

Título: ***MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO***

Año escolar: 1er. año de bachillerato

Autor: José Luis Albornoz Salazar

Ocupación: Ing. Civil. Docente Universitario

País de residencia: Venezuela

Correo electrónico: [martilloatomico@gmail.com](mailto:martilloatomico@gmail.com)

*El autor de este trabajo solicita su valiosa colaboración en el sentido de enviar cualquier sugerencia y/o recomendación a la siguiente dirección :*

***[martilloatomico@gmail.com](mailto:martilloatomico@gmail.com)***

*Igualmente puede enviar cualquier ejercicio o problema que considere pueda ser incluido en el mismo.*

*Si en sus horas de estudio o práctica se encuentra con un problema que no pueda resolver, envíelo a la anterior dirección y se le enviará resuelto a la suya.*

# **MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO** **(método práctico)**

El **mínimo común múltiplo (mcm)** de dos o más números naturales es el menor número natural que es múltiplo de todos ellos. Sólo se aplica con números naturales, es decir, no se usan decimales, números negativos o números complejos.

## **¿Qué es un múltiplo?**

Los múltiplos de un número son lo que obtienes cuando lo **multiplicas por otros números** (si lo multiplicas por 1,2,3,4,5, etc.) como en las tablas de multiplicar.

Aquí tienes ejemplos:

Los múltiplos de **3** son **3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, etc...**

Los múltiplos de **12** son **12, 24, 36, 48, 60, 72, etc...**

## **¿Qué es un "múltiplo común"?**

Si tienes dos (o más) números, y miras entre sus múltiplos y encuentras el mismo valor en las dos listas, esos son los **múltiplos comunes** a los dos números.

Por ejemplo, si escribes los múltiplos de dos números diferentes (digamos 4 y 5) los múltiplos comunes son los que están en las dos listas:

Los múltiplos de **4** son : 4,8,12,16,**20**,24,28,32,36,**40**,44,...

Los múltiplos de **5** son : 5,10,15,**20**,25,30,35,**40**,45,50,...

¿Ves que 20 y 40 aparecen en las dos listas? Entonces, los múltiplos comunes de 4 y 5 son: **20, 40** (y 60, 80, etc. también).

## **¿Qué es el "mínimo común múltiplo"?**

Es simplemente el **más pequeño** de los múltiplos comunes. En el ejemplo anterior, el menor de los múltiplos comunes es 20, así que el mínimo común múltiplo de 4 y 5 es **20**.

## **Otra forma de explicarlo :**

También se puede decir que el mínimo común múltiplo de dos o más números naturales es el menor número natural por el cual se pueden dividir simultáneamente dichos números.

Por ejemplo, 2 y 4 dividen simultáneamente a 4, a 8, a 12, a 16, a 20, etc. En otras palabras 4, 8, 12, 16, 20, etc. son múltiplos comunes de 2 y 4. El menor de ellos es 4, por lo tanto el mínimo común múltiplo de 2 y 4 es 4.

Otro ejemplo : 3 y 5 dividen simultáneamente a 15, a 30, a 45, a 60, etc. En otras palabras 15, 30, 45, 60, etc. son múltiplos comunes de 3 y 5. El menor de ellos es 15, por lo tanto el mínimo común múltiplo de 3 y 5 es 15.

A continuación trataremos de explicar la manera práctica de calcular el mínimo común múltiplo (mcm) de números naturales.

## **Ejemplo 1:** Calcular el mínimo común múltiplo de 12, 4 y 8.

Se dibuja una tabla que tenga por lo menos tantas columnas como la cantidad de números a los que le vamos a calcular el mcm.


Se colocan (en los cuadros superiores) los números a los que le vamos a calcular el mcm :

12	4	8	

Ahora se procede a descomponer en factores primos a los números de manera simultánea.

Recuerde que los números primos son : 2, 3, 5, 7, 11, 13.....etc.

