69

EJERCICIOS RESUELTOS DE PROGRAMACIÓN LINEAL

No tienen un orden establecido por dificultad o por tipo de problemas, se incluyen a medida que su solución es solicitada por los usuarios de la Web o por los estudiantes.

(Actualizado hasta el 07 de octubre de 2012)

Ing. José Luis Albornoz Salazar

Í N D I C E

(Pàgina 21)

EJERCICIO 1 : ***La tienda de comestible BK vende dos tipos de bebidas: La marca sabor a cola A1 y la marca propia de la tienda, Bk de cola, más económica. El margen de utilidad en la bebida A1 es de 5 centavos de dólar por lata, mientras que la bebida de cola Bk suma una ganancia bruta de 7 centavos por lata. En promedio, la tienda no vende más de 500 latas de ambas bebidas de cola al día. Aún cuando A1 es una marca más conocida, los clientes tienden a comprar más latas de la marca Bk, porque es considerablemente más económica. Se calcula que las ventas de la marca Bk superan a las de la marca A1 en una razón 2:1 por lo menos. Sin embargo, BK vende, como mínimo, 100 latas de A1 al día.***

¿ Cuántas latas de cada marca debe tener en existencia la tienda diariamente para maximizar su utilidad ?

(Pàgina 29)

EJERCICIO 2 : ***BFC emplea a cuatro carpinteros durante 10 días para ensamblar mesas y sillas. Se requieren 2 horas para ensamblar una mesa y 30 minutos para ensamblar una silla. Por lo común, los clientes compran entre cuatro y seis sillas con cada mesa. Las utilidades son de $ 135 por mesa y $ 50 por silla. La compañía opera un turno de 8 horas al día.***

Determine gráficamente la mezcla de producción óptima de los 10 días.

(Pàgina 33)

EJERCICIO 3 : ***Jack es un estudiante emprendedor de primer año de universidad. Jack quiere distribuir su tiempo disponible, de alrededor de 10 horas al día, entre el estudio y la diversión. Calcula que el juego es dos veces más divertido que el estudio. También quiere estudiar por lo menos tanto como juega. Sin embargo, Jack comprende que si quiere terminar todas sus tareas universitarias, no puede jugar más de cuatro horas al día.***

¿ Cómo debe distribuir Jack su tiempo para maximizar su satisfacción tanto en el estudio como en el juego.?

(Pàgina 36)

EJERCICIO 4 : ***El banco de Elkin está asignando un máximo de $ 200.000,oo para préstamos personales y de automóviles durante el próximo mes. El banco cobra 14% por préstamos personales y 12% por préstamos para automóviles. Ambos tipo de préstamos se liquidan al final de un período de un año. La experiencia muestra que alrededor del 3% de los préstamos personales y el 2% de los préstamos para automóviles nunca se liquidan. Por lo común, el banco asigna cuando menos el doble de los préstamos personales a los préstamos para automóviles.***

Determine la asignación óptima de fondo para los dos tipos de préstamos.

(Pàgina 38)

EJERCICIO 5 : ***Popeye Canning tiene un contrato para recibir 60.000,oo libras de tomates maduros a 7 centavos de dólar por libra, con los cuales produce jugo de tomate enlatado, así como pasta de tomate. Los productos enlatados se empacan en cajas de 24 latas. Una lata de jugo requiere una libra de tomate y una lata de pasta solo requiere 1/3 de libra. La participación de mercado de la compañía se limita a 2000 cajas de jugo y 6000 cajas de pasta. Los precios de mayoreo por caja de jugo y de pasta son de 18 y 9 dólares respectivamente.***

Desarrolle un programa de producción óptima para Popeye Canning.

(Pàgina 40)

EJERCICIO 6 : ***Una empresa produce dos tipos de sombrero. El sombrero tipo 1 requiere el doble de tiempo de trabajo que el del tipo 2. Si todos los sombreros producidos únicamente son del tipo 2, la compañía puede producir un total de 400 sombreros al día. Los límites diarios del mercado son de***

150 del tipo 1 y 200 del tipo 2. La utilidad del sombrero tipo 1 es de $ 8,oo y la del sombrero tipo 2 es de $ 5,oo.

Determinar el número de sombreros de cada tipo que debe producir la empresa para obtener la máxima utilidad.

(Pàgina 41)

EJERCICIO 7 : ***Una Compañía que opera 10 horas al día fabrica cada uno de dos productos en tres procesos en secuencia. La siguiente tabla resume los datos del problema:***

	Minutos por unidad			
Producto	Proceso 1	Proceso 2	Proceso 3	Utilidad
Producto 1	10	6	8	$ 2,00
Producto 2	5	20	10	$ 3,00

Determine la mezcla óptima de los dos productos:

(Pàgina 42)

EJERCICIO 8 : ***Wyoming Electric Coop. Es propietaria de una planta generadora de energía con turbinas de vapor, debido a que Wyoming es rica en depósitos de carbón. Sin embargo, esto crea el problema de satisfacer los estándares de emisión. Las regulaciones de la Agencia de Protección Ambiental limitan la descarga de dióxido de azufre a 2000 partes por millón y la descarga de humo de las chimeneas de la planta a 20 libras por hora. La cooperativa recibe dos grados de carbones pulverizados, C1 y C2, para ser utilizados en la planta. Por lo común, los dos grados se mezclan antes de quemarlos. Por simplicidad, supondremos que el contaminante de azufre de la mezcla (en partes por millón) es un promedio ponderado de la proporción de cada grado en la mezcla. Los siguientes datos se basan en el consumo de una tonelada por hora de cada uno de los dos grados de carbón:***

Determine la producción óptima para mezclar los dos grados de carbón:

(Pàgina 45)

EJERCICIO 9 : ***BGC fabrica camisas para caballeros y blusas para damas al almacén WD. El proceso de producción incluye corte, costura y empacado. BGC emplea a 25 trabajadores en el departamento de corte, a 35 en el departamento de costura y a 5 en el departamento de empacado. La fábrica trabaja un turno de 8 horas, sólo 5 días a la semana. La siguiente tabla proporciona los requerimientos de tiempo y la utilidad por unidad para las dos prendas.***

	Minutos por unidad x trabajador			
Prenda	Corte	Costura	Empacado	Utilidad
Camisas	20	70	12	$ 2,50
Blusas	60	60	4	$ 3,20

Determine el programa de producción semanal óptimo para BGC:

(Pàgina 46)

EJERCICIO 10 : ***Una línea de ensamble que consta de tres estaciones consecutivas produce dos modelos de radio HF1 y HF2. La siguiente tabla proporciona los tiempos de ensamblaje para las tres estaciones de trabajo.***

	Minutos por unidad	
Estación de trabajo	HF1	HF2
1	6	4
2	5	5
3	4	6

El mantenimiento diario de las estaciones 1, 2 y 3 consume 10%, 14% y 12%, respectivamente, del máximo de 480 minutos disponibles para cada estación, cada día.

La compañía desea determinar la mezcla óptima de productos que minimizará los tiempos inactivos (o no utilizados) en las tres estaciones de trabajo.

(Pàgina 48)

EJERCICIO 11 : *John debe trabajar por lo menos 20 horas a la semana para completar su ingreso mientras asiste a la escuela. Tiene la oportunidad de trabajar en dos tiendas. En la tienda 1 John puede trabajar entre 5 y 12 horas a la semana, y en la tienda 2 le permiten trabajar entre 6 y 10 horas semanales. Ambas tiendas pagan el mismo salario por hora. De manera que John quiere basar su decisión acerca de cuántas horas debe trabajar en cada tienda en un criterio diferente: el factor de STRES en el trabajo. Basándose en entrevistas con los empleados actuales, John calcula que, en una escala de 1 a 10, los factores del estrés son de 8 y 6 en las tiendas 1 y 2 respectivamente. Debido a que el estrés aumenta por hora, él supone que el estrés total al final de la semana es proporcional al número de horas que trabaja en la tienda.*

¿ Cuántas horas debe trabajar en cada Tienda.?

(Pàgina 49)

EJERCICIO 12 : *Al realizar una inspección en una fábrica de calzados, obtuvimos la siguiente información:*

1) Se fabrican zapatos para damas, caballeros y niños y son vendidos al siguiente PVP por par:

- *Zapatos para caballero a Bs 60.000,oo*
- *Zapatos para dama a Bs 120.000,oo*
- *Zapatos para niño a Bs 30.000,oo*

2) El costo de fabricación de cada par de calzado es:

- *Zapatos para caballero Bs 30.000,oo*
- *Zapatos para dama Bs 80.000,oo*
- *Zapatos para niño Bs 15.000,oo*

3) Para fabricar un par de zapatos para caballero se utilizan: 0,20 metros de cuero tratado; 0,10 metros de suela, un par de tacones para caballero y 5 horas-hombre de trabajo.

4) Para fabricar un par de zapatos para dama se utilizan: 0,15 metros de cuero tratado; 0,10 metros de suela, un par de tacones para dama y 8 horas-hombre de trabajo.

5) En el depósito se inventarió el siguiente material:

- *120,oo metros de cuero tratado.*
- *70,oo metros de suela.*
- *250 pares de tacones para caballero.*
- *260 pares de tacones para dama.*
- *65 suelas para zapatos de niño.*
- *300 pares de trenza.*
- *400 cajas para calzados.*
- *800 bolsas para calzados.*

6) La empresa vende menos zapatos de niño que de caballero.

7) Se venden menos zapatos de niño que de dama.

8) La empresa vende semanalmente más de 100 pares de zapatos.

9) Las ventas de zapatos para caballero no superan el 75% de los de dama.

10) La empresa dispone de 2.400 horas-hombre a la semana.

11) El Gerente de la compañía quiere saber cuantos zapatos para dama y caballero debe fabricar semanalmente para tres escenarios distintos, a saber:

a) Maximizar la utilidad.
b) Maximizar los ingresos por PVP.
c)

(Pàgina 53)

EJERCICIO 13 : **La empresa W.W tiene sólo tres empleados que hacen dos tipos de ventanas a mano: con marco de madera y con marco de aluminio. La ganancia es de \$60 por cada ventana con marco de madera y de \$30 por cada una con marco de aluminio. Doug hace marcos de madera y puede terminar 6 al día. Linda hace 4 marcos de aluminio por día. Bob forma y corta el vidrio y puede hacer 48 pies cuadrados de vidrio por día. Cada ventana con marco de madera usa 6 pies cuadrados de vidrio y cada una de aluminio, 8 pies cuadrados.**

La compañía desea determinar cuántas ventanas de cada tipo debe producir al día para maximizar la ganancia total.

(Pàgina 55)

EJERCICIO 14 : *La Apex Televisión Company debe decidir el número de televisores de 27 y 20 pulgadas producidos en una de sus fábricas. La investigación de*

mercado indica ventas de a lo más 40 televisores de 27 pulgadas y 10 de 20 pulgadas cada mes. El número máximo de horas-hombres disponibles es 500 por mes. Un televisor de 27 pulgadas requiere 20 horas hombres y uno de 20 requiere 10. Cada televisor de 27 pulgadas produce una ganancia de $120 y cada uno de 20 produce $80 de ganancia. Un distribuidor está de acuerdo en

comprar todos los televisores producidos si el número no excede al máximo indicado por el estudio de mercado

(Pàgina 56)

EJERCICIO 15 : ***La compañía WL produce dos dispositivos para lámparas (productos 1 y 2) que requieren partes de metal y componentes eléctricos. La administración desea determinar cuántas unidades de cada producto fabricar para maximizar la ganancia. Por cada unidad del producto 1 se requieren 1 unidad de partes de metal y 2 unidades de componentes eléctricos . Por cada unidad del producto 2 se necesitan 3 unidades de partes de metal y 2 unidades de componentes eléctricos. La compañía tiene 200 unidades de partes de metal y 300 de componentes eléctricos. Cada unidad del producto 1 da una ganancia de $ 1,oo y cada unidad del producto 2, hasta 60 unidades, da una ganancia de $ 2,oo. Cualquier exceso de 60 unidades del producto 2 no tiene ganancia, por lo que fabricar más de 60 está fuera de consideración.***

Formule el modelo de PL, resuélvalo por el método gráfico y determine la ganancia total que resulta.

(Pàgina 58)

EJERCICIO 16 : ***La Compañía manufacturera Omega descontinuó la producción de cierta línea de productos no redituable. Esto creó un exceso considerable en la capacidad de producción. La gerencia quiere dedicar esta capacidad a uno o más de tres productos, llamados producto 1, 2 y 3. En la siguiente tabla se resume la capacidad disponible de cada máquina que puede limitar la producción:***

Tipo de Máquina	Tiempo disponible (en horas por semana)
Fresadora	500
Torno	350
Rectificadora	150

El número de horas-maquinas requeridas para cada unidad de los productos respectivos es:

Coeficiente de productividad
(en horas-máquina por unidad)

Tipo de máquina	Producto 1	Producto 2	Producto 3
Fresadora	9	3	5
Torno	5	4	0
Rectificadora	3	0	2

El departamento de ventas indica que las ventas potenciales para los productos 1 y 2 exceden la tasa máxima de producción y que las ventas potenciales del producto 3 son 20 unidades por semana. La ganancia unitaria respectiva sería de $50, $20 y $25, para los productos 1,2 y 3. El objetivo es determinar cuántos productos de cada tipo debe producir la compañía para maximizar la ganancia.

(Pàgina 59)

EJERCICIO 17 : ***Un agricultor posee 20 cerdos que consumen 90 kilogramos de comida especial todos los días. El alimento se prepara como una mezcla de maíz y harina de soya con las siguientes composiciones:***

	Kgs por Kg de alimento			
Alimento	calcio	proteína	fibra	costo
Maíz	0,01	0,09	0,02	200
Harina de soya	0,02	0,60	0,06	300

Los requisitos diarios de alimento de los cerdos son:

1.- Cuando menos 1 % de calcio.
2.- Por lo menos 30 % de proteínas.
3.- Máximo 5 % de fibra.

Determine la mezcla con el mínimo de costo diario.

(Pàgina 60)

EJERCICIO 18 : *Hoy es su día de suerte. Acaba de ganar un premio de $10.000. Dedicará $4.000 a impuestos y diversiones, pero ha decidido invertir los otros $6.000. Al oír las nuevas, dos amigos le han ofrecido una oportunidad de convertirse en socio en dos empresas distintas, cada una planeada por uno de ellos. En ambos casos, la inversión incluye dedicar parte de su tiempo el siguiente verano y dinero en efectivo. Para ser un socio* **completo** *en el caso del primer amigo debe invertir $5.000 y 400 horas, y su ganancia estimada (sin tomar en cuenta el valor del dinero en el tiempo) sería $4.500. Las cifras correspondientes para el segundo caso son $4.000 y 500 horas, con una ganancia estimada de $4.500. Sin embargo, ambos amigos son flexibles y le permitirán participar con cualquier* **fracción** *de participación que quiera. Si elige una participación parcial, todas las cifras dadas para la sociedad completa (inversión de dinero y tiempo, y la ganancia) se pueden multiplicar por esta fracción.*

Como de todas formas usted busca un trabajo de verano interesante (máximo 600 horas), ha decidido participar en una o ambas empresas en alguna combinación que maximice su ganancia total estimada. Usted debe resolver el problema de encontrar la mejor combinación.

(Pàgina 62)

EJERCICIO 19 : *Larry Edison es el director del centro de cómputo de BC. Él debe programar las horas de trabajo del personal del centro. Abre de las 8 am a la media noche. Larry estudió el uso del centro en las diferentes horas del día y determinó los siguientes números de asesores en computación necesarios:*

HORARIO	Mínimo de Asesores requeridos
8 am – 12 am	4
12 am – 4 pm	8
4 pm - 8 pm	10
8 pm – 12 pm	6

Puede contratar dos tipos de asesores: de tiempo completo y de tiempo parcial. Los primeros trabajan 8 horas consecutivas en cualquiera de los siguientes turnos: matutino (8am-4pm), vespertino (12am-8pm) y nocturno (4pm-12pm). Estos asesores ganan $14 por hora.

Los asesores de tiempo parcial pueden trabajar en los cuatro turnos enumerados en la tabla anterior y ganan $12 por hora.

Un requisito adicional es que durante todos los períodos debe haber al menos dos asesores de tiempo completo por cada uno de tiempo parcial.

Larry desea determinar cuántos asesores de tiempo completo y cuántos de tiempo parcial debe haber en cada turno para cumplir con los requisitos a un costo mínimo.

(Pàgina 63)

EJERCICIO 20 : *La Medequip Company produce equipos de precisión de diagnóstico médico en dos de sus fábricas. Se han recibido pedidos de tres centros médicos para la producción de este mes. La siguiente tabla muestra el costo unitario de envío desde cada fábrica a cada centro. Además, muestra el número de unidades que se producirán en cada fábrica y el número de unidades ordenadas por cada cliente:*

Costo unitario de envío				
	Cliente 1	Cliente 2	Cliente 3	Producción
Fábrica 1	$600	$800	$700	400 unid.
Fábrica 2	$400	$900	$600	500 unid.
Orden	300 unid.	200 unid.	400 unid.	

Ahora debe tomar la decisión sobre el plan de cuántas unidades enviar de cada fábrica a cada cliente.

(Pàgina 65)

EJERCICIO 21 : *La WC tiene tres plantas con exceso en su capacidad de producción. Por fortuna, la corporación tiene un nuevo producto listo para iniciar su producción y las tres plantas pueden fabricarlo, así que se podrá usar parte del exceso de este modo. El producto puede hacerse en tres tamaños: grande, mediano y chico; y darán una ganancia de $420, $360 y $300, respectivamente. Las plantas 1, 2 y 3 tienen capacidad de mano de obra y equipo para producir 750, 900 y*

450 unidades diarias de este producto, respectivamente, sin importar el tamaño o la combinación de tamaños de que se trate.

La cantidad de espacio disponible para almacenar material en proceso impone también limitaciones en las tasas de producción del nuevo producto. Las plantas 1, 2 y 3 tienen 13.000, 12.000 y 5.000 pies cuadrados de espacio respectivo, para material en proceso de producción diaria. Cada unidad grande, mediana y chica que se produce requiere 20, 15 y12 pies cuadrados, respectivamente.

Los pronósticos de venta indican que, si están disponibles, se pueden vender 900, 1.200 y 750 unidades diarias de los tamaños respectivos grande, mediano y chico.

Será necesario despedir algunos empleados en cada planta a menos que la mayor parte de esta capacidad en exceso se pueda usar con el nuevo producto. Para evitar despidos en lo posible, la gerencia ha decidido que las plantas deben usar el mismo porcentaje de su capacidad adicional con este nuevo producto.

El gerente desea saber cuántas unidades de cada tamaño producir en cada planta para maximizar la ganancia.

(Pàgina 67)

EJERCICIO 22 : *Un avión de carga tiene tres compartimientos para almacenar: delantero, central y trasero. Estos compartimientos tienen un límite de capacidad tanto en peso como en espacio. Los datos se resumen en la siguiente tabla:*

Compartimiento	Capacidad de Peso (ton.)	Capacidad de espacio (m3)
Delantero	12	7.000
Central	18	9.000
Trasero	10	5.000

Más aún, para mantener el avión balanceado, el peso de la carga en los respectivos compartimientos debe ser proporcional a su capacidad.

Se tienen ofertas para cuatro cargamentos en un vuelo próximo ya que se cuenta con espacio:

Carga	Peso (ton)	Volumen (m3/ton)	Ganancia ($/ton)
1	20	500	320
2	16	700	400
3	25	600	360
4	13	400	290

Se Puede aceptar cualquier fracción de estas cargas. El objetivo es determinar que cantidad de cada carga debe aceptarse (si se acepta) y cómo distribuirla en los compartimientos para maximizar la ganancia del vuelo.

(Pàgina 69)

EJERCICIO 23 : *Confortable Hands es una compañía que produce una línea de guantes de invierno para toda la familia: caballeros, damas y niños. Desea decidir qué mezcla de estos tres tipos de guantes fabricar.*

La fuerza de trabajo es sindicalizada. Cada empleado de tiempo completo trabaja 40 horas a la semana. Por contrato, el número de empleados de tiempo completo no puede ser menos que 20. Se puede contratar trabajadores no sindicalizados con las siguientes restricciones; 1) cada uno trabaja 20 horas por semana y 2) debe haber al menos 2 de tiempo completo por cada uno de medio tiempo.

*Los tres tipos de guantes están hechos con el mismo porcentaje de piel de vaca. La compañía tiene un contrato a largo plazo con el proveedor de piel y recibe 5.000 ft2 de material por semana. Los requerimientos de material y mano de obra, y la **ganancia bruta** por guante vendido (sin considerar costo de mano de obra) son:*

GUANTE	Material req. (ft2)	Mano de obra req. (min)	Ganancia bruta(x par)
Caballero	2	30	$ 8
Damas	1.5	45	$ 10
Niños	1	40	$ 6

Cada empleado de tiempo completo gana $ 13 por hora y cada uno de medio tiempo, $ 10 por hora. La gerencia desea saber qué mezcla de los tres tipo de guantes producir por semana, lo mismo que cuántos empleados de cada tipo *contratar. Desea maximizar su **ganancia neta**, o sea, la ganancia bruta menos costo de mano de obra.*

(Pàgina 70)

EJERCICIO 24 : ***Oxbridge University tiene una computadora grande para uso de académicos, estudiantes de doctorado y ayudantes de investigación. Durante las horas hábiles debe haber un trabajador para operar y dar mantenimiento a la computadora y realizar algunos servicios de programación. Beryl Ingram, directora del centro de cómputo coordina la operación.***

Al principio del semestre de otoño, Beryl se enfrenta al problema de asignar horas de trabajo distinta a sus operadores. Debido a que éstos son estudiantes de la universidad, están disponibles para el trabajo sólo un número limitado de horas al día, como se muestra en la tabla.

		Máximo de horas disponibles				
Operador	*Salario/hora*	*Lun*	*Mar*	*Mie*	*Jue*	*Vie*
A	$ 10,00	6	0	6	0	6
B	$ 10,10	0	6	0	6	0
C	$ 9,90	4	8	4	0	4
D	$ 9,80	5	5	5	0	5
E	$ 10,80	3	0	3	8	0
F	$ 11,30	0	0	0	6	2

Hay seis operadores (cuatro de licenciatura y dos de postgrado). Todos tienen salarios diferentes según su experiencia con computadoras y su aptitud para programar. La tabla muestra estos salarios junto con el número máximo de horas al día que cada uno puede trabajar.

Se garantiza a cada operador un número mínimo de horas de trabajo a la semana que lo mantendrán con un conocimiento adecuado de la operación. Este nivel se estableció de modo arbitrario en 8 horas por semana para licenciatura (A,B,C y D) y 7 horas por semana para postgrado (E y F). El centro de cómputo debe abrir de 8 am a 10 pm de lunes a viernes con un operador de guardia en este horario. Sábados y domingo, otras personas lo operan.

Debido al presupuesto reducido, Beryl tiene que minimizar el costo. Ella quiere determinar el número de horas que debe asignar a cada operador cada día.

(Pàgina 73)

EJERCICIO 25 : ***Una empresa va a lanzar al mercado un nuevo producto. Los planes de promoción para el próximo mes están en marcha. Los medios alternativos para realizar la publicidad así como los costos y la audiencia estimada por unidad de publicidad se muestran a continuación***

	TELEVISION	RADIO	PRENSA
Audiencia por unidad de publicidad	100.000	18.000	40.000
Costo por unidad de publicidad	Bs. 2.000,00	Bs. 300,00	Bs. 600,00

Para lograr un uso balanceado de los medios, la publicidad en radio debe ser igual al 50% de unidades de publicidad autorizadas. Además la cantidad de unidades solicitadas en televisión debe ser al menos 10% del total autorizado. El presupuesto total para promociones se ha limitado a Bs. 18.500,00. Se necesita determinar el plan óptimo para maximizar la audiencia total o cantidad de personas que vean la publicidad.

(Pàgina 79)

EJERCICIO 26 : ***Se dispone de 120 refrescos de cola con cafeína y de 180 refrescos de cola sin cafeína. Los refrescos se venden en paquetes de dos tipos. Los paquetes de tipo A contienen tres refrescos con cafeína y tres sin cafeína, y los de tipo B contienen dos con cafeína y cuatro sin cafeína. El vendedor gana 6 euros por cada paquete que venda de tipo A y 5 euros por cada uno que vende de tipo B. Calcular de forma razonada cuántos paquetes de cada tipo debe vender para maximizar los beneficios y calcular éste.***

(Pàgina 80)

EJERCICIO 27 : *Una persona para recuperarse de una cierta enfermedad tiene que tomar en su alimentación dos clases de componentes que llamaremos A y B. Necesita tomar 70 unidades de A y 120 unidades de B. El médico le da dos tipos de dietas en las que la concentración de dichos componentes es:*

- *dieta $D_{1:}$ 2 unidades de A y 3 unidades de B*
- *dieta D_2: 1 unidad de A y 2 unidades de B.*

Sabiendo que el precio de la dieta D_1 es 2,5 €. y el de la dieta D_2 es 1,45 €. ¿Cuál es la distribución óptima para el menor costo?

(Pàgina 81)

EJERCICIO 28 : *Se pretende cultivar en un terreno dos tipos de olivos: A y B. No se puede cultivar más de 8 has. con olivos de tipo A, ni más de 10 has. con olivos del tipo B. Cada hectárea de olivos de tipo A necesita 4 m^3 de agua anuales y cada una de tipo B, 3 m^3. Se dispone anualmente de 44 m^3 de agua. Cada hectárea de tipo A requiere una inversión de 500 € y cada una de tipo B, 225 €. Se dispone de 4500 € para realizar dicha inversión. Si cada hectárea de olivar de tipo A y B producen, respectivamente, 500 y 300 litros anuales de aceite:*
a) Obtener razonadamente las hectáreas de cada tipo de olivo que se deben plantar para maximizar la producción de aceite.
b) Obtener la producción máxima.

(Pàgina 81)

EJERCICIO 29 : *Una empresa fabrica dos modelos de fundas de sofá, A y B, que dejan unos beneficios de 40 y 20 euros respectivamente. Para cada funda del modelo A se precisan 4 horas de trabajo y 3 unidades de tela. Para fabricar una del modelo B se requieren 3 horas de trabajo y 5 unidades de tela. La empresa dispone de 48 horas de trabajo y 60 unidades de tela. Si a lo sumo pueden hacerse 9 fundas del modelo A. ¿Cuántas fundas de cada modelo han de fabricarse para obtener el máximo beneficio y cual sería este?*

(Pàgina 82)

EJERCICIO 30 : *Disponemos de 210.000 euros para invertir en bolsa. Nos recomiendan dos tipos de acciones. Las del tipo A, que rinden el 10% y las del tipo B, que rinden el 8%. Decidimos invertir un máximo de 130.000 euros en las del tipo A y como mínimo 60.000 en las del tipo B. Además queremos que la inversión en las del tipo A sea menor que el doble de la inversión en B. ¿Cuál tiene que ser la distribución de la inversión para obtener el máximo interés anual?*

(Pàgina 83)

EJERCICIO 31 : *En una pastelería se hacen dos tipos de tortas: Vienesa y Real. Cada torta Vienesa necesita un cuarto de relleno y un Kg. de bizcocho y produce un beneficio de 250 Pts, mientras que una torta Real necesita medio Kg. de relleno y un Kg. de bizcocho y produce 400 Ptas. de beneficio. En la pastelería se pueden hacer diariamente hasta 150 Kg. de bizcocho y 50 Kg. de relleno, aunque por problemas de maquinaria no pueden hacer mas de 125 tortas de cada tipo. ¿Cuántas tortas Vienesas y cuantas Reales deben vender al día para que sea máximo el beneficio?*

(Pàgina 84)

EJERCICIO 32 : *Una compañía posee dos minas: la mina A produce cada día 1 tonelada de hierro de alta calidad, 3 toneladas de calidad media y 5 de baja calidad. La mina B produce cada día 2 toneladas de cada una de las tres calidades. La compañía necesita al menos 80 toneladas de mineral de alta calidad, 160 toneladas de calidad media y 200 de baja calidad. Sabiendo que el coste diario de la operación es de 2000 euros en cada mina ¿cuántos días debe trabajar cada mina para que el coste sea mínimo?.*

(Pàgina 85)

EJERCICIO 33 : *Se va a organizar una planta de un taller de automóviles donde van a trabajar electricistas y mecánicos. Por necesidades de mercado, es necesario que haya mayor o* *igual número de mecánicos que de electricistas y que el número de mecánicos no supere al doble que el de electricistas. En total hay disponibles 30 electricistas y 20 mecánicos. El beneficio de la empresa por jornada es de 250 euros por electricista y 200 euros por mecánico. ¿Cuántos trabajadores de cada clase deben elegirse para obtener el máximo beneficio y cuál es este?*

(Pàgina 85)

EJERCICIO 34 : *La compañía ESPECIAS INDIAN C.A., tiene un stock limitado de dos hierbas que se utilizan en la producción de aderezos. INDIAN usa los dos ingredientes, HB1 y HB2, para producir ya sea curry o pimentón. El departamento de mercadotecnia informa que aunque la empresa puede vender todo el pimentón que pueda producir, sólo puede vender hasta un máximo de 1500 botellas de curry. Las hierbas no utilizadas se pueden vender a $375 la onza de HB1 y a $167 la onza de HB2. Determine él consumo de especias que maximice el ingreso de la Empresa.*

(Pàgina 86)

EJERCICIO 35 : *Unos grandes almacenes encargan a un fabricante pantalones y chaquetas deportivas. El fabricante dispone para la confección de 750 m de tejido de algodón y 1000 m de tejido de poliéster. Cada pantalón requiere 1 m de algodón y 2 m de poliéster, cada chaqueta requiere 1,5 m de algodón y 1 m de poliéster. El precio del pantalón se fija en 50 € y el de la chaqueta en 40 €. ¿Qué número de pantalones y chaquetas debe suministrar el fabricante a los almacenes para que éstos consigan una venta máxima?*

(Pàgina 87)

EJERCICIO 36 : *Una empresa de transportes tiene dos tipos de camiones, los del tipo A con un espacio refrigerado de 20 m^3 y un espacio no refrigerado de 40 m^3. Los del tipo B, con igual cubicaje total, al 50% de refrigerado y no refrigerado. La contratan para el transporte de 3.000 m^3 de producto que necesita refrigeración y 4.000 m^3 de otro que no la necesita. El costo por kilómetro de un camión del tipo A es de 30 € y el B de 40 €. ¿Cuántos camiones de cada tipo ha de utilizar para que el coste total sea mínimo?*

(Pàgina 88)

EJERCICIO 37 : *En una granja de pollos se da una dieta, para engordar, con una composición mínima de 15 unidades de una sustancia A y otras 15 de una sustancia B. En el mercado sólo se encuentra dos clases de compuestos: el tipo X con una composición de una unidad de A y 5 de B, y el otro tipo, Y, con una composición de cinco unidades de A y una de B. El precio del tipo X es de 10 euros y del tipo Y es de 30 €. ¿Qué cantidades se han de comprar de cada tipo para cubrir las necesidades con un coste mínimo?*

(Pàgina 89)

EJERCICIO 38 : *Una escuela prepara una excursión para 320 alumnos. La empresa de transporte tiene 10 autobuses de 20 plazas y 8 de 42 plazas, pero sólo dispone de 9 conductores. El alquiler de un autobús grande cuesta 900 € y el de uno pequeño 400 €. Calcular cuántos autobuses de cada tipo hay que utilizar para que la excursión resulte lo más económica posible para la escuela.*

(Pàgina 89)

EJERCICIO 39 : *Una empresa de instalaciones dispone de 195 kg de cobre, 20 kg de titanio y 14 kg de aluminio. Para fabricar 100 metros de cable de tipo A se necesitan 10 kg de cobre, 2 de titanio y 1 de aluminio, mientras que para fabricar 100 metros de cable de tipo B se necesitan 15 kg de cobre, 1 de titanio y 1 de aluminio. El beneficio que se obtiene por 100 metros de cable de tipo A es de 1500 euros, y por 100 metros de cable de tipo B, 1000 euros. Calcular los metros de cable de cada tipo que hay que fabricar para maximizar el beneficio de la empresa. Obtener dicho beneficio máximo.*

(Pàgina 90)

EJERCICIO 40 : *Un establecimiento de prendas deportivas tiene almacenados 1600 bañadores, 1000 gafas de baño y 800 gorros de baño. Se quiere incentivar la compra de estos productos mediante la oferta de dos tipos de lotes: el lote A, que produce un beneficio de 8 euros, formado por un bañador, un gorro y unas gafas, y el lote B que produce un beneficio de 10 euros y está formado por dos bañadores y unas gafas. Sabiendo que la publicidad de esta oferta tendrá un coste de 1.500 euros a deducir de los beneficios, se pide calcular el número de lotes A y B que harán máximo el beneficio y a cuánto asciende éste.*

(Pàgina 91)

EJERCICIO 41 : *Se desea obtener la mezcla de petróleo a partir de crudos de distintas procedencias, cada uno de los cuales tienen distintas características. En la tabla adjunta se detallan los distintos crudos (4 en total) y sus características más importantes : el tanto por ciento de azufre, la densidad y el precio por TM en pesetas.*

Origen	% Azufre	Densidad	Precio
Kuwait	0.45	0.91	35.000
Arabia	0.40	0.95	31.000
Noruega	0.38	0.89	39.000
Venezuela	0.41	0.92	34.000

Se exige que la mezcla tenga unas características concretas que se traducen en un porcentaje del 40% de contenido de azufre y una densidad igual al 91%. Se desea que el precio de la mezcla sea mínimo.

(Pàgina 91)

EJERCICIO 42 : *Una perfumería produce el perfume "OXES". Este perfume requiere de Esencia y Fijador para su producción. Dos procesos están disponibles. El proceso "A" transforma 1 onza de fijador y 2 onzas de esencia en 3 onzas de perfume. El proceso "B" transforma 2 onzas de fijador y 3 onzas de esencia en 5 onzas de perfume. Cada onza de fijador le cuesta a la perfumería Bs. 10.000,00 y cada onza de esencia Bs. 15.000,00. Se tiene una disponibilidad máxima de 200 onzas de fijador y un máximo de 350 onzas de esencia para este período de planificación. Para estimular la demanda la perfumería ha contratado una publicidad por un costo total de Bs. 4.000.000,00. El perfume se vende en embases de una onza a Bs. 40.000,00 c/u. Determine la producción óptima que permita obtener la máxima utilidad tomando en cuenta que se debe producir únicamente lo que se va a embasar.*

(Pàgina 93)

EJERCICIO 43 : *Un artesano fabrica y vende cuadros tejidos, de los cuales tiene tres tipos : el pequeño, el mediano y el grande. El primero requiere triplay, 200 metros de estambre y 85 clavos; el segundo necesita triplay, 300 metros de estambre y 100 clavos; el tercero utiliza triplay, 400 metros de estambre y 125 clavos. De una hoja de triplay se pueden obtener 12 cuadros pequeños u 8 medianos ó 5 grandes. Cada mes se cuenta con 15 hojas de triplay, 68 rollos de estambre de 500 metros cada uno y 12.500 clavos. El cuadro pequeño requiere de 3 horas, el mediano de 5 horas y el grande de 6 horas para su elaboración. Mensualmente se dispone de 530 horas para la fabricación de los cuadros. La experiencia que se tiene de las ventas muestra que mínimo se venden 25 cuadros grandes por cada 60 cuadros pequeños. El margen de utilidad para los cuadros pequeños, medianos y grandes son $22, $35 y $45 respectivamente, ¿Cuántos cuadros de cada tipo deben hacerse para que la utilidad sea máxima?*

(Pàgina 94)

EJERCICIO 44 : *Debido a las fuertes lluvias de los últimos días en el sur, la empresa "Stop-lluvia" dedicada al rubro de los paraguas, ha visto un aumento en la demanda de sus productos. Los paraguas se arman en dos plantas, según la siguiente tabla:*

Planta	Capacidad de producción [paragua]	Costo de producción [US$/paragua]
A	2600	2300
B	1800	2500

Cuatro cadenas de multitiendas están interesadas en adquirir los paraguas, con las siguientes características :

Cadena	Máxima demanda [paragua]	Precio dispuesto a pagar [US$/paragua]
1	1800	3900
2	2100	3700
3	550	4000
4	1750	3600

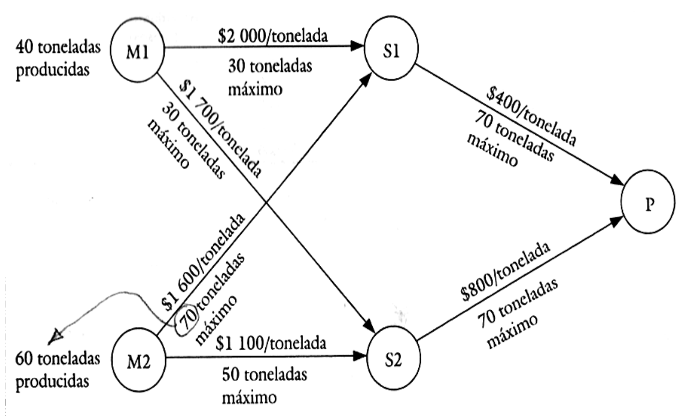
El costo de traslado a cada tienda (fijo) se muestra en la siguiente tabla :

Costo Fijo [US$]	1	2	3	4
A	600	800	1100	900
B	1200	400	800	500

Determinar la mejor decisión de entrega, para la empresa productora de paraguas.

(Pàgina 97)

EJERCICIO 45 : ***Fagersta Steelworks explota dos minas para obtener mineral de hierro. Este mineral de hierro se envía a una de dos instalaciones de almacenamiento. Cuando se necesita se manda a la planta de acero de la compañía. El siguiente diagrama describe la red de distribución, donde M1 y M2 son las dos minas, S1 y S2, los dos almacenes y P es la planta de acero. También muestra las cantidades producidas en las minas. al igual que el costo de envío y la cantidad máxima que se puede enviar al mes por cada vía. La Planta (P) requiere 100 toneladas de mineral de hiero.***



La administración desea determinar el plan más económico de envío del mineral de las minas a la planta. Formule y resuelva con un modelo de programación lineal.

(Pàgina 99)

EJERCICIO 46 : ***Una empresa fabrica los productos A, B y C y puede vender todo lo que produzca a los siguientes precios (Bs) : A 700; B 3.500; C 7.000. Producir cada unidad de A necesita 1 hora de trabajo. Producir una unidad de B necesita 2 horas de trabajo, más 2 unidades de A. Producir una unidad de C necesita 3 horas de trabajo, más 1 unidad de B. Cualquier unidad de A utilizada para producir B, no puede ser vendida. Similarmente cualquier unidad de B utilizada para producir C, no puede ser vendida. Para este período de planificación están disponibles 40 horas de trabajo. Formule y Construya el modelo Lineal que maximice los ingresos de la empresa.***

(Pàgina 100)

EJERCICIO 47 : ***Una refinería produce dos tipos de gasolina: Regular y Extra, las cuales vende en $12 y $14 por barril respectivamente. Ambos tipos de gasolina se preparan con una mezcla de petróleo nacional refinado y de petróleo importado refinado y deben cumplir con las siguientes especificaciones :***

	Presión Máxima de Vapor	Octanaje Mínimo	Demanda Máxima (barri/sem)	Entregas Mínimas (barri/sem)
Gasolina Regular	23	88	100.000	50.000
Gasolina Extra	23	93	20.000	5.000

Las características del inventario de petróleos refinados son las siguientes:

	Presión de Vapor	Octanaje	Inventario (barri/sem)	Costo por barril ($)
Nacional	25	87	40.000	8,00
Importado	15	98	60.000	15,00

¿Qué cantidades de los dos petróleos (nacional e importado) deberá mezclar la refinería en ambas gasolinas a fín de maximizar la ganancia semanal?

(Pàgina 102)

EJERCICIO 48 : ***La Oficina Técnica Coordinadora de Cultivos (OTCC), tiene a su cargo la administración de tres (3) parcelas. El rendimiento agrícola de cada parcela está limitado tanto por la cantidad de tierra cultivable como por la cantidad de agua asignada para regadío de la parcela por la comisión de aguas.***

Los datos proporcionados por este organismo son los siguientes:

Parcela	Tierra Cultivable [ha]	Asignación de agua [m^3]
1	400	600
2	600	800
3	300	375

Las espacies disponibles para el cultivo son: arroz , trigo y maíz, pero el Ministerio de Agricultura y Tierras ha establecido un número máximo de hectáreas que pueden dedicarse a cada uno de estos cultivos en las tres (3) parcelas en conjunto, como lo muestra la siguiente tabla :

Especie	Consumo de agua (m^3/ha)	Cuota máxima (ha)	Ganancia neta ($/ha)
Arroz	3	600	400
Trigo	2	500	300
Maíz	1	325	200

Los dueños de las parcelas, en un acto de solidaridad social, han convenido que en cada parcela se sembrará el mismo porcentaje de su tierra cultivable. Sin embargo, puede cultivarse cualquier combinación en cualquiera de las parcelas. La tarea que encara la OTCC es plantear cuántas hectáreas se deben dedicar al cultivo de las distintas especies en cada parcela, de modo de maximizar la ganancia neta total para todas las parcelas a cargo de la OTCC.

(Pàgina 104)

EJERCICIO 49 : ***Una fábrica de zapatos predice las siguientes demandas por sus pares de zapatos para los próximos 6 meses : mes 1 = 200; mes 2 = 260; mes 3 = 240; mes 4 = 340; mes 5 = 190; mes 6 = 150. El costo de fabricar un par de zapatos es de US$ 7,00 con horas normales de trabajo y de US$ 11,00 con horas de sobretiempo. Durante cada mes, la producción en horario normal está limitada a 200 pares de zapatos y la producción con sobretiempo está limitada a 100 pares. Guardar un par de Zapatos en inventario cuesta US$ 1,00 por mes. Formule un modelo matemático que permita obtener una solución óptima.***

(Pàgina 107)

EJERCICIO 50 : ***Formula y plantea mediante programación lineal el siguiente caso de una oficina de correos que desea minimizar el número de empleados de tiempo completo que hay que contratar sabiendo que necesita un número diferente de empleados a tiempo completo, para cada día de la semana.***

Día	*Empleados Requeridos*
Día 1 = Lunes	*17*
Día 2 = Martes	*13*
Día 3 = Miércoles	*15*
Día 4 = Jueves	*18*

Día 5 = Viernes	*14*
Día 6 = Sábado	*16*
Día 7 = Domingo	*11*

Los reglamentos sindicales señalan que cada empleado de tiempo completo tiene que trabajar durante cinco días consecutivos, y después descansar dos días. Por ejemplo, un empleado que trabaja de lunes a viernes, tiene que descansar el sábado y el domingo.

La oficina de correos quiere cumplir con sus requerimientos diarios y utilizar solamente empleados de tiempo completo.

(Pàgina 110)

EJERCICIO 51 : ***El Sheraton opera los 7 días de la semana. Las mucamas son contratadas para trabajar 6 horas diarias. El contrato colectivo especifica que cada mucama debe trabajar 5 días consecutivos y descansar 2. Todas las mucamas reciben el mismo sueldo semanal. El Sheraton requiere como mínimo las siguientes horas de servicio: lunes 150, martes 200, miércoles 400, jueves 300, viernes 700, sábado 800 y domingo 300. El administrador desea encontrar un plan de programación de empleos que satisfaga estos requerimientos y a un costo mínimo.***

(Pàgina 113)

EJERCICIO 52 : ***Una firma comercial fabrica dos tipos de mermelada. Para la mermelada de fresa utiliza la fruta y el azúcar en proporciones 2 a 3, y para la mermelada de manzana la proporción es de 1 a 1. Se dispone de 1000 kg de fresas, de 1500 kg de manzanas y de 3000 kg de azúcar. La mermelada se elabora en una caldera y posteriormente es envasada, disponiendo para ello de dos calderas y de dos envasadoras. Las horas necesarias para fabricar 1 kg de mermelada son:***

	Mermelada de Fresa	*Mermelada de Manzana*
Caldera A	*0,6*	*0,9*
Caldera B	*0,9*	*0,9*
Envasadora A	*0,01*	*0,02*
Envasadora B	*0,04*	*0,03*

El número total de horas disponibles así como el coste de su uso por hora son:

	Horas disponibles	*Coste por hora (€)*
Caldera A	*1.000*	*8*
Caldera B	*5.000*	*4*
Envasadora A	*100*	*90*
Envasadora B	*50*	*40*

Si el precio de venta es de 15€ por kg de mermelada de fresa y de 12€ por kg de mermelada de manzana, ¿qué cantidades de los dos tipos de mermelada se han de producir para que se maximice el beneficio de la firma?

(Pàgina 116)

EJERCICIO 53 : ***En una empresa se está discutiendo la composición de un comité para negociar los sueldos con la dirección. En el comité habrá sindicalistas e independientes. El número total de miembros no deberá ser inferior a 10 ni superior a 20. Al menos un 40% del comité serán sindicalistas. El número de independientes será como poco una cuarta parte del de sindicalistas.***

a. ¿Qué combinaciones de miembros de cada tipo puede tener el comité?. Plantea el problema y representa gráficamente el conjunto de soluciones. ¿Puede haber 4 sindicalistas y 16 independientes?.

b. Si se quiere que el número de independientes sea el mayor posible, ¿cuál será la composición del comité?

(Pàgina 118)

EJERCICIO 54 : *La empresa "SURTIDORA" contrató a EL MARTILLO como proveedor de llaves y cinceles en sus tiendas de artículos automotrices. La demanda semanal de Surtidora consiste en al menos 1.500 llaves y 1.200 cinceles. La capacidad actual de "El Martillo", en un turno, no basta para producir las unidades que se le piden, y debe recurrir a tiempo extra y, quizás, a subcontratar en otros proveedores de herramientas. El resultado es un aumento en el costo de producción por unidad, como se ve en la siguiente tabla. La demanda del mercado limita la producción de cinceles a llaves a un mínimo de 2 : 1.*

Herramienta	Tipo de producción	Producción semanal (unidades)	Costo unitario ($)
Llaves	Normal	0-550	2.00
	Tiempo extra	551-800	2.80
	Subcontratadas	801- ∞	3.00
Cinceles	Normal	0-620	2.10
	Tiempo extra	621-900	3.20
	Subcontratados	901- ∞	4.20

Formule el problema como programación lineal y determine el programa óptimo de producción para cada herramienta.

(Pàgina 120)

EJERCICIO 55 : *La empresa ESETEC SAC se dedica a la fabricación de dos tipos de productos A y B, en la que utiliza los insumos X y Y. Para la elaboración del producto A se necesita 01 unidad del insumo X y una unidad del insumo Y; para el producto B se necesita 03 unidades del Insumo X y 01 del insumo Y.*

Los informes de los proveedores indican que se debe adquirir como mínimo 600 unidades del insumo X y 400 del insumo Y. El taller puede fabricar 1000 unidades del Producto A o 1200 del producto B, o cualquier combinación de estos.

El área de acabado tiene disponible 5.600 minutos, de los que cada unidad del producto A utiliza 04 minutos y cada unidad de producto B consume 07 minutos.

El área de ventas informa que pueden vender cualquier cantidad del producto A; sin embargo, del producto B a lo máximo se pueden vender 600 unidades.

Los costos variables de producción son de $. 24.00 para el producto A y $.16.00 para el producto B. ¿Cuál es la forma más productiva para fabricar estos productos, si sabemos que los precios de venta son $ 32.00 y $ 23.00 del producto A y B respectivamente?

Indique: 1) Cantidad óptima que se debe producir de A y B. y 2) Ganancia máxima.

(Pàgina 121)

EJERCICIO 56 : *Tres sustancias X, Y y W contienen cuatro ingredientes A, B, C y D. En la siguiente tabla están dados los porcentajes de cada ingrediente y el costo por onza (en centavos de dólar) de las tres sustancias:*

Sustancia	A	B	C	D	Costo/Onza
X	20%	10%	25%	45%	25
Y	20%	40%	15%	25%	35
W	10%	20%	25%	45%	50

¿Cuántas onzas se deben combinar de cada sustancia para obtener, con un costo mínimo, 20 onzas de la mezcla con un contenido de al menos.14% de A. 16% de B y 20% de C ?
¿Con cuántas se maximiza?

(Pàgina 123)

EJERCICIO 57 : *A un joven matemático se le pidió que entreviste a un visitante en su empresa durante tres horas, el pensó que sería una excelente idea que el huésped se emborrachara. Se le dieron al matemático 50 dólares para comprar la bebida. El joven sabía que al visitante le gustaba mezclar sus tragos pero que siempre bebía menos de 8 vasos de cerveza, 10 de ginebra, 12 de whiskys y 24 de martinis. El* *tiempo que empleaba para beber era de 10 minutos por cada vaso.*

El costo de bebidas son: $1.00 el vaso de cerveza, $2.00 el vaso de ginebra, $4.00 el vaso de whiskys y $3.00 el vaso de martini.

El matemático pensó que el objetivo sería maximizar el consumo alcohólico del huésped. Logró que un amigo químico le diese el contenido alcohólico de las bebidas en forma cuantitativa, siendo las unidades alcohólicas de 8, 15, 16 y 7 por vaso de cerveza, ginebra, whisky y martini respectivamente. El visitante siempre bebía un mínimo de 2 whiskys.

¿Cómo resolvió el problema el joven?

(Pàgina 124)

EJERCICIO 58 : *Una oficina federal cuenta con un presupuesto de mil millones de pesos para otorgarlo como subsidio destinado a la investigación innovadora en el campo de la búsqueda de otras formas de producir energía. Un equipo gerencial integrado por científicos y economistas efectuó una reseña preliminar de 200 solicitudes, reduciendo los candidatos a seis finalistas. Los seis proyectos han sido evaluados calificados en relación con los beneficios que se espera conseguir de ellos en los próximos 10 años. Los beneficios estimados se dan en la siguiente tabla:*

Proyecto	Clasificación del Proyecto	Utilidad por peso invertido	Nivel de financiamiento (en millones de pesos)
1	Solar	4.4	220
2	Solar	3.8	180
3	Combustibles sintéticos	4.1	250
4	Carbón	3.5	150
5	Nuclear	5.1	400
6	Geotérmico	3.2	120

Así el valor 4.4 asociado al proyecto 1, indica que por cada peso que se invierta en ese proyecto, se obtendrá una utilidad de 4.40 durante los próximos diez años. La tabla muestra, además, el nivel requerido de financiamiento (en millones de pesos). Esas cifras representan la cantidad máxima de que se dispone para cada proyecto. La oficina federal puede conceder a cada proyecto una suma que no rebase esa cifra. Observando estas disposiciones, el presidente ha ordenado financiar el proyecto nuclear por lo menos en el 50% de la suma solicitada. El administrador de la dependencia gubernamental tiene mucho interés en el proyecto solar y ha pedido que la cantidad combinada que se conceda a estos proyectos sea como mínimo de 300 millones de pesos.

El problema consiste en determinar las sumas de dinero que se otorgaran a cada proyecto con objeto de maximizar los beneficios.

(Pàgina 126)

EJERCICIO 59 : *Una compañía se dedica a la fabricación de 4 productos : P1, P2, P3 y P4, utilizando para ello 2 materias primas : M1 y M2, cuyas disponibilidades semanales están limitadas a 1000 y 1200 unidades respectivamente. La materia prima que precisa la fabricación de una unidad de cada una unidad de cada uno de los productos se muestra en la siguiente tabla :*

	P1	P2	P3	P4
M1	6	3	5	4
M2	4	7	2	5

Además, los costos de fabricación de cada unidad de producto (que incluyen los costos de la materia prima y otros) se han evaluado en 75, 60, 40 y 30 unidades monetarias respectivamente.

La próxima semana la compañía debe atender un pedido de 100 unidades de P1, 110 de P2, 120 de P3 y 90 de P4, lo que supera claramente su capacidad de producción. Por esta razón, está considerando la posibilidad de adquirir algunos de estos productos a un competidor, cuyos productos tienen las mismas características que los que fabrica la compañía. Este competidor sólo puede suministrar unidades de los productos

P1, P2 y P3, y los ofrece a 85, 65 y 30 u.m. por unidad, respectivamente.

Plantear un modelo que permita determinar cuántos productos de cada tipo debe elaborar la compañía y cuántos debe comprar para satisfacer la demanda de este pedido de manera que se minimicen los costos totales.

(Pàgina 128)

EJERCICIO 60 : *Un fabricante tendrá que atender cuatro pedidos de producción, A, B, C, y D, en este mes.*

Cada trabajo puede ser llevado a cabo en cualquiera de los tres talleres.

El tiempo necesario para completar cada trabajo en cada uno de esos talleres, el costo por hora y la cantidad de horas disponibles que tendrá cada taller durante este mes aparecen en la siguiente tabla.

TALLER	TIEMPO REQUERIDO(HRS) A	B	C	D	COSTO POR HORA DE TALLER(S/.)	TIEMPO DE TALLER DISPONIBLE(HRS)
1	32	151	72	118	89	160
2	39	147	61	126	81	160
3	46	155	57	121	84	160

También existe la posibilidad de dividir cada uno de los trabajos entre los distintos talleres, en cualquier proporción que se desee. Por ejemplo, una cuarta parte del trabajo A puede hacerse en 8 horas en el taller 1.

El fabricante desea determinar la cantidad de horas de cada trabajo que deberán realizarse en cada taller, para minimizar el costo total de terminación de los cuatro trabajos. Identifique las variables de decisión, formule un modelo de PL para este problema y finalmente resuélvalo.

(Pàgina 130)

EJERCICIO 61 : *Web Mercantile vende muchos productos para el hogar mediante un catálogo en línea. La compañía necesita un gran espacio de almacén para los productos. Ahora planea rentar espacio para los siguientes 5 meses. Se sabe cuánto espacio necesitará cada mes; pero como varía mucho, puede ser más económico rentar sólo la cantidad necesaria cada mes con contratos mensuales. Por otro lado, el costo adicional de rentar espacio para meses adicionales es menor que para el primero, y puede ser menos costoso rentar el espacio máximo los 5 meses. Otra opción es el enfoque intermedio de cambiar la cantidad total de espacio rentado (con un nuevo contrato y/o la terminación del anterior) al menos una vez pero no cada mes.*

El espacio requerido y los costos para los periodos de arrendamiento son los siguientes:

Mes	Espacio requerido (ft^2)
1	30 000
2	20 000
3	40 000
4	10 000
5	50 000

Periodo de arrendamiento (meses)	Costo por ft^2 arrendado
1	\$ 65
2	\$100
3	\$135
4	\$160
5	\$190

El objetivo es minimizar el costo total de arrendamiento para cumplir con los requerimientos.

(Pàgina 132)

EJERCICIO 62 : *Don K-NI es el presidente de una firma de inversiones personales, que maneja una cartera de valores de un cierto número de clientes. Un cliente nuevo ha solicitado recientemente que la firma le maneje una cartera de \$100.000,00. Al cliente le gustaría limitar su cartera a una combinación de las tres acciones que se muestran en la tabla.*

Acción	Precio por acción	Utilidad anual estimada por acción	Cantidad de Acciones disponibles
A. Gofer Crude	$60	$7	1000
B. Can Oil	$25	$3	1000
C. Sloth Petroleum	$20	$3	1500

Formular un programa de programación lineal que permita tomar la mejor decisión para maximizar las utilidades totales que se obtengan de la inversión.

(Pàgina 133)

EJERCICIO 63 : ***Una fábrica de aparatos electrónicos puede tener una producción diaria de televisores de pantalla plana mínima de 300 y máxima de 600; en lo que se refiere a televisores con pantalla de cristal liquido la producción diaria fluctúa entre 200 y 500 unidades. Para mantener una calidad optima en su producto debe de fabricar un máximo de 900 unidades entre ambos tipos de televisor.***

El costo de producción de un televisor de pantalla plana es de $ 3,400.00. y el de pantalla de cristal liquido es de $ 5,600.00.

Cada televisor de pantalla plana se vende a $ 6000.00, y cada televisor de pantalla de cristal liquido se vende a $ 10800.00. La fábrica desea maximizar las utilidades.

En base a dicha información: escriba un planteamiento para resolver por programación lineal.

(Pàgina 134)

EJERCICIO 64 : ***Rich Oil Company, cerca de Cleveland, suministra gasolina a sus distribuidores en camiones. La compañía recientemente recibió un contrato para iniciar el suministro de 800.000 galones de gasolina por mes a distribuidores de Cincinnati. La compañía tiene $.500.000 disponibles para crear una flota consistente en 3 tipos diferentes de camiones. En la siguiente tabla se muestra la capacidad relevante, costo de compra, costo operativo y número máximo de viajes por cada tipo de camión.***

TIPO DE CAMIÓN	CAPACIDAD (galones)	COSTO DE COMPRA ($)	COSTO DE OPERACIÓN ($/mes)	MÁXIMO DE VIAJES/MES
1	6000	50 000	800	20
2	3000	40 000	650	25
3	2000	25 000	500	30

Sobre la base del mantenimiento y la disponibilidad de conductores, la compañía no desea comprar más de 10 vehículos para su flota. Asimismo, la compañía desearía asegurarse que se compren al menos 3 de los camiones del tipo 3. Finalmente, la compañía no desea que más de la mitad de la flota sea de camiones del tipo 1. Como gerente de operaciones, formule un modelo para determinar la composición de la flota que minimice los costos operativos mensuales al tiempo que satisfaga las demandas, no saliéndose del presupuesto y satisfaciendo los requerimientos de las otras compañías.

(Pàgina 135)

EJERCICIO 65 : ***Un frutero necesita 16 cajas de naranjas, 5 de plátanos y 20 de manzanas. Dos mayoristas pueden suministrarle para satisfacer sus necesidades, pero solo venden la fruta en contenedores completos. El mayorista "A" envía en cada contenedor 8 cajas de naranjas, 1 de plátanos y 2 de manzanas. El mayorista "B" envía en cada contenedor 2 cajas de naranjas, 1 de plátanos y 7 de manzanas. Sabiendo que el mayorista "A" se encuentra a 150 km. de distancia y el mayorista "B" a 300 km.***

Obtener el modelo de programación lineal y calcular cuántos contenedores habrá que comprar a cada mayorista, con objeto de ahorrar tiempo y dinero, reduciendo al mínimo la distancia de lo solicitado.

(Pàgina 136)

EJERCICIO 66 : ***El dietista de un hospital desea preparar un platillo de maíz y calabazas que proporcione al menos 3 gr de proteínas y no cueste más de US $0.36 por ración. Una onza de maíz con crema proporciona 0.5 gr. de proteína y cuesta US***

$0.04. una onza de calabazas proporciona 0.25 gr. de proteínas y cuesta US $0.03.

Para un buen sabor se necesitan al menos 2 onzas de maíz y la misma cantidad de calabaza que de maíz, es importante que el número de onzas por ración sea lo más pequeño posible.

Halle la combinación de maíz y calabaza que hace mínimo el tamaño de la ración.

(Pàgina 137)

<u>EJERCICIO 67 :</u> *El "Estampado SA", una tintorería textil que se dedica a hacer trabajos por pedidos, cuenta con dos tipos de estampadoras: rápidas y lentas. Dispone de 60 estampadoras rápidas y 40 lentas.*

Aclaremos que estampar consiste en imprimir dibujos con colores sobre tela cruda, de modo que el rollo de tela cruda va pasando por la estampadora y ésta le va imprimiendo el dibujo con los colores y formas seleccionados.

Estampado SA ha tomado dos trabajos para hacer: Dibujo Snoopy y dibujo Scooby. Cada uno de estos estampados se puede hacer en una máquina de cualquiera de los dos tipos, sólo que la eficiencia será distinta según el tipo. Una máquina rápida estampa 12 m de dibujo Snoopy por hora. Una máquina lenta estampa 6 m de dibujo Snoopy por hora. Una máquina rápida estampa 8 m. de dibujo Scooby por hora. Una máquina lenta estampa 4 metros de dibujo Scooby por hora. Una misma estampadora (sea rápida o lenta) no puede destinarse en el mismo día a trabajar en dos tipos distintos de dibujo.

El costo por hora de energía para las máquinas rápidas y lentas son $4 y $3, respectivamente. El costo para la máquina rápida es mayor debido a que ésta requiere una mayor potencia. Los costos de tintes para Snoopy y Scooby son de $2.2 y $3.2 por metro de tela cruda, respectivamente.

Cada metro de tela estampada con Snoopy se vende a $6 y un metro de tela estampada con Scooby se vende a $8.

Para mañana le han pedido a Estampado SA que entregue 3000 metros de tela Snoopy y 3100 metros de Scooby. Tiene todo el día de hoy (ocho horas) para trabajar. Formule el problema de programación lineal para determinar:

Si se puede o no cumplir el pedido. Y ¿Cómo sería la distribución del estampado de tela en los dos tipos de máquinas para maximizar los beneficios del pedido?

(Pàgina 140)

<u>EJERCICIO 68 :</u> *El DISTRITO METRO es una dependencia que administra la distribución de agua en cierta región geográfica grande. La región es bastante árida, por lo que el distrito debe comprar y traer agua desde fuera de ella. Las fuentes de esta agua importada son los ríos 1, 2 y 3. El distrito revende el agua a los usuarios de la región. Sus clientes principales son los departamentos de agua de las ciudades A, B, C y D.*

Es posible hacer llegar agua a cualquiera de estas ciudades desde cualquiera de los tres ríos, con la excepción de que no hay forma de abastecer a la ciudad "D" con agua del río "3". Sin embargo, dada la distribución geográfica de los acueductos y las ciudades en la región, el costo del abastecimiento para el distrito depende tanto de la fuente como de la ciudad a la que abastece. En la tabla siguiente se dan los costos variables por acre-pie de agua para cada combinación de río y ciudad. A pesar de estas variaciones, el precio que el distrito cobra por acre-pie es independiente de la fuente de agua y es el mismo para todas las ciudades.

	Cdad.A	Cdad. B	Cdad.C	Cdad.D	Recursos
Río 1	16	13	22	17	50
Río 2	14	13	19	15	60
Río 3	19	20	23	NO	50
Mín.necesario	30	70	0	10	
Solicitado	50	70	30	infinito	

La administración del distrito tiene que resolver el problema de cómo asignar el agua disponible durante el próximo verano. En la columna del lado derecho de la tabla se dan las cantidades disponibles en los tres ríos, en unidades de un millón de acres-pie. El distrito se compromete a proporcionar

una cantidad mínima para cumplir con las necesidades esenciales de cada ciudad (con la excepción de la ciudad "C", que tiene una fuente independiente de agua); estas necesidades mínimas se muestran en la tabla. La fila de solicitado indica que la ciudad "B" no quiere más agua que la que cubre sus necesidades mínimas, pero la ciudad "A" compraría hasta 20 más, la ciudad "C" hasta 30 más y la ciudad "D" compraría toda la que pudiera obtener.

La administración desea asignar toda el agua disponible de los tres ríos de manera que por lo menos se cumpla con las necesidades mínimas de cada ciudad y al mismo tiempo minimizar los costos.

(Pàgina 141)

EJERCICIO 69 : ***Un comerciante debe entregar a sus tres hijas 90 manzanas para que las vendan.***

- ***Fátima recibirá 50 manzanas,***
- ***Cunda recibirá 30 manzanas y***
- ***Siha recibirá 10 manzanas.***

Las tres hijas deben vender las manzanas al mismo precio y deben obtener la misma utilidad por la venta, bajo la siguiente condición de mercadeo:

Si Fátima vende una porción de 7 manzanas por 1 dólar y otra porción a 3 dólares por cada manzana, sus hermanas deben hacer lo mismo.

(Pàgina 144)

CÓMO INSTALAR "SOLVER" EN LA HOJA DE CÁLCULO EXCEL 2007

(Pàgina 146)

DESPLIEGUE Y SOLUCIÓN DE UN PROBLEMA DE TRANSPORTE EN LA HOJA DE CÁLCULO EXCEL

Nota : El ***ejercicio 25*** explica (de manera más detallada que los demás) el ***DESPLIEGUE Y SOLUCIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO DE PROGRAMACIÓN LINEAL EN LA HOJA DE CÁLCULO EXCEL:***

EJERCICIOS RESUELTOS DE PROGRAMACIÓN LINEAL

.

Para facilitar la elaboración del modelo matemático en La Programación Lineal (PL) recomendamos lectura y análisis de las siguientes 12 consideraciones:

Si llamamos:

***Xa** = Producto A y*

***Xb** = Producto B*

***Exprese algebraicamente** :*

1) Hoy fabriqué 60 unidades de cada producto:

$$Xa = 60 \quad ; \quad Xb = 60$$

2) La producción total fue de 120 productos:

$$Xa + Xb = 120$$

3) Para que sea rentable tengo que producir por lo menos 50 productos A y 55 productos B:

$$Xa >= 50 \quad ; \quad Xb >= 55$$

4) La capacidad de producción es de 180 unidades

$$Xa + Xb <= 180$$

5) Los clientes compran más productos A que productos B :

$$Xa >= Xb$$

6) Por cada producto A que se venda se venden dos productos B :
(Recordar "Razón de proporcionalidad")

$$2\,Xa = Xb$$

7) Las ventas del producto A superan las del producto B cuando menos en 30 unidades:

$$Xa >= Xb + 30$$

8) La capacidad de espacio de almacenamiento en la fábrica es de 200 productos:

$$Xa + Xb <= 200$$

9) La materia prima me permite fabricar un máximo de 160 unidades:

$$Xa + Xb <= 160$$

10) El producto A necesita 2 unidades de materia prima "w" y el producto B necesita 3 unidades de la misma materia prima, la disponibilidad de la materia prima "w" en los depósitos de la empresa es de 800 unidades:

$$2\,Xa + 3\,Xb <= 800$$

*11) Si "**Z**" representa la utilidad total y la utilidad del producto A es de Bs 20,oo y la utilidad del producto B es de Bs 25,oo :*

$$Z = 20\,Xa + 25\,Xb$$

12) Si se venden 50 productos A y 60 productos B la utilidad será :

$$Z = 20\,(50) + 25\,(60) = 1000 + 1500$$

$$Z = Bs\ 2.500,oo$$

EJERCICIO 1 :

La tienda de comestible BK vende dos tipos de bebidas: La marca sabor a cola A1 y la marca propia de la tienda, Bk de cola, más económica. El margen de utilidad en la bebida A1 es de 5 centavos de dólar por lata, mientras que la bebida de cola Bk suma una ganancia bruta de 7 centavos por lata. En promedio, la tienda no vende más de 500 latas de ambas bebidas de cola al día. Aún cuando A1 es una marca más conocida, los clientes tienden a comprar más latas de la marca Bk, porque es considerablemente más económica. Se calcula que las ventas de la marca Bk superan a las de la marca A1 en una razón 2:1 por lo menos. Sin embargo, BK vende, como mínimo, 100 latas de A1 al día.

¿ Cuántas latas de cada marca debe tener en existencia la tienda diariamente para maximizar su utilidad ?.

Respuesta:

En la pregunta, al final del enunciado, se identifican claramente las variables de decisión ya que se hace referencia a las dos marcas de bebidas de cola en lata.

A1 = *Latas de bebida A1 que debe tener la tienda en existencia diariamente.*
A2 = *Latas de bebida Bk que debe tener la tienda en existencia diariamente.*

El objetivo es incrementar al máximo la utilidad por la venta de los dos tipos de bebidas. Se menciona que la utilidad es de 5 centavos por lata de A1 y 7 centavos por lata de Bk.

La ecuación que representa la utilidad total por concepto de ventas de latas de estas bebidas será:

$$Z = 5A1 + 7A2$$

Ahora analizamos el enunciado del ejercicio buscando las condiciones o restricciones que limitan las ventas de dichas bebidas:

***Nota**: Es bueno recomendar que las restricciones se expresen de manera tal que las incógnitas queden del lado izquierdo de la desigualdad o ecuación y los términos independientes (números) del lado derecho. Esta recomendación nos facilitará el uso de las hojas de cálculo u otros métodos de resolución (método simplex, programas computarizados, etc.).*

- En promedio la tienda no vende más de 500 latas de ambas bebidas al día:

$$A1 + A2 <= 500 \qquad (1)$$

- Los clientes tienden a comprar más latas de la marca Bk :

$$A2 >= A1$$
(atendiendo la nota anterior)

$$-A1 + A2 >= 0 \qquad (2)$$

-Las ventas de Bk superan a las ventas de A1 en una razón de 2:1 por lo menos (Ver y analizar el ordinal 6 de la página 3) :

$$A2 >= 2A1$$
(atendiendo la nota anterior)

$$-2A1 + A2 >= 0 \qquad (3)$$

- Se venden como mínimo 100 latas de A1 al día:

$$A1 >= 100 \qquad (4)$$

El Modelo de Programación Lineal (MPL) quedará expresado como:

MAXIMIZAR : $Z = 5A1 + 7A2$

Sujeto a:

$$A1 + A2 <= 500 \qquad (1)$$
$$-A1 + A2 >= 0 \qquad (2)$$
$$-2A1 + A2 >= 0 \qquad (3)$$
$$A1 >= 100 \qquad (4)$$

Y a la condición de no negatividad que implica que todas las variables de decisión sean positivas (valores mayores o iguales a cero)

$$A1 , A2 >= 0 \qquad (5)$$

Solución Gráfica:

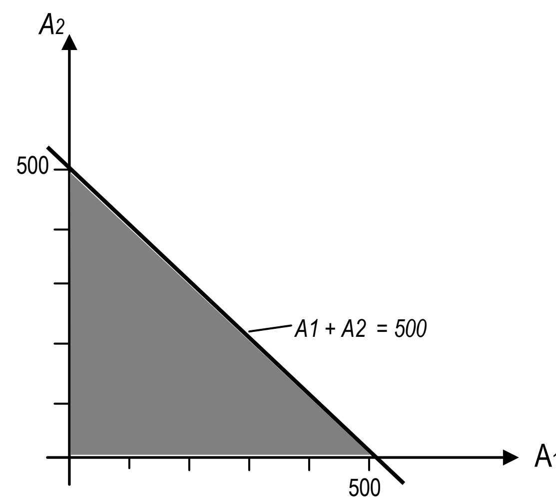
El problema tiene solamente dos variables de decisión, A1 y A2, y por lo tanto sólo dos dimensiones, así que podemos usar un procedimiento gráfico para resolverlo.

Dicho proceso consiste en dibujar un gráfico en dos dimensiones, utilizando a A1 y A2 como los ejes. El primer paso consiste en identificar los valores de A1 y A2 permitidos por las restricciones, esto es, la región o área factible de solución determinada por las restricciones.

Recuerde que las restricciones de no negatividad (A1 > = 0 ; A2 > = 0) limitarán la región factible a estar en el cuadrante positivo (conocido como primer cuadrante).

- ***Estudiando la primera restricción***

$$A1 + A2 <= 500 \qquad (1)$$



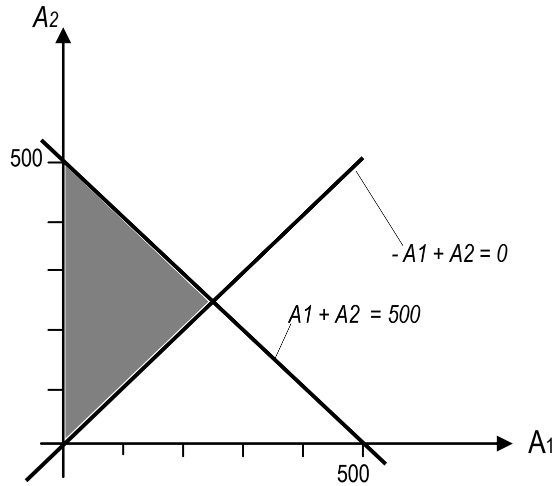
El área sombreada representa el espacio de solución factible de A1 + A2 < = 500

El procedimiento más recomendado consiste en trazar la recta ("generada por la restricción") y sombrear el lado factible y a medida que vayamos graficando nuevas rectas "borramos" el área sombreada anteriormente que no cumpla con esta nueva restricción.

En el gráfico anterior notamos que el punto (100,200) cumple con la restricción (100 + 200 < 500) por lo que todos los que están en el primer cuadrante y del lado izquierdo de la recta también.

- **Estudiando la restricción 2:**

- A1 + A2 > = 0 **(2)**



El área sombreada representa el espacio de solución factible de A1 + A2 < = 500 y - A1 + A2 > = 0

El punto (100,200) cumple con la restricción dos (-100 +200 > 0) y ya vimos que cumple con la restricción 1. Sin embargo el punto (200,100) cumple con la restricción 1 (200+100 < 500) pero **NO** cumple con la restricción 2 (-200+100 no es mayor que 0) por lo tanto no estará dentro del espacio de solución.

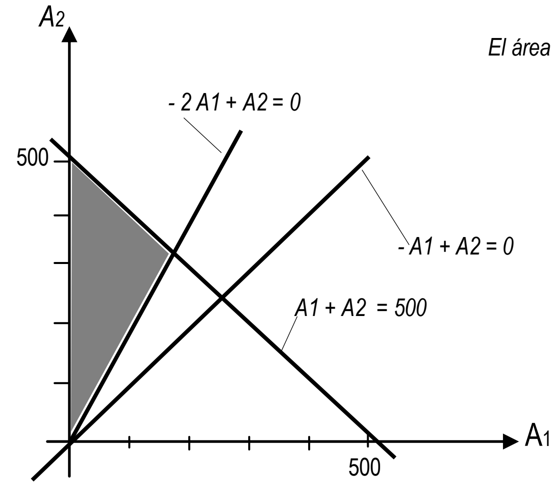
El estudiante debe recordar que para formar parte del espacio de solución o área factible los puntos deben cumplir con todas las restricciones que se vayan estudiando.

El último aspecto señalado permite garantizar que la solución encontrada cumpla con todas las restricciones o limitaciones que impone el Modelo Matemático.

Nótese también que a medida que se van analizando las restricciones el espacio factible (área sombreada) se hace menor. JAMAS crecerá.

- **Estudiando la restricción 3:**

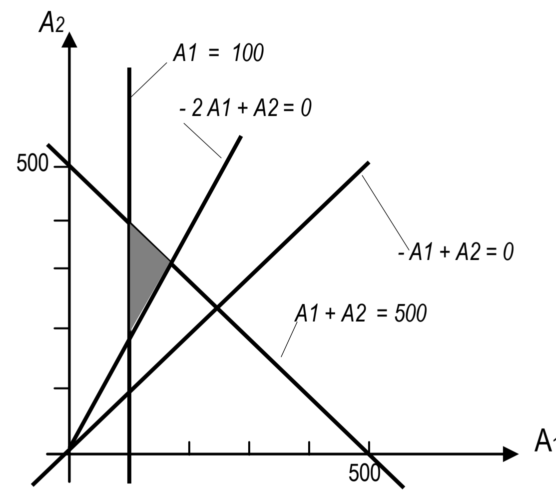
- 2A1 + A2 > = 0 **(3)**



*El área sombreada representa el espacio de solución factible de - 2 A1 + A2 > = 0
A1 + A2 < = 500
- A1 + A2 > = 0*

- Estudiando la restricción 4:

A1 > =100 **(4)**



El área sombreada representa el espacio TOTAL de solución

Definida como ha sido el área total de factibilidad, el último paso consiste en escoger el punto de dicha región que maximiza el valor de la función objetivo.

En un ***"punto de esquina"*** de esta área sombreada se encuentra el "***punto óptimo de solución***", es decir el punto que contiene el valor de A1 y A2 que cumpliendo con todas las restricciones me permitirá obtener ***el máximo valor de Z. (Zmáx.)***

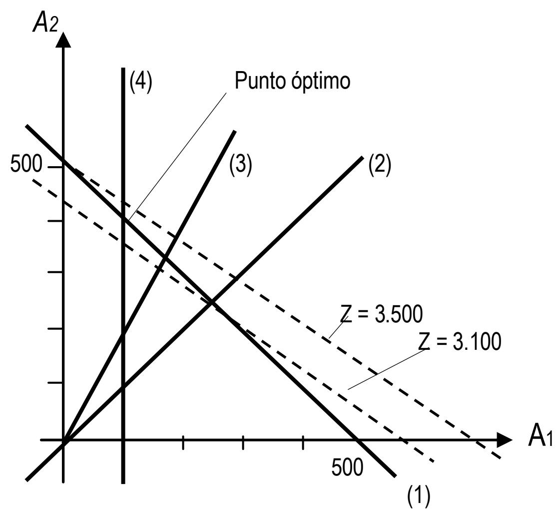
Para determinar este ***"punto de esquina"*** *se utiliza un procedimiento de ensayo y error que consiste en darle valores arbitrarios a la función objetivo (Z) y al graficarla generará una recta que OBLIGATORIAMENTE es paralela a la recta de la "FUNCIÓN OBJETIVO ÓPTIMA" (Zmáxima) y que en el caso de* ***maximización*** *será la que contenga al ya mencionado punto de esquina que esté ubicado en la recta paralela mas alejada del origen (en el caso de* ***minimización*** *será la que esté más cerca del origen).*

Para fijar mejor la idea de cómo realizar este procedimiento graficaremos dos rectas:

$$Z = 3.500 = 5\,A1 + 7\,A2 \quad y,$$

$$Z = 3.100 = 5\,A1 + 7\,A2 \quad .$$

Antes de seguir el procedimiento es bueno aclarar que estos valores que se asignen a ***Z*** *no tienen ninguna relevancia ni representan ningún dato importante de la solución del problema. Repetimos, son* ***valores arbitrarios*** *que únicamente nos ayudan a visualizar la pendiente de la recta de la función objetivo. (No deben confundirla con* ***Zmáx..*** *que es el error más común que cometen los estudiantes).*



Al seguir "trazando" rectas paralelas "invisibles" notaré que el punto de esquina buscado es la intersección de las rectas (1) y (4) y que puede calcularse resolviendo un sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas:

$$A1 + A2 = 500 \qquad \text{(Ecuación 1)}$$

$$A1 = 100 \qquad \text{(Ecuación 4)}$$

El punto óptimo (donde Z alcanza el máximo valor) es la intersección de las rectas (1) y (4) representado por el par ordenado (100 , 400) , donde:

$$\mathbf{A1 = 100 \quad y \quad A2 = 400}$$

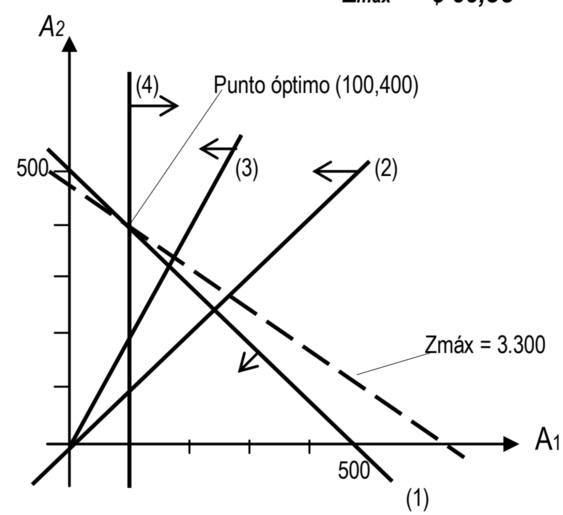
Lo que significa que para maximizar su utilidad la tienda debe tener en existencia diariamente 100 latas de bebida A1 y 400 latas de bebida Bk.

La máxima utilidad se calcula sustituyendo estos valores en la función objetivo (Z).

$$Z = 5\,A1 + 7\,A2 \quad ; \quad Z = 5\,(100) + 7\,(400)$$

$$Z_{máx} = 3.300{,}oo \text{ centavos de dólar.}$$

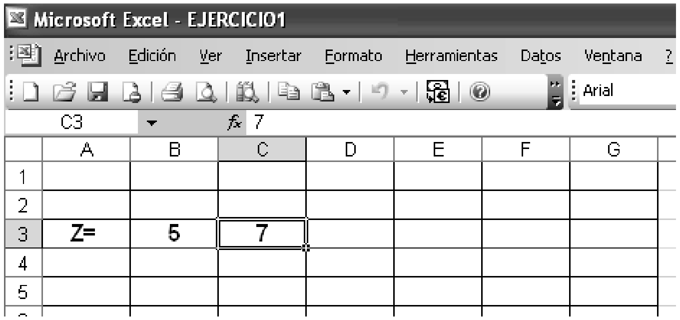
$$\mathbf{Z_{máx} = \$\ 33{,}oo}$$



DESPLIEGUE Y SOLUCIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO EN LA HOJA DE CÁLCULO EXCEL:

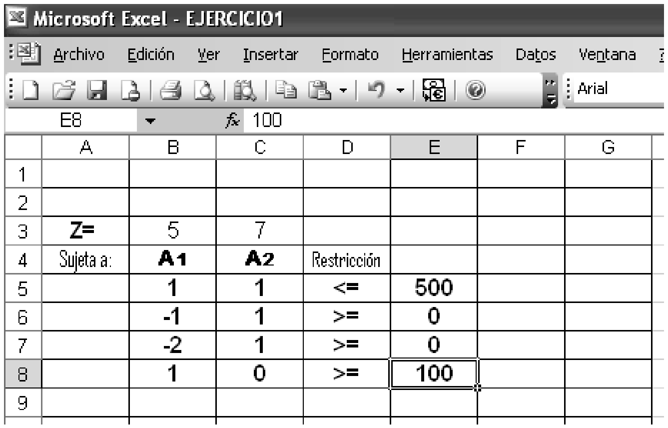
Para facilitar las "consultas posteriores" se recomienda identificar los cuadros en Excel, para ello utilizamos las dos primeras filas.

Coloque en la FILA 3 los valores que acompañan las incógnitas o variables de decisión en la función objetivo Z.



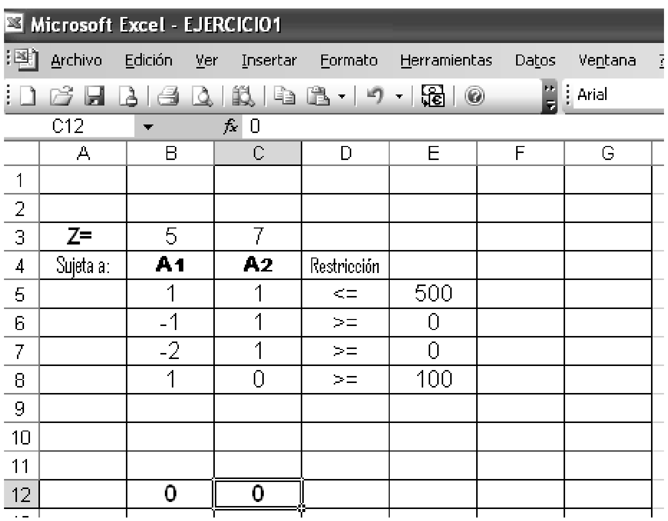
	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	Z=	5	7				
4							
5							

*Introduzca las **restricciones** que aparecen en el modelo matemático.*



	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	Z=	5	7				
4	Sujeta a:	A1	A2	Restricción			
5		1	1	<=	500		
6		-1	1	>=	0		
7		-2	1	>=	0		
8		1	0	>=	100		
9							

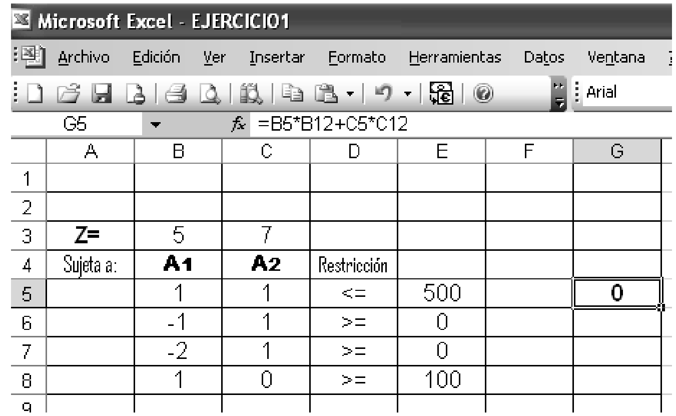
Introduzca "ceros" en las celdas donde desea se reflejen los resultados de A1 y A2 (en este caso B12 y C12).



	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	Z=	5	7				
4	Sujeta a:	A1	A2	Restricción			
5		1	1	<=	500		
6		-1	1	>=	0		
7		-2	1	>=	0		
8		1	0	>=	100		
9							
10							
11							
12		0	0				

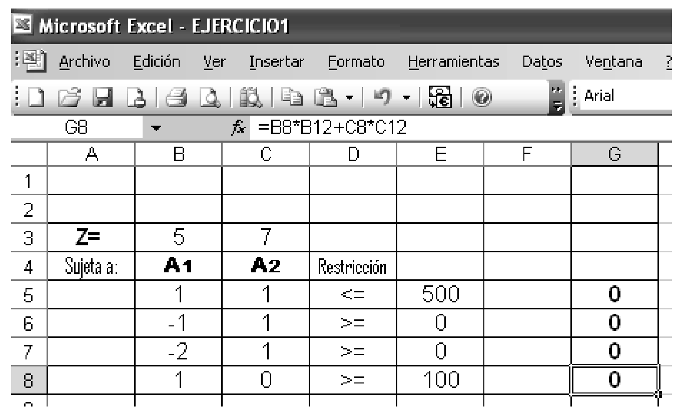
*Introduzca las fórmulas en las celdas **G5, G6, G7 y G8** ; ellas reflejarán los valores que adquieren las condiciones de restricción una vez resuelto el problema.*

- Celda G5 ***=B5*B12+C5*C12***



	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	Z=	5	7				
4	Sujeta a:	A1	A2	Restricción			
5		1	1	<=	500		0
6		-1	1	>=	0		
7		-2	1	>=	0		
8		1	0	>=	100		

- Celda G6 ***=B6*B12+C6*C12***
- Celda G7 ***=B7*B12+C7*C12***
- Celda G8 ***=B8*B12+C8*C12***

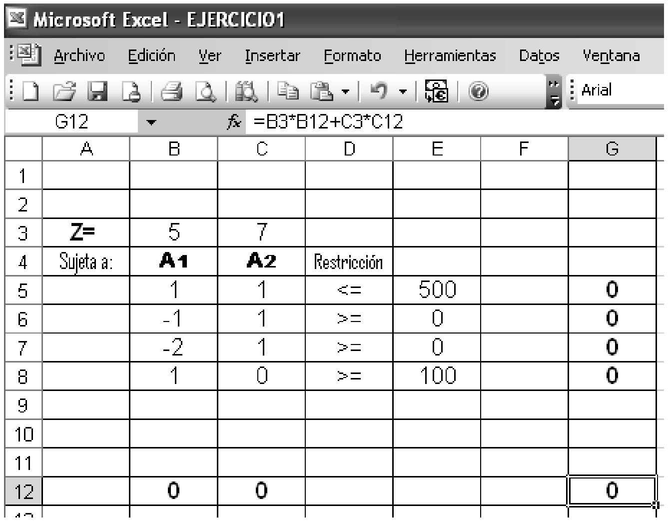


	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	Z=	5	7				
4	Sujeta a:	A1	A2	Restricción			
5		1	1	<=	500		0
6		-1	1	>=	0		0
7		-2	1	>=	0		0
8		1	0	>=	100		0

(En la hoja de cálculo se reflejarán "ceros" inicialmente)

Introduzca la fórmula de la función objetivo en la celda G12.

- G12 ***=B3*B12+C3*C12***

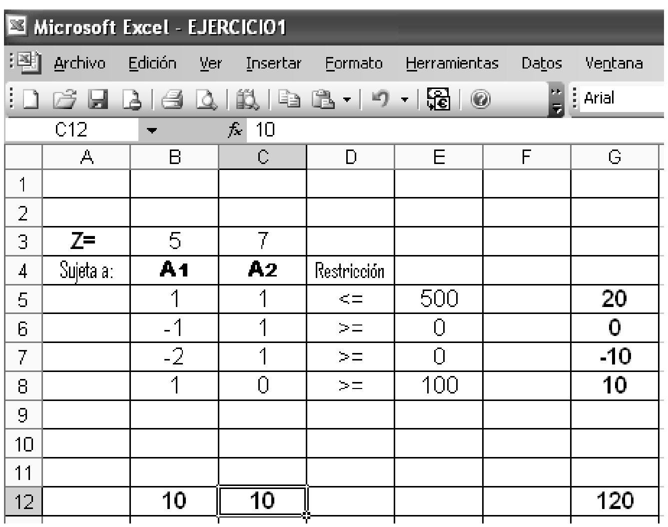


	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	Z=	5	7				
4	Sujeta a:	A1	A2	Restricción			
5		1	1	<=	500		0
6		-1	1	>=	0		0
7		-2	1	>=	0		0
8		1	0	>=	100		0
9							
10							
11							
12		0	0				0

*En ella se reflejará el valor de **Zmáximo** una vez aplicado "Solver". Inicialmente reflejará cero.*

Una vez que se introduce el modelo en la hoja de cálculo, es sencillo analizar soluciones potenciales. Cuando se dan valores a las variables de decisión (celdas B12 y C12), la columna "G" muestra de inmediato los valores de cada condición de restricción (celdas G5 hasta G8) y la celda G12 muestra la ganancia total.

Haga una prueba con este ejercicio y coloque 10 en las celdas B12 y C12 respectivamente. Si ha llenado bien su hoja de cálculo en la pantalla de su PC aparecerán los valores que mostramos a continuación:



	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	Z=	5	7				
4	Sujeta a:	A1	A2	Restricción			
5		1	1	<=	500		20
6		-1	1	>=	0		0
7		-2	1	>=	0		-10
8		1	0	>=	100		10
9							
10							
11							
12		10	10				120

Para calcular el valor de Z máximo, se utiliza una herramienta que incluye Excel llamada " SOLVER".

*Para correr el Solver se elige ¨**SOLVER"** en el menú **"Herramientas".***

*En caso de que su computador no muestre en el menú "Herramientas" el comando "Solver", busque en dicho menú el comando **"Complementos"** e instale "Solver".*

*Una vez instalado haga clic en **"Solver"** y se mostrará un cuadro de diálogo **"Parámetros de Solver".***

*Antes de que "Solver" pueda resolver el problema, necesita conocer con exactitud, donde se localizan los componentes del modelo en la hoja de cálculo. **Es posible escribir las direcciones de las celdas o hacer clic en ellas.***

*En el espacio superior izquierdo del cuadro de diálogo mostrado, donde se solicita la **celda objetivo** coloque **$G$12.***

*En los círculos blancos donde se solicita el **"valor de la celda objetivo"** indique **"Máximo**". El modelo matemático pide maximizar Z.(haga clic sobre la palabra máximo).*

*En el espacio central izquierdo, donde se solicita **"cambiando las celdas"** indique las celdas donde se propuso anteriormente que se mostraran los resultados de cada incógnita. En este caso son las celdas B12 y C12, coloque **$B$12:$C$12.***

En el espacio en blanco, en la parte inferior izquierda, ***"Sujetas a las siguientes Restricciones"*** *indique las restricciones o condiciones del problema, para lo cual haga clic en* ***"Agregar".***

En este momento aparecerá en la pantalla el cuadro de diálogo ***"Agregar Restricción".***

Coloque: ***$G$5 < = $E$5***

Se le está "ordenando" al programa que ***A1 + A2*** *debe* ***ser menor*** *a* ***500***

Haga clic en ***"Aceptar"****. Regresará en la pantalla el cuadro "****Parámetros de Solver****", vuelva a hacer clic en* ***"Agregar"*** *y volverá a aparecer "****Agregar Restricción",*** *coloque ahora:*

$G$6 > = $E$6

Haga clic en ***"Aceptar"****. Este procedimiento se hará tantas veces como sea necesario en atención al número de restricciones que presente el modelo.*

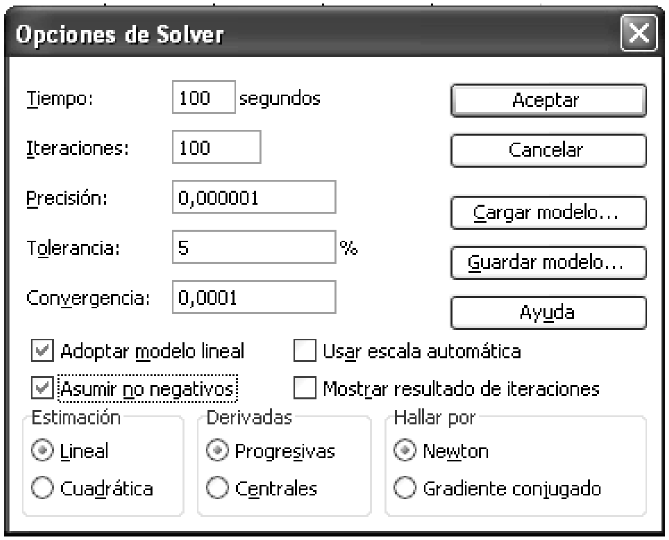
$G$7 > = $E$7

$G$8 > = $E$8

Sea muy cuidadoso al introducir las restricciones, sobre todo con los signos de desigualdad o igualdad (es el error más común que se comete).

Ahora el cuadro de diálogo resume el modelo completo.

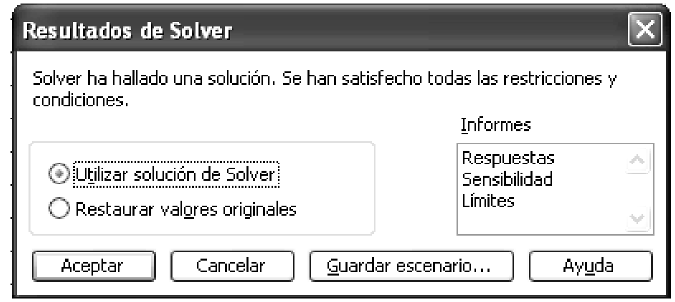
Antes de pedir a ¨Solver" que resuelva el modelo, se elige el botón ***"Opciones"*** *y aparecerá el cuadro de diálogo* ***"Opciones de Solver".***



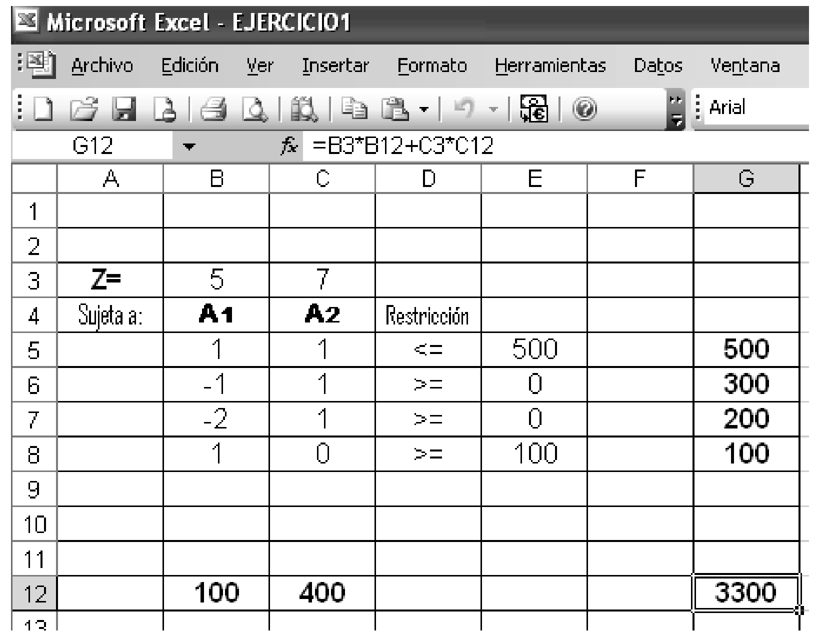
*Este cuadro permite especificar las opciones para resolver el modelo. Lo más importante son las opciones **"Adoptar Modelo Lineal"** y **"Asumir no negativos"** (asegúrese de hacer clic sobre ellos).*

*Con un clic en **"Aceptar"** se regresa al cuadro de diálogo **"Parámetros de Solver".***

*Ahora todo está listo para hacer clic en **"Resolver"** y después de unos segundos Solver indicará los resultados en las celdas B12 y C12, y en la celda objetivo (G12) aparecerá el valor máximo de la función objetivo (Zmáx). En el cuadro final **"Resultados de Solver"**, haga clic en **"Aceptar".***



Y aparecerá la hoja de resultados:



Los resultados de este ejercicio se "leen" de la siguiente manera:

$$A_1 = 100$$
$$A_2 = 400$$

Para maximizar la utilidad la tienda debe tener en existencia 100 latas de la marca A1 y 400 latas de la marca Bk.

La utilidad máxima que obtendrá al vender las cantidades indicadas anteriormente será de 3300 centavos de dólar.

Zmáx = 3.300,oo

EJERCICIO 2 :

BFC emplea a cuatro carpinteros durante 10 días para ensamblar mesas y sillas. Se requieren 2 horas para ensamblar una mesa y 30 minutos para ensamblar una silla. Por lo común, los clientes compran entre cuatro y seis sillas con cada mesa. Las utilidades son de $ 135 por mesa y $ 50 por silla. La compañía opera un turno de 8 horas al día.

Determine gráficamente la mezcla de producción óptima de los 10 días.

Respuesta:

Las *variables de decisión* estarán representadas como:

M = Mesas a ensamblar durante 10 días.

S = Sillas a ensamblar durante 10 días.

Se entiende que buscar la mezcla óptima de producción es aquella que genere mayores beneficios. Por lo que el Modelo de PL tendrá que enfocar **MAXIMIZAR** la función objetivo (Z).

La función objetivo relacionará entonces la utilidad de cada variable de decisión:

$$Z = \$135\,M + \$50\,S$$

Sujeta a las siguientes *restricciones:*

Antes de abordar las restricciones es bueno señalar las unidades de tiempo en que vamos a trabajar. Se recomienda trabajar en horas y hacer las siguientes observaciones:

- 30 minutos = 0,5 horas.
- La compañía opera 8 horas al día y empleará 10 días para ensamblar mesas y sillas. El tiempo total de trabajo será de 80 horas (8 x 10):

- Tiempo de ensamblaje:
Se requieren 2 horas para ensamblar una mesa y 30 minutos para ensamblar una silla y el tiempo total disponible es de 80 horas:

$$2\,M + 0{,}5\,S <= 80 \qquad (1)$$

- Los clientes compran entre 4 y 6 sillas con cada mesa (4 M < = S = < 6 M):

$$4\,M <= S$$

(colocando las incógnitas del lado izquierdo)

$$4\,M - S <= 0 \qquad (2)$$

$$S <= 6\,M$$

(colocando las incógnitas del lado izquierdo)

$$-6\,M + S <= 0 \qquad (3)$$

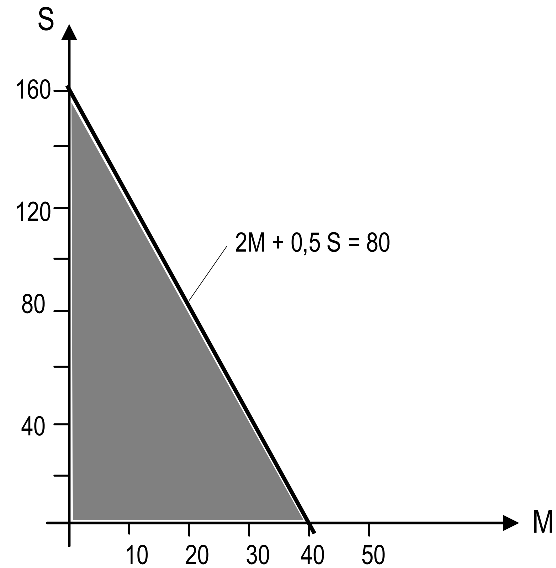
- Condición de no negatividad que implica que todas las *variables de decisión* sean positivas (valores mayores o iguales a cero)

$$M \; ; \; S >= 0 \qquad (4)$$

Solución Gráfica:

- **Estudiando la restricción 1:**

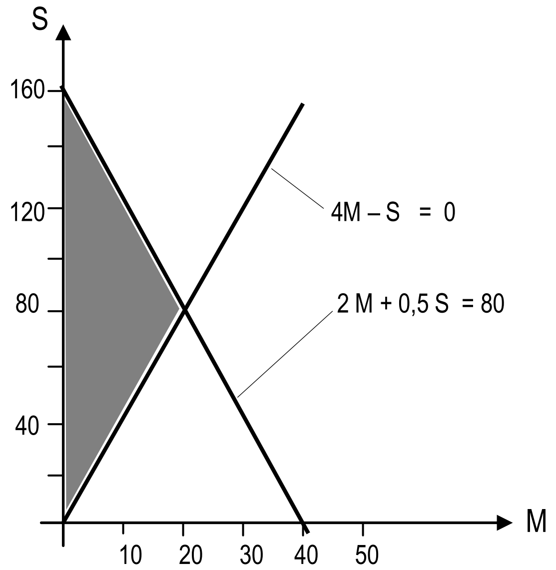
$$2\,M + 0{,}5\,S <= 80 \qquad (1)$$



-

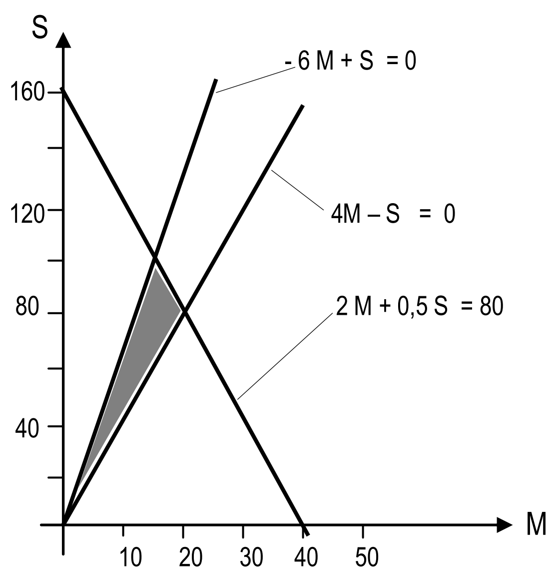
- ***Estudiando la restricción 2:***

4 M - S < = 0 (2)



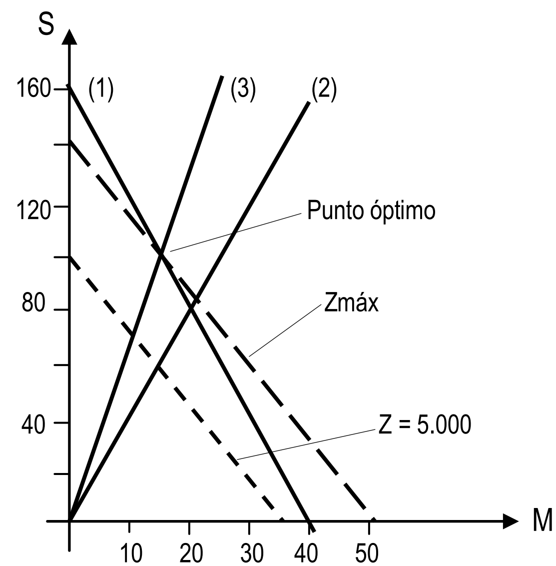
- ***Estudiando la restricción 3:***

- 6 M + S < = 0 (3)



- ***Utilizando el procedimiento de ensayo y error para:***

Z = 5.000



El punto óptimo (donde Z alcanza el máximo valor) es la intersección de las rectas (1) y (3) representado por el par ordenado (16 , 96) , donde:

M = 16 y S = 96

Lo que significa que para maximizar su utilidad BFC debe ensamblar 16 mesas y 96 sillas durante los 10 días.

La máxima utilidad se calcula sustituyendo estos valores en la función objetivo (Z).

$$Z = 135\,M + 50\,S \quad ; \quad Z = 135\,(16) + 50\,(96)$$

$$\mathbf{Z_{máx} = \$\ 6.960{,}oo}$$

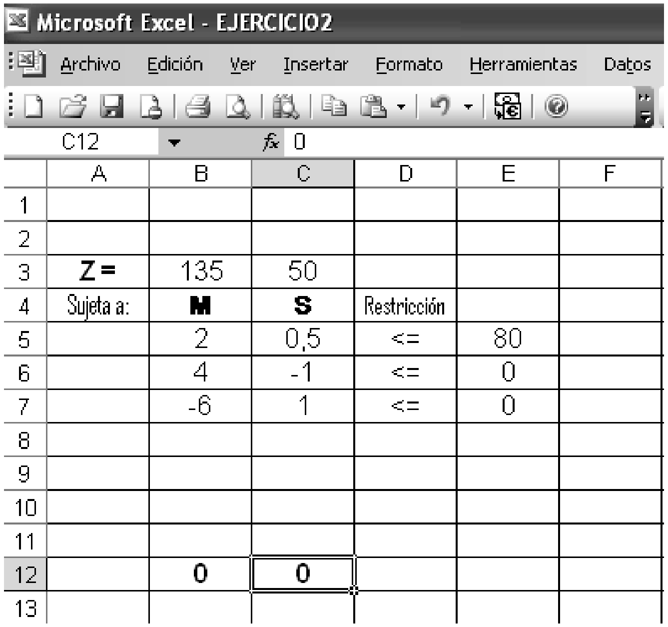
DESPLIEGUE Y SOLUCIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO EN LA HOJA DE CÁLCULO EXCEL:

El procedimiento es similar al utilizado en el Ejercicio 1.

Coloque en la FILA 3 los valores que acompañan las incógnitas o variables de decisión en la función objetivo Z.

*Introduzca las **restricciones** que aparecen en el modelo matemático.*

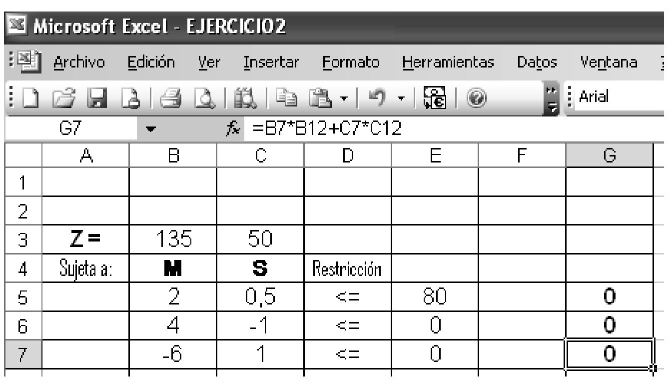
*Introduzca "ceros" en las celdas donde desea se reflejen los resultados de **M** y **S** (en este caso B12 y C12).*



	A	B	C	D	E	F
1						
2						
3	Z =	135	50			
4	Sujeta a:	M	S	Restricción		
5		2	0,5	<=	80	
6		4	-1	<=	0	
7		-6	1	<=	0	
8						
9						
10						
11						
12		0	0			
13						

*Introduzca las fórmulas en las celdas **G5, G6, y G7**; ellas reflejarán los valores que adquieren las condiciones de restricción una vez resuelto el problema.*

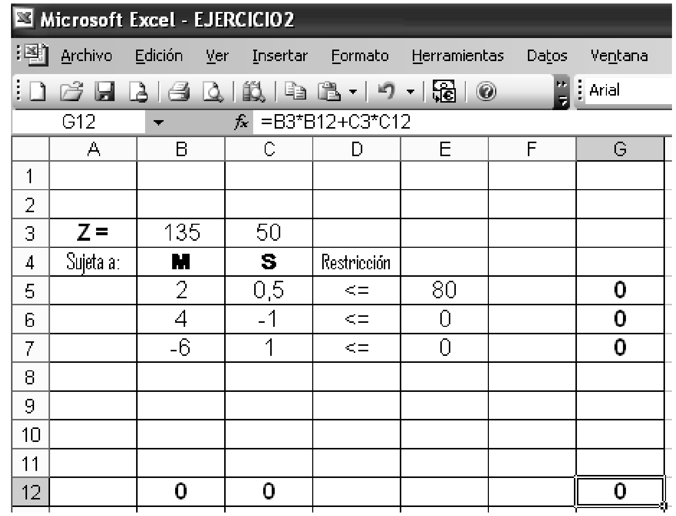
- *Celda G5* ***=B5*B12+C5*C12***
- *Celda G6* ***=B6*B12+C6*C12***
- *Celda G7* ***=B7*B12+C7*C12***



	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	Z =	135	50				
4	Sujeta a:	M	S	Restricción			
5		2	0,5	<=	80		0
6		4	-1	<=	0		0
7		-6	1	<=	0		0

Introduzca la fórmula de la función objetivo en la celda G12.

- *G12* ***=B3*B12+C3*C12***



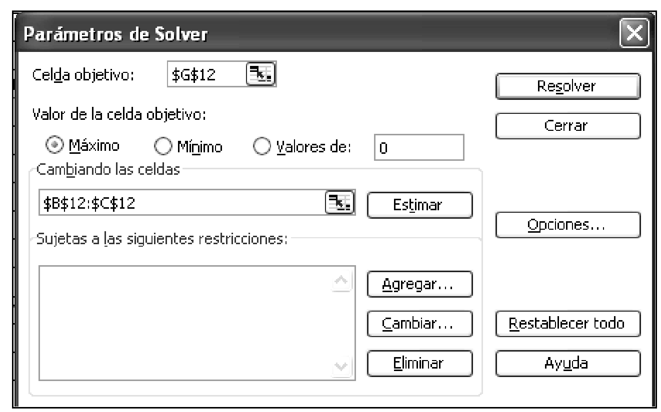
	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	Z =	135	50				
4	Sujeta a:	M	S	Restricción			
5		2	0,5	<=	80		0
6		4	-1	<=	0		0
7		-6	1	<=	0		0
8							
9							
10							
11							
12		0	0				0

*Haga clic en **"Solver"** y se mostrará un cuadro de diálogo **"Parámetros de Solver".***

*En el espacio superior izquierdo del cuadro de diálogo mostrado, donde se solicita la **celda objetivo** coloque **$G$12.***

*En los círculos blancos donde se solicita el **"valor de la celda objetivo"** indique **"Máximo"**. El modelo matemático pide maximizar Z.(haga clic sobre la palabra máximo).*

*En el espacio central izquierdo, donde se solicita **"cambiando las celdas"** indique las celdas donde se propuso anteriormente que se mostraran los resultados de cada incógnita. En este caso son las celdas B12 y C12, coloque **$B$12:$C$12.***



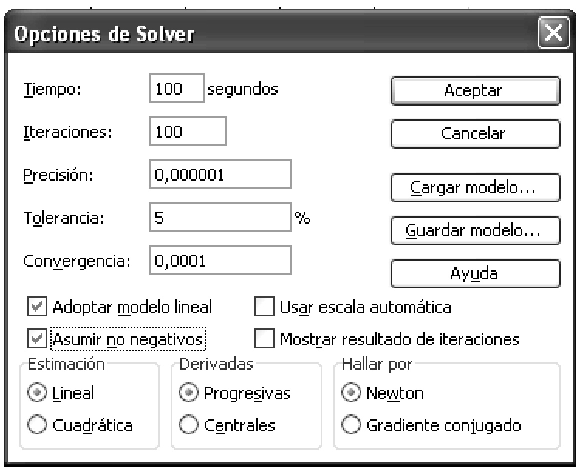
*En el espacio en blanco, en la parte inferior izquierda, **"Sujetas a las siguientes Restricciones"** indique las restricciones o condiciones del problema, para lo cual haga clic en **"Agregar".***

Todas las restricciones son del tipo **< =** *. En este caso se le ordena al programa que los valores de las celdas G5, G6 y G7 deben ser menores o iguales a los de las celdas E5, E6 y E7 respectivamente.*

- Coloque: ***$G$5:$G$7 <= $E$5:$E$7***

También puede hacerlo una a una como en el ejercicio anterior.

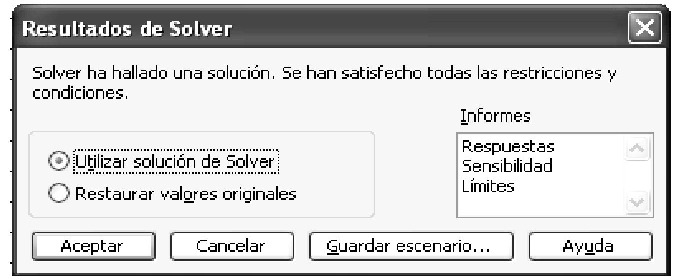
*Antes de pedir a ¨Solver" que resuelva el modelo, se elige el botón **"Opciones"** y aparecerá el cuadro de diálogo **"Opciones de Solver".***



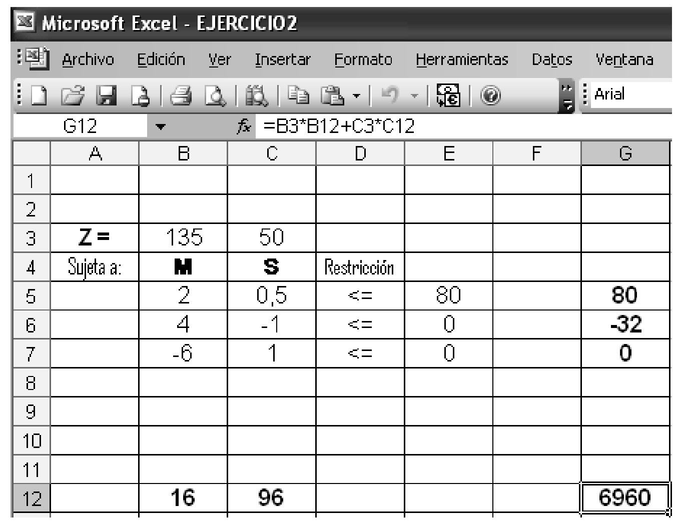
*Este cuadro permite especificar las opciones para resolver el modelo. Lo más importante son las opciones **"Adoptar Modelo Lineal"** y **"Asumir no negativos"** (asegúrese de hacer clic sobre ellos).*

*Con un clic en **"Aceptar"** se regresa al cuadro de diálogo **"Parámetros de Solver".***

*Ahora todo está listo para hacer clic en **"Resolver"** y después de unos segundos Solver indicará los resultados en las celdas B12 y C12, y en la celda objetivo (G12) aparecerá el valor máximo de la función objetivo (Zmáx). En el cuadro final **"Resultados de Solver"**, haga clic en **"Aceptar".***



Y aparecerá la hoja de resultados:



	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	Z =	135	50				
4	Sujeta a:	M	S	Restricción			
5		2	0,5	<=	80		80
6		4	-1	<=	0		-32
7		-6	1	<=	0		0
8							
9							
10							
11							
12		16	96				6960

Los resultados de este ejercicio se "leen" de la siguiente manera:

M = 16
S = 96

Para maximizar la utilidad BFC debe ensamblar 16 mesas y 96 sillas durante los 10 días.

La utilidad máxima que obtendrá al vender las cantidades indicadas anteriormente será de 6.690,oo dólares.

Zmáx = $ 6.690,oo

EJERCICIO 3 : **_Jack es un estudiante emprendedor de primer año de universidad. Jack quiere distribuir su tiempo disponible, de alrededor de 10 horas al día, entre el estudio y la diversión. Calcula que el juego es dos veces más divertido que el estudio. También quiere estudiar por lo menos tanto como juega. Sin embargo, Jack comprende que si quiere terminar todas sus tareas universitarias, no puede jugar más de cuatro horas al día._**

¿ Cómo debe distribuir Jack su tiempo para maximizar su satisfacción tanto en el estudio como en el juego.?

Respuesta:

Primero defino las variables de decisión que tratamos de determinar y en la pregunta, al final del enunciado, notamos que se refiere al tiempo para estudio y para juego que debe distribuir Jack.

Por lo tanto, las variables de decisión del modelo se pueden definir como:

Xe = *Horas de estudio al día.*

Xj = *Horas de juego al día.*

*Conociendo las variables, la siguiente tarea es encontrar la función objetivo. El objetivo es lograr la máxima satisfacción tanto en el estudio como en el juego. Si "**Z**" representa la satisfacción diaria y el juego es dos veces más divertido que el estudio, obtendremos que :*

$$Z = 2X_j + X_e$$

El último elemento del modelo aborda las restricciones que limitan el empleo del tiempo:

1) Jack quiere distribuir el tiempo disponible (< =) de alrededor de 10 horas al día, entre el estudio y la diversión:

$$X_j + X_e \leq 10$$

(Las horas destinadas al juego más las horas destinadas al estudio serán menores o iguales a 10 horas diarias que es el tiempo disponible de Jack)

2) Jack quiere estudiar por lo menos (> =) tanto como juega:

$$X_e \geq X_j \quad \text{que es igual a} \quad -X_j + X_e \geq 0$$

3) Jack comprende que si quiere terminar sus tareas no puede jugar más (< =) de 4 horas al día:

$$X_j \leq 4$$

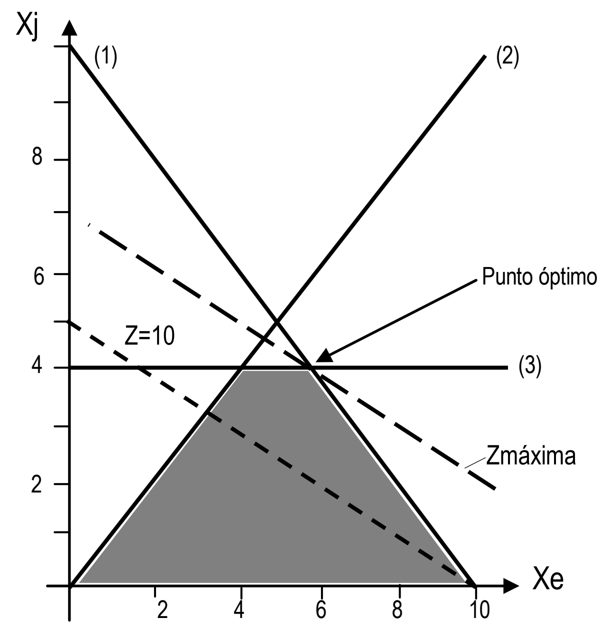
De manera que el Modelo de Programación Lineal (MPL) quedará expresado como:

MAXIMIZAR $\quad Z = 2X_j + X_e$

Sujeto a;

$$X_j + X_e \leq 10 \quad (1)$$
$$-X_j + X_e \geq 0 \quad (2)$$
$$X_j \leq 4 \quad (3)$$
$$X_j\ ,\ X_e \geq 0 \quad (4)$$

Solución Gráfica:



El punto óptimo (donde Z alcanza el máximo valor) es la intersección de las rectas (1) y (3) representado por el par ordenado (6 , 4) , donde:

$$X_e = 6 \quad y \quad X_j = 4$$

Lo que significa que para maximizar su satisfacción Jack dedicará 4 horas al juego y 6 horas diarias al estudio..

La máxima satisfacción se calcula sustituyendo estos valores en la función objetivo (Z).

$$Z = 2\,X_j + X_e \quad ; \quad Z = 2\,(4) + 6$$

$Z_{máx}$ **= 14 *"unidades de satisfacción"***

DESPLIEGUE Y SOLUCIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO EN LA HOJA DE CÁLCULO EXCEL:

El procedimiento es similar al utilizado en el Ejercicio 1.

Coloque en la FILA 3 los valores que acompañan las incógnitas o variables de decisión en la función objetivo Z.

*Introduzca las **restricciones** que aparecen en el modelo matemático.*

Introduzca "ceros" en las celdas donde desea se reflejen los resultados de ***Xj*** *y* ***Xe*** *(en este caso B12 y C12).*

*Introduzca las fórmulas en las celdas **G5, G6, y G7**; ellas reflejarán los valores que adquieren las condiciones de restricción una vez resuelto el problema.*

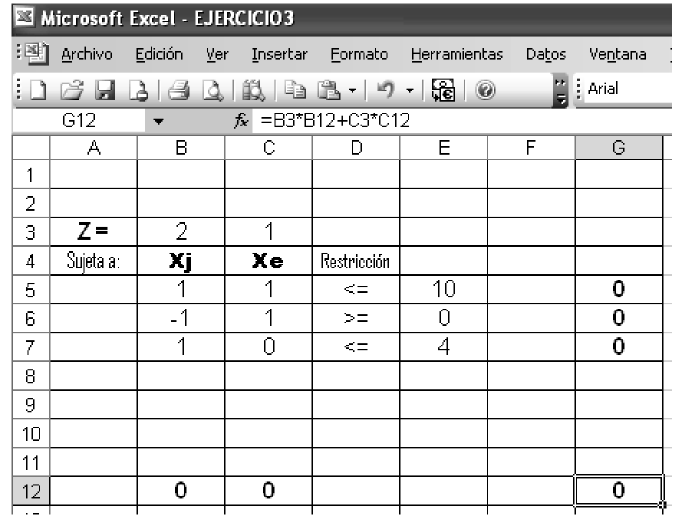
- Celda G5 ***=B5*B12+C5*C12***

- Celda G6 ***=B6*B12+C6*C12***

- Celda G7 ***=B7*B12+C7*C12***

Introduzca la fórmula de la función objetivo en la celda G12.

- G12 ***=B3*B12+C3*C12***



*Haga clic en **"Solver"** y se mostrará un cuadro de diálogo **"Parámetros de Solver".***

*En el espacio superior izquierdo del cuadro de diálogo mostrado, donde se solicita la **celda objetivo** coloque **$G$12.***

*En los círculos blancos donde se solicita el **"valor de la celda objetivo"** indique **"Máximo**". El modelo matemático pide maximizar Z.(haga clic sobre la palabra máximo).*

*En el espacio central izquierdo, donde se solicita **"cambiando las celdas"** indique las celdas donde se propuso anteriormente que se mostraran los resultados de cada incógnita. En este caso son las celdas B12 y C12, coloque **$B$12:$C$12.***

*En el espacio en blanco, en la parte inferior izquierda, **“Sujetas a las siguientes Restricciones”** indique las restricciones o condiciones del problema, para lo cual haga clic en **“Agregar”.***

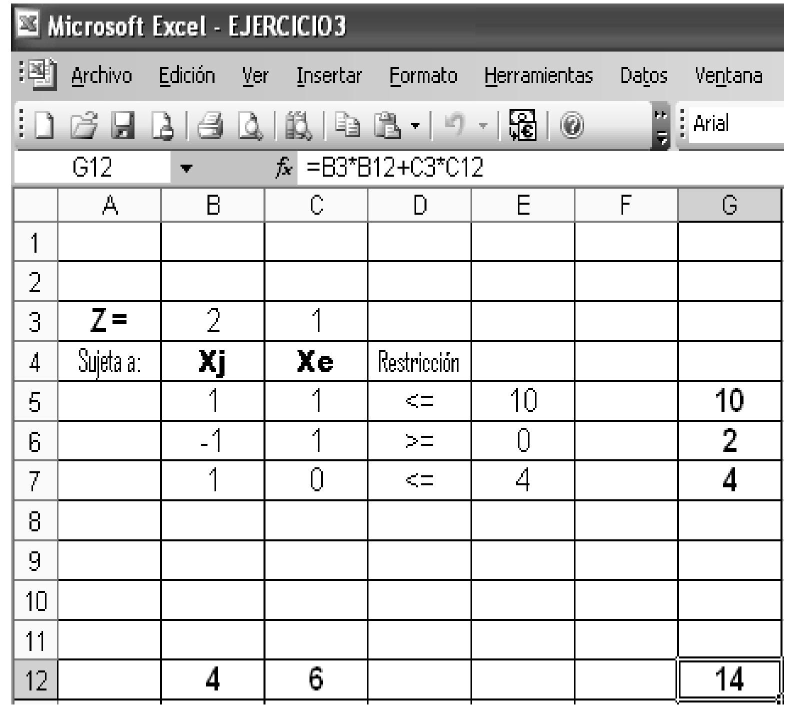
*Antes de pedir a ¨Solver” que resuelva el modelo, se elige el botón **“Opciones”** y aparecerá el cuadro de diálogo **“Opciones de Solver”.***

*Este cuadro permite especificar las opciones para resolver el modelo. Lo más importante son las opciones **“Adoptar Modelo Lineal”** y **“Asumir no negativos”** (asegúrese de hacer clic sobre ellos).*

*Con un clic en **“Aceptar”** se regresa al cuadro de diálogo **“Parámetros de Solver”.***

*Ahora todo está listo para hacer clic en **“Resolver”** y después de unos segundos Solver indicará los resultados en las celdas B12 y C12, y en la celda objetivo (G12) aparecerá el valor máximo de la función objetivo (Zmáx). En el cuadro final **“Resultados de Solver”,** haga clic en **“Aceptar”.***

Y aparecerá la hoja de resultados:



	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	**Z =**	2	1				
4	Sujeta a:	**Xj**	**Xe**	Restricción			
5		1	1	<=	10		**10**
6		-1	1	>=	0		**2**
7		1	0	<=	4		**4**
8							
9							
10							
11							
12		**4**	**6**				**14**

Los resultados de este ejercicio se “leen” de la siguiente manera:

Xj = 4
Xe = 6

Para maximizar su satisfacción, Jack dedicará 4 horas al juego y 6 horas diarias al estudio.

La máxima satisfacción que alcanzará Jack será de:

Zmáx = 14 “unidades de satisfacción”

EJERCICIO 4 : **El banco de Elkin está asignando un máximo de $ 200.000,oo para préstamos personales y de automóviles durante el próximo mes. El banco cobra 14% por préstamos personales y 12% por préstamos para automóviles. Ambos tipo de préstamos se liquidan al final de un período de un año. La experiencia muestra que alrededor del 3% de los préstamos personales y el 2% de los préstamos para automóviles nunca se liquidan. Por lo común, el banco asigna cuando menos el doble de los préstamos personales a los préstamos para automóviles.**

Determine la asignación óptima de fondo para los dos tipos de préstamos.

Respuesta:

Al analizar el enunciado del problema observamos claramente que las variables se relacionan con dos tipos de créditos:

Xa = *Cantidad de dinero asignada a los préstamos para autos.*

Xp = *Cantidad de dinero asignada a los préstamos personales.*

El objetivo principal está relacionado lógicamente con la mayor utilidad que obtendrá el banco con la asignación de esos dos tipos de préstamo. Por lo que debemos tener presente que la utilidad viene dada por la diferencia entre lo que obtengo y lo que pierdo o dejo de ganar.

Obtengo 14% por préstamos personales y 12% por préstamos para automóviles, pero después observo que nunca se liquidan o se pierden 3% de lo préstamos personales y 2% de los préstamos para autos.

Entonces la función objetivo puede ser expresada como:

$Z = (12\%\ Xa + 14\%\ Xp) - (2\%\ Xa + 3\%\ Xp)$

O también:

$Z = 12\%\ Xa - 2\%\ Xa + 14\%\ Xp - 3\%\ Xp$

$$Z = 10\%\ Xa + 11\%\ Xp$$

El modelo de PL quedará expresado como:

$$\textbf{MAXIMIZAR} \quad Z = 0,10\ Xa + 0,11\ Xp$$

Sujeta a las siguientes restricciones:

- *El banco está asignando un máximo de $200.00,oo para préstamos personales y de automóviles:*

$$Xa + Xp <= 200.000 \qquad (1)$$

- Por lo común el banco asigna cuando menos el doble de los préstamos personales a los préstamos para automóviles:

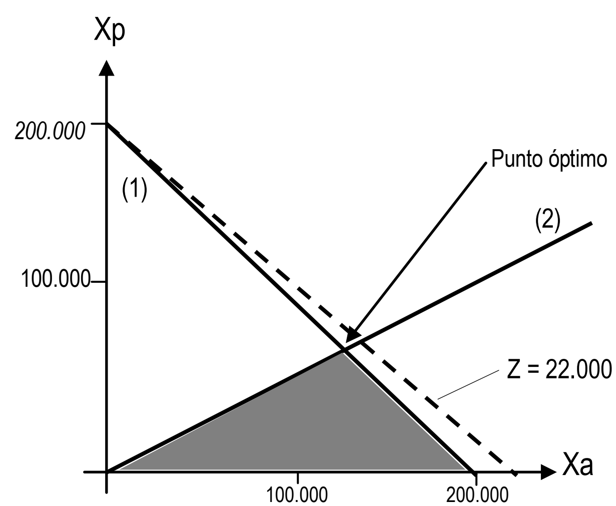
Xa >= 2 Xp que es igual a

$$Xa - 2\ Xp >= 0 \qquad (2)$$

- *Condición de no negatividad:*

$$Xa \ , \ Xp >= 0 \qquad (3)$$

Solución Gráfica:



Verifique que el punto (Xa =100.000, Xp =0) cumple con las dos restricciones.

El punto óptimo (donde Z alcanza el máximo valor) es la intersección de las rectas (1) y (2) representado por el par ordenado (133330 , 66670) , donde:

Xa = 133.330,oo y Xp = 66.670,oo

Lo que significa que para maximizar su utilidad el banco debe asignar $133.330,oo para préstamos de automóviles y $66.670,oo para préstamos personales.

La máxima utilidad se calcula sustituyendo estos valores en la función objetivo (Z):

$$Z = 0{,}10\,(133.330) + 0{,}11\,(66.670)$$

Zmáx = $ 20.667,oo

DESPLIEGUE Y SOLUCIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO EN LA HOJA DE CÁLCULO EXCEL:

El procedimiento es similar al utilizado en el Ejercicio 1.

Coloque en la FILA 3 los valores que acompañan las incógnitas o variables de decisión en la función objetivo Z.

*Introduzca las **restricciones** que aparecen en el modelo matemático.*

*Introduzca "ceros" en las celdas donde desea se reflejen los resultados de **Xa** y **Xp** (en este caso B12 y C12).*

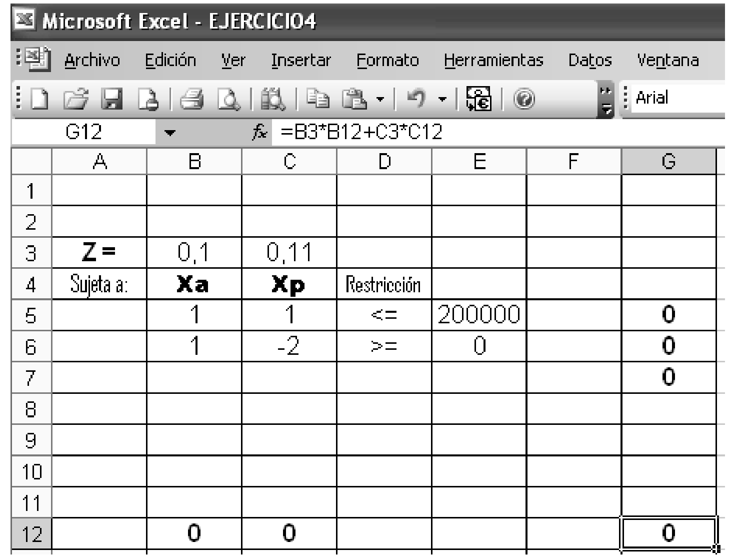
*Introduzca las fórmulas en las celdas **G5 y G6** ; ellas reflejarán los valores que adquieren las condiciones de restricción una vez resuelto el problema.*

- Celda G5 ***=B5*B12+C5*C12***

- Celda G6 ***=B6*B12+C6*C12***

Introduzca la fórmula de la función objetivo en la celda G12.

- G12 ***=B3*B12+C3*C12***



	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	Z =	0,1	0,11				
4	Sujeta a:	Xa	Xp	Restricción			
5		1	1	<=	200000		0
6		1	-2	>=	0		0
7							0
8							
9							
10							
11							
12		0	0				0

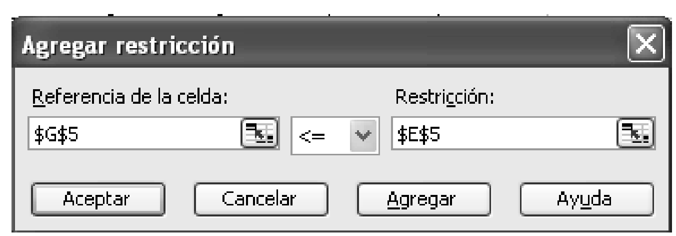
*Haga clic en **"Solver"** y se mostrará un cuadro de diálogo **"Parámetros de Solver".***

*En el espacio superior izquierdo del cuadro de diálogo mostrado, donde se solicita la **celda objetivo** coloque **$G$12.***

*En los círculos blancos donde se solicita el **"valor de la celda objetivo"** indique **"Máximo"**. El modelo matemático pide maximizar Z.(haga clic sobre la palabra máximo).*

*En el espacio central izquierdo, donde se solicita **"cambiando las celdas"** indique las celdas donde se propuso anteriormente que se mostraran los resultados de cada incógnita. En este caso son las celdas B12 y C12, coloque **$B$12:$C$12.***

*En el espacio en blanco, en la parte inferior izquierda, **"Sujetas a las siguientes Restricciones"** indique las restricciones o condiciones del problema, para lo cual haga clic en **"Agregar".***



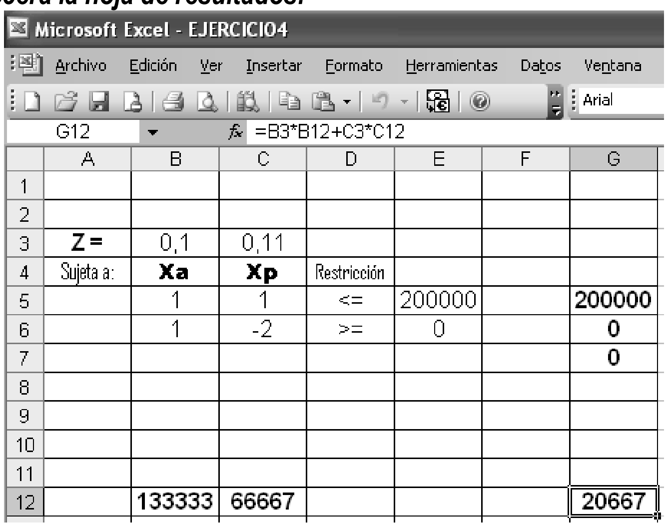
*Antes de pedir a ¨Solver" que resuelva el modelo, se elige el botón **"Opciones"** y aparecerá el cuadro de diálogo **"Opciones de Solver".***

*Este cuadro permite especificar las opciones para resolver el modelo. Lo más importante son las opciones **"Adoptar Modelo Lineal"** y **"Asumir no negativos"** (asegúrese de hacer clic sobre ellos).*

*Con un clic en **"Aceptar"** se regresa al cuadro de diálogo **"Parámetros de Solver".***

*Ahora todo está listo para hacer clic en **"Resolver"** y después de unos segundos Solver indicará los resultados en las celdas B12 y C12, y en la celda objetivo (G12) aparecerá el valor máximo de la función objetivo (Zmáx). En el cuadro final **"Resultados de Solver",** haga clic en **"Aceptar".***

Y aparecerá la hoja de resultados:



$$X_a = 133.333{,}oo$$
$$X_p = 66.667{,}oo$$

$$Z_{máx} = \$\ 20.667{,}oo$$

EJERCICIO 5 :

Popeye Canning tiene un contrato para recibir 60.000,oo libras de tomates maduros a 7 centavos de dólar por libra, con los cuales produce jugo de tomate enlatado, así como pasta de tomate. Los productos enlatados se empacan en cajas de 24 latas. Una lata de jugo requiere una libra de tomate y una lata de pasta solo requiere 1/3 de libra. La participación de mercado de la compañía se limita a 2000 cajas de jugo y 6000 cajas de pasta. Los precios de mayoreo por caja de jugo y de pasta son de 18 y 9 dólares respectivamente.

Desarrolle un programa de producción óptima para Popeye Canning.

Respuesta:

Es muy importante fijar o definir las unidades en que debemos trabajar; en este problema vemos que se enfoca muchas veces "cajas de 24 latas" cada una. Lo importante es tener claro que una vez escogida la "unidad de estudio" debo trabajar únicamente con dicha unidad. Como en este problema queremos desarrollar un programa óptimo de producción y los productos son cajas de 24 latas de jugo y pasta de tomate, las variables de decisión serán:

X_j = *Cajas de 24 latas de jugo de tomate a producir.*

X_p = *Cajas de 24 latas de pasta de tomate a producir.*

*La función objetivo se relacionará directamente con la utilidad o ganancia máxima, en tal sentido **el modelo de programación lineal quedará expresado como:***

$$\textbf{MAXIMIZAR} \qquad Z = 18\,X_j + 9\,X_p$$

Sujeta a las siguientes restricciones:

Como la "unidad de trabajo" escogida son cajas de 24 latas, las restricciones también tienen que ser indicadas en dichas unidades.

1) Una lata de jugo requiere una libra de tomate (24 latas requerirán 24 libras) y una lata de pasta solo requiere 1/3 de libra (24 latas requerirán 24 x 1/3 = 8 libras) y el total de libras de tomates que puedo utilizar es de 60.000,oo :

$$24\,X_j + 8\,X_p \leq 60.000 \qquad (1)$$

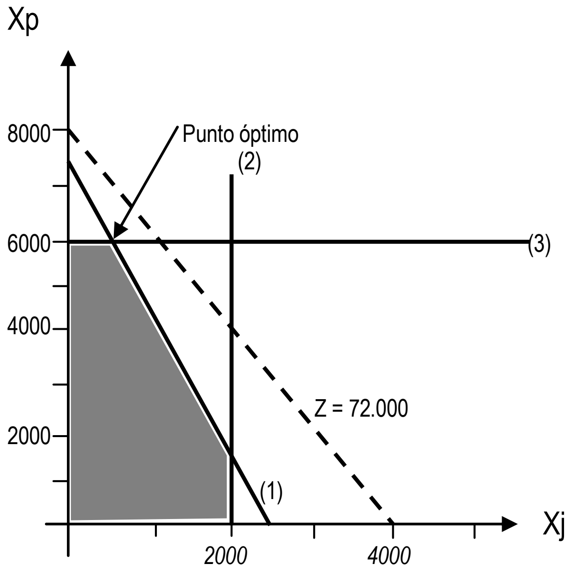
2) La participación de mercado de la compañía se limita a 2.000 cajas de jugo y 6.000 cajas de pasta:

$$X_j \leq 2.000 \qquad (2)$$
$$X_p \leq 6.000 \qquad (3)$$

- *Condición de no negatividad:*

$$X_j \ , \ X_p \ >= 0 \qquad (4)$$

Solución Gráfica:



Verifico que el punto (1000 , 1000) cumple con todas las restricciones. Esto nos reafirma que el área punteada es la zona factible de solución.

El punto óptimo (donde Z alcanza el máximo valor) es la intersección de las rectas (1) y (3) representado por el par ordenado (500 , 6000) , donde:

Xj = 500,oo y Xp = 6.000,oo

Lo que significa que para maximizar su utilidad la empresa debe producir 500 cajas de 24 latas de jugo de tomate y 6.000 cajas de 24 latas de pasta de tomate..

La máxima utilidad se calcula sustituyendo estos valores en la función objetivo (Z)

$$Z = 18\ (500) \ + \ 9\ (6.000)$$

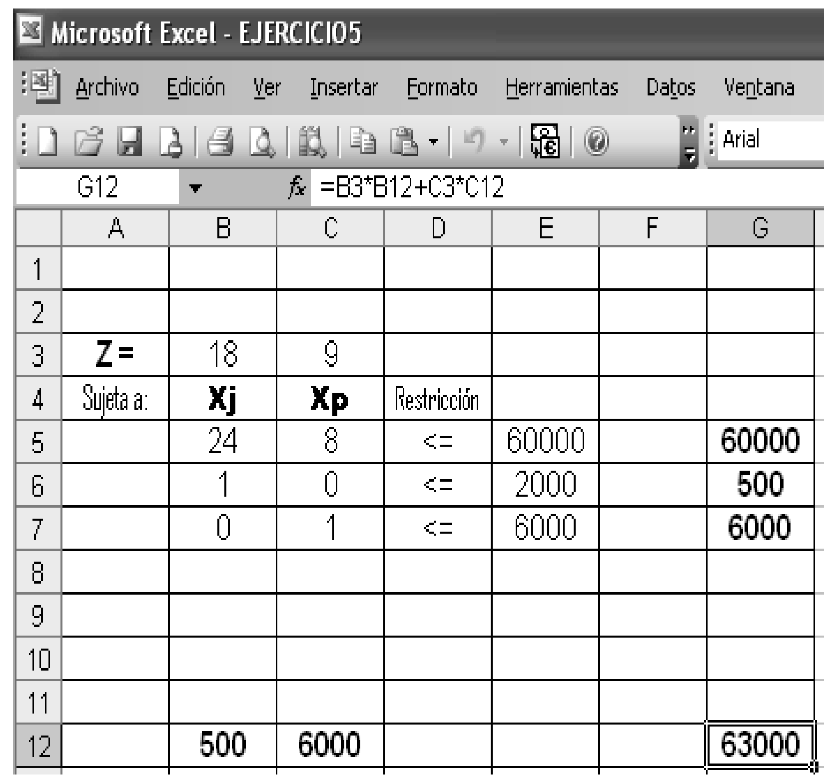
Zmáx = $ 63.000,oo

DESPLIEGUE Y SOLUCIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO EN LA HOJA DE CÁLCULO EXCEL:

El procedimiento es similar al utilizado en el Ejercicio 1.

Cuando se vaya a implementar el procedimiento que se señala en este texto es bueno aclarar que una vez que ya haya desplegado cualquier ejercicio en la hoja de cálculo Excel, se facilita el mismo debido a que puedo utilizar la misma hoja y solamente tengo que introducir los nuevos datos sobre los ya existentes, poniendo especial énfasis en cambiar las restricciones en Solver. Todos los demás pasos quedan intactos.

La hoja de resultados de este ejercicio será:



	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	Z =	18	9				
4	Sujeta a:	Xj	Xp	Restricción			
5		24	8	<=	60000		60000
6		1	0	<=	2000		500
7		0	1	<=	6000		6000
8							
9							
10							
11							
12		500	6000				63000

EJERCICIO 6 : ***Una empresa produce dos tipos de sombrero. El sombrero tipo 1 requiere el doble de tiempo de trabajo que el del tipo 2. Si todos los sombreros producidos únicamente son del tipo 2, la compañía puede producir un total de 400 sombreros al día. Los límites diarios del mercado son de 150 del tipo 1 y 200 del tipo 2. La utilidad del sombrero tipo 1 es de $ 8,oo y la del sombrero tipo 2 es de $ 5,oo.***

Determinar el número de sombreros de cada tipo que debe producir la empresa para obtener la máxima utilidad.

Respuesta:

El problema enfoca directamente la producción de dos tipos de sombrero, las variables serán:

***X1** = Sombrero tipo 1 a producir diariamente.*

***X2** = Sombrero tipo 2 a producir diariamente.*

*La función objetivo está relacionada directamente con la utilidad que genera la venta de dichos sombreros. **El modelo de programación lineal estará representado como:***

MAXIMIZAR $Z = 8\ X1 + 5\ X2$

Sujeta a las siguientes restricciones:

1) El sombrero tipo 1 requiere el doble de tiempo de trabajo que el del tipo 2.. Nótese que no se habla ni de mayor o menor, ni de máximo o mínimo, es decir no se habla de límites sino de igualdad, por lo tanto la restricción está dada por una igualdad:

$$2\,X1 = X2 \qquad (1)$$

En la mayoría de los problemas de PL trabajamos con restricciones del tipo (< =) o del tipo (> =) y se explicó que la recta graficada a partir de ellas dividía al plano en dos partes, una que cumplía con la restricción y la otra nó; en el caso de la restricción de Igualdad (=), como este caso, se grafica la recta y el punto óptimo se encontrará OBLIGATORIAMENTE contenido en ella y en el espacio que cumpla con todas las demás restricciones.

2) Si todos los sombreros producidos son del tipo 2, la compañía puede producir un total de 400 sombreros:

$$X2 <= 400 \qquad (2)$$

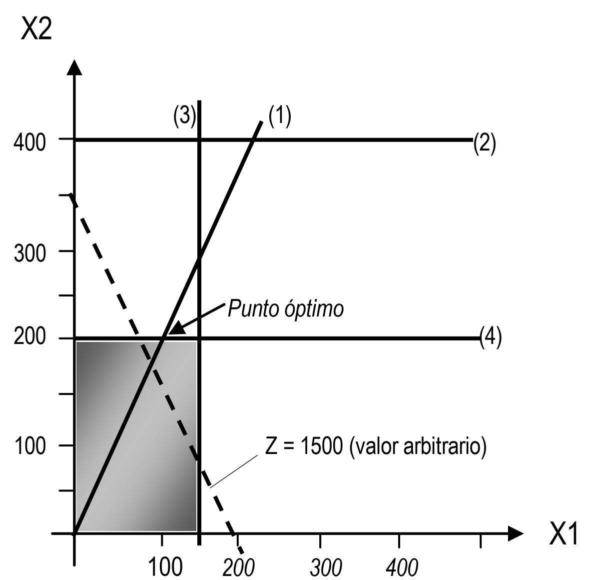
3) Los límites diarios del mercado son de 150 del tipo 1 y 200 del tipo 2:

$$X1 <= 150 \qquad (3)$$
$$X2 <= 200 \qquad (4)$$

- Condición de no negatividad:

$$X1\ ,\ X2 >= 0 \qquad (5)$$

Solución Gráfica:



El área punteada contiene los puntos que cumplen con las restricciones (2), (3) y (4) pero atendiendo que la restricción (1) es una igualdad, el punto óptimo se ubicará en dicha área pero contenido en la mencionada recta X2 = 2X1.

El punto óptimo (donde Z alcanza el máximo valor) es la intersección de las rectas (1) y (4) representado por el par ordenado (100 , 200) , donde:

$$X1 = 100 \quad y \quad X2 = 200$$

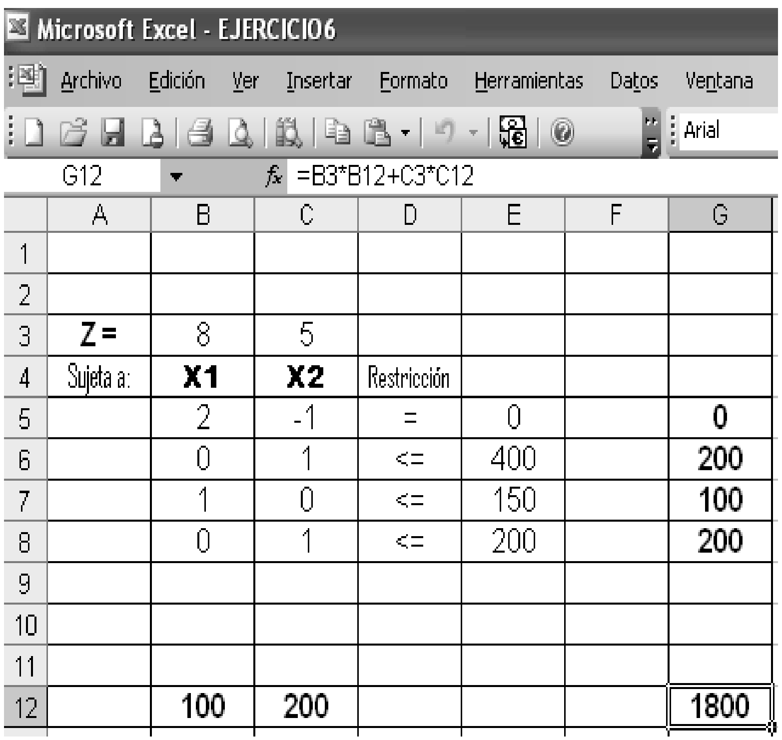
Lo que significa que para maximizar su utilidad la empresa debe producir diariamente 100 sombreros del tipo 1 y 200 sombreros del tipo 2.

La máxima utilidad se calcula sustituyendo estos valores en la función objetivo (Z):

$$Z = 8\ (100) + 5\ (200)$$

$$Zmáx = \$\ 1.800,oo$$

La hoja de resultados de este ejercicio será:


Microsoft Excel - EJERCICIO6

Archivo Edición Ver Insertar Formato Herramientas Datos Ventana

G12 =B3*B12+C3*C12

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	Z =	8	5				
4	Sujeta a:	X1	X2	Restricción			
5		2	-1	=	0		0
6		0	1	<=	400		200
7		1	0	<=	150		100
8		0	1	<=	200		200
9							
10							
11							
12		100	200				1800

EJERCICIO 7 :

Una Compañía que opera 10 horas al día fabrica cada uno de dos productos en tres procesos en secuencia. La siguiente tabla resume los datos del problema:

	Minutos por unidad			
Producto	Proceso 1	Proceso 2	Proceso 3	Utilidad
Producto 1	10	6	8	$ 2,00
Producto 2	5	20	10	$ 3,00

Determine la mezcla óptima de los dos productos:

Respuesta:

El problema enfoca directamente la producción de dos tipos de producto, las variables serán:

***X1** = Cantidad de producto 1 a fabricar diariamente.*

***X2** = Cantidad de producto 2 a fabricar diariamente.*

El objetivo es determinar la producción que genera mayor utilidad, por lo que el MPL quedará expresado como:

$$\textbf{MAXIMIZAR} \qquad Z = 2\ X1 + 3\ X2$$

Sujeta a las siguientes restricciones:

Es muy importante el enfoque que se haga de las unidades de trabajo, en la tabla se indican "minutos por unidad" de los tres procesos y en el enunciado del problema se dice que la compañía opera 10 horas al día, por lo tanto tengo que igualar las unidades (10 horas = 600 minutos) en conclusión debemos entender que no puedo dedicarle a ninguno de los tres procesos más de 600 minutos al día:

- *Proceso 1:*

$$10\ X1 + 5\ X2 <= 600 \qquad (1)$$

- *Proceso 2*

$$6\ X1 + 20\ X2 <= 600 \qquad (2)$$

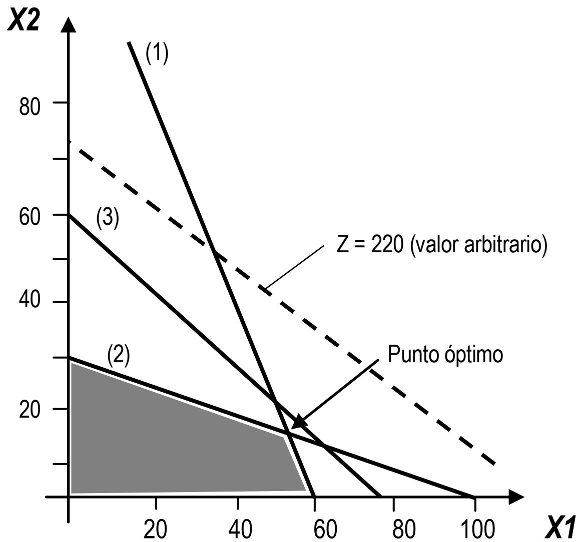
- *Proceso 3:*

$$8\ X1 + 10\ X2 <= 600 \qquad (3)$$

- Condición de no negatividad:

$$X1 \quad , \quad X2 \quad >= 0 \qquad (4)$$

Solución Gráfica:



El punto óptimo (donde Z alcanza el máximo valor) es la intersección de las rectas (1) y (2) representado por el par ordenado (52.94 , 14.12) , donde:

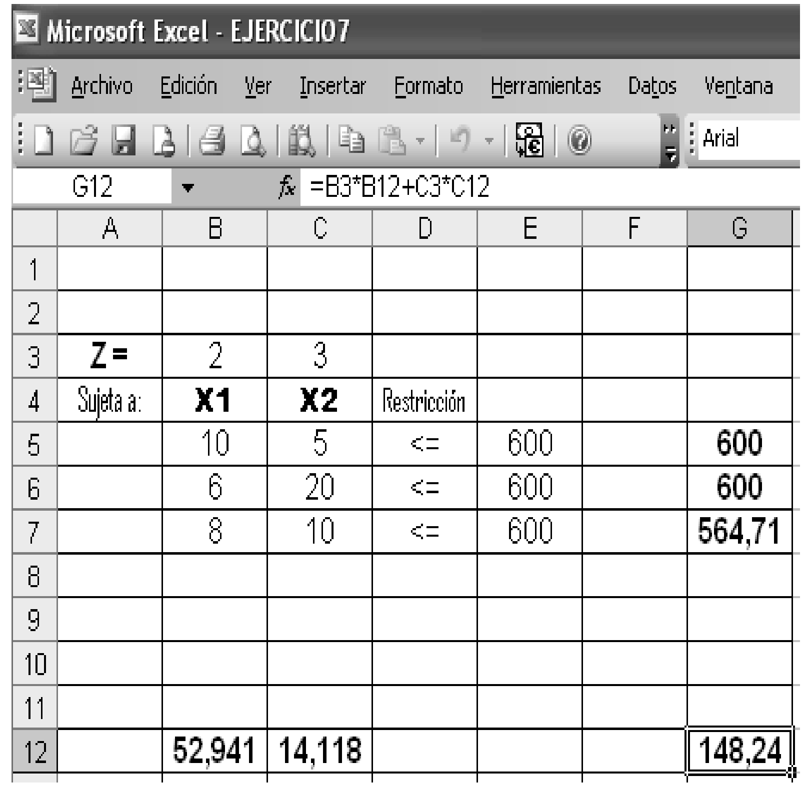
X1 = 52,94 y X2 = 14,12

Lo que significa que para maximizar su utilidad la empresa debe producir diariamente 52,94 unidades del producto 1 y 14,12 unidades del producto 2.

La máxima utilidad se calcula sustituyendo estos valores en la función objetivo (Z)

Z = 2 (52.94) + 3 (14.12)

Zmáx = $ 148,24


Microsoft Excel - EJERCICIO7
Archivo Edición Ver Insertar Formato Herramientas Datos Ventana
Arial
G12 fx =B3*B12+C3*C12

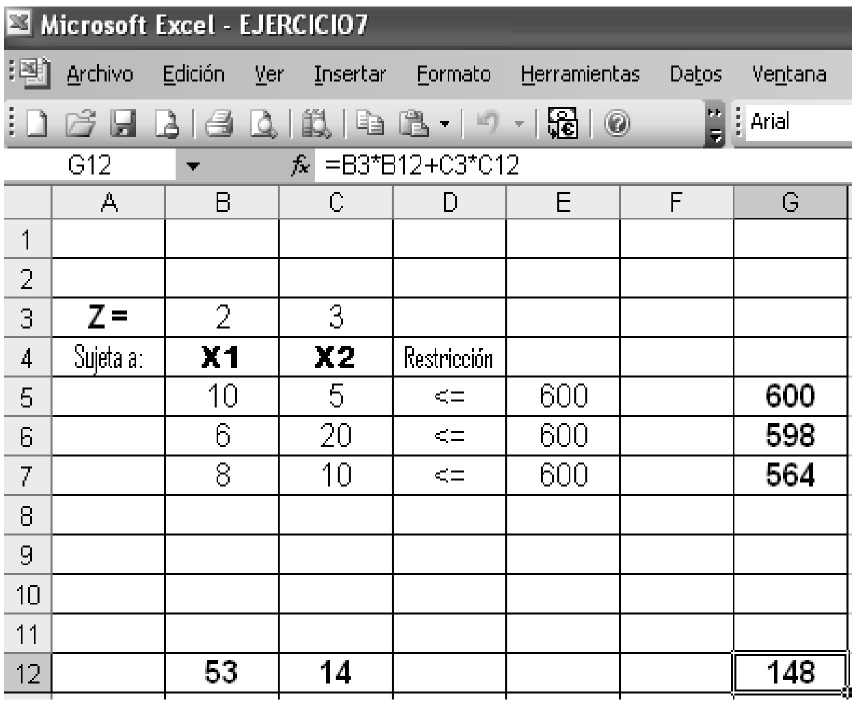
	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	**Z =**	2	3				
4	Sujeta a:	**X1**	**X2**	Restricción			
5		10	5	<=	600		**600**
6		6	20	<=	600		**600**
7		8	10	<=	600		**564,71**
8							
9							
10							
11							
12		52,941	14,118				148,24

***En muchos problemas prácticos, las variables de decisión o incógnitas tienen un sentido real si su valor es entero. Por ejemplo, si representan el número de unidades que se deben construir, personas que se deban asignar a una actividad, vehículos a fabricar o vender, máquinas a producir o utilizar, etc. Si es así, se trata de un problema de* PROGRAMACIÓN LINEAL ENTERA.**

Un problema de Programación Lineal Entera se despliega en EXCEL como lo hemos hecho con los problemas anteriores, pero con una restricción adicional que OBLIGA que los valores que se le asignen a las incógnitas sean *números enteros positivos.*

Si este fuera el caso del problema que acabamos de resolver, voy al paso* "AGREGAR RESTRICCIÓN" *y agrego:

Los resultados en Programación Lineal Entera serán:



	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	Z =	2	3				
4	Sujeta a:	X1	X2	Restricción			
5		10	5	<=	600		600
6		6	20	<=	600		598
7		8	10	<=	600		564
8							
9							
10							
11							
12		53	14				148

***Nota**. Aunque en este caso los resultados fueron similares, **No** se recomiendan las aproximaciones porque generalmente no representan la solución más favorable.*

EJERCICIO 8 :

Wyoming Electric Coop. Es propietaria de una planta generadora de energía con turbinas de vapor, debido a que Wyoming es rica en depósitos de carbón. Sin embargo, esto crea el problema de satisfacer los estándares de emisión. Las regulaciones de la Agencia de Protección Ambiental limitan la descarga de dióxido de azufre a 2000 partes por millón y la descarga de humo de las chimeneas de la planta a 20 libras por hora. La cooperativa recibe dos grados de carbones pulverizados, C1 y C2, para ser utilizados en la planta. Por lo común, los dos grados se mezclan antes de quemarlos. Por simplicidad, supondremos que el contaminante de azufre de la mezcla (en partes por millón) es un promedio ponderado de la proporción de cada grado en la mezcla. Los siguientes datos se basan en el consumo de una tonelada por hora de cada uno de los dos grados de carbón:

Grado de Carbón	Descarga de azufre (partes x millón)	Descarga de humo (libras x hora)	Vapor generado (libras x hora)
C1	1.800	2,10	12.000
C2	2.100	0,90	9.000

Determine la producción óptima para mezclar los dos grados de carbón:

Respuesta:

El problema enfoca directamente la proporción de dos tipos de carbón que debo mezclar para obtener la máxima generación de vapor. Las variables serán:

***C1** = Cantidad de carbón C1 (en toneladas) que debe contener la mezcla.*

***C2** = Cantidad de carbón C2 (en toneladas) que debe contener la mezcla.*

El Modelo de programación lineal (MPL) quedará expresado como:

MAXIMIZAR Z = 12.000 C1 + 9.000 C2

Sujeta a las siguientes restricciones:

*1)La descarga de dióxido de azufre está limitada (< =) a 2.000 partes por millón, pero se supone que el contaminante de la **MEZCLA** es un promedio ponderado de la proporción de cada grado de carbón en la **MEZCLA.***

En base a lo anteriormente indicado la restricción tendrá que enfocar en el miembro derecho de la desigualdad la cantidad de contaminante de azufre relacionado con la mezcla (mezcla = C1 + C2), entonces esta primera restricción quedará indicada:

$$1.800\ C1 + 2.100\ C2 \leq 2.000\,(C1 + C2)$$

que es igual a

$$-200\ C1 + 100\ C2 \leq 0 \qquad (1)$$

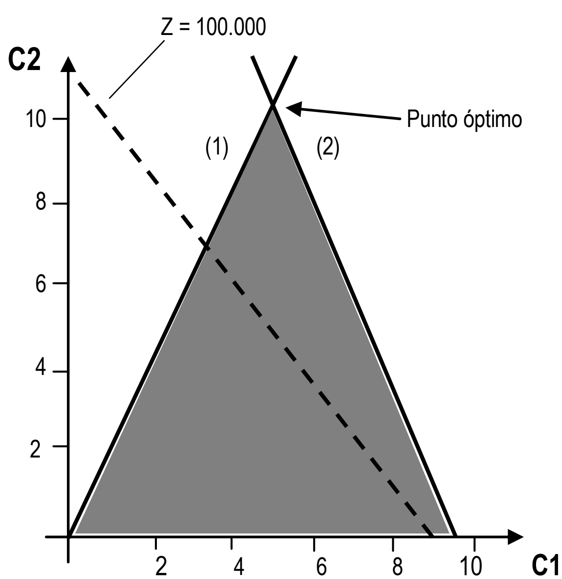
2) La descarga de humo de las chimeneas de la planta está limitada a 20 libras por hora (no se habla de mezcla) :

$$2{,}10\ C1 + 0{,}90\ C2 \leq 20 \qquad (2)$$

- Condición de no negatividad:

$$C1\ ,\quad C2 \geq 0 \qquad (3)$$

Solución Gráfica:



El punto óptimo (donde Z alcanza el máximo valor) es la intersección de las rectas (1) y (2) representado por el par ordenado (5,1282 ; 10,256) , donde:

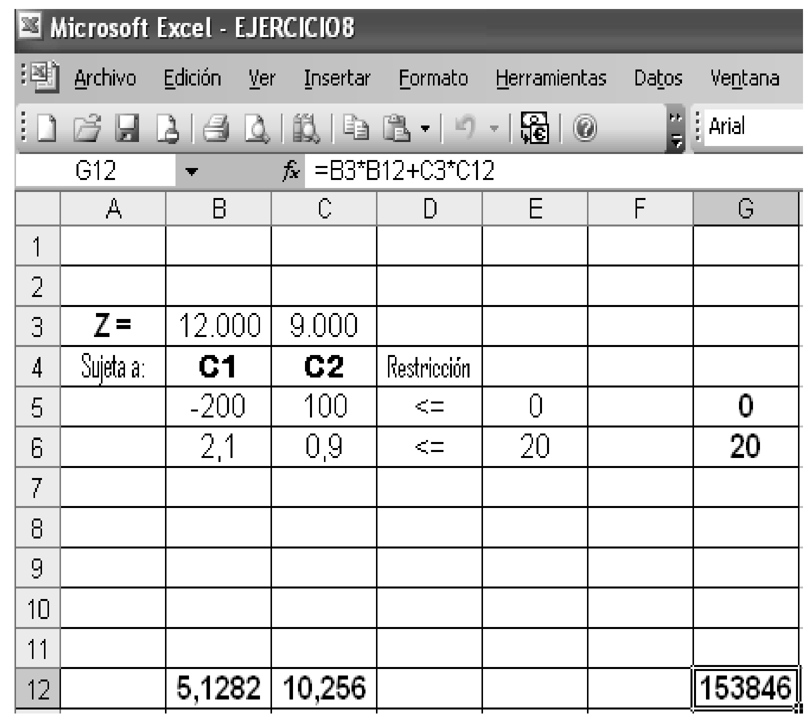
C1 = 5,1282 y C2 = 10,256

Lo que significa que para maximizar el vapor generado se deben mezclar 5,13 toneladas de carbón grado C1 y 10,26 toneladas de carbón grado C2.

La máxima generación de vapor se calcula sustituyendo estos valores en la función objetivo (Z):

$$Z = 12.000\,(5.1282) + 9.000\,(10.256)$$

Zmáx = 153.846 Libras de vapor


Microsoft Excel - EJERCICIO8

Archivo Edición Ver Insertar Formato Herramientas Datos Ventana

Arial

G12 =B3*B12+C3*C12

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	Z =	12.000	9.000				
4	Sujeta a:	C1	C2	Restricción			
5		-200	100	<=	0		0
6		2,1	0,9	<=	20		20
7							
8							
9							
10							
11							
12		5,1282	10,256				153846

EJERCICIO 9 : ***BGC fabrica camisas para caballeros y blusas para damas al almacén WD. El proceso de producción incluye corte, costura y empacado. BGC emplea a 25 trabajadores en el departamento de corte, a 35 en el departamento de costura y a 5 en el departamento de empacado. La fábrica trabaja un turno de 8 horas, sólo 5 días a la semana. La siguiente tabla proporciona los requerimientos de tiempo y la utilidad por unidad para las dos prendas.***

Minutos por unidad x trabajador

Prenda	*Corte*	*Costura*	*Empacado*	*Utilidad*
Camisas	*20*	*70*	*12*	*$ 2,50*
Blusas	*60*	*60*	*4*	*$ 3,20*

Determine el programa de producción semanal óptimo para BGC:

Respuesta:

El problema enfoca directamente la producción de dos tipos de prenda, camisas para caballeros y blusas para damas. Las variables de decisión quedarán expresadas como:

Xc = *Cantidad de camisas para caballeros que deben fabricarse semanalmente.*

Xb = *Cantidad de blusas para damas que deben fabricarse semanalmente.*

El Modelo de Programación Lineal (MPL) quedará expresado como:

MAXIMIZAR Z = 2,50 Xc + 3,20 Xb

Sujeta a las siguientes restricciones:

Volvemos a insistir en el cuidado que hay que tener al escoger las "unidades de trabajo", y lo hacemos al saber que es el error más común en que incurren los estudiantes. En este problema se nos pide el programa de producción semanal y los datos que nos suministra la tabla están en minutos, además en el enunciado del problema se señala turno de 8 horas durante 5 días a la semana. Al escoger cualquier unidad lo importante es hacer todas las conversiones necesarias.

Trabajando en minutos: Debo calcular cuantos minutos en la semana se trabajan en BGC = 60 minutos por 8 horas al día por 5 días a la semana (60x8x5) = 2.400 minutos de trabajo a la semana.

1) Departamento de corte emplea a 25 trabajadores. Los minutos máximos dedicados a corte serán de 2.400 minutos por semana por 25 trabajadores = 60.000 minutos:

$$20\ Xc + 60\ Xb <= 60.000 \qquad (1)$$

2) Departamento de costura = 2400 x 35 trabajadores = 84.000 minutos:

$$70\ Xc + 60\ Xb <= 84.000 \qquad (2)$$

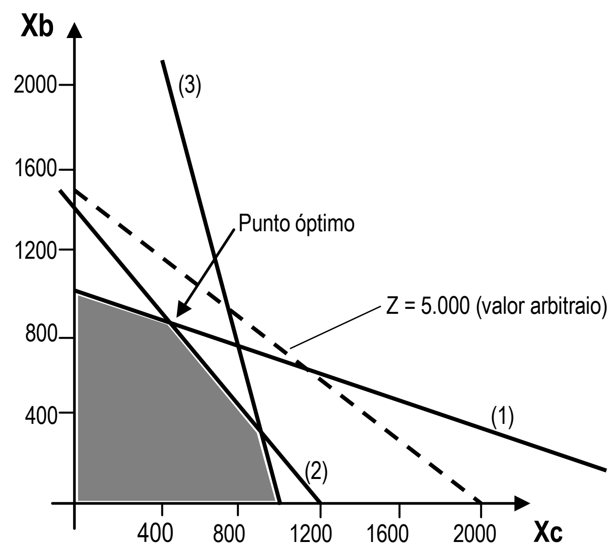
3) Departamento de empacado = 2400 x 5 trabajadores = 12.000 minutos.

$$12\ Xc + 4\ Xb <= 12.000 \qquad (3)$$

- Condición de no negatividad:

$$Xc \ ,\ Xb >= 0 \qquad (4)$$

Solución Gráfica:



El punto óptimo (donde Z alcanza el máximo valor) es la intersección de las rectas (1) y (2) representado por el par ordenado (480 , 840) , donde:

$$X_c = 480 \quad y \quad X_b = 840$$

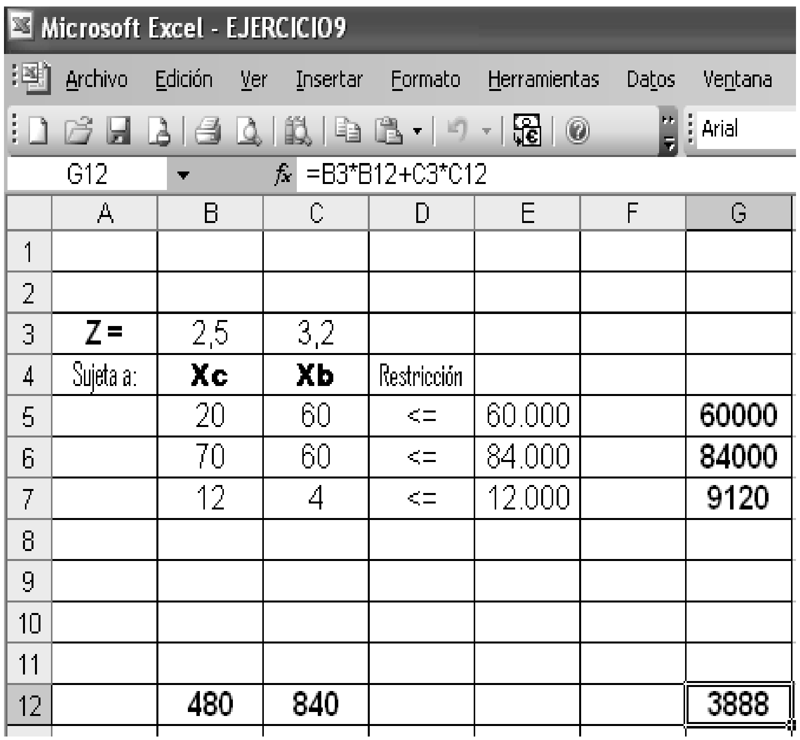
Lo que significa que para maximizar la utilidad BGC debe producir semanalmente 480 camisas para caballeros y 840 blusas para damas..

La máxima utilidad se calcula sustituyendo estos valores en la función objetivo (Z):

$$Z = 2{,}50\,(480) + 3{,}20\,(840)$$

$$\mathbf{Zmáx = \$\ 3.888{,}oo}$$

La hoja de resultados EXCEL será:



	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	Z =	2,5	3,2				
4	Sujeta a:	Xc	Xb	Restricción			
5		20	60	<=	60.000		60000
6		70	60	<=	84.000		84000
7		12	4	<=	12.000		9120
8							
9							
10							
11							
12		480	840				3888

EJERCICIO 10 :

Una línea de ensamble que consta de tres estaciones consecutivas produce dos modelos de radio HF1 y HF2. La siguiente tabla proporciona los tiempos de ensamblaje para las tres estaciones de trabajo.

Minutos por unidad		
Estación de trabajo	HF1	HF2
1	6	4
2	5	5
3	4	6

El mantenimiento diario de las estaciones 1, 2 y 3 consume 10%, 14% y 12%, respectivamente, del máximo de 480 minutos disponibles para cada estación, cada día.

La compañía desea determinar la mezcla óptima de productos que minimizará los tiempos inactivos (o no utilizados) en las tres estaciones de trabajo.

Respuesta:

Este problema requiere de un análisis muy detallado para visualizar el camino de resolución.
a) Se nos pide minimizar los tiempos inactivos o no utilizados, pero el enunciado del problema refiere solamente tiempos de ensamblaje.

b) Tomando en cuenta que la relación de las variables es con el tiempo de ensamblaje (según la tabla) es lógico concluir que MINIMIZAR "tiempos inactivos" es lo mismo que MAXIMIZAR "tiempos activos" o de ensamblaje.

Bajo las dos premisas anteriores puedo enfocar el problema de la siguiente manera:

Las variables de decisión estarán expresadas como:

***X1** = Cantidad de radios modelo HF1 a fabricar diariamente.*

***X2** = Cantidad de radios modelo HF2 a fabricar diariamente.*

La función objetivo, en base a lo apuntado en el aparte b, estará relacionada con lo que queremos optimizar y en este caso serán los tiempos de ensamblaje de cada modelo de radio:

Radio HF1 = 6 + 5 + 4 = 15 minutos.

Radio HF2 = 4 + 5 + 6 = 15 minutos.

El Modelo de Programación Lineal (MPL) quedará expresado como:

$$\textbf{MAXIMIZAR} \qquad Z = 15\,X1 + 15\,X2$$

Sujeta a las siguientes *restricciones:*

Se habla del mantenimiento diario en cada una de las estaciones, relacionado con el máximo de 480 minutos disponibles para cada estación, cada día. Entonces el tiempo máximo para ensamblaje será la diferencia de estos 480 minutos y el tiempo destinado al mantenimiento de cada estación:

- Estación 1:

(100% - 10%) 480 = .90 x 480 = 432

$$6\,X1 + 4\,X2 <= 432{,}00 \qquad (1)$$

- Estación 2 :

(100% - 14%) 480 = .86 x 480 = 412,80

$$5\,X1 + 5\,X2 <= 412{,}80 \qquad (2)$$

- Estación 3 :

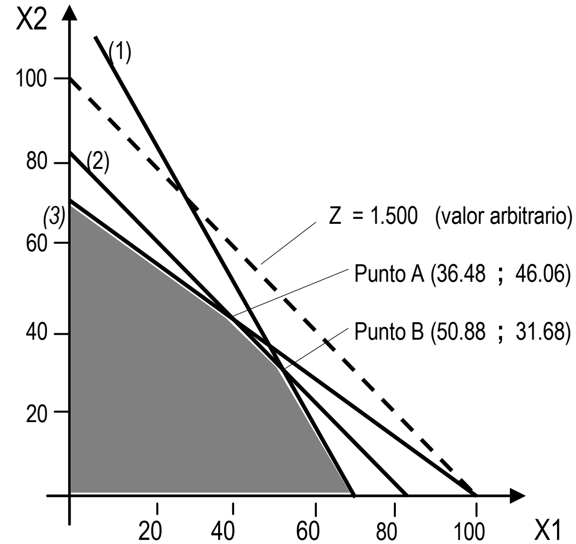
(100% - 12%) 480 = .88 x 480 = 422,40

$$4\,X1 + 6\,X2 <= 422{,}40 \qquad (3)$$

- Condición de no negatividad:

$$X1 \; , \; X2 \; >= 0 \qquad (4)$$

Solución Gráfica:



En este caso particular al estudiar la inclinación de la recta Z noto que es paralela a la recta de la restricción (2). Inclusive si le asigno a Z el valor = 1.238,40 notaremos que es la misma recta de la restricción (2).

$$5\,X1 + 5\,X2 = 412{,}80 \quad = \quad (15\,X1 + 15\,X2 = 1238{,}4)(1/3)$$

Cuando se presenten casos como este existen infinidades de puntos que podemos considerar óptimos y están representados o contenidos en el segmento de recta paralela a Z (arbitrario), que cumpla con todas las restricciones. En este caso en particular será el segmento de recta "AB" de la restricción (2).

Para cualquier punto de este segmento AB el valor de Z será el máximo.

Si analizamos el punto "A" (36.48 , 46.06):

$$Z = 15\,(36.48) + 15\,(46.06) = 1.238{,}40$$

- Si analizamos el punto "B" (50.88 , 31.68):

$$Z = 15\,(50.88) + 15\,(31.68) = 1.238{,}40$$

-Si analizamos otro punto entre A y B (42.56 , 40):

$$Z = 15\,(42.56) + 15\,(40) = 1.238{,}40$$

En conclusión, la mezcla se puede realizar de infinitas maneras, siempre y cuando esté representada por un punto sobre la recta (2) ubicado entre "A" y "B", ambos inclusive.

La mezcla óptima de productos que minimizará los tiempos inactivos (maximizará los tiempos activos) en las tres estaciones de trabajo se calcula sustituyendo estos valores en la función objetivo (Z):

***Zmáx = 1.238,40** minutos activos de ensamblaje diario*

La hoja de resultados será:

Microsoft Excel - EJERCICIO10

G12 f_x =B3*B12+C3*C12

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	Z =	15	15				
4	Sujeta a:	**X1**	**X2**	Restricción			
5		6	4	<=	432		**403,2**
6		5	5	<=	412,8		**412,8**
7		4	6	<=	422,4		**422,4**
8							
9							
10							
11							
12		36,48	46,08				1238,4

La hoja de resultados en Programación Lineal Entera será:

Microsoft Excel - EJERCICIO10

G12 f_x =B3*B12+C3*C12

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	Z =	15	15				
4	Sujeta a:	**X1**	**X2**	Restricción			
5		6	4	<=	432		**428**
6		5	5	<=	412,8		**410**
7		4	6	<=	422,4		**392**
8							
9							
10							
11							
12		**50**	**32**				1230

EJERCICIO 11 :

John debe trabajar por lo menos 20 horas a la semana para completar su ingreso mientras asiste a la escuela. Tiene la oportunidad de trabajar en dos tiendas. En la tienda 1 John puede trabajar entre 5 y 12 horas a la semana, y en la tienda 2 le permiten trabajar entre 6 y 10 horas semanales. Ambas tiendas pagan el mismo salario por hora. De manera que John quiere basar su decisión acerca de cuántas horas debe trabajar en cada tienda en un criterio diferente: el factor de STRES en el trabajo. Basándose en entrevistas con los empleados actuales, John calcula que, en una escala de 1 a 10, los factores del estrés son de 8 y 6 en las tiendas 1 y 2 respectivamente. Debido a que el estrés aumenta por hora, él supone que el estrés total al final de la semana es proporcional al número de horas que trabaja en la tienda.

¿ Cuántas horas debe trabajar en cada Tienda.?

Respuesta:

El problema enfoca directamente las horas de trabajo en cada una de las dos tiendas:

***X1** = Horas de trabajo semanal en la tienda 1.*

***X2** = Horas de trabajo semanal en la tienda 2.*

Cuando enfocamos la función objetivo notamos que lo que persigue John es trabajar en dos tiendas de manera que perciba el menor estrés a la semana.

El MPL quedará expresado como:

MINIMIZAR Z = 8 X1 + 6 X2

Sujeta a las siguientes restricciones:

- John debe trabajar por lo menos 20 horas semanales:

X1 + X2 > = 20 (1)

- En la tienda 1 puede trabajar entre 5 y 12 horas:

X1 > = 5 (2)

$$X1 <= 12 \qquad (3)$$

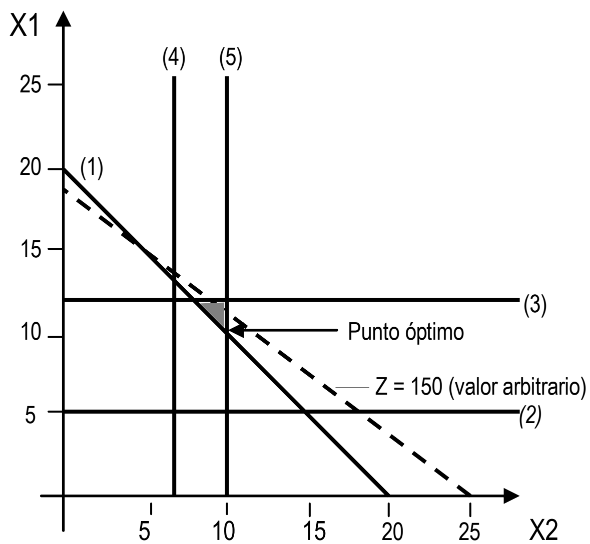
- En la tienda 2 puede trabajar entre 6 y 10 horas:

$$X2 >= 6 \qquad (4)$$
$$X2 <= 10 \qquad (5)$$

- Condición de no negatividad:

$$X1 \ , \ X2 >= 0 \qquad (6)$$

Solución Gráfica:



El punto óptimo (donde Z alcanza el mínimo valor) es la intersección de las rectas (1) y (5) representado por el par ordenado (10 , 10) , donde:

$$X1 = 10 \quad y \quad X2 = 10$$

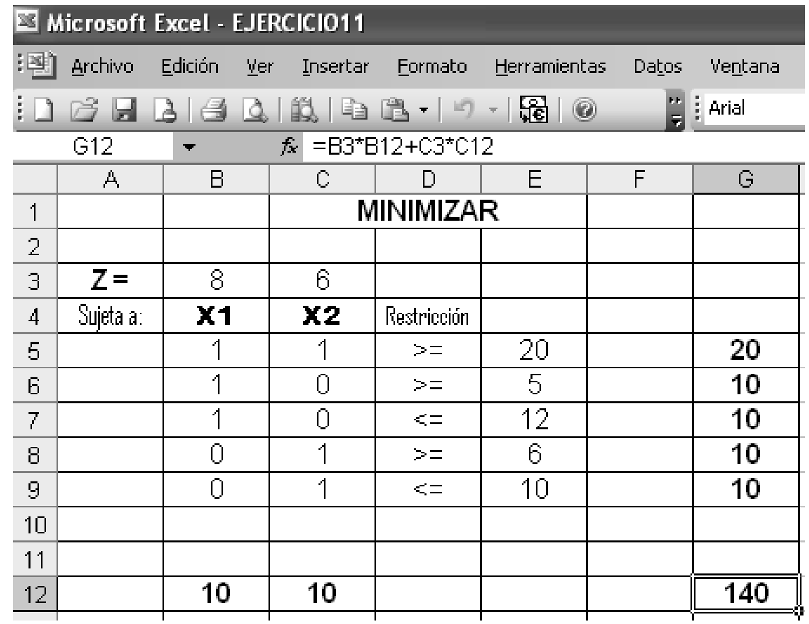
Lo que significa que para minimizar el estrés John debe trabajar 10 horas semanales en cada una de las dos tiendas..

La mínima cantidad de estrés generada se calcula sustituyendo estos valores en la función objetivo (Z):

$$Z = 8 \times 10 + 6 \times 10$$

Zmín = 140 *unidades de estrés*

La hoja de resultados será:



Microsoft Excel - EJERCICIO11

Archivo Edición Ver Insertar Formato Herramientas Datos Ventana

G12 =B3*B12+C3*C12

	A	B	C	D	E	F	G
1			MINIMIZAR				
2							
3	Z =	8	6				
4	Sujeta a:	X1	X2	Restricción			
5		1	1	>=	20		20
6		1	0	>=	5		10
7		1	0	<=	12		10
8		0	1	>=	6		10
9		0	1	<=	10		10
10							
11							
12		10	10				140

EJERCICIO 12 : ***Al realizar una inspección en una fábrica de calzados, obtuvimos la siguiente información:***

1) Se fabrican zapatos para damas, caballeros y niños y son vendidos al siguiente PVP por par:

- ***Zapatos para caballero a Bs 60.000,oo***
- ***Zapatos para dama a Bs 120.000,oo***
- ***Zapatos para niño a Bs 30.000,oo***

2) El costo de fabricación de cada par de calzado es:

- ***Zapatos para caballero Bs 30.000,oo***
- ***Zapatos para dama Bs 80.000,oo***
- ***Zapatos para niño Bs 15.000,oo***

3) Para fabricar un par de zapatos para caballero se utilizan: 0,20 metros de cuero tratado; 0,10 metros de suela, un par de tacones para caballero y 5 horas-hombre de trabajo.

4) Para fabricar un par de zapatos para dama se utilizan: 0,15 metros de cuero tratado; 0,10 metros de suela, un par de tacones para dama y 8 horas-hombre de trabajo.

5) En el depósito se inventarió el siguiente material:

- ***120,oo metros de cuero tratado.***
- ***70,oo metros de suela.***
- ***250 pares de tacones para caballero.***
- ***260 pares de tacones para dama.***
- ***65 suelas para zapatos de niño.***
- ***300 pares de trenza.***
- ***400 cajas para calzados.***
- ***800 bolsas para calzados.***

6) La empresa vende menos zapatos de niño que de caballero.

7) Se venden menos zapatos de niño que de dama.

8) La empresa vende semanalmente más de 100 pares de zapatos.

9) Las ventas de zapatos para caballero no superan el 75% de los de dama.
10) La empresa dispone de 2.400 horas-hombre a la semana.

11) El Gerente de la compañía quiere saber cuantos zapatos para dama y caballero debe fabricar semanalmente para tres escenarios distintos, a saber:

d) Maximizar la utilidad.
e) Maximizar los ingresos por PVP.
f) Minimizar los costos de fabricación.

Respuesta:

El problema enfoca directamente el número de calzados para caballero y para dama que se deben fabricar. Aunque aparezcan datos de calzados para niños no se toman en cuenta.

Las variables de decisión serán las siguientes:

Xc = *Cantidad de pares de calzados para caballero a fabricar semanalmente.*

Xd = *Cantidad de pares de calzados para dama a fabricar semanalmente..*

Como el gerente pide una información relacionada a PVP, utilidad y costos; es recomendable expresar las tres funciones objetivos:

- Tomando en cuenta el PVP:

$$Z_{PVP} = 60.000\ Xc + 120.000\ Xd$$

- Tomando en cuenta el costo:

$$Z_{costo} = 30.000\ Xc + 80.000\ Xd$$

- Tomando en cuenta la utilidad:

$$Z_{UTI} = Z_{PVP} - Z_{costo}$$

$$Z_{UTI} = 30.000\ Xc + 40.000\ Xd$$

Las restricciones son las mismas para cualquier objetivo que se plantee :

Es recomendable hacer el cuadro o tabla de requerimientos (donde se tomarán en cuenta únicamente lo que se necesita o utiliza para fabricar zapatos para caballero y zapatos para dama):

	Xc	Xd	Disponibilidad
CUERO TRATADO	0,20	0,15	120
SUELA	0,10	0,10	70
TACONES CAB.	1		250
TACONES DAM.		1	260
HORAS-HOMBRE	5	8	2.400

- Materia prima y mano de obra:

$$0,20\ Xc + 0,15\ Xd <= 120 \quad (1)$$

$$0,10\ Xc + 0,10\ Xd <= 70 \quad (2)$$

$$Xc \quad <= \quad 250 \qquad (3)$$

$$Xd <= \quad 260 \qquad (4)$$

$$5\ Xc \quad + \quad 8\ Xd <= \quad 2.400 \qquad (5)$$

- Condiciones de mercado:

La empresa vende semanalmente más de 100 pares de zapatos:

$$Xc + Xd >= 100 \qquad (6)$$

Las ventas de zapatos para caballero no superan el 75% de los de dama:

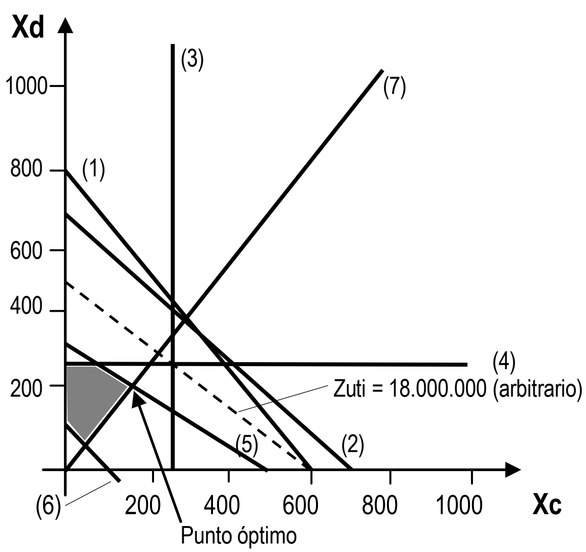
$$Xc <= 0{,}75\ Xd \qquad (7)$$

- Condición de no negatividad:

$$Xc \quad , \quad Xd \quad >= 0 \qquad (8)$$

Solución Gráfica:

Caso a) MAXIMIZAR LA UTILIDAD



El punto óptimo (donde Zuti alcanza el máximo valor) es la intersección de las rectas (5) y (7) representado por el par ordenado (153.19 , 204.26) , donde:

$$Xc = 153{,}19 \quad y \quad Xd = 204{,}26$$

Lo que significa que para maximizar la utilidad se deben producir semanalmente 153,19 pares de zapatos para caballero y 204,26 pares de zapatos para dama (ver nota al final de esta página).

La máxima utilidad se calcula sustituyendo estos valores en la función objetivo (Zuti):

$$Z_{UTI} = 30.000\ (153{,}19) + 40.000\ (204{,}26)$$

$$\mathbf{Z_{máx(uti)} = Bs\ 12.766.000{,}oo}$$

La hoja de resultados será:

Microsoft Excel - EJERCICIO12

Archivo Edición Ver Insertar Formato Herramientas Datos Ventana ?

G3

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	Z =	30.000	40.000				
4	Sujeta a:	**Xc**	**Xd**	Restricción			
5		0,2	0,15	<=	120		61,276596
6		0,1	0,1	<=	70		35,744681
7		1	0	<=	250		153,19149
8		0	1	<=	260		204,25532
9		5	8	<=	2.400		2400
10		1	1	>=	100		357,44681
11		1	-0,75	<=	0		0
12		153,19	204,26				12765957

Nota: *En muchos problemas prácticos, como en este caso, las variables de decisión o incógnitas tienen un sentido real si su valor es entero. Si es así, se trata de un problema de PROGRAMACIÓN LINEAL ENTERA.*

Los resultados en Programación Lineal Entera serán::

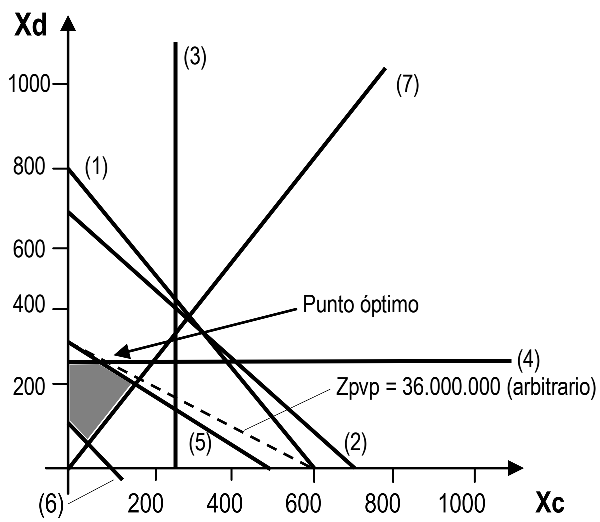
Microsoft Excel - EJERCICIO12

G12 =B3*B12+C3*C12

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	Z =	30.000	40.000				
4	Sujeta a:	**Xc**	**Xd**	Restricción			
5		0,2	0,15	<=	120		**61,15**
6		0,1	0,1	<=	70		**35,7**
7		1	0	<=	250		**152**
8		0	1	<=	260		**205**
9		5	8	<=	2.400		**2400**
10		1	1	>=	100		**357**
11		1	-0,75	<=	0		**-1,75**
12		**152**	**205**				**12760000**

Se deberán producir 152 pares de zapatos para caballeros y 205 pares de zapatos para damas, obteniéndose una utilidad máxima de Bs. 12.760.000,oo

Caso b) MAXIMIZAR LOS INGRESOS POR PVP:



El punto óptimo (donde Z_{PVP} alcanza el máximo valor) es la intersección de las rectas (4) y (5) representado por el par ordenado (64 , 260) , donde:

$$X_c = 64 \quad y \quad X_d = 260$$

Lo que significa que para maximizar los ingresos brutos por PVP se deben producir semanalmente 64 pares de zapatos para caballero y 260 pares de zapatos para dama..

El máximo ingreso bruto por PVP se calcula sustituyendo estos valores en la función objetivo (Z_{PVP}):

$$Z_{PVP} = 60.000 \ (64) + 120.000 \ (260)$$

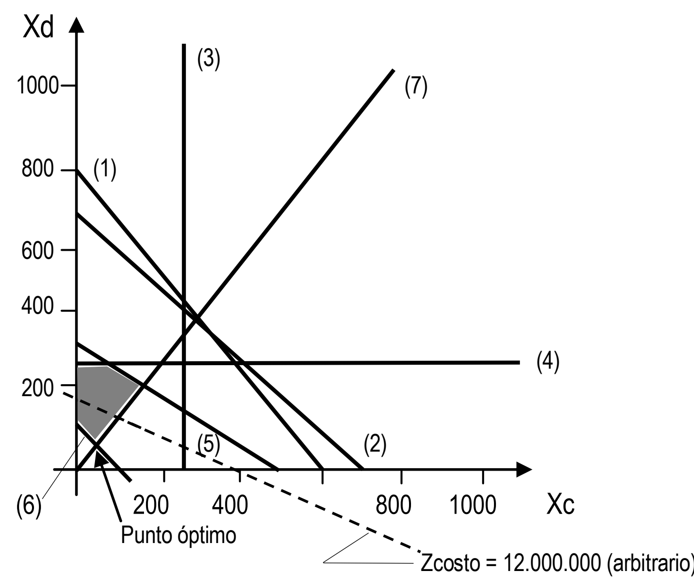
$$\mathbf{Z_{máx(PVP)} = Bs\ 35.040.000,oo}$$

Microsoft Excel - EJERCICIO12

G12 =B3*B12+C3*C12

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	Z =	60.000	120.000				
4	Sujeta a:	**Xc**	**Xd**	Restricción			
5		0,2	0,15	<=	120		**51,8**
6		0,1	0,1	<=	70		**32,4**
7		1	0	<=	250		**64**
8		0	1	<=	260		**260**
9		5	8	<=	2.400		**2400**
10		1	1	>=	100		**324**
11		1	-0,75	<=	0		**-131**
12		**64**	**260**				**35040000**

Caso c) MINIMIZAR LOS COSTOS DE FABRICACIÓN:



El punto óptimo (donde Z_{costo} alcanza el mínimo valor) es la intersección de las rectas (6) y (7) representado por el par ordenado (42.86 , 57.14) , donde:

$$X_c = 42.86 \quad y \quad X_d = 57.14$$

Lo que significa que para minimizar los costos de producción y seguir cumpliendo con todas las restricciones del mercado se deben producir semanalmente 42,86 pares de zapatos para caballero y 57,14 pares de zapatos para dama (ver nota al final de este ejercicio)..

El mínimo egreso por costos de producción se calcula sustituyendo estos valores en la función objetivo (Z_{costo}):

$$Z_{costo} = 30.000\ (42{,}86) + 80.000\ (57{,}14)$$

$$Z_{mín(COSTO)} = \text{Bs } 5.857.000{,}oo$$

Microsoft Excel - EJERCICIO12

Archivo Edición Ver Insertar Formato Herramientas Datos Ventana ?

G12 =B3*B12+C3*C12

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	Z =	30.000	80.000				
4	Sujeta a:	Xc	Xd	Restricción			
5		0,2	0,15	<=	120		17,142857
6		0,1	0,1	<=	70		10
7		1	0	<=	250		42,857143
8		0	1	<=	260		57,142857
9		5	8	<=	2.400		671,42857
10		1	1	>=	100		100
11		1	-0,75	<=	0		0
12		42,857	57,143				5857142,9

Nota: En muchos problemas prácticos, como en este caso, las variables de decisión tienen un sentido real si su valor es entero. Si es así, se trata de un problema de PROGRAMACIÓN LINEAL ENTERA. **No** se recomiendan las aproximaciones porque generalmente no representan la solución más favorable.

Los resultados en Programación Lineal Entera serán:

Microsoft Excel - EJERCICIO12

Archivo Edición Ver Insertar Formato Herramientas Datos Ventana ?

G12 =B3*B12+C3*C12

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	Z =	30.000	80.000				
4	Sujeta a:	Xc	Xd	Restricción			
5		0,2	0,15	<=	120		17,1
6		0,1	0,1	<=	70		10
7		1	0	<=	250		42
8		0	1	<=	260		58
9		5	8	<=	2.400		674
10		1	1	>=	100		100
11		1	-0,75	<=	0		-1,5
12		42	58				5900000

EJERCICIO 13 : **La empresa W.W tiene sólo tres empleados que hacen dos tipos de ventanas a mano: con marco de madera y con marco de aluminio. La ganancia es de $60 por cada ventana con marco de madera y de $30 por cada una con marco de aluminio. Doug hace marcos de madera y puede terminar 6 al día. Linda hace 4 marcos de aluminio por día. Bob forma y corta el vidrio y puede hacer 48 pies cuadrados de vidrio por día. Cada ventana con marco de madera usa 6 pies cuadrados de vidrio y cada una de aluminio, 8 pies cuadrados.**

La compañía desea determinar cuántas ventanas de cada tipo debe producir al día para maximizar la ganancia total.

Respuesta:

Identificamos las variables de decisión:

M *= Ventanas con marco de madera a fabricar diariamente.*
A *= Ventanas con marco de aluminio a fabricar diariamente.*

El objetivo de la compañía es ***MAXIMIZAR*** *la ganancia total, por lo que la "función objetivo" estará expresada como:*

$$Z = 60\,M + 30\,A$$

Sujeta a las siguientes restricciones:

- Doug hace 6 marcos de madera por día:

$$M <= 6 \qquad (1)$$

- Linda hace 4 marcos de aluminio al día:

$$A <= 4 \qquad (2)$$

- Bob forma y corta 48 pies de vidrio por día; cada ventana con marco de madera usa 6 pies de vidrio y cada una de aluminio, 8 pies:

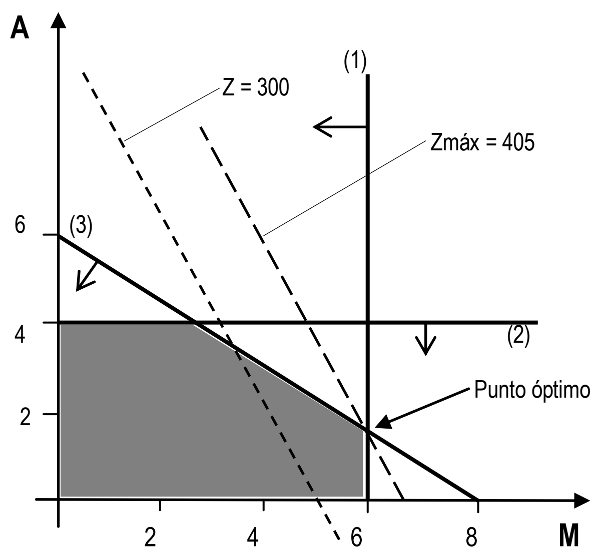
$$6\,M + 8\,A <= 48 \qquad (3)$$

- Condición de no negatividad:

$$M \;,\; A >= 0 \qquad (4)$$

/

Solución Gráfica:



El punto óptimo es la intersección de las rectas (1) y (3) representado por el par ordenado (6,1.5) ; donde:

$$M=6 \quad y \quad A=1.5.$$

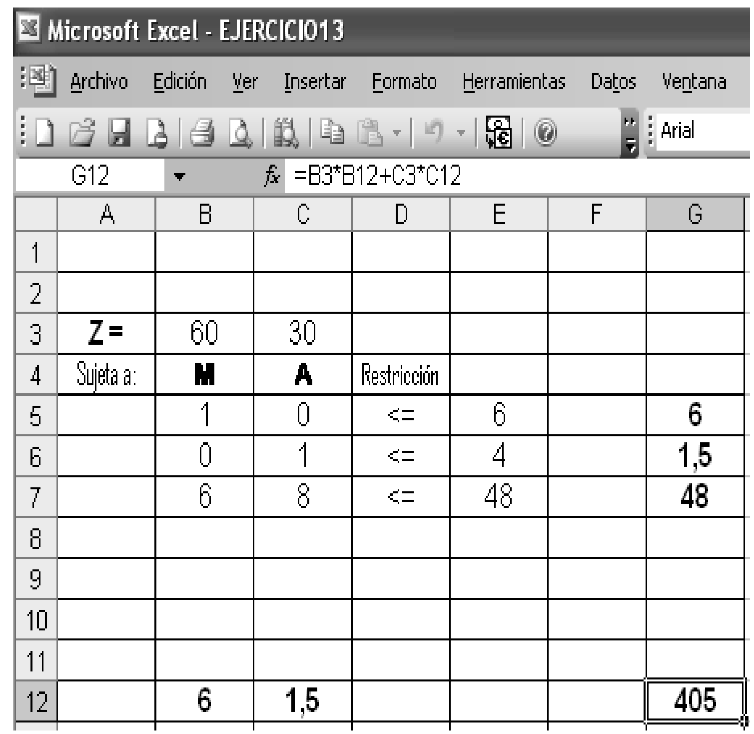
(Ver nota al final del ejercicio 12, relacionado con los valores enteros que deben tomar algunas variables de decisión))

Esto quiere decir que se deben fabricar diariamente 6 ventanas con marco de madera y 1.5 ventanas con marco de aluminio para obtener la máxima ganancia total que en este caso será de:

$$Z = 60\,M + 30\,A \quad ; \quad Z = 60\,(6) + 30\,(1.5) = 405.$$

$$Z_{máx} = \$\ 405{,}oo$$

La hoja de resultados será:


Microsoft Excel - EJERCICIO13

Archivo Edición Ver Insertar Formato Herramientas Datos Ventana

Arial

G12 fx =B3*B12+C3*C12

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	Z =	60	30				
4	Sujeta a:	M	A	Restricción			
5		1	0	<=	6		6
6		0	1	<=	4		1,5
7		6	8	<=	48		48
8							
9							
10							
11							
12		6	1,5				405

La solución en Programación Lineal Entera será:

Microsoft Excel - EJERCICIO13

G12 fx =B3*B12+C3*C12

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	Z =	60	30				
4	Sujeta a:	M	A	Restricción			
5		1	0	<=	6		**6**
6		0	1	<=	4		**1**
7		6	8	<=	48		**44**
8							
9							
10							
11							
12		**6**	**1**				390

EJERCICIO 14 :

La Apex Televisión Company debe decidir el número de televisores de 27 y 20 pulgadas producidos en una de sus fábricas. La investigación de mercado indica ventas de a lo más 40 televisores de 27 pulgadas y 10 de 20 pulgadas cada mes. El número máximo de horas-hombres disponibles es 500 por mes. Un televisor de 27 pulgadas requiere 20 horas hombres y uno de 20 requiere 10. Cada televisor de 27 pulgadas produce una ganancia de $120 y cada uno de 20 produce $80 de ganancia. Un distribuidor está de acuerdo en
comprar todos los televisores producidos si el número no excede al máximo indicado por el estudio de mercado

Respuesta:

Identificamos las variables de decisión:

X1 = *Cantidad de televisores de 27 pulgadas a fabricar en un mes.*
X2 = *Cantidad de televisores de 20 pulgadas a fabricar en un mes.*

El objetivo de la compañía es vender la mayor cantidad de televisores al distribuidor interesado.

El modelo PL quedará expresado como:

$$\text{MAXIMIZAR: } Z = 120\,X1 + 80\,X2$$

Sujeta a las siguientes restricciones:

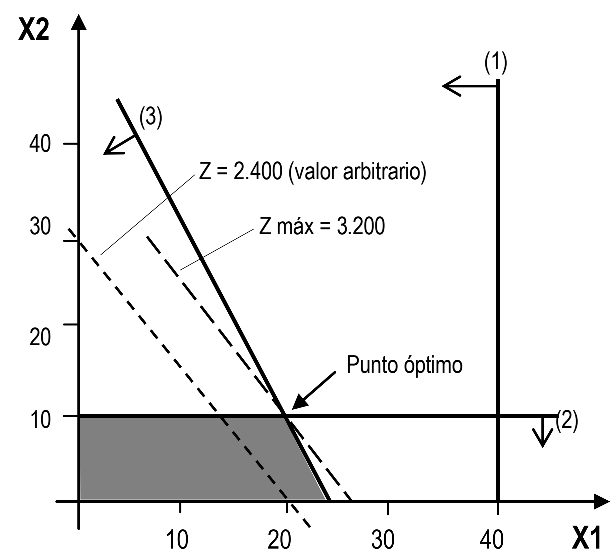
- La investigación de mercado indica ventas de a lo más 40 televisores de 27 pulg. Y 10 de 20 pulg. cada mes.

$$X1 \leq 40 \qquad (1)$$
$$X2 \leq 10 \qquad (2)$$

- El número máximo de horas-hombre disponibles es 500 por mes. Un TV de 27 pulg. requiere 20 horas-hombre y uno de 20 requiere 10.

$$20\,X1 + 10\,X2 \leq 500 \qquad (3)$$

Solución Gráfica:



El punto óptimo es la intersección de las rectas (2) y (3) representado por el par ordenado (20,10) ; donde :

X1= 20 y X2 = 10 .

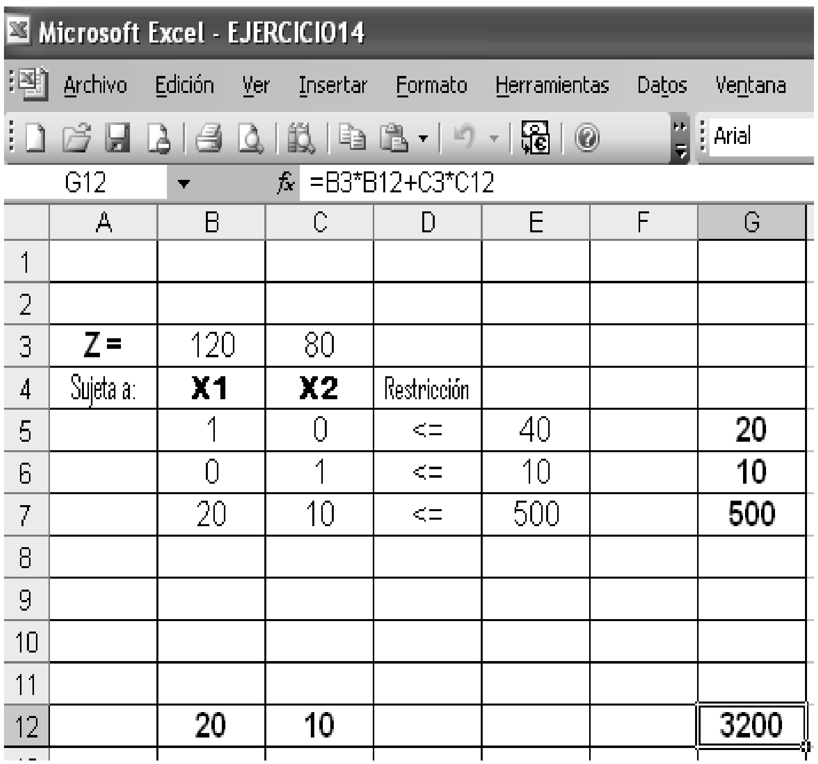
Esto quiere decir que se deben fabricar mensualmente 20 televisores de 27 pulgadas y 10 televisores de 20 pulgadas para obtener la máxima utilidad que en este caso será de:

$$Z = 120\,X1 + 80\,X2$$

$$Z = 120\,(20) + 80\,(10) = 3.200$$

Zmáx = $ 3.200,oo

La hoja de resultados será:



Microsoft Excel - EJERCICIO14

G12 =B3*B12+C3*C12

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	Z =	120	80				
4	Sujeta a:	X1	X2	Restricción			
5		1	0	<=	40		20
6		0	1	<=	10		10
7		20	10	<=	500		500
8							
9							
10							
11							
12		20	10				3200

EJERCICIO 15 :

La compañía WL produce dos dispositivos para lámparas (productos 1 y 2) que requieren partes de metal y componentes eléctricos. La administración desea determinar cuántas unidades de cada producto fabricar para maximizar la ganancia. Por cada unidad del producto 1 se requieren 1 unidad de partes de metal y 2 unidades de componentes eléctricos . Por cada unidad del producto 2 se necesitan 3 unidades de partes de metal y 2 unidades de componentes eléctricos. La compañía tiene 200 unidades de partes de metal y 300 de componentes eléctricos. Cada unidad del producto 1 da una ganancia de $ 1,oo y cada unidad del producto 2, hasta 60 unidades, da una ganancia de $ 2,oo. Cualquier exceso de 60 unidades del producto 2 no tiene ganancia, por lo que fabricar más de 60 está fuera de consideración.

Formule el modelo de PL, resuélvalo por el método gráfico y determine la ganancia total que resulta.

Respuesta:

Cuando nos encontremos con un problema donde se enfoque la materia prima utilizada para la elaboración de varios productos, es recomendable hacer una *"tabla de requerimientos"* para facilitar su resolución:

	Producto 1	Producto 2	Disponibilidad
Partes de metal	1	3	200
Comp.. Eléctrico	2	2	300
Ganancia	$ 1	$ 2	

Identificamos las *variables de decisión*:

X1 = Cantidad de unidades del producto 1 a fabricar.

X2 = Cantidad de unidades del producto 2 a fabricar.

El objetivo está claramente identificado en el enunciado del problema : " La administración desea determinar cuántas unidades de cada producto fabricar para MAXIMIZAR la ganancia".

El modelo de PL quedará expresado como:

MAXIMIZAR**: **Z = \$1 X1 + \$2 X2

Sujeta a las siguientes restricciones :

Tomando en cuenta la tabla de requerimientos (materia prima requerida y disponibilidad) :

- Partes de metal:

$$X1 + 3\,X2 \; < = \; 200 \qquad (1)$$

- Componentes eléctricos:

$$2\,X1 + 2\,X2 \; < = \; 300 \qquad (2)$$

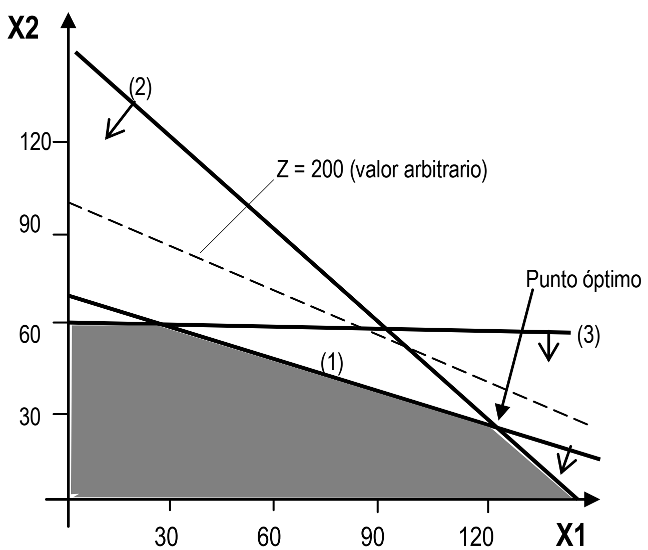
- Cualquier exceso de 60 unidades del producto 2 no tiene ganancia, por lo que fabricar más de 60 está fuera de consideración :

$$X2 \; < = \; 60 \qquad (3)$$

- Condición de no negatividad:

$$X1 \;\; , \;\; X2 \;\; > = \; 0 \qquad (4)$$

Solución Gráfica:



El punto óptimo es la intersección de las rectas (1) y (2) representado por el par ordenado (125, 25); donde :

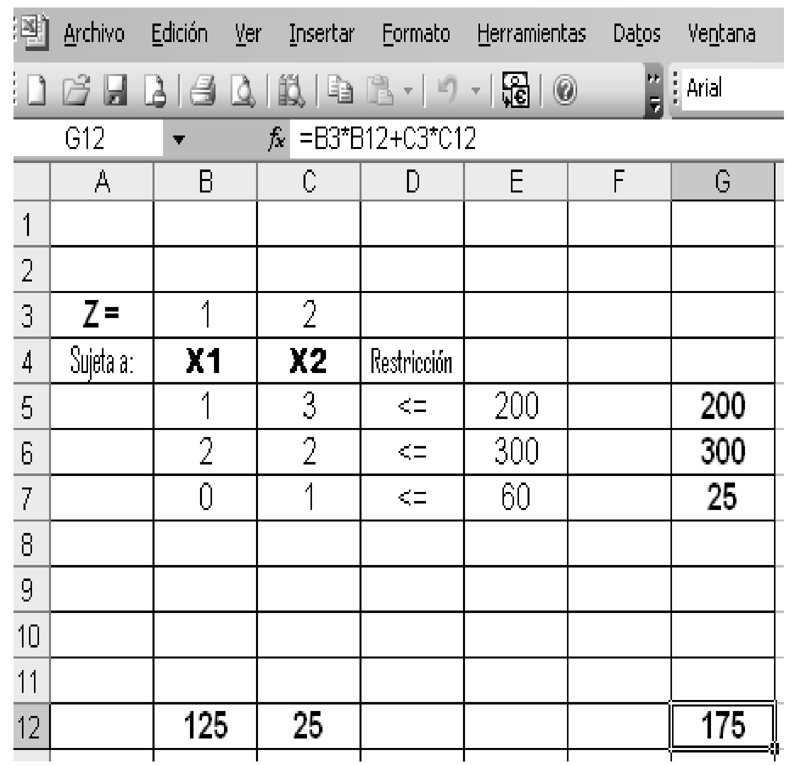
X1 = 125** y **X2 = 25

Esto significa que se deben fabricar 125 unidades del producto 1 y 25 unidades del producto 2 para obtener la máxima ganancia total que en este caso será:

Z = X1 + 2 X2 ; Z = 125 + 2 (25) = 175

Zmáx = \$ 175,oo

La hoja de resultados será:



Archivo Edición Ver Insertar Formato Herramientas Datos Ventana

Arial

G12 fx =B3*B12+C3*C12

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	Z=	1	2				
4	Sujeta a:	X1	X2	Restricción			
5		1	3	<=	200		200
6		2	2	<=	300		300
7		0	1	<=	60		25
8							
9							
10							
11							
12		125	25				175

EJERCICIO 16 : ***La Compañía manufacturera Omega descontinuó la producción de cierta línea de productos no redituable. Esto creó un exceso considerable en la capacidad de producción. La gerencia quiere dedicar esta capacidad a uno o más de tres productos, llamados producto 1, 2 y 3. En la siguiente tabla se resume la capacidad disponible de cada máquina que puede limitar la producción:***

Tipo de Máquina	Tiempo disponible (en horas por semana)
Fresadora	500
Torno	350
Rectificadora	150

El número de horas-maquinas requeridas para cada unidad de los productos respectivos es:

Coeficiente de productividad
(en horas-máquina por unidad)

Tipo de máquina	Producto 1	Producto 2	Producto 3
Fresadora	9	3	5
Torno	5	4	0
Rectificadora	3	0	2

El departamento de ventas indica que las ventas potenciales para los productos 1 y 2 exceden la tasa máxima de producción y que las ventas potenciales del producto 3 son 20 unidades por semana. La ganancia unitaria respectiva sería de $50, $20 y $25, para los productos 1,2 y 3. El objetivo es determinar cuántos productos de cada tipo debe producir la compañía para maximizar la ganancia

Respuesta:

Identificamos las variables de decisión:

X1 *= Cantidad de producto 1 que se debe fabricar semanalmente.*

X2 *= Cantidad de producto 2 que se debe fabricar semanalmente.*

X3 *= Cantidad de producto 3 que se debe fabricar semanalmente.*

El objetivo es determinar cuántos productos de cada tipo deben producir para MAXIMIZAR la ganancia. ***El modelo PL quedará expresado como :***

MAXIMIZAR Z = $50 X1 + $20 X2 + $25 X3

Sujeta a las siguientes restricciones:

Relacionando las horas-máquinas requeridas por unidad con el tiempo disponible semanalmente.

- Fresadora: ***9 X1 + 3 X2 + 5 X3 < = 500*** *(1)*
- Torno: ***5 X1 + 4 X2 + 0 X3 < = 350*** *(2)*
- Rectificadora: ***3 X1 + 0 X2 + 2 X3 < = 150*** *(3)*

- El departamento de ventas indica que las ventas potenciales del producto 3 son 20 unidades:

X3 = 20 *(4)*

- Condición de no negatividad:

X1 , X2 , X3 > = 0 *(5)*

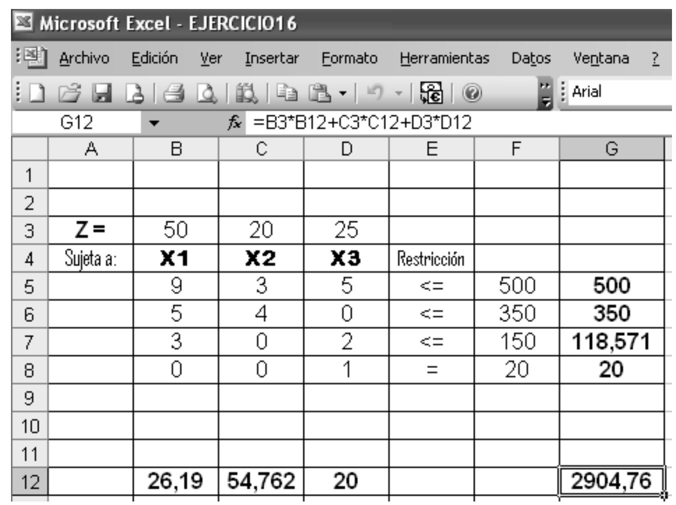
Solución:

Al utilizar cualquiera de los programas para computadoras de Programación lineal se obtienen los siguientes resultados.

Zmáx = $ 2.904,75

Para: (26.19, 54.76, 20)

X1 = 26,19 ; X2 = 54,76 ; X3 = 20



Microsoft Excel - EJERCICIO16

G12 =B3*B12+C3*C12+D3*D12

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	Z =	50	20	25			
4	Sujeta a:	X1	X2	X3	Restricción		
5		9	3	5	<=	500	500
6		5	4	0	<=	350	350
7		3	0	2	<=	150	118,571
8		0	0	1	=	20	20
9							
10							
11							
12		26,19	54,762	20			2904,76

Sin embargo, es bueno resaltar que aunque hablamos de tres incógnitas, se puede utilizar el método gráfico por conocer el valor de una de ellas. El departamento de ventas indica que las ventas potenciales del producto 3 son de 20 unidades.

EJERCICIO 17 : ***Un agricultor posee 20 cerdos que consumen 90 kilogramos de comida especial todos los días. El alimento se prepara como una mezcla de maíz y harina de soya con las siguientes composiciones:***

	Kgs por Kg de alimento			
Alimento	calcio	proteína	fibra	costo
Maíz	0,01	0,09	0,02	200
Harina de soya	0,02	0,60	0,06	300

Los requisitos diarios de alimento de los cerdos son:

1.- Cuando menos 1 % de calcio.
2.- Por lo menos 30 % de proteínas.
3.- Máximo 5 % de fibra.

Determine la mezcla con el mínimo de costo diario.

Respuesta:

Identificamos las variables de decisión :

Xm *= Kilogramos de maíz que debe tener la mezcla de 90 Kg.*

Xs *= Kilogramos de harina de soya que debe tener la mezcla de 90 Kg.*

El modelo PL se expresará como:

MINIMIZAR $\quad$ ***Z = 200 Xm + 300 Xs***

Sujeto a las siguientes restricciones:

20 *Se consumen 90 kg de comida especial todos los días.*

$$Xm + Xs = 90 \qquad (1)$$

Esta restricción de igualdad condiciona a que el punto óptimo se encuentre contenido en ella (similar a lo ya explicado en el ejercicio 6).

Al estudiar los requisitos diarios debo tener en cuenta que se relacionan porcentajes con la cantidad total de la mezcla (90 kg de comida).

- Calcio (cuando menos 1%) :

$$0,01\ Xm + 0,02\ Xs >= 1\%\ \text{de}\ 90$$

$$0.01\ Xm + 0,02\ Xs >= 0,9 \qquad (2)$$

- Proteínas (por lo menos 30%) :

$$0.09\ Xm + 0,60\ Xs >= 30\%\ \text{de}\ 90$$

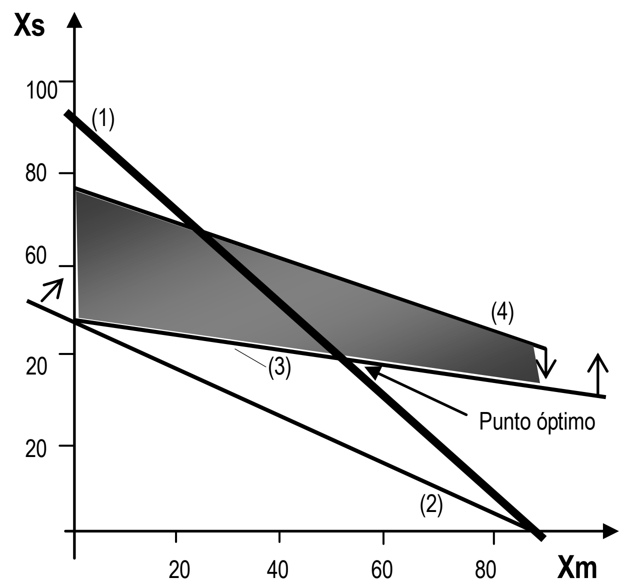
$$0,09\ Xm + 0,60\ Xs >= 27 \qquad (3)$$

- Fibra (máximo 5 %) :

$$0,02\ Xm + 0,06\ Xs <= 5\%\ \text{de}\ 90$$

$$0,02\ Xm + 0,06\ Xs <= 4,5 \qquad (4)$$

Solución Gráfica:



El punto óptimo es la intersección de las rectas (1) y (3) representado por el par ordenado (53, 37) ; donde :

$$Xm = 53{,}oo \quad y \quad Xs = 37{,}oo$$

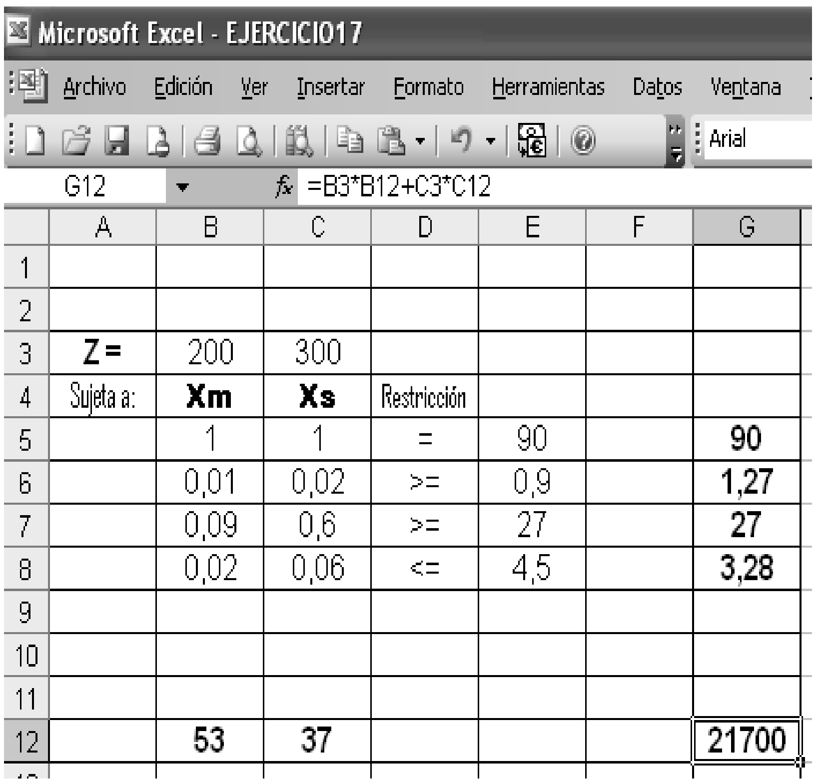
Esto significa que se deben mezclar 53 kilogramos de maíz con 37 kilogramos de harina de soya para preparar los 90 kilogramos de alimento para cerdos, de manera que se cumpla con los requisitos diarios de alimentos.

Para determinar el costo mínimo de la mezcla, basta meter los valores de las variables en la función objetivo, que en este caso será:

$$Z = 200\ (53) + 300\ (37)$$

$Z =$ Bs 21.700,oo (Z mínima)

La solución en Programación Lineal Entera será:


Microsoft Excel - EJERCICIO17

Archivo Edición Ver Insertar Formato Herramientas Datos Ventana

G12 =B3*B12+C3*C12

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	Z =	200	300				
4	Sujeta a:	Xm	Xs	Restricción			
5		1	1	=	90		90
6		0,01	0,02	>=	0,9		1,27
7		0,09	0,6	>=	27		27
8		0,02	0,06	<=	4,5		3,28
9							
10							
11							
12		53	37				21700

EJERCICIO 18 :

Hoy es su día de suerte. Acaba de ganar un premio de $10.000. Dedicará $4.000 a impuestos y diversiones, pero ha decidido invertir los otros $6.000. Al oír las nuevas, dos amigos le han ofrecido una oportunidad de convertirse en socio en dos empresas distintas, cada una planeada por uno de ellos. En ambos casos, la inversión incluye dedicar parte de su tiempo el siguiente verano y dinero en efectivo. Para ser un socio completo en el caso del primer amigo debe invertir $5.000 y 400 horas, y su ganancia estimada (sin tomar en cuenta el valor del dinero en el tiempo) sería $4.500. Las cifras correspondientes para el segundo caso son $4.000 y 500 horas, con una ganancia estimada de $4.500. Sin embargo, ambos amigos son flexibles y le permitirán participar con cualquier fracción de participación que quiera. Si elige una participación parcial, todas las cifras dadas para la sociedad completa (inversión de dinero y tiempo, y la ganancia) se pueden multiplicar por esta fracción.

Como de todas formas usted busca un trabajo de verano interesante (máximo 600 horas), ha decidido participar en una o ambas empresas en alguna combinación que maximice su ganancia total estimada. Usted debe resolver el problema de encontrar la mejor combinación.

Respuesta:

Identificamos las variables de decisión :

X_1 *=Fracción de participación en el negocio planteado por el amigo 1*

X_2 *=Fracción de participación en el negocio planteado por el amigo 2*

Se recomienda elaborar la "tabla de requerimientos" para visualizar mejor el problema:

	X1	X2	Disponible
Dinero	5.000	4.000	6.000
Tiempo	400	500	600
Utilidad	$ 4.500	$ 4.500	

La función objetivo se relaciona directamente con la utilidad o ganancia máxima que se alcance en los dos negocios.

El MPL quedará expresado como:

$$\textbf{MAXIMIZAR} \qquad Z = 4.500\ X1 + 4.500\ X2$$

Sujeta a las siguientes restricciones:

- Requerimiento y disponibilidad de dinero:

$$5.000\ X1 + 4.000\ X2 <= 6.000 \qquad (1)$$

- Requerimiento y disponibilidad de tiempo:

$$400\ X1 + 500\ X2 <= 600 \qquad (2)$$

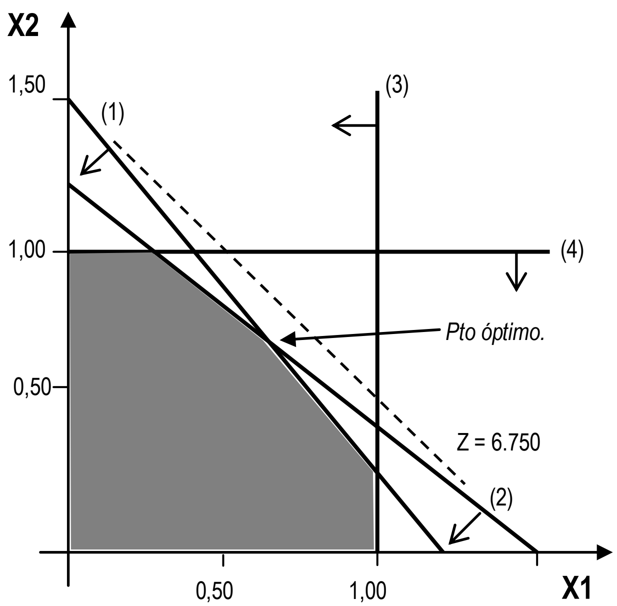
- Como se habla de fracción de participación:

$$X1 <= 100\% \quad : \quad X1 <= 1 \qquad (3)$$
$$X2 <= 100\% \quad : \quad X2 <= 1 \qquad (4)$$

- Condición de no negatividad:

$$X1 \ ,\ X2 >= 0 \qquad (5)$$

Solución Gráfica:



El punto óptimo es la intersección de las rectas (1) y (2) representado por el par ordenado (2/3, 2/3); donde :

$$X1 = 2/3 \quad y \quad X2 = 2/3$$

O lo que es lo mismo

$$X1 = 0{,}67 \quad y \quad X2 = 0{,}67$$

Esto significa que para obtener la máxima utilidad debo invertir el 67% de tiempo y dinero en cada uno de los dos negocios.

- En el negocio con el amigo 1 invertiré:

\$5.000 x 0,67 = \$ 3.333,33

400 horas x 0,67 = 266,67 horas

- En el negocio con el amigo 2 invertiré:

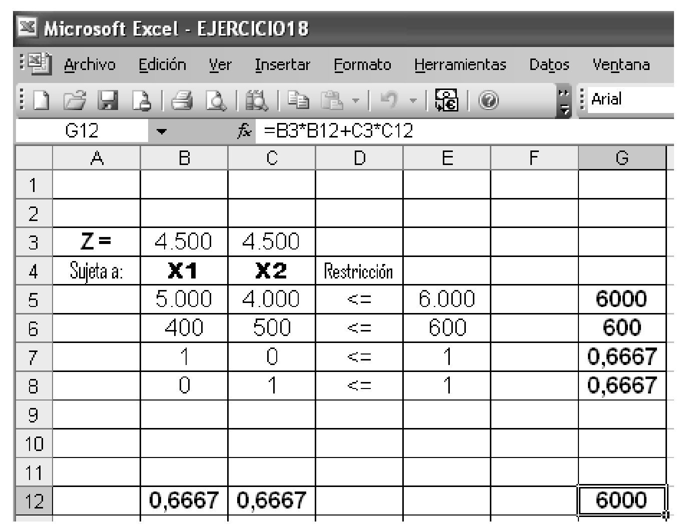
\$4.000 x 0,67 = \$ 2.666,67

500 horas x 0,67 = 333,33 horas

Para determinar la ganancia máxima, basta meter los valores de las variables en la función objetivo, que en este caso será:

Z = 4.500 (0,67) + 4.5000 (0,67)

Zmáx= \$ 6.000,oo



	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	Z =	4.500	4.500				
4	Sujeta a:	X1	X2	Restricción			
5		5.000	4.000	<=	6.000		6000
6		400	500	<=	600		600
7		1	0	<=	1		0,6667
8		0	1	<=	1		0,6667
9							
10							
11							
12		0,6667	0,6667				6000

<u>EJERCICIO 19 :</u> ***Larry Edison es el director del centro de cómputo de BC. Él debe programar las horas de trabajo del personal del centro. Abre de las 8 am a la media noche. Larry estudió el uso del centro en las diferentes horas del día y determinó los siguientes números de asesores en computación necesarios:***

HORARIO	Mínimo de Asesores requeridos
8 am – 12 am	4
12 am – 4 pm	8
4 pm - 8 pm	10
8 pm – 12 pm	6

Puede contratar dos tipos de asesores: de tiempo completo y de tiempo parcial. Los primeros trabajan 8 horas consecutivas en cualquiera de los siguientes turnos: matutino (8am-4pm), vespertino (12am-8pm) y nocturno (4pm-12pm). Estos asesores ganan $14 por hora.

Los asesores de tiempo parcial pueden trabajar en los cuatro turnos enumerados en la tabla anterior y ganan $12 por hora.

Un requisito adicional es que durante todos los períodos debe haber al menos dos asesores de tiempo completo por cada uno de tiempo parcial.

Larry desea determinar cuántos asesores de tiempo completo y cuántos de tiempo parcial debe haber en cada turno para cumplir con los requisitos a un costo mínimo.

<u>Respuesta:</u>

Identificamos las variables de decisión como:

Ci = *Asesores a tiempo completo a contratar en cada turno.*

Pj = *Asesores a tiempo parcial a contratar en cada turno.*

Como en el enunciado observamos que se habla de turnos diferentes de trabajo; uno para los asesores a tiempo completo y otro para asesores a tiempo parcial, es recomendable elaborar las tablas que indiquen la distribución de cada uno de ellos para facilitar el enfoque de resolución del problema:

Turnos para asesores Ci

Horario	*Identificación*
8 am - 4 pm	*C1*
12 am - 8 pm	*C2*
4 pm - 12 pm	*C3*

Turnos para asesores Pi

Horario	*Identificación*
8 am - 12 am	*P1*
12 am - 4 pm	*P2*
4 pm - 8 pm	*P3*
8 pm – 12 pm	*P4*

Como existe un requisito adicional para que durante todos los períodos deba haber, al menos, dos asesores de tiempo completo por cada uno de tiempo parcial, es bueno visualizar qué tipos de asesores comparten cada turno.

Turno de 8 am a 12 am: ***C1 + P1***

Turno de 12 am a 4 pm: ***C1 + C2 + P2***

Turno de 4 pm a 8 pm: ***C2 + C3 + P3***

Turno de 8 pm a 12 pm: ***C3 + P4***

Los asesores a tiempo completo ganan $14 por hora y trabajan turnos de 8 horas (cada uno gana 14x8 = $112 por turno)

Los asesores a tiempo parcial ganan $12 por hora y trabajan turnos de 4 horas (cada uno gana 12x4 = $48 por turno).

Aclarados todos estos aspectos podemos expresar el Modelo de Programación Lineal ENTERA como:

MINIMIZAR

$$Z = 112\,(C1+C2+C3) + 48\,(P1+P2+P3+P4)$$

Sujeta a las siguientes restricciones:

Ci y Pj solo podrán tomar valores enteros por tratarse de personas (Modelo de Programación Lineal Entera).

- Mínimo de asesores por turno (Tomando en cuenta el horario indicado en el enunciado del problema) :

$$C1 + P1 >= 4 \qquad (1)$$
$$C1 + C2 + P2 >= 8 \qquad (2)$$
$$C2 + C3 + P3 >= 10 \qquad (3)$$
$$C3 + P4 >= 6 \qquad (4)$$

- Requisito adicional (Ci > = 2Pj)

$$C1 >= 2\,P1 \qquad (5)$$
$$C1 + C2 >= 2\,P2 \qquad (6)$$
$$C2 + C3 >= 2\,P3 \qquad (7)$$
$$C3 >= 2\,P4 \qquad (8)$$

- Condición de no negatividad:

$$Ci \;,\; Pi >= 0 \qquad (9)$$

Solución no gráfica:

Al utilizar cualquier programa de MPL (entera) para computadoras obtendremos la siguiente solución:

$$C1 = 3 \qquad C2 = 3 \qquad C3 = 4$$

$$P1 = 1 \qquad P2 = 2 \qquad P3 = 3 \qquad P4 = 2$$

$$Zmín = 112\,(3+3+4) + 48\,(1+2+3+2)$$

$$\mathbf{Zmín = \$\ 1.504{,}oo}$$

La hoja de resultados en Programación Lineal Entera será:

Microsoft Excel - Ejercicio 19 [Sólo lectura]

Archivo Edición Ver Insertar Formato Herramientas Datos Ventana ?

M17

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1						Ejercicio 19.					
2				PROGRAMACIÓN LINEAL ENTERA							
3	**Z =**	112	112	112	48	48	48	48			
4	Sujeta a	**C1**	**C2**	**C3**	**P1**	**P2**	**P3**	**P4**	Restricción		**TOTALES**
5		1			1				>=	4	**4**
6		1	1			1			>=	8	**8**
7			1	1			1		>=	10	**10**
8				1				1	>=	6	**6**
9		1			-2				>=	0	**1**
10		1	1			-2			>=	0	**2**
11			1	1			-2		>=	0	**1**
12				1				-2	>=	0	**0**
13											
14		**3**	**3**	**4**	**1**	**2**	**3**	**2**			
15		C1	C2	C3	P1	P2	P3	P4	**Zmín=**		**1504**

EJERCICIO 20 :

La Medequip Company produce equipos de precisión de diagnóstico médico en dos de sus fábricas. Se han recibido pedidos de tres centros médicos para la producción de este mes. La siguiente tabla muestra el costo unitario de envío desde cada fábrica a cada centro. Además, muestra el número de unidades que se producirán en cada fábrica y el número de unidades ordenadas por cada cliente:

	Costo unitario de envío			
	Cliente 1	Cliente 2	Cliente 3	Producción
Fábrica 1	$600	$800	$700	400 unid.
Fábrica 2	$400	$900	$600	500 unid.
Orden	300 unid.	200 unid.	400 unid.	

Ahora debe tomar la decisión sobre el plan de cuántas unidades enviar de cada fábrica a cada cliente.

Respuesta:

Identificando las variables de decisión:

A1 = Equipos enviados desde la fábrica 1 hasta el cliente 1.
A2 = Equipos enviados desde la fábrica 1 hasta el cliente 2.
A3 = Equipos enviados desde la fábrica 1 hasta el cliente 3.
B1 = Equipos enviados desde la fábrica 2 hasta el cliente 1.
B2 = Equipos enviados desde la fábrica 2 hasta el cliente 2.
B3 = Equipos enviados desde la fábrica 2 hasta el cliente 3.

Tomando en cuenta el costo unitario de envío, el MPL quedará expresado como:

MINIMIZAR

$$Z = 600\,A1 + 800\,A2 + 700\,A3 + 400\,B1 + 900\,B2 + 600\,B3$$

Sujeta a las siguientes restricciones:

- Requerimiento de los clientes (orden):

$$A1 + B1 = 300 \qquad (1)$$
$$A2 + B2 = 200 \qquad (2)$$
$$A3 + B3 = 400 \qquad (3)$$

- Producción de cada fábrica:

$$A1 + A2 + A3 = 400 \qquad (4)$$
$$B1 + B2 + B3 = 500 \qquad (5)$$

- Condición de no negatividad:

$$Ai \;,\; Bi \;>= 0 \qquad (6)$$

Solución no gráfica:

Al utilizar cualquier programa de MPL para computadoras obtendremos la siguiente solución:

A1 = 0 **A2 = 200** **A3 = 200**

B1 = 300 **B2 = 0** **B3 = 200**

Es decir, de la fábrica 1 envío 200 unidades al cliente 2 y 200 unidades al cliente 3; de la fábrica 2 envío 300 unidades al cliente 1 y 200 unidades al cliente 3.

$$Zmín = 800\,(200) + 700\,(200) + 400\,(300) + 600\,(200)$$

$$\mathbf{Zmín = \$\ 540.000,oo}$$

Nota: *Este tipo de problemas puede ser resuelto utilizando el **"Método de Transporte"** que será estudiado más adelante.*


Microsoft Excel - ejercicio 20 [Sólo lectura]

	A	B	C	D	E	F	G	I	J	K
1			Ejercicio 20							
2		PROGRAMACIÓN LINEAL ENTERA								
3	Z =	600	800	700	400	900	600			
4	Sujeta a	A1	A2	A3	B1	B2	B3	Restricción		TOTALES
5		1			1			=	300	300
6			1			1		=	200	200
7				1			1	=	400	400
8		1	1	1				=	400	400
9					1	1	1	=	500	500
10										
11										
12										
13										
14		0	200	200	300	0	200			
15		A1	A2	A3	B1	B2	B3	Zmín=		540000

EJERCICIO 21 : ***La WC tiene tres plantas con exceso en su capacidad de producción. Por fortuna, la corporación tiene un nuevo producto listo para iniciar su producción y las tres plantas pueden fabricarlo, así que se podrá usar parte del exceso de este modo. El producto puede hacerse en tres tamaños: grande, mediano y chico; y darán una ganancia de $420, $360 y $300, respectivamente. Las plantas 1, 2 y 3 tienen capacidad de mano de obra y equipo para producir 750, 900 y 450 unidades diarias de este producto, respectivamente, sin importar el tamaño o la combinación de tamaños de que se trate.***

La cantidad de espacio disponible para almacenar material en proceso impone también limitaciones en las tasas de producción del nuevo producto. Las plantas 1, 2 y 3 tienen 13.000, 12.000 y 5.000 pies cuadrados de espacio respectivo, para material en proceso de producción diaria. Cada unidad grande, mediana y chica que se produce requiere 20, 15 y12 pies cuadrados, respectivamente.

Los pronósticos de venta indican que, si están disponibles, se pueden vender 900, 1.200 y 750 unidades diarias de los tamaños respectivos grande, mediano y chico.

Será necesario despedir algunos empleados en cada planta a menos que la mayor parte de esta capacidad en exceso se pueda usar con el nuevo producto. Para evitar despidos en lo posible, la gerencia ha decidido que las plantas deben usar el mismo porcentaje de su capacidad adicional con este nuevo producto.
El gerente desea saber cuántas unidades de cada tamaño producir en cada planta para maximizar la ganancia.

Respuesta:

Identificando las variables de decisión:

Gi *= Unidades de* ***producto grande*** *que se deben producir diariamente en cada una de las tres plantas.*

Mi *= Unidades de* ***producto mediano*** *que se deben producir diariamente en cada una de las tres plantas.*

Ci *= Unidades de* ***producto chico*** *que se deben producir diariamente en cada una de las tres plantas.*

Para facilitar la visualización de la solución se puede elaborar un cuadro o tabla de distribución de producción donde se pueda reflejar toda la información, de manera que se establezcan todas las "relaciones" existentes de los datos aportados.

	Gi	Mi	Ci	Capacidad Mano Obra y equipos	Capacidad de espacio (Ft2)
Planta 1	G1	M1	C1	750	13.000
Planta 2	G2	M2	C2	900	12.000
Planta 3	G3	M3	C3	450	5.000
Esp/unid. (Ft2/unid)	20	15	12		
Venta máx.	900	1.200	750		
Ganancia.	420	360	300		

Identificación más específica:

G1 = *Unidades de producto grande que se deben producir diariamente en la planta 1.*

G2 = *Unidades de producto grande que se deben producir diariamente en la planta 2.*

G3 = *Unidades de producto grande que se deben producir diariamente en la planta 3.*

M1 = *Unidades de producto mediano que se deben producir diariamente en la planta 1.*

M2 = *Unidades de producto mediano que se deben producir diariamente en la planta 2*

M3 = *Unidades de producto mediano que se deben producir diariamente en la planta 3.*

C1 = *Unidades de producto Chico que se deben producir diariamente en la planta 1.*

C2 = *Unidades de producto Chico que se deben producir diariamente en la planta 2.*

C3 = *Unidades de producto Chico que se deben producir diariamente en la planta 3.*

El modelo de programación lineal (MPL) quedará expresado como:

MAXIMIZAR

$$Z = 420\,(G1+G2+G3) + 360\,(M1+M2+M3) + 300\,(C1+C2+C3)$$

Sujeta a las siguientes restricciones:

- Capacidad de mano de obra y equipos de cada planta:

$$G1 + M1 + C1 \le 750 \qquad (1)$$

$$G2 + M2 + C2 \le 900 \qquad (2)$$

$$G3 + M3 + C3 \le 450 \qquad (3)$$

-Capacidad de espacio de cada planta y espacio necesario para cada unidad de los productos:

$$20\,G1 + 15\,M1 + 12\,C1 \le 13.000 \qquad (4)$$

$$20\,G2 + 15\,M2 + 12\,C2 \le 12.000 \qquad (5)$$

$$20\,G3 + 15\,M3 + 12\,C3 \le 5.000 \qquad (6)$$

- Capacidad de ventas:

$$G1 + G2 + G3 \le 900 \qquad (7)$$

$$M1 + M2 + M3 \le 1.200 \qquad (8)$$

$$C1 + C2 + C3 \le 750 \qquad (9)$$

- Para evitar despidos en lo posible, la gerencia ha decidido que las plantas deben usar el mismo porcentaje de su capacidad adicional con este nuevo producto:

$$\frac{G1 + M1 + C1}{750} = \frac{G2 + M2 + C2}{900} \qquad (10)$$

$$\frac{G1 + M1 + C1}{750} = \frac{G3 + M3 + C3}{450} \qquad (11)$$

$$\frac{G2 + M2 + C2}{900} = \frac{G3 + M3 + C3}{450} \qquad (12)$$

- Condición de no negatividad:

$$Gi \;,\; Mi \;,\; Ci \ge 0 \qquad (13)$$

Solución no gráfica:

Al utilizar cualquier programa de MPL para computadoras obtendremos la siguiente solución:

$G1 = 350$ $\quad G2 = 0$ $\quad G3 = 0$

$M1 = 400$ $\quad M2 = 532$ $\quad M3 = 1$

$C1 = 0$ $\quad C2 = 335$ $\quad C3 = 415$

$$Z_{máx} = \$\ 707.880{,}oo$$

Archivo Edición Ver Insertar Formato Herramientas Datos Ventana ?

Arial 10

P19 fx

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1			Ejercicio 21										
2		PROGRAMACIÓN			LINEAL			ENTERA					
3	Z =	420	420	420	360	360	360	300	300	300			
4	Sujeta a	G1	G2	G3	M1	M2	M3	C1	C2	C3	Restricción		TOTALES
5		1			1			1			<=	750	750
6			1			1			1		<=	900	867
7				1			1			1	<=	450	416
8		20			15			12			<=	13000	13000
9			20			15			12		<=	12000	12000
10				20			15			12	<=	5000	4995
11		1	1	1							<=	900	350
12					1	1	1				<=	1200	1200
13								1	1	1	<=	750	750
14													
15													
16		350	0	0	400	532	1	0	335	415		Zmín=	707880

EJERCICIO 22 : ***Un avión de carga tiene tres compartimientos para almacenar: delantero, central y trasero. Estos compartimientos tienen un límite de capacidad tanto en peso como en espacio. Los datos se resumen en la siguiente tabla:***

Compartimiento	Capacidad de Peso (ton.)	Capacidad de espacio (m3)
Delantero	12	7.000
Central	18	9.000
Trasero	10	5.000

Más aún, para mantener el avión balanceado, el peso de la carga en los respectivos compartimientos debe ser proporcional a su capacidad.

Se tienen ofertas para cuatro cargamentos en un vuelo próximo ya que se cuenta con espacio:

Carga	Peso (ton)	Volumen (m3/ton)	Ganancia ($/ton)
1	20	500	320
2	16	700	400
3	25	600	360
4	13	400	290

Se Puede aceptar cualquier fracción de estas cargas. El objetivo es determinar que cantidad de cada carga debe aceptarse (si se acepta) y cómo distribuirla en los compartimientos para maximizar la ganancia del vuelo.

Respuesta:

Identificando las variables de decisión:

Ai = *Cantidad de carga 1 que se colocará en cada compartimiento del avión.*

Bi = *Cantidad de carga 2 que se colocará en cada compartimiento del avión.*

Ci = *Cantidad de carga 3 que se colocará en cada compartimiento del avión.*

Di = *Cantidad de carga 4 que se colocará en cada compartimiento del avión.*

Para facilitar la visualización de la solución se puede elaborar un cuadro o tabla de distribución de cargas donde se pueda reflejar toda la información, de manera que se establezcan todas las "relaciones" existentes de los datos aportados.

	Compart. Delant.	Compart. Central	Compart. Trasero	Peso (ton)	Volumen (m3/t)	Ganancia ($/ton)
Carga 1	Ad	Ac	At	20	500	320
Carga 2	Bd	Bc	Bt	16	700	400
Carga 3	Cd	Cc	Ct	25	600	360
Carga 4	Dd	Dc	Dt	13	400	290
Peso máx.	12	18	10			
Vol. Máx.	7000	9000	5000			

Identificación más específica:

Ad = *Cantidad de carga 1 que se colocará en el compartimiento delantero del avión.*

Ac = *Cantidad de carga 1 que se colocará en el compartimiento central del avión.*

At = *Cantidad de carga 1 que se colocará en el compartimiento trasero del avión.*

Bd = *Cantidad de carga 2 que se colocará en el compartimiento delantero del avión.*

Bc = *Cantidad de carga 2 que se colocará en el compartimiento central del avión.*

Bt = *Cantidad de carga 2 que se colocará en el compartimiento trasero del avión.*

Cd = *Cantidad de carga 3 que se colocará en el compartimiento delantero del avión.*

Cc = *Cantidad de carga 3 que se colocará en el compartimiento central del avión.*

Ct = *Cantidad de carga 3 que se colocará en el compartimiento trasero del avión.*

Dd = *Cantidad de carga 4 que se colocará en el compartimiento delantero del avión.*

Dc = *Cantidad de carga 4 que se colocará en el compartimiento central del avión.*

Dt = *Cantidad de carga 4 que se colocará en el compartimiento trasero del avión.*

El modelo de programación lineal (MPL) quedará expresado como:

MAXIMIZAR

Z = 320 (Ai) + 400 (Bi) + 360 (Ci) + 290 (Di)

O lo que es lo mismo

Z = 320 (Ad+Ac+At) + 400 (Bd+Bc+Bt) + 360 (Cd+Cc+Ct) + 290 (Dd+Dc+Dt)

Sujeta a las siguientes restricciones:

- Capacidad de peso de cada compartimiento:

$$Ad + Bd + Cd + Dd \le 12 \qquad (1)$$

$$Ac + Bc + Cc + Dc \le 18 \qquad (2)$$

$$At + Bt + Ct + Dt \le 10 \qquad (3)$$

- Peso de cada carga:

$$Ad + Ac + At \le 20 \qquad (4)$$

$$Bd + Bc + Bt \le 16 \qquad (5)$$

$$Cd + Cc + Ct \le 25 \qquad (6)$$

$$Dd + Dc + Dt \le 13 \qquad (7)$$

- Capacidad de espacio por compartimiento. Cada carga posee un volumen específico y al multiplicarlo por la cantidad que voy a colocar en cada compartimiento no puede sobrepasar la capacidad de espacio de este.

$$500\,Ad + 700\,Bd + 600\,Cd + 400\,Dd \le 7.000 \qquad (8)$$

$$500\,Ac + 700\,Bc + 600\,Cc + 400\,Dc \le 9.000 \qquad (9)$$

$$500\,At + 700\,Bt + 600\,Ct + 400\,Dt \le 5.000 \qquad (10)$$

- Para mantener el avión balanceado el peso de la carga en los respectivos compartimientos debe ser proporcional a su capacidad. (se recomienda recordar "razón de proporcionalidad"):

$$\frac{Ad+Bd+Cd+Dd}{12} = \frac{Ac+Bc+Cc+Dc}{18} \qquad (11)$$

$$\frac{Ad+Bd+Cd+Dd}{12} = \frac{At+Bt+Ct+Dt}{10} \qquad (12)$$

$$\frac{Ac+Bc+Cc+Dc}{18} = \frac{At+Bt+Ct+Dt}{10} \qquad (13)$$

- Condición de no negatividad:

$$Ai \;,\; Bi \;,\; Ci \;,\; Di \ge 0 \qquad (14)$$

Solución no gráfica:

Al utilizar cualquier programa de MPL para computadoras obtendremos varias soluciones óptimas de cómo colocar las 4 cargas en los 3 compartimientos, pero en todas:

Zmáx = $ 13.330,oo

Ejemplo de una solución óptima:

Ad = 0 Bd = 0 Cd = 11 Dd= 1

Ac = 0 Bc = 6 Cc = 0 Dc= 12

At = 10 Bt = 0 Ct = 0 Dt= 0

Microsoft Excel - Ejercicio 22a [Sólo lectura]

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1			Ejercicio 22													
2		PROGRAMACIÓN				LINEAL		ENTERA								
3	Z =	320	320	320	400	400	400	360	360	360	290	290	290			
4	Sujeta a	Ad	Ac	At	Bd	Bc	Bt	Cd	Cc	Ct	Dd	Dc	Dt	Restricción		TOTALES
5		1			1			1			1			<=	12	12
6			1			1			1			1		<=	18	18
7				1			1			1			1	<=	10	10
8		1	1	1										<=	20	10
9					1	1	1							<=	16	6
10								1	1	1				<=	25	11
11											1	1	1	<=	13	13
12		500			700			600			400			<=	7000	7000
13			500			700			600			400		<=	9000	9000
14				500			700			600			400	<=	5000	5000
15																
16		0	0	10	0	6	0	11	0	0	1	12	0	Zmáx=		13330

EJERCICIO 23 : ***Confortable Hands es una compañía que produce una línea de guantes de invierno para toda la familia: caballeros, damas y niños. Desea decidir qué mezcla de estos tres tipos de guantes fabricar.***

La fuerza de trabajo es sindicalizada. Cada empleado de tiempo completo trabaja 40 horas a la semana. Por contrato, el número de empleados de tiempo completo no puede ser menos que 20. Se puede contratar trabajadores no sindicalizados con las siguientes restricciones; 1) cada uno trabaja 20 horas por semana y 2) debe haber al menos 2 de tiempo completo por cada uno de medio tiempo.

Los tres tipos de guantes están hechos con el mismo porcentaje de piel de vaca. La compañía tiene un contrato a largo plazo con el proveedor de piel y recibe 5.000 ft2 de material por semana. Los requerimientos de material y mano de obra, y la ganancia bruta por guante vendido (sin considerar costo de mano de obra) son:

GUANTE	Material req. (ft2)	Mano de obra req. (min)	Ganancia bruta(x par)
Caballero	2	30	$ 8
Damas	1.5	45	$ 10
Niños	1	40	$ 6

Cada empleado de tiempo completo gana $ 13 por hora y cada uno de medio tiempo, $ 10 por hora. La gerencia desea saber qué mezcla de los tres tipo de guantes producir por semana, lo mismo que cuántos empleados de cada tipo contratar. Desea maximizar su ganancia neta, o sea, la ganancia bruta menos costo de mano de obra.

Respuesta:

Al identificar el problema observo que me hablan de maximizar ganancia neta, o sea, la ganancia bruta menos costo de mano de obra; además se desea saber qué mezcla de los tres tipos de guantes a producir y cuántos empleados de cada tipo contratar; lo que obliga a incluir en "Z" las variables: cantidades de guantes a producir y cantidades de obreros a contratar.

Identificando las variables de decisión:

Gc *= Cantidad de guantes para caballeros a fabricar semanalmente.*
Gd *= Cantidad de guantes para damas a fabricar semanalmente*
Gñ *= Cantidad de guantes para niños a fabricar semanalmente*
Xs *= Cantidad de obreros sindicalizados a utilizar semanalmente.*
Xn *= Cantidad de obreros no sindicalizados a utilizar semanalmente.*

Calculando el pago semanal de los obreros obtengo:

$$Xs = \$\ 13 / hora \times 40\ horas = \$\ 520$$
$$Xn = \$\ 10 / hora \times 20\ horas = \$\ 200$$

Tomando en cuenta todas las consideraciones anteriores ***el Modelo de Programación Lineal ENTERA (se trata de personas) quedará expresado como:***

MAXIMIZAR

$$Z = 8\ Gc + 10\ Gd + 6\ Gñ - (520\ Xs + 200\ Xn)$$

Sujeta a las siguientes restricciones:

- Material requerido:

$$2\ Gc + 1.5\ Gd + 1\ Gñ <= 5.000 \qquad (1)$$

- Mano de obra requerida:

Es bueno resaltar que la mano de obra disponible en la semana estará representada por las 40 horas (2400 minutos) que trabaja cada obrero sindicalizado y las 20 horas (1200 minutos) de cada obrero no sindicalizado. Como en la tabla, la mano de obra requerida para cada guante, aparece en minutos, tengo que igualar las unidades (o llevo horas a minutos o minutos a hora):

$$30Gc + 45Gd + 40Gñ <= 2400\ Xs + 1200\ Xn \qquad (2)$$

o lo que es lo mismo

$$(30/60)\ Gc + (45/60)\ Gd + (40/60)\ Gñ <= 40\ Xs + 20\ Xn$$

- El número de obreros sindicalizados no puede ser menor a 20:

$$Xs >= 20 \qquad (3)$$

- Debe haber al menos 2 obreros sindicalizados por cada uno de medio tiempo (no sindicalizado):

$$Xs >= 2\,Xn \qquad (4)$$

- Condición de no negatividad:

$$Xs\ ,\ Xn\ ,\ Gc\ ,\ Gd\ ,\ Gñ \quad >= 0 \qquad (5)$$

Solución no gráfica:

Al utilizar cualquier programa de MPL para computadoras obtendremos la siguiente solución:

Gc = 2.480 Gd = 0 Gñ = 0

Xs = 25 Xn = 12

Zmáx = $ 4.440,oo

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Guantes de Invierno									
2										
3	Z =	8	10	6	-520	-200				
4		Gc	Gd	Gñ	Xs	Xn				
5										
6		2	1,5	1			≤	5000		4960
7		0,5	0,75	0,67	-40	-20	≤	0		0
8					1		≥	20		25
9					1	-2	≥	0		1
10										
11		Gc	Gd	Gñ	Xs	Xn				
12		2480	0	0	25	12		Z máx =		4.440,00

EJERCICIO 24 :

Oxbridge University tiene una computadora grande para uso de académicos, estudiantes de doctorado y ayudantes de investigación. Durante las horas hábiles debe haber un trabajador para operar y dar mantenimiento a la computadora y realizar algunos servicios de programación. Beryl Ingram, directora del centro de cómputo coordina la operación.

Al principio del semestre de otoño, Beryl se enfrenta al problema de asignar horas de trabajo distinta a sus operadores. Debido a que éstos son estudiantes de la universidad, están disponibles para el trabajo sólo un número limitado de horas al día, como se muestra en la tabla.

		Máximo de horas disponibles				
Operador	Salario/hora	Lun	Mar	Mie	Jue	Vie
A	$ 10,00	6	0	6	0	6
B	$ 10,10	0	6	0	6	0
C	$ 9,90	4	8	4	0	4
D	$ 9,80	5	5	5	0	5
E	$ 10,80	3	0	3	8	0
F	$ 11,30	0	0	0	6	2

Hay seis operadores (cuatro de licenciatura y dos de postgrado). Todos tienen salarios diferentes según su experiencia con computadoras y su aptitud para programar. La tabla muestra estos salarios junto con el número máximo de horas al día que cada uno puede trabajar.

Se garantiza a cada operador un número mínimo de horas de trabajo a la semana que lo mantendrán con un conocimiento adecuado de la operación. Este nivel se estableció de modo arbitrario en 8 horas por semana para licenciatura (A,B,C y D) y 7 horas por semana para postgrado (E y F).

El centro de cómputo debe abrir de 8 am a 10 pm de lunes a viernes con un operador de guardia en este horario. Sábados y domingo, otras personas lo operan.

Debido al presupuesto reducido, Beryl tiene que minimizar el costo. Ella quiere determinar el número de horas que debe asignar a cada operador cada día.

Respuesta:

Al identificar el problema observo que se quiere determinar el número de horas que se debe asignar a cada operador cada día. Las variables de decisión pueden ser identificadas como:

Al = Horas asignadas al operador A el día lunes.
Am = Horas asignadas al operador A el día martes.
An = Horas asignadas al operador A el día miércoles.
Aj = Horas asignadas al operador A el día jueves.
Av = Horas asignadas al operador A el día viernes.

Bl = Horas asignadas al operador B el día lunes.
Bm = Horas asignadas al operador B el día martes.
Bn = Horas asignadas al operador B el día miércoles.
Bj = Horas asignadas al operador B el día jueves.
Bv = Horas asignadas al operador B el día viernes.

Cl = Horas asignadas al operador C el día lunes.
Cm = Horas asignadas al operador C el día martes.
Cn = Horas asignadas al operador C el día miércoles.
Cj = Horas asignadas al operador C el día jueves.
Cv = Horas asignadas al operador C el día viernes.

Dl = Horas asignadas al operador D el día lunes.
Dm = Horas asignadas al operador D el día martes.
Dn = Horas asignadas al operador D el día miércoles.
Dj = Horas asignadas al operador D el día jueves.
Dv = Horas asignadas al operador D el día viernes.

El = Horas asignadas al operador E el día lunes.
Em = Horas asignadas al operador E el día martes.
En = Horas asignadas al operador E el día miércoles.
Ej = Horas asignadas al operador E el día jueves.
Ev = Horas asignadas al operador E el día viernes.

Fl = Horas asignadas al operador F el día lunes.
Fm = Horas asignadas al operador F el día martes.
Fn = Horas asignadas al operador F el día miércoles.
Fj = Horas asignadas al operador F el día jueves.
Fv = Horas asignadas al operador F el día viernes.

Tomando en cuenta el salario por hora de cada uno de los operadores ***el Modelo de Programación lineal ENTERA (se trata de personas) quedará expresado como:***

MINIMIZAR

$$Z = 10{,}00\,(Al + Am + An + Aj + Av) + 10{,}10\,(Bl + Bm + Bn + Bj + Bv) + 9{,}90\,(Cl + Cm + Cn + Cj + Cv) + 9{,}80\,(Dl + Dm + Dn + Dj + Dv) + 10{,}80\,(El + Em + En + Ej + Ev) + 11{,}30\,(Fl + Fm + Fn + Fj + Fv)$$

O lo que es lo mismo

$$\begin{aligned} Z = \;& 10{,}00\,(Al + Am + An + Aj + Av) \\ +\;& 10{,}10\,(Bl + Bm + Bn + Bj + Bv) \\ +\;& 9{,}90\,(Cl + Cm + Cn + Cj + Cv) \\ +\;& 9{,}80\,(Dl + Dm + Dn + Dj + Dv) \\ +\;& 10{,}80\,(El + Em + En + Ej + Ev) \\ +\;& 11{,}30\,(Fl + Fm + Fn + Fj + Fv) \end{aligned}$$

Sujeta a las siguientes restricciones:

- Número mínimo de horas de trabajo a la semana (A,B,C y D = 8 horas) (E y F = 7 horas):

$$Al + Am + An + Aj + Av >= 8 \qquad (1)$$

$$Bl + Bm + Bn + Bj + Bv >= 8 \qquad (2)$$

$$Cl + Cm + Cn + Cj + Cv >= 8 \quad (3)$$

$$Dl + Dm + Dn + Dj + Dv >= 8 \quad (4)$$

$$El + Em + En + Ej + Ev >= 7 \quad (5)$$

$$Fl + Fm + Fn + Fj + Fv >= 7 \quad (6)$$

- El centro de cómputo debe abrir de 8 am a 10 pm (14horas) de lunes a viernes con un operador de guardia en este horario:

Lunes $$Al + Bl + Cl + Dl + El + Fl >= 14 \quad (7)$$

Martes $$Am + Bm + Cm + Dm + Em + Fm >= 14 \quad (8)$$

Miercoles $$An + Bn + Cn + Dn + En + Fn >= 14 \quad (9)$$

Jueves $$Aj + Bj + Cj + Dj + Ej + Fj >= 14 \quad (10)$$

Viernes $$Av + Bv + Cv + Dv + Ev + Fv >= 14 \quad (11)$$

- Máximo de horas disponibles de cada operador cada día:

Operador A:

$Al <= 6$ (12)
$Am <= 0$ (13)
$An <= 6$ (14)
$Aj <= 0$ (15)
$Av <= 6$ (16)

Operador B:

$Bl <= 0$ (17)
$Bm <= 6$ (18)
$Bn <= 0$ (19)
$Bj <= 6$ (20)
$Bv <= 0$ (21)

Operador C:

$Cl <= 4$ (22)
$Cm <= 8$ (23)
$Cn <= 4$ (24)
$Cj <= 0$ (25)
$Cv <= 4$ (26)

Operador D:

$Dl <= 5$ (27)
$Dm <= 5$ (28)
$Dn <= 5$ (29)
$Dj <= 0$ (30)
$Dv <= 5$ (31)

Operador E:

$El <= 3$ (32)
$Em <= 0$ (33)
$En <= 3$ (34)
$Ej <= 8$ (35)
$Ev <= 0$ (36)

Operador F:

$Fl <= 0$ (37)
$Fm <= 0$ (38)
$Fn <= 0$ (39)
$Fj <= 6$ (40)
$Fv <= 2$ (41)

Solución no gráfica:

Al utilizar cualquier programa de MPL para computadoras obtendremos la siguiente solución:

Los operadores A, B, C, D, E, y F deberán trabajar las siguientes horas cada día:

	A	B	C	D	E	F	TOTAL
LUNES	2	0	4	5	3	0	14
MARTES	0	2	7	5	0	0	14
MIERCOLES	3	0	4	5	2	0	14
JUEVES	0	6	0	0	2	6	14
VIERNES	4	0	4	5	0	1	14
Horas trabajadas a la Semana	9	8	19	20	7	7	**70**

Zmín = $ 709,60

EJERCICIO 25 :

Una empresa va a lanzar al mercado un nuevo producto. Los planes de promoción para el próximo mes están en marcha. Los medios alternativos para realizar la publicidad así como los costos y la audiencia estimada por unidad de publicidad se muestran a continuación

	TELEVISION	RADIO	PRENSA
Audiencia por unidad de publicidad	100.000	18.000	40.000
Costo por unidad de publicidad	Bs. 2.000,00	Bs. 300,00	Bs. 600,00

Para lograr un uso balanceado de los medios, la publicidad en radio debe ser igual al 50% de unidades de publicidad autorizadas. Además la cantidad de unidades solicitadas en televisión debe ser al menos 10% del total autorizado. El presupuesto total para promociones se ha limitado a Bs. 18.500,00. Se necesita determinar el plan óptimo para maximizar la audiencia total o cantidad de personas que vean la publicidad.

SOLUCIÓN :

Variables de decisión:

- ***T*** = *Unidades de publicidad a contratar en televisión.*
- ***R*** = *Unidades de publicidad a contratar en radio.*
- ***P*** = *Unidades de publicidad a contratar en prensa.*

Objetivo : *Maximizar la audiencia total o cantidad de personas que vean la publicidad.*

$$Z = 100.000\,T + 18.000\,R + 40.000\,P$$

Restricción 1 : *Presupuesto total para promociones se ha limitado a Bs. 18.500,00.*

$$2.000\,T + 300\,R + 600\,P \leq 18.500$$

Restricción 2 : *La publicidad en radio debe ser igual al 50% de unidades de publicidad autorizadas.*

$$R = 0,50\,(T+R+P)$$

Restricción que al ser simplificada quedará expresada como :

$$-0,50\,T + 0,50\,R - 0,50\,P = 0$$

Restricción 3 : *La cantidad de unidades solicitadas en televisión debe ser al menos 10% del total autorizado.*

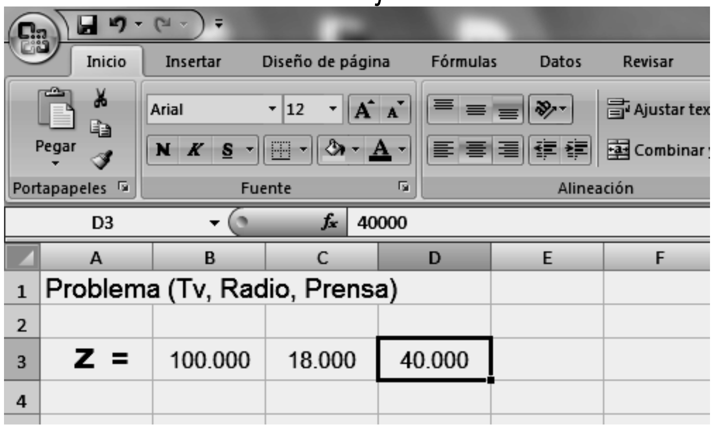
$$T \geq 0,10\,(T+R+P)$$

Restricción que al ser simplificada quedará expresada como :

$$0,90\,T - 0,10\,R - 0,10\,P \geq 0$$

DESPLIEGUE Y SOLUCIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO DE PROG. LINEAL EN LA HOJA DE CÁLCULO EXCEL:

Para facilitar las "consultas posteriores" se recomienda identificar los cuadros en Excel, para ello utilizamos las dos primeras filas.
Coloque en la FILA 3 los valores que acompañan las incógnitas o variables de decisión en la función objetivo Z.



*Introduzca las **restricciones** que aparecen en el modelo matemático.* **Sea muy cuidadoso en el uso de los signos.**

<u>Nota:</u> Para escribir el signo "=" en alguna celda se recomienda presionar una vez la tecla espaciadora y después "=".

F7 | f_x | 0

	A	B	C	D	E	F
1	Problema (Tv, Radio, Prensa)					
2						
3	**Z =**	100.000	18.000	40.000		
4	Sujeto a:	**T**	**R**	**P**	Restricción	
5		2.000	300	600	≤	18.500
6		–0,50	0,50	–0,50	=	0
7		0,90	–0,10	–0,10	≥	0

*Introduzca "ceros" en las celdas donde usted quiere que se reflejen los resultados de "**T**", "**R**" y "**P**" (en este caso B10, C10 y D10).*

D10 | f_x | 0

	A	B	C	D	E	F
1	Problema (Tv, Radio, Prensa)					
2						
3	**Z =**	100.000	18.000	40.000		
4	Sujeto a:	**T**	**R**	**P**	Restricción	
5		2.000	300	600	≤	18.500
6		-0,50	0,50	-0,50	=	0
7		0,90	-0,10	-0,10	≥	0
8						
9		**T**	**R**	**P**		
10		0	0	0		
11						

*Introduzca las fórmulas en las celdas **H5, H6** y **H7** ; ellas reflejarán los valores que adquieren las condiciones de restricción una vez resuelto el problema.*

<u>Nota:</u> Estas fórmulas se pueden escribir con el uso del tablero, o con el uso del "mouse" colocándose sobre la celda donde está el valor que quiere introducir y haciendo "clic" sobre ella.

- Celda H5 ***=B5*B10+C5*C10+D5*D10***

- Celda H6 ***=B6*B10+C6*C10+D6*D10***

- Celda H7 ***=B7*B10+C7*C10+D7*D10***

H7 | f_x | =B7*B10+C7*C10+D7*D10

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Problema (Tv, Radio, Prensa)							
2								
3	**Z =**	100.000	18.000	40.000				
4	Sujeto a:	**T**	**R**	**P**	Restricción			
5		2.000	300	600	≤	18.500		0
6		-0,50	0,50	-0,50	=	0		0
7		0,90	-0,10	-0,10	≥	0		0
8								
9		**T**	**R**	**P**				
10		0	0	0				
11								

(En la hoja de cálculo se reflejarán "ceros" inicialmente)

Introduzca la fórmula de la función objetivo en la celda H10.

- Celda H10 ***=B3*B10+C3*C10+D3*D10***

H10 | f_x | =B3*B10+C3*C10+D3*D10

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Problema (Tv, Radio, Prensa)							
2								
3	**Z =**	100.000	18.000	40.000				
4	Sujeto a:	**T**	**R**	**P**	Restricción			
5		2.000	300	600	≤	18.500		0
6		-0,50	0,50	-0,50	=	0		0
7		0,90	-0,10	-0,10	≥	0		0
8								
9		**T**	**R**	**P**				
10		0	0	0			**Z**máximo =	0
11								

*En ella se reflejará el valor de **Zmáximo** una vez aplicado "Solver". Inicialmente reflejará cero.*

Una vez que se introduce el modelo en la hoja de cálculo, es sencillo analizar soluciones potenciales. Cuando se dan valores a las variables de decisión (celdas B10, C10 y D10), la columna "H" muestra de inmediato los valores de cada condición de restricción (celdas H5 hasta H7) y la celda H10 muestra la audiencia total.*

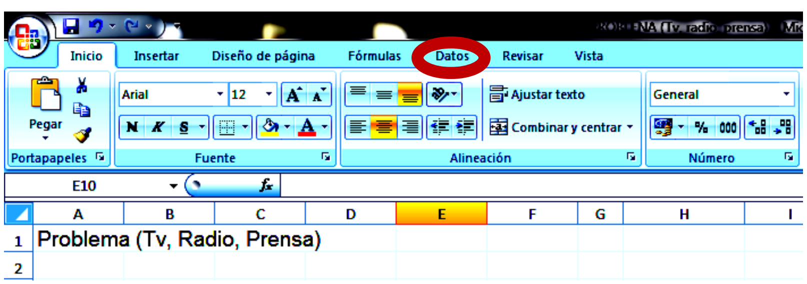
Haga una prueba con este ejercicio y coloque "1" en las celdas B10, C10 y D10 respectivamente. Si ha llenado bien su hoja de cálculo en la pantalla de su PC aparecerán los valores que mostramos a continuación:

E10

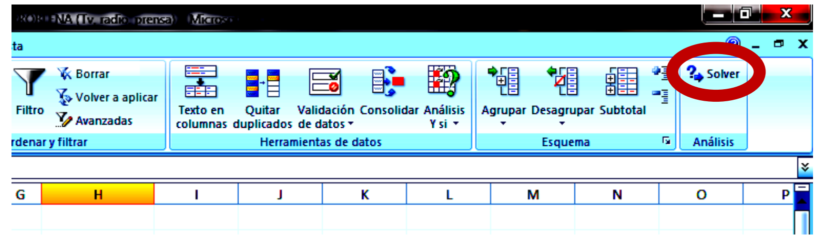
	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Problema (Tv, Radio, Prensa)								
2									
3	**Z =**	100.000	18.000	40.000					
4	Sujeto a:	**T**	**R**	**P**	Restricción				
5		2.000	300	600	≤	18.500		2900	
6		-0,50	0,50	-0,50	=	0		-0,5	
7		0,90	-0,10	-0,10	≥	0		0,7	
8									
9		**T**	**R**	**P**					
10		1	1	1		**Z**máximo =		158.000,00	
11									

Para calcular el valor de Z máximo, se utiliza una herramienta que incluye Excel llamada " SOLVER".

*Para correr el Solver primero haga "clic" en el menú **"Datos".***



*Posteriormente haga "clic" sobre el logotipo de **"SOLVER"** en la parte superior derecha de la pantalla.*



*En caso de que su computador no muestre en el menú **"Datos"** el comando **"Solver"**; haga "clic" en el **"Botón de Oficce"** que se encuentra en la parte superior izquierda de la pantalla; posteriormente haga "clic" en **"Opciones de Excel"** (parte inferior central); haga "clic" en **"Complementos"** (lado izquierdo de la pantalla); haga "clic" en el recuadro **"ir…"** (parte inferior central); haga "clic" en el recuadro que está al lado izquierdo de la palabra **"Solver"** y una vez que aparezca indicado el testigo haga "cilc" en la palabra **"Aceptar"** (parte superior derecha).*

<u>Al final de estos apuntes se encuentra una "guía práctica" de cómo instalar Solver en Windows 2007.</u>

<u>NOTA IMPORTANTE:</u> *Si cuando trata de instalar "SOLVER" recibe un mensaje de que no es posible su instalación, lo más probable es que usted tenga instalada en su computador la "versión resumida" de MICROSOFT OFFICE. En tal caso se recomienda ir a su proveedor y exigir que le instale la "versión completa".*

*Una vez instalado haga clic en **"Solver"** y se mostrará un cuadro de diálogo **"Parámetros de Solver".***

Antes de que "Solver" pueda resolver el problema, necesita conocer con exactitud, donde se localizan los componentes del modelo en la hoja de cálculo. ***Es posible escribir las direcciones de las celdas o hacer clic en ellas.***

En el espacio superior izquierdo del cuadro de diálogo mostrado, donde se solicita la ***"Celda objetivo"*** *coloque* ***$H$10.*** *(Es más cómodo colocarse sobre la celda H10 y hacer "clic")*

En los círculos blancos donde se solicita el ***"Valor de la celda objetivo"*** *indique* ***"Máximo"****. El modelo matemático pide maximizar Z.(haga clic sobre la palabra máximo).*

En el espacio central izquierdo, donde se solicita ***"Cambiando las celdas"*** *indique las celdas donde se propuso anteriormente que se mostraran los resultados de cada incógnita. En este caso son las celdas B10, C10 y D10, coloque* ***$B$10:$D$10****. (También puede colocarse con el "mouse" sobre la celda B10 y manteniendo apretado el botón de la izquierda puede "arrastrar el mouse" hasta la celda D10).*

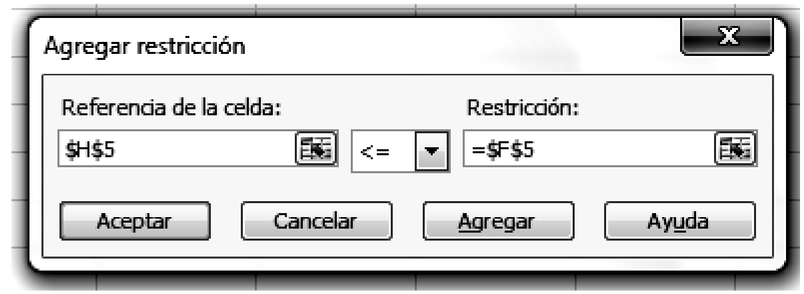
En el espacio en blanco, en la parte inferior izquierda, ***"Sujetas a las siguientes Restricciones"*** *indique las restricciones o condiciones del problema, para lo cual haga clic en* ***"Agregar".***

En este momento aparecerá en la pantalla el cuadro de diálogo ***"Agregar Restricción".***

Coloque: ***$H$5 < = $F$5***

Se la está "ordenando" al programa que lo que se va a gastar en publicidad tiene que ser menor a Bs. 18.500,00

Recuerde que es más fácil hacer "clic" sobre las celdas y el signo que se quieren indicar que escribirlos.

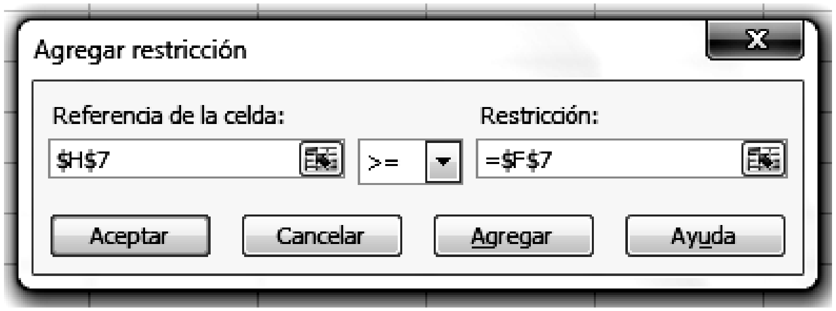


Ahora haga "clic" en ***"Agregar"*** *e introduzca la segunda restricción :*

Se le está "ordenando" al programa que ***– 0,50 T + 0,50 R – 0,50 P = 0***

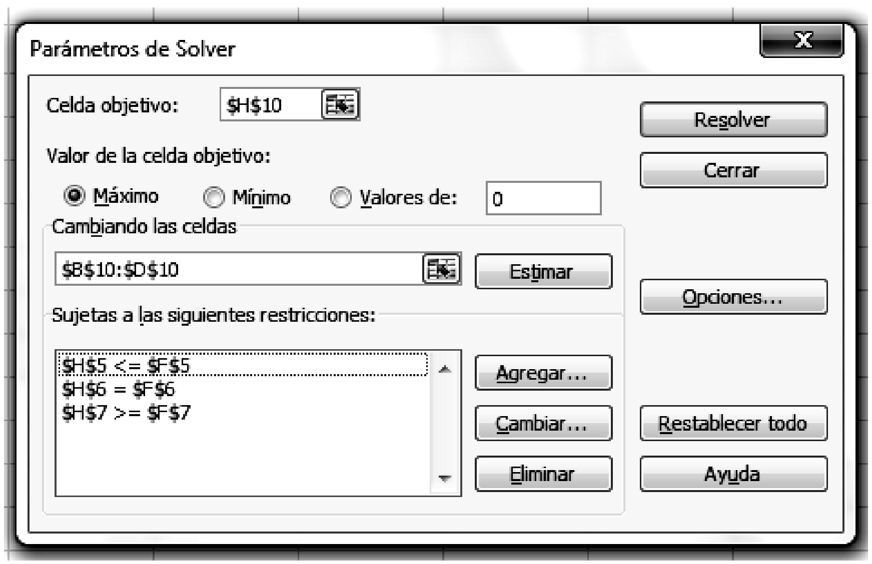
<u>Nota :</u> Sea muy cuidadoso al introducir las restricciones, sobre todo con los signos de desigualdad o igualdad (es el error más común que se comete).

*Ahora haga "clic" en **"Agregar"** e introduzca la tercera restricción :*

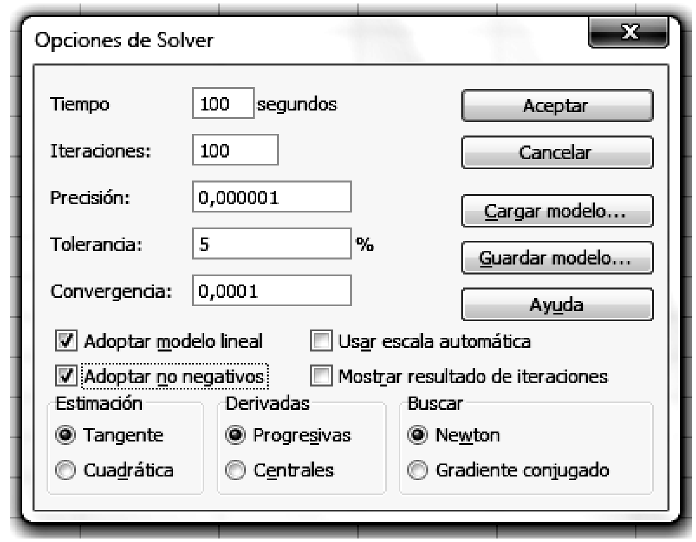


Se le está "ordenando" al programa que ***0,90 T – 0,10 R – 0,10 P ≥ 0***

*Como ya se introdujeron todas las restricciones haga "clic" en **"Aceptar"** y se presentará el cuadro de diálogo que resume el modelo completo.*



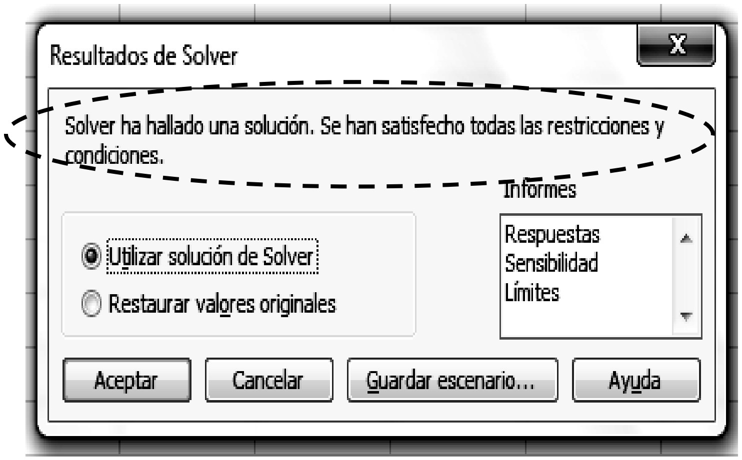
*Antes de pedir a ¨Solver" que resuelva el modelo, haga "clic" en el recuadro **"Opciones"** (lado central derecho) y aparecerá el cuadro de diálogo **"Opciones de Solver".***



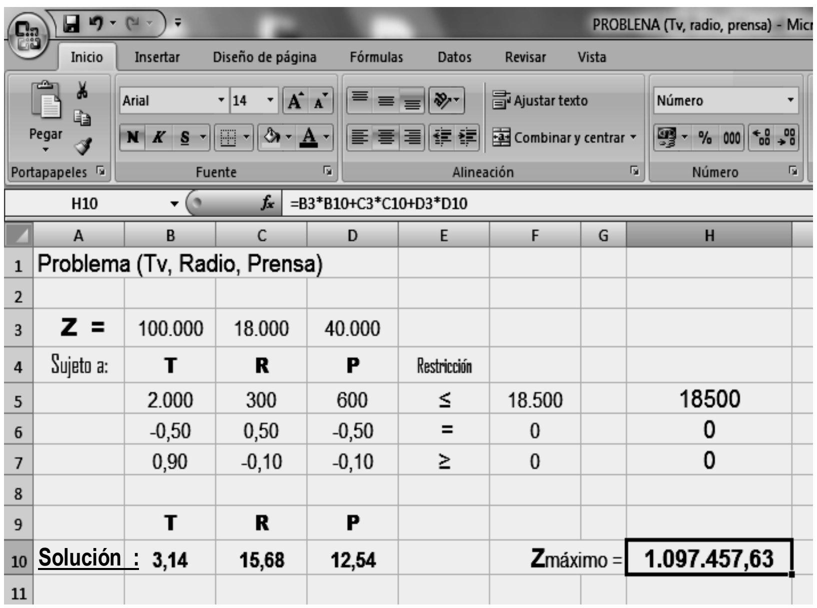
*Este cuadro permite especificar las opciones para resolver el modelo. Lo más importante son las opciones **"Adoptar Modelo Lineal"** y **"Adoptar no negativos"** (asegúrese de hacer clic sobre ellos y que se enciendan los testigos).*

*Con un clic en **"Aceptar"** (parte superior derecha) se regresa al cuadro de diálogo **"Parámetros de Solver".***

*Ahora todo está listo para hacer clic en **"Resolver"** y después de unos segundos Solver indicará los resultados en las celdas B10, C10 y D10, y en la celda objetivo (H10) aparecerá el valor máximo de la función objetivo (Zmáx). En el cuadro final **"Resultados de Solver",** haga clic en **"Aceptar".** (Verifique primero si Solver ha hallado una solución).*



Y aparecerá la hoja de resultados:



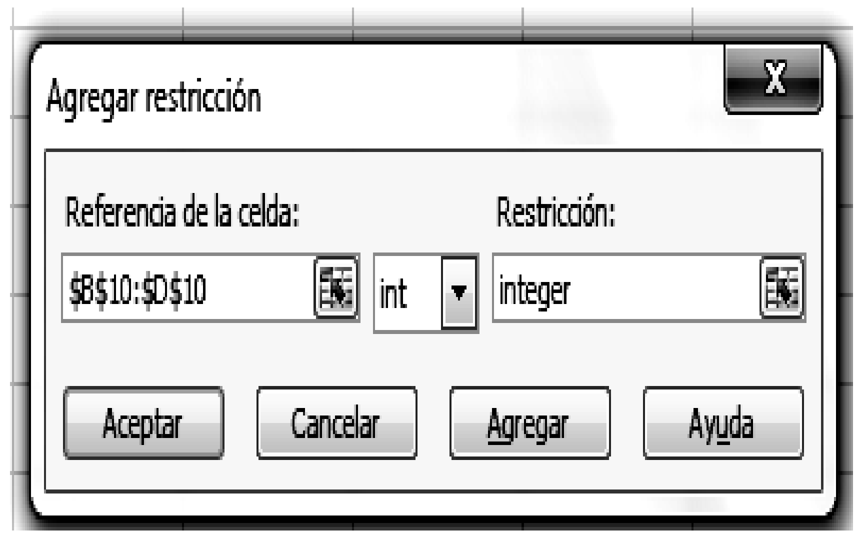
En muchos problemas prácticos, las variables de decisión o incógnitas tienen un sentido real si su valor es entero. Por ejemplo, si representan el número de unidades que se deben construir, personas que se deban asignar a una actividad, vehículos a fabricar o vender, máquinas a producir o utilizar, etc.

En este caso en particular queremos determinar el número de unidades de publicidad. Al observar los resultados podemos notar que los mismos están indicados con decimales y no es lógica la respuesta.

En estos casos ***NO SE RECOMIENDA HACER APROXIMACIONES****, generalmente se incurre en errores cuando así se hace. Debemos enfocarlo como un problema de* ***PROGRAMACIÓN LINEAL ENTERA.***

Un problema de Programación Lineal Entera se despliega en EXCEL como lo hemos hecho con este, pero con una restricción adicional que OBLIGA que los valores que se le asignen a las incógnitas sean números enteros positivos.

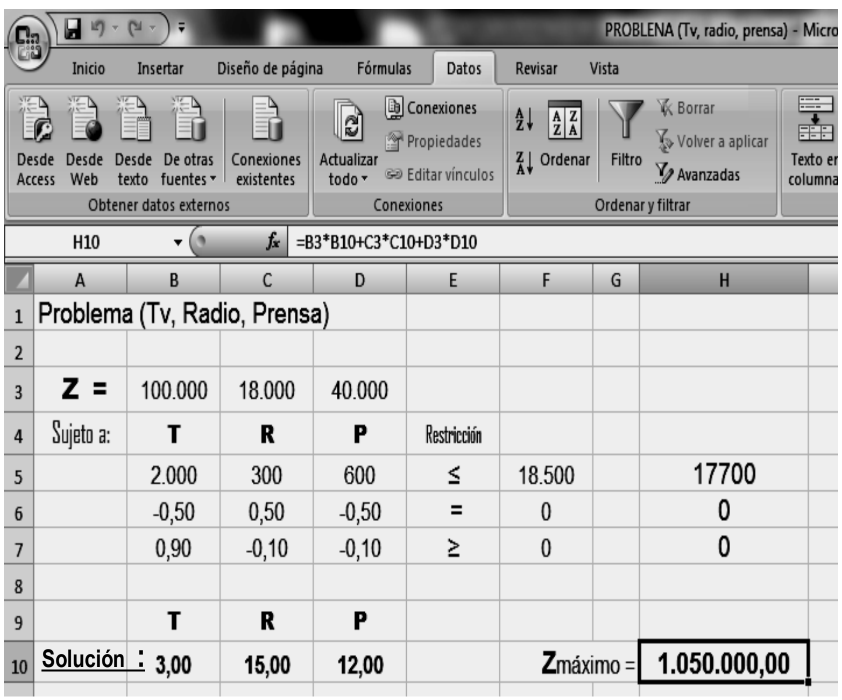
En este caso debemos regresar al paso ***"AGREGAR RESTRICCIÓN"*** *y agregar:*



Repito le estamos ordenando a SOLVER que los resultados sean números enteros positivos ya que se trata de unidades de publicidad.

Haga "clic" en ***"Aceptar·*** *y se mostrará el cuadro de Parámetros de Solver completo :*

*Ahora haga "clic" en **"Resolver"** y se presentará la solución con números enteros:*



Los resultados de este ejercicio se "leen" de la siguiente manera:

Se contratarán tres (3) unidades de publicidad en Televisión (T = 3,00), quince (15) unidades de publicidad en Radio (R = 15,00) y doce unidades de publicidad en Prensa (P = 12,00) para maximizar la audiencia total o cantidad de personas que vean la publicidad.

La audiencia máxima será de 1.050.000 personas (Zmáxima).

EJERCICIO 26 :

Se dispone de 120 refrescos de cola con cafeína y de 180 refrescos de cola sin cafeína. Los refrescos se venden en paquetes de dos tipos. Los paquetes de tipo A contienen tres refrescos con cafeína y tres sin cafeína, y los de tipo B contienen dos con cafeína y cuatro sin cafeína. El vendedor gana 6 euros por cada paquete que venda de tipo A y 5 euros por cada uno que vende de tipo B. Calcular de forma razonada cuántos paquetes de cada tipo debe vender para maximizar los beneficios y calcular éste.

SOLUCIÓN :

Variables : ***A*** *= Cantidad de paquetes "A" a vender.*
B *= Cantidad de paquetes "B" a vender.*

Función Objetivo : $Z = 6A + 5B$ *(utilidad a maximizar)*

Restricciones : Se recomienda elaborar una tabla donde se refleje toda la información disponible para visualizar mejor las restricciones del problema :

	A	**B**	Disponibilidad
Refresco con cafeína	3	2	120
Refresco sin cafeína	3	4	180

Restricción 1: **$3A + 2B \leq 120$** *(con cafeína)*

Restricción 2: **$3A + 4B \leq 180$** *(sin cafeína)*

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	**Z =**	6	5				
4		**A**	**B**				
5		3	2	<=	120		120
6		3	4	<=	180		180
7	**Solución :**						
8		**A**	**B**				
9		20	30		**Z**máxima =		**270,00**
10							

Se deben vender 20 paquetes del tipo "A" y 30 paquetes del tipo "B" generando un beneficio máximo de 270,00 euros.

EJERCICIO 27 :

Una persona para recuperarse de una cierta enfermedad tiene que tomar en su alimentación dos clases de componentes que llamaremos A y B. Necesita tomar 70 unidades de A y 120 unidades de B. El médico le da dos tipos de dietas en las que la concentración de dichos componentes es:

- ***dieta D_1: 2 unidades de A y 3 unidades de B***
- ***dieta D_2: 1 unidad de A y 2 unidades de B.***

Sabiendo que el precio de la dieta D_1 es 2,5 €. y el de la dieta D_2 es 1,45 €. ¿Cuál es la distribución óptima para el menor costo?

SOLUCIÓN :

Variables : **D_1** = Cantidad de dieta D_1 a consumir.

D_2 = Cantidad de dieta D_2 a consumir.

Función Objetivo : **$Z = 2{,}5\ D_1 + 1{,}45\ D_2$** *(costo a minimizar)*

Restricciones : *Se recomienda elaborar una tabla donde se refleje toda la información disponible para visualizar mejor las restricciones del problema :*

	D_1	**D_2**	Requerimiento
Unidades de componente A.	2	1	70
Unidades de componente B	3	2	120

Restricción 1: **$2\ D_1 + 1\ D_2 \geq 70$** *(componente A)*

Restricción 2: **$3\ D_1 + 2\ D_2 \geq 120$** *(componente B)*

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	**Z =**	2,5	1,45				
4		**D_1**	**D_2**				
5		2	1	>=	70		70
6		3	2	>=	120		120
7							
8		**D_1**	**D_2**				
9	**Solución :**	20	30			**Z**mínimo =	**93,50**
10							

Debe consumir 20 dietas "D1" y 30 dietas "D2" generándole un costo mínimo de 93,50 €.

EJERCICIO 28 : ***Se pretende cultivar en un terreno dos tipos de olivos: A y B. No se puede cultivar más de 8 has. con olivos de tipo A, ni más de 10 has. con olivos del tipo B. Cada hectárea de olivos de tipo A necesita 4 m^3 de agua anuales y cada una de tipo B, 3 m^3. Se dispone anualmente de 44 m^3 de agua. Cada hectárea de tipo A requiere una inversión de 500 € y cada una de tipo B, 225 €. Se dispone de 4500 € para realizar dicha inversión. Si cada hectárea de olivar de tipo A y B producen, respectivamente, 500 y 300 litros anuales de aceite:***

a) Obtener razonadamente las hectáreas de cada tipo de olivo que se deben plantar para maximizar la producción de aceite.
b) Obtener la producción máxima.

SOLUCIÓN :

Variables : ***A*** *= Cantidad de hectáreas de olivo del tipo "A" .*
B *= Cantidad de hectáreas de olivo del tipo "B" .*

Función Objetivo : ***Z = 500A + 300B*** *(producción a maximizar)*

Restricciones : Se recomienda elaborar una tabla donde se refleje toda la información disponible para visualizar mejor las restricciones del problema :

	A	***B***	*Disponibilidad*
M^3 de agua anual	*4*	*3*	*44*
Inversión	*500,00*	*225,00*	*4.500,00*
Cantidad máxima a cultivar	*8*	*10*	

Restricción 1: ***$4A + 3B \leq 44$*** *(agua)*

Restricción 2: ***$500A + 225B \leq 4.500$*** *(inversión)*

Restricción 3: *No se puede cultivar más de 8 has. con olivos de tipo A*

$A \leq 8$

Restricción 4: *Ni más de 10 has. con olivos de tipo B*

$B \leq 10$

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	**Z =**	500	300				
4		**A**	**B**				
5		4	3	**< =**	44		44
6		500	225	**< =**	4.500		4500
7		1		**< =**	8		6
8			1	**< =**	10		6,67
9							
10		**A**	**B**				
11	**Solución:**	6	6,67		Zmáximo =		**5.000,00**

Se deben cultivar 6 has. con olivos del tipo "A" y 6,67 del tipo "B" generando una producción máxima de 5.000 litros de aceite.

EJERCICIO 29 : ***Una empresa fabrica dos modelos de fundas de sofá, A y B, que dejan unos beneficios de 40 y 20 euros respectivamente. Para cada funda del modelo A se precisan 4 horas de trabajo y 3 unidades de tela. Para fabricar una del modelo B se requieren 3 horas de trabajo y 5 unidades de tela. La empresa dispone de 48 horas de trabajo y 60 unidades de tela. Si a lo sumo pueden hacerse 9 fundas del modelo A. ¿Cuántas fundas de cada modelo han de fabricarse para obtener el máximo beneficio y cual sería este?***

SOLUCIÓN :

Variables :

A *= Cantidad de fundas del tipo "A" a fabricar.*
B *= Cantidad de fundas del tipo "B" a fabricar.*

Función Objetivo :

$$Z = 40A + 20B \quad \text{(beneficio a maximizar)}$$

Restricciones : Se recomienda elaborar una tabla donde se refleje toda la información disponible para visualizar mejor las restricciones del problema :

	A	**B**	Disponibilidad
Horas de trabajo	4	3	48
Unidades de tela	3	5	60
Cantidad máxima a fabricar	9		

Restricción 1: $4A + 3B \leq 48$ (horas de trabajo)

Restricción 2: $3A + 5B \leq 60$ (unidades de tela)

Restricción 3: A lo sumo pueden hacerse 9 fundas del modelo "A".

$$A \leq 9$$

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	**Z =**	40	20				
4		**A**	**B**				
5		4	3	**< =**	48		48
6		3	5	**< =**	60		47
7		1		**< =**	9		9
8							
9		**A**	**B**				
10	**Solución:**	9	4		**Z**máximo =		**440,00**

Se deben fabricar 9 fundas del tipo "A" y 4 del tipo "B" generando un beneficio máximo de 440,00 euros.

EJERCICIO 30 :

Disponemos de 210.000 euros para invertir en bolsa. Nos recomiendan dos tipos de acciones. Las del tipo A, que rinden el 10% y las del tipo B, que rinden el 8%. Decidimos invertir un máximo de 130.000 euros en las del tipo A y como mínimo 60.000 en las del tipo B. Además queremos que la inversión en las del tipo A sea menor que el doble de la inversión en B. ¿Cuál tiene que ser la distribución de la inversión para obtener el máximo interés anual?

SOLUCIÓN :

Variables : **A** = Dinero a invertir en acciones del tipo "A" .
B = Dinero a invertir en acciones del tipo "B" .

Función Objetivo : $Z = 0{,}10\,A + 0{,}08\,B$ (maximizar interés)

Recuerde que 10% = 0,10 y 8% = 0,08

Restricciones :

Restricción 1: Disponemos de 210.000 euros para invertir en bolsa.

$$A + B \leq 210.000$$

Restricción 2: Decidimos invertir un máximo de 130.000 euros en las del tipo A

$$A \leq 130.000$$

Restricción 3: y como mínimo 60.000 en las del tipo B

$$B \geq 60.000$$

Restricción 4: Además queremos que la inversión en las del tipo A sea menor que el doble de la inversión en B.

$$A \leq 2B$$

Para introducir la restricción 4 en la hoja de cálculo Excel o en cualquier otro programa para solucionar problemas de Programación Lineal, se debe ordenar la misma de manera tal que las incógnitas queden del lado izquierdo del signo de desigualdad y el número del lado derecho. En este caso quedará :

$$A - 2B \ \leq \ 0$$

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	**Z =**	0,10	0,08				
4		**A**	**B**				
5		1	1	**<=**	210.000		210000
6		1		**<=**	130.000		130000
7			-1	**>=**	60.000		80000
8		1	-2	**<=**	0		-30000,00
9							
10		**A**	**B**				
11	**Solución:**	130.000,00	80.000,00		**Z**máximo =		**19.400,00**

Se deben invertir 130.000,00 euros en acciones del tipo "A" y 80.000,00 en las del tipo "B" y esto generará 19.400,00 euros de interés máximo anual.

EJERCICIO 31 : **En una pastelería se hacen dos tipos de tortas: Vienesa y Real. Cada torta Vienesa necesita un cuarto de relleno y un Kg. de bizcocho y produce un beneficio de 250 Pts, mientras que una torta Real necesita medio Kg. de relleno y un Kg. de bizcocho y produce 400 Ptas. de beneficio. En la pastelería se pueden hacer diariamente hasta 150 Kg. de bizcocho y 50 Kg. de relleno, aunque por problemas de maquinaria no pueden hacer mas de 125 tortas de cada tipo. ¿Cuántas tortas Vienesas y cuantas Reales deben vender al día para que sea máximo el beneficio?**

SOLUCIÓN :

Variables : **V** = Cantidad de tortas Vienesas a vender al día. .
R = Cantidad de tortas Reales a vender al día. .

Función Objetivo : $Z = 250V + 400R$ (beneficio a maximizar)

Restricciones : Se recomienda elaborar una tabla donde se refleje toda la información disponible para visualizar mejor las restricciones del problema :

	V	**R**	Disponibilidad
Relleno	0,25	0,50	50
Bizcocho	1	1	150
Máxima producción	125	125	

Restricción 1: $0,25\ V + 0,50\ R \leq 50$ (relleno)

Restricción 2: $1\ V + 1\ R \leq 150$ (bizcocho)

Restricción 3: No se pueden hacer más de 125 tortas Vienesas

$$V \leq 125$$

Restricción 4: No se pueden hacer más de 125 tortas Reales

$$R \leq 125$$

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	**Z =**	250,00	400				
4		**V**	**R**				
5		0,25	0,50	**< =**	50		50
6		1	1	**< =**	150		150
7		1		**< =**	125		100
8			1	**< =**	125		50,00
9							
10		**V**	**R**				
11	**Solución:**	100	50		**Z**máximo =		**45.000,00**
12							

Se deben vender 100 tortas Vienesas y 50 tortas Reales al día para obtener un beneficio máximo de 45.000,00 pesetas.

EJERCICIO 32 : ***Una compañía posee dos minas: la mina A produce cada día 1 tonelada de hierro de alta calidad, 3 toneladas de calidad media y 5 de baja calidad. La mina B produce cada día 2 toneladas de cada una de las tres calidades. La compañía necesita al menos 80 toneladas de mineral de alta calidad, 160 toneladas de calidad media y 200 de baja calidad. Sabiendo que el coste diario de la operación es de 2000 euros en cada mina ¿cuántos días debe trabajar cada mina para que el coste sea mínimo?.***

SOLUCIÓN :

Variables : M_A = *Días a trabajar en la Mina A. .*

M_B = *Días a trabajar en la Mina B.. .*

Función Objetivo :

$$Z = 2.000\ M_A + 2.000\ M_B \quad \text{(costo a minimizar)}$$

Restricciones : *Se recomienda elaborar una tabla donde se refleje toda la información disponible para visualizar mejor las restricciones del problema :*

	M_A	M_B	Requerimiento
Hierro de alta calidad (ton.)	1	2	80
Hierro de media calidad (ton.)	3	2	160
Hierro de baja calidad (ton.)	5	2	200

Restricción 1: $1\ M_A + 2\ M_B \geq 80$ *(alta calidad)*

Restricción 2: $3\ M_A + 2\ M_B \geq 160$ *(media calidad)*

Restricción 3: $5\ M_A + 2\ M_B \geq 200$ *(baja calidad)*

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	**Z =**	2.000	2.000				
4		M_A	M_B				
5		1	2	**> =**	80		80
6		3	2	**> =**	160		160
7		5	2	**> =**	200		240
8							
9		M_A	M_B				
10	**Solución:**	40	20		**Z**mínimo =		**120.000,00**
11							

Se deben trabajar 40 días en la Mina "A" y 20 días en la Mina "B" para que el costo sea mínimo (120.000,00 euros).

EJERCICIO 33 : ***Se va a organizar una planta de un taller de automóviles donde van a trabajar electricistas y mecánicos. Por necesidades de mercado, es necesario que haya mayor o igual número de mecánicos que de electricistas y que el número de mecánicos no supere al doble que el de electricistas. En total hay disponibles 30 electricistas y 20 mecánicos. El beneficio de la empresa por jornada es de 250 euros por electricista y 200 euros por mecánico. ¿Cuántos trabajadores de cada clase deben elegirse para obtener el máximo beneficio y cuál es este?***

SOLUCIÓN :

Variables : ***E*** *= Cantidad de electricistas a elegir .*
M *= Cantidad de mecánicos a elegir .*

Función Objetivo :

$$Z = 250\,E + 200\,M \quad \text{(beneficio a maximizar)}$$

Restricciones :

Restricción 1: Es necesario que haya mayor o igual número de mecánicos que de electricistas.

$M \geq E$ *que se puede ordenar como* $-E + M \geq 0$

Restricción 2: y que el número de mecánicos no supere al doble que el de electricistas

$M \leq 2E$ *que se puede ordenar como* $-2E + M \leq 0$

Restricción 3 y 4 : En total hay disponibles 30 electricistas y 20 mecánicos.

$$E \leq 30$$

$$M \leq 20$$

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	Z =	250	200				
4		E	M				
5		–1	1	> =	0		0
6		–2	1	< =	0		-20
7		1		< =	30		20
8			1	< =	20		20
9							
10		E	M				
11	Solución:	20	20		Zmáximo =		9.000,00
12							

Deben elegirse 20 electricistas y 20 mecánicos para obtener un beneficio máximo de 9.000,00 euros.

EJERCICIO 34 : ***La compañía ESPECIAS INDIAN C.A., tiene un stock limitado de dos hierbas que se utilizan en la producción de aderezos. INDIAN usa los dos ingredientes, HB1 y HB2, para producir ya sea curry o pimentón. El departamento de mercadotecnia informa que aunque la empresa puede vender todo el pimentón que pueda producir, sólo puede vender hasta un máximo de 1500 botellas de curry. Las hierbas no utilizadas se pueden vender a \$375 la onza de HB1 y a \$167 la onza de HB2. Determine él consumo de especias que maximice el ingreso de la Empresa.***

Aderezo	Ingredientes (Onzas/Bot)		Demanda	Precio de Venta
	HB1	HB2	(Botellas)	por botella ($)
Curry	5	3	1500	2750
Pimentón	2	3	Ilimitada	1300
Disponibilidad (Onzas)	10000	8500		

SOLUCIÓN :

Variables :

- **C** = Cantidad de botellas de curry a producir.
- **P** = Cantidad de botellas de pimentón a producir.
- HB_1 = Onzas de HB1 no utilizadas a vender.
- HB_2 = Onzas de HB2 no utilizadas a vender.

Función objetivo: $Z = 2.750\ C + 1.300\ P + 375\ HB_1 + 167\ HB_2$

Restricciones:

Restricción 1 : Onzas de HB1 utilizadas en cada botella de aderezo :

$$5\ C + 2\ P \leq 10.000$$

Restricción 2 : Onzas de HB2 utilizadas en cada botella de aderezo :

$$3\ C + 3\ P \leq 8.500$$

Restricción 3 : Solo se pueden vender hasta 1.500 botellas de curry :

$$C \leq 1.500$$

Restricción 4 : Las onzas de HB1 no utilizadas y las utilizadas deben sumar 10.000 onzas :

$$HB_1 + 5\ C + 2\ P = 10.000$$

Restricción 5 : Las onzas de HB2 no utilizadas y las utilizadas deben sumar 8.500 onzas :

$$HB_2 + 3\ C + 3\ P = 8.500$$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2									
3	Z =	2.750	1.300	375	167				
4		C	P	HB_1	HB_2				
5		5	2			<=	10.000		10000
6		3	3			<=	8.500		8250
7		1				<=	1.500		1500
8		5	2	1		=	10.000		10000
9		3	3		1	=	8.500		8500
10									
11		C	P	HB_1	HB_2				
12	Solución:	1500	1250	0	250		Zmáximo =		5.791.750,00

Se deben producir 1.500 botellas de curry y 1.250 botellas de pimentón y se venderán 250 onzas de "HB2" que no se utilizaron. Todo generará un ingreso máximo de $ 5.791.750,00.

EJERCICIO 35 :

Unos grandes almacenes encargan a un fabricante pantalones y chaquetas deportivas. El fabricante dispone para la confección de 750 m de tejido de algodón y 1000 m de tejido de poliéster. Cada pantalón requiere 1 m de algodón y 2 m de poliéster, cada chaqueta requiere 1,5 m de algodón y 1 m de poliéster. El precio del pantalón se fija en 50 € y el de la chaqueta en 40 €. ¿Qué número de pantalones y chaquetas debe suministrar el fabricante a los almacenes para que éstos consigan una venta máxima?

SOLUCIÓN :

Variables : **P** = Cantidad de pantalones a suministrar.
C = Cantidad de chaquetas a suministrar.

Función Objetivo : $Z = 50\ P + 40\ C$ (venta a maximizar)

Restricciones : Se recomienda elaborar una tabla donde se refleje toda la información disponible para visualizar mejor las restricciones del problema :

	P	C	Disponibilidad
Tejido de algodón	1	1,5	750
Tejido de poliester	2	1	1.000

Restricción 1: $1\ P + 1,5\ C \leq 750$ (algodón)

Restricción 2: $2\ P + 1\ C \leq 1.000$ (poliester)

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	**Z =**	50	40				
4		**P**	**C**				
5		1	1,5	**< =**	750		750
6		2	1	**< =**	1.000		1000
7							
8		**P**	**C**				
9	**Solución :**	375	250		Zmáxima =		**28.750,00**
10							

Se le deberán suministrar 375 pantalones y 250 chaquetas para conseguir una venta máxima de 28.750,00 euros.

EJERCICIO 36 : ***Una empresa de transportes tiene dos tipos de camiones, los del tipo A con un espacio refrigerado de 20 m^3 y un espacio no refrigerado de 40 m^3. Los del tipo B, con igual cubicaje total, al 50% de refrigerado y no refrigerado. La contratan para el transporte de 3.000 m^3 de producto que necesita refrigeración y 4.000 m^3 de otro que no la necesita. El costo por kilómetro de un camión del tipo A es de 30 € y el B de 40 €. ¿Cuántos camiones de cada tipo ha de utilizar para que el coste total sea mínimo?***

SOLUCIÓN :

Variables : **A** = Cantidad de camiones del tipo A a utilizar.
B = Cantidad de camiones del tipo B a utilizar.

Función Objetivo : **Z = 30 A + 40 B** (costo a minimizar)

Restricciones : Se recomienda elaborar una tabla donde se refleje toda la información disponible para visualizar mejor las restricciones del problema.

Como se dice que los camiones de tipo B tienen igual cubicaje que los del tipo A, significa que tienen un espacio total de 60 m^3 (20+40). Y como se especifica que 50% es refrigerado y 50% no refrigerado los datos del camión tipo B serán 30 y 30.

	A	**B**	Requerimiento
Espacio refrigerado	20	30	3.000
Espacio no refrigerado	40	30	4.000

Restricción 1: **20 A + 30 B ≥ 3.000** (espacio refrigerado)

Restricción 2: **40 A + 30 B ≥ 4.000** (espacio no refrigerado)

Restricción 3: **Como las variables o incógnitas son cantidades de camiones a utilizar, los resultados tienen que ser números enteros positivos (PROGRAMACION LINEAL ENTERA),**

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	**Z =**	30	40				
4		**A**	**B**				
5		20	30	**> =**	3.000		3000
6		40	30	**> =**	4.000		4020
7							
8		**A**	**B**				
9	**Solución :**	51	66		Zmínima =		**4.170,00**

Se utilizaran 51 camiones del tipo "A" y 66 del tipo "B" generando un costo mínimo de 4.170,00 euros por kilómetro.

Vamos a aprovechar este ejercicio para demostrar lo que hemos dicho anteriormente en lo relacionado a que no se recomiendan las aproximaciones de los resultados.

Si no se "ordena" a SOLVER que los resultados tienen que ser enteros positivos el resultado será el siguiente :

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	**Z =**	30	40				
4		**A**	**B**				
5		20	30	**> =**	3.000		3000,1
6		40	30	**> =**	4.000		4000,1
7							
8		**A**	**B**				
9	**Solución :**	50	66,67		Zmínima =		**4.166,80**
10							

Si hacemos la aproximación y decimos que debemos utilizar 67 camiones del tipo B, los valores obtenidos serán :

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	**Z =**	30	40				
4		**A**	**B**				
5		20	30	**> =**	3.000		3010
6		40	30	**> =**	4.000		4010
7							
8		**A**	**B**				
9	**Solución :**	50	67		Zmínima =		**4.180,00**
10							

*Note que el costo mínimo es de **4.180,00 €,** que es mayor a los **4.170,00 €** que se obtienen cuando utilizamos la Programación Lineal Entera (Restricción 3 de este ejercicio)*

EJERCICIO 37 : ***En una granja de pollos se da una dieta, para engordar, con una composición mínima de 15 unidades de una sustancia A y otras 15 de una sustancia B. En el mercado sólo se encuentra dos clases de compuestos: el tipo X con una composición de una unidad de A y 5 de B, y el otro tipo, Y, con una composición de cinco unidades de A y una de B. El precio del tipo X es de 10 euros y del tipo Y es de 30 €. ¿Qué cantidades se han de comprar de cada tipo para cubrir las necesidades con un coste mínimo?***

SOLUCIÓN :

Variables : ***X** = Cantidad de compuesto X a comprar.*
***Y** = Cantidad de compuesto Y a comprar.*

Función Objetivo : $Z = 10X + 30Y$ *(costo a minimizar)*

Restricciones : Se recomienda elaborar una tabla donde se refleje toda la información disponible para visualizar mejor las restricciones del problema.

	X	**Y**	Requerimiento
Unidades de sustancia A	1	5	15
Unidades de sustancia B	5	1	15

Restricción 1: $1X + 5Y \geq 15$ *(Unidades de sustancia A)*

Restricción 2: $5X + 1Y \geq 15$ *(Unidades de sustancia B)*

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	**Z =**	10	30				
4		**X**	**Y**				
5		1	5	**> =**	15		15
6		5	1	**> =**	15		15
7							
8		**X**	**Y**				
9	**Solución :**	2,5	2,5		Zmínima =		**100,00**
10							

EJERCICIO 38 : ***Una escuela prepara una excursión para 320 alumnos. La empresa de transporte tiene 10 autobuses de 20 plazas y 8 de 42 plazas, pero sólo dispone de 9 conductores. El alquiler de un autobús grande cuesta 900 € y el de uno pequeño 400 €. Calcular cuántos autobuses de cada tipo hay que utilizar para que la excursión resulte lo más económica posible para la escuela.***

SOLUCIÓN :

Variables : ***G*** *= Cantidad de autobuses grandes a utilizar.*
P *= Cantidad de autobuses pequeños a utilizar.*

Función Objetivo : ***Z = 900 G + 400 P*** *(costo a minimizar)*

Restricciones : *Restricción 1: Los alumnos que "quepan" en cierto número de autobuses grandes más los que "quepan" en los autobuses pequeños tiene que ser mayor o igual que 320.*

$$42\,G + 20\,P \geq 320$$

Restricción 2 y 3 : La empresa de transporte tiene 10 autobuses de 20 plazas y 8 de 42 plazas.

$$P \leq 10 \qquad ; \qquad G \leq 8$$

Restricción 4: Pero sólo dispone de 9 conductores (si se tienen 9 conductores no se pueden asignar más de 9 autobuses)

$$1\,G + 1\,P \leq 9$$

Restricción 5: Los valores tienen que ser enteros positivos (autobuses).

2							
3	Z =	900	400				
4		G	P				
5		42	20	> =	320		334
6		1		<=	8		7
7			1	<=	10		2
8		1	1	<=	9		9
9							
10		G	P				
11	Solución :	7	2			Zminima =	7.100,00

Se deberán utilizar 7 autobuses grandes y 2 autobuses pequeños generando un gasto mínimo de 7.100,00 euros.

EJERCICIO 39 : ***Una empresa de instalaciones dispone de 195 kg de cobre, 20 kg de titanio y 14 kg de aluminio. Para fabricar 100 metros de cable de tipo A se necesitan 10 kg de cobre, 2 de titanio y 1 de aluminio, mientras que para fabricar 100 metros de cable de tipo B se necesitan 15 kg de cobre, 1 de titanio y 1 de aluminio. El beneficio que se obtiene por 100 metros de cable de tipo A es de 1500 euros, y por 100 metros de cable de tipo B, 1000 euros. Calcular los metros de cable de cada tipo que hay que fabricar para maximizar el beneficio de la empresa. Obtener dicho beneficio máximo.***

SOLUCIÓN :

Variables : *En el planteamiento del problema notamos que todos los datos están referidos a 100 metros de cable, en base a esto podemos definir las variables como :*

- ***A*** *= Cantidad de "rollos" de 100 mts. de cable del tipo A a fabricar.*
- ***B*** *= Cantidad de "rollos" de 100 mts. de cable del tipo B a fabricar.*

Función Objetivo : ***Z = 1.500 A + 1.000 B*** *(maximizar)*

Restricciones : *Se recomienda elaborar una tabla donde se refleje toda la información disponible para visualizar mejor las restricciones del problema.*

	A	**B**	*Disponibilidad*
Kilogramos de Cobre	*10*	*15*	*195*
Kilogramos de Titanio	*2*	*1*	*20*
Kilogramos de Aluminio	*1*	*1*	*14*

Restricción 1: ***10 A + 15 B ≤ 195*** *(Kgs. de cobre)*

Restricción 2: ***2 A + 1 B ≤ 20*** *(Kgs. de titanio)*

Restricción 3: ***1 A + 1 B ≤ 14*** *(Kgs. de aluminio)*

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	**Z =**	1.500	1.000				
4		**A**	**B**				
5		10	15	**<=**	195		180
6		2	1	**<=**	20		20
7		1	1	**<=**	14		14
8							
9		**A**	**B**				
10	**Solución :**	6	8		**Z**máxima =		**17.000,00**
11							

El beneficio máximo asciende a 17.000,00 euros y se obtiene fabricando 600 metros (6 rollos de 100 metros) de cable de tipo A y 800 metros (8 rollos de 100 metros) de tipo B.

EJERCICIO 40 : ***Un establecimiento de prendas deportivas tiene almacenados 1600 bañadores, 1000 gafas de baño y 800 gorros de baño. Se quiere incentivar la compra de estos productos mediante la oferta de dos tipos de lotes: el lote A, que produce un beneficio de 8 euros, formado por un bañador, un gorro y unas gafas, y el lote B que produce un beneficio de 10 euros y está formado por dos bañadores y unas gafas. Sabiendo que la publicidad de esta oferta tendrá un coste de 1.500 euros a deducir de los beneficios, se pide calcular el número de lotes A y B que harán máximo el beneficio y a cuánto asciende éste.***

SOLUCIÓN :

Variables : ***A*** *= Cantidad de lotes A a preparar.*

B *= Cantidad de lotes B a preparar.*

Función Objetivo : ***Z = 8 A + 10 B – 1.500*** *(maximizar)*

Note que en la función objetivo se ha indicado la resta de los 1.500 euros que se deben deducir de los beneficios.

Restricciones : *Se recomienda elaborar una tabla donde se refleje toda la información disponible para visualizar mejor las restricciones del problema.*

	A	***B***	*Disponibilidad*
Bañadores	*1*	*2*	*1.600*
Gafas de baño	*1*	*1*	*1.000*
Gorros de baño	*1*		*800*

Restricción 1: ***1 A + 2 B ≤ 1.600*** *(bañadores)*

Restricción 2: ***1 A + 1 B ≤ 1.000*** *(gafas de baño)*

Restricción 3: ***1 A ≤ 800*** *(gorros de baño)*

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	**Z =**	8	10	–1.500			
4		**A**	**B**				
5		1	2	**<=**	1.600		1600
6		1	1	**<=**	1.000		1000
7		1		**<=**	800		400
8							
9		**A**	**B**				
10	**Solución :**	400	600		**Z**máxima =		**7.700,00**
11							

Se deben preparar 400 lotes A y 600 lotes B para obtener el máximo beneficio que asciende a 7.700,00 euros.

EJERCICIO 41 : ***Se desea obtener la mezcla de petróleo a partir de crudos de distintas procedencias, cada uno de los cuales tienen distintas características. En la tabla adjunta se detallan los distintos crudos (4 en total) y sus características más importantes : el tanto por ciento de azufre, la densidad y el precio por TM en pesetas.***

Origen	% Azufre	Densidad	Precio
Kuwait	0.45	0.91	35.000
Arabia	0.40	0.95	31.000
Noruega	0.38	0.89	39.000
Venezuela	0.41	0.92	34.000

Se exige que la mezcla tenga unas características concretas que se traducen en un porcentaje del 40% de contenido de azufre y una densidad igual al 91%. Se desea que el precio de la mezcla sea mínimo.

SOLUCIÓN :

Variables :

- ***K*** *= Cantidad de crudo procedente de Kuwait.*
- ***A*** *= Cantidad de crudo procedente de Arabia.*
- ***N*** *= Cantidad de crudo procedente de Noruega.*
- ***V*** *= Cantidad de crudo procedente de Venezuela.*

Función Objetivo : *(minimizar costo de la mezcla)*

$$Z = 35.000\,K + 31.000\,A + 39.000\,N + 34.000\,V$$

Restricciones :

Restricción 1: *Se exige que la mezcla tenga unas características concretas que se traducen en un porcentaje del 40% de contenido de azufre*

$$0{,}45\,K + 0{,}40\,A + 0{,}38\,N + 0{,}41\,V = 0{,}40$$

Restricción 2: *y una densidad igual al 91%.*

$$0{,}91\,K + 0{,}95\,A + 0{,}89\,N + 0{,}92\,V = 0{,}91$$

Restricción 3: *Aunque no se haga mención en el problema, la suma de las proporciones de cada crudo debe ser igual a la unidad.*

$$K + A + N + V = 1{,}00$$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2									
3	Z =	35.000	31.000	39.000	34.000				
4		K	A	N	V				
5		0,45	0,40	0,38	0,41	=	0,4		0,4
6		0,91	0,95	0,89	0,92	=	0,91		0,91
7		1	1	1	1	=	1		1
8									
9		K	A	N	V		Zmínima =		35.666,67
10	Solución :	0,00	0,00	0,33	0,67				

La mezcla óptima debe tener 33% de crudo procedente de Noruega y 67% de crudo procedente de Venezuela generando un gasto mínimo de 35.666,67 pesetas por TM.

EJERCICIO 42 : ***Una perfumería produce el perfume "OXES". Este perfume requiere de Esencia y Fijador para su producción. Dos procesos están disponibles. El proceso "A" transforma 1 onza de fijador y 2 onzas de esencia en 3 onzas de perfume. El proceso "B" transforma 2 onzas de fijador y 3 onzas de esencia en 5 onzas de perfume. Cada onza de fijador le cuesta a la perfumería Bs. 10.000,00 y cada onza de esencia Bs. 15.000,00. Se tiene una disponibilidad máxima de 200 onzas