por otro lado, el costo adicional de rentar espacio para meses adicionales es menor que para el primero, y puede ser menos costoso rentar el espacio máximo los 5 meses. Otra opción es el enfoque intermedio de cambiar la cantidad total de espacio rentado (con un nuevo contrato y/o la terminación del anterior) al menos una vez pero no cada mes.*

El espacio requerido y los costos para los periodos de arrendamiento son los siguientes:

Mes	Espacio requerido (ft^2)	Periodo de arrendamiento (meses)	Costo por ft^2 arrendado
1	30 000	1	$ 65
2	20 000	2	$100
3	40 000	3	$135
4	10 000	4	$160
5	50 000	5	$190

El objetivo es minimizar el costo total de arrendamiento para cumplir con los requerimientos.

a) ***Formule un modelo de PROGRAMACION LINEAL.***
b) ***Resuelva este modelo utilizando SOLVER.***

EJERCICIO 38 (página 26) : ***Don K-NI es el presidente de una firma de inversiones personales, que maneja una cartera de valores de un cierto número de clientes. Un cliente nuevo ha solicitado recientemente que la firma le maneje una cartera de $100.000,00. Al cliente le gustaría limitar su cartera a una combinación de las tres acciones que se muestran en la tabla.***

Acción	Precio por acción	Utilidad anual estimada por acción	Cantidad de Acciones disponibles
A. Gofer Crude	$60	$7	1000
B. Can Oil	$25	$3	1000
C. Sloth Petroleum	$20	$3	1500

Formular un programa de programación lineal que permita tomar la mejor decisión para maximizar las utilidades totales que se obtengan de la inversión.

EJERCICIO 39 (página 27) : ***Una fábrica de aparatos electrónicos puede tener una producción diaria de televisores de pantalla plana mínima de 300 y máxima de 600; en lo que se refiere a televisores con pantalla de cristal liquido la producción diaria fluctúa entre 200 y 500 unidades. Para mantener una calidad optima en su producto debe de fabricar un máximo de 900 unidades entre ambos tipos de televisor.***

El costo de producción de un televisor de pantalla plana es de $ 3,400.00. y el de pantalla de cristal liquido es de $ 5,600.00.

Cada televisor de pantalla plana se vende a $ 6000.00, y cada televisor de pantalla de cristal liquido se vende a $ 10800.00. La fábrica desea maximizar las utilidades.

En base a dicha información: escriba un planteamiento para resolver por programación lineal.

EJERCICIO 40 (página 27) : ***Rich Oil Company, cerca de Cleveland, suministra gasolina a sus distribuidores en camiones. La compañía recientemente recibió un contrato para iniciar el suministro de 800.000 galones de gasolina por mes a distribuidores de Cincinnati. La compañía tiene $.500.000 disponibles para crear una flota consistente en 3 tipos diferentes de camiones. En la siguiente tabla se muestra la capacidad relevante, costo de compra, costo operativo y número máximo de viajes por cada tipo de camión.***

TIPO DE CAMIÓN	CAPACIDAD (galones)	COSTO DE COMPRA ($)	COSTO DE OPERACIÓN ($/mes)	MÁXIMO DE VIAJES/MES
1	6000	50 000	800	20
2	3000	40 000	650	25
3	2000	25 000	500	30

Sobre la base del mantenimiento y la disponibilidad de conductores, la compañía no desea comprar más de 10 vehículos para su flota. Asimismo, la compañía desearía asegurarse que se compren al menos 3 de los camiones del tipo 3. Finalmente, la compañía no desea que más de la mitad de la flota sea de camiones del tipo 1. Como gerente de operaciones, formule un modelo para determinar la composición de la flota que minimice los costos operativos mensuales al tiempo que satisfaga las demandas, no saliéndose del presupuesto y satisfaciendo los requerimientos de las otras compañías.

EJERCICIO 41 (página 29) : ***Un frutero necesita 16 cajas de naranjas, 5 de plátanos y 20 de manzanas. Dos mayoristas pueden suministrarle para satisfacer sus necesidades, pero solo venden la fruta en contenedores completos. El mayorista "A" envía en cada contenedor 8 cajas de naranjas, 1 de plátanos y 2 de manzanas. El mayorista "B" envía en cada contenedor 2 cajas de naranjas, 1 de plátanos y 7 de manzanas. Sabiendo que el mayorista "A" se encuentra a 150 km. de distancia y el mayorista "B" a 300 km.***

Obtener el modelo de programación lineal y calcular cuántos contenedores habrá que comprar a cada mayorista, con objeto de ahorrar tiempo y dinero, reduciendo al mínimo la distancia de lo solicitado.

EJERCICIO 42 (página 30) : ***El dietista de un hospital desea preparar un platillo de maíz y calabazas que proporcione al menos 3 gr de proteínas y no cueste más de US $0.36 por ración.***

Una onza de maíz con crema proporciona 0.5 gr. de proteína y cuesta US $0.04. una onza de calabazas proporciona 0.25 gr. de proteínas y cuesta US $0.03.

Para un buen sabor se necesitan al menos 2 onzas de maíz y la misma cantidad de calabaza que de maíz, es importante que el número de onzas por ración sea lo más pequeño posible.

Halle la combinación de maíz y calabaza que hace mínimo el tamaño de la ración.

EJERCICIO 43 (página 31) : ***El "Estampado SA", una tintorería textil que se dedica a hacer trabajos por pedidos, cuenta con dos tipos de estampadoras: rápidas y lentas. Dispone de 60 estampadoras rápidas y 40 lentas.***

Aclaremos que estampar consiste en imprimir dibujos con colores sobre tela cruda, de modo que el rollo de tela cruda va pasando por la estampadora y ésta le va imprimiendo el dibujo con los colores y formas seleccionados.

Estampado SA ha tomado dos trabajos para hacer: Dibujo Snoopy y dibujo Scooby. Cada uno de estos estampados se puede hacer en una máquina de cualquiera de los dos tipos, sólo que la eficiencia será distinta según el tipo. Una máquina rápida estampa 12 m de dibujo Snoopy por hora. Una máquina lenta estampa 6 m de dibujo Snoopy por hora. Una máquina rápida estampa 8 m. de dibujo Scooby por hora. Una máquina lenta estampa 4 metros de dibujo Scooby por hora. Una misma estampadora (sea rápida o lenta) no puede destinarse en el mismo día a trabajar en dos tipos distintos de dibujo.

El costo por hora de energía para las máquinas rápidas y lentas son $4 y $3, respectivamente. El costo para la máquina rápida es mayor debido a que ésta requiere una mayor potencia. Los costos de tintes para Snoopy y Scooby son de $2.2 y $3.2 por metro de tela cruda, respectivamente.

Cada metro de tela estampada con Snoopy se vende a $6 y un metro de tela estampada con Scooby se vende a $8.

Para mañana le han pedido a Estampado SA que entregue 3000 metros de tela Snoopy y 3100 metros de Scooby. Tiene todo el día de hoy (ocho horas) para trabajar. Formule el problema de programación lineal para determinar:

Si se puede o no cumplir el pedido. Y ¿Cómo sería la distribución del estampado de tela en los dos tipos de máquinas para maximizar los beneficios del pedido?