Generalmente se empieza dividiéndolos por 2 y el resultado se coloca debajo de cada uno. En caso de que ninguno de los números sea divisible por 2, verifico si alguno es divisible por 3; si no, veo si alguno es divisible por 5 (es decir, la operación se iniciará con el menor número primo que divida a alguno de los números estudiados) .

En este caso, como hay números divisibles por 2, empiezo por dicho número (se coloca 2 en la columna derecha).

Se divide cada número por 2 y el resultado se coloca debajo de dicho número (si alguno de los números no es divisible por 2 se coloca igual en el cuadro de abajo):

$$12 \text{ entre } 2 = 6$$

$$4 \text{ entre } 2 = 2$$

$$8 \text{ entre } 2 = 4$$

12	4	8	<b>2</b>
6	2	4	

Se sigue dividiendo por 2 (se coloca otro 2 en la columna derecha) y el resultado se coloca debajo de cada uno (si alguno de los números no es divisible por dos se coloca igual en el cuadro de abajo) :

MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO

$$6 \text{ entre } 2 = 3$$

$$2 \text{ entre } 2 = 1$$

$$4 \text{ entre } 2 = 2$$

12	4	8	<b>2</b>
6	2	4	<b>2</b>
3	1	2	

Se sigue dividiendo por 2 (se coloca otro 2 en la columna derecha) y el resultado se coloca debajo de cada uno (si alguno de los números no es divisible por dos se coloca igual en el cuadro de abajo), cuando en alguna de las columnas aparezca "1" se deja de trabajar con dicho número.

$$3 \text{ entre } 2 \dots \text{ no es entera la división (se coloca 3 debajo)}$$

$$2 \text{ entre } 2 = 1$$

12	4	8	<b>2</b>
6	2	4	<b>2</b>
3	1	2	<b>2</b>
3		1	

Cuando ya no se pueda dividir por 2, paso a dividir por 3 (se coloca 3 en la columna derecha) :

$$3 \text{ entre } 3 = 1$$

12	4	8	<b>2</b>
6	2	4	<b>2</b>
3	1	2	<b>2</b>
3		1	<b>3</b>
1			

Al verificar que todas las columnas tienen al final el número "1" se sobre entiende que la operación ha finalizado.

El mínimo común se encontrará multiplicando todos los factores usados para dividir.

$$mcm = 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$$

Verifique que 24 puede ser dividido por 12, 4 y 8 y los resultados (cocientes) serán números exactos.

**Ejemplo 2:** Calcular el mínimo común múltiplo de 3, 20 y 12.

Se dibuja una tabla que tenga por lo menos tantas columnas como la cantidad de números a los que le vamos a calcular el mcm.


Se colocan (en los cuadros superiores) los números a los que le vamos a calcular el mcm :

3	20	12	

Ahora se procede a descomponer en factores primos a los números de manera simultánea.

Recuerde que los números primos son : 2, 3, 5, 7, 11, 13.....etc.

Generalmente se empieza dividiéndolos por 2 y el resultado se coloca debajo de cada uno. En caso de que ninguno de los números sea divisible por 2, verifico si alguno es divisible por 3; si no, veo si alguno es divisible por 5 (es decir, la operación se iniciará con el menor número primo que divida a alguno de los números estudiados) :

En este caso, como hay números divisibles por 2, empiezo por dicho número.

Se divide cada número por 2 (se coloca 2 en la columna derecha) y el resultado se coloca debajo de dicho número (si alguno de los números no es divisible por 2 se coloca igual en el cuadro de abajo):

3 entre 2 .... no es entera la división (se coloca 3 debajo)  
 20 entre 2 = 10  
 12 entre 2 = 6

3	20	12	<b>2</b>
3	10	6	

Se sigue dividiendo por 2 (se coloca otro 2 en la columna derecha) y el resultado se coloca debajo de cada uno (si alguno de los números no es divisible por dos se coloca igual en el cuadro de abajo) :

3 entre 2 .... no es entera la división (se coloca 3 debajo)  
 10 entre 2 = 5  
 6 entre 2 = 3

3	20	12	<b>2</b>
3	10	6	<b>2</b>
3	5	3	

Cuando ya no se pueda dividir por 2, paso a dividir por 3 (se coloca 3 en la columna derecha):

3 entre 3 = 1  
 5 entre 3 .... no es entera la división (se coloca 5 debajo)  
 3 entre 3 = 1

3	20	12	<b>2</b>
3	10	6	<b>2</b>
3	5	3	<b>3</b>
1	5	1	

Cuando ya no se pueda dividir por 3, paso a dividir por 5 (se coloca 5 en la columna derecha). Cuando en alguna de las columnas aparezca "1" se deja de trabajar con dicho número.

$$5 \text{ entre } 5 = 1$$

3	20	12	<b>2</b>
3	10	6	<b>2</b>
3	5	3	<b>3</b>
1	5	1	<b>5</b>
	1		

Al verificar que todas las columnas tienen al final el número "1" se sobre entiende que la operación ha finalizado.

El mínimo común se encontrará multiplicando todos los factores usados para dividir.

$$mcm = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$$

Verifique que 60 puede ser dividido por 3, 20 y 12 y los resultados (cocientes) serán números exactos.

**Ejemplo 3:** Calcular el mínimo común múltiplo de 45, 3 y 15.

Se dibuja una tabla que tenga por lo menos tantas columnas como la cantidad de números a los que le vamos a calcular el mcm.


Se colocan (en los cuadros superiores) los números a los que le vamos a calcular el mcm :

45	3	15	

Ahora se procede a descomponer en factores primos a los números de manera simultánea.

Recuerde que los números primos son : 2, 3, 5, 7, 11, 13.....etc.

Generalmente se empieza dividiéndolos por 2 y el resultado se coloca debajo de cada uno. En caso de que ninguno de los números sea divisible por 2, verifico si alguno es divisible por 3; si no, veo si alguno es divisible por 5 (es decir, la operación se iniciará con el menor número primo que divida a alguno de los números estudiados) :

En este caso, ninguno de los números es divisible por 2 (no lo tomo en cuenta), como hay números divisibles por 3, empiezo por dicho número.

Se divide cada número por 3 (se coloca en la columna derecha) y el resultado se coloca debajo de dicho número (si alguno de los números no es divisible por 3 se coloca igual en el cuadro de abajo):

$$45 \text{ entre } 3 = 15$$

$$3 \text{ entre } 3 = 1$$

$$15 \text{ entre } 3 = 5$$

45	3	15	<b>3</b>
15	1	5	

Se sigue dividiendo por 3 (se coloca otro 3 en la columna derecha) y el resultado se coloca debajo de cada uno (si alguno de los números no es divisible por 3 se coloca igual en el cuadro de abajo) cuando en alguna de las columnas aparezca "1" se deja de trabajar con dicho número. :

15 entre 3 = 5  
5 entre 3 .... no es entera la división (se coloca 5 debajo)

45	3	15	<b>3</b>
15	1	5	<b>3</b>
5		5	

Cuando ya no se pueda dividir por 3, paso a dividir por 5 (se coloca 5 en la columna derecha) :

5 entre 5 = 1  
5 entre 5 = 1

45	3	15	<b>3</b>
15	1	5	<b>3</b>
5		5	<b>5</b>
1		1	

Al verificar que todas las columnas tienen al final el número "1" se sobre entiende que la operación ha finalizado.

El mínimo común se encontrará multiplicando todos los factores usados para dividir.

$$mcm = 3 \times 3 \times 5 = 45$$

Verifique que 45 puede ser dividido por 45, 3 y 15 y los resultados (cocientes) serán números exactos.

## DE TU INTERÉS

En la página [www.eduweb20.com.ve](http://www.eduweb20.com.ve) encontrarás varios videos donde se explica de una manera detallada y muy didáctica éste y la mayoría de los temas de matemática de bachillerato (gratis).

De igual forma puede solicitar cualquier video a la dirección [martilloatomico@gmail.com](mailto:martilloatomico@gmail.com) y se le enviará gratuitamente a la suya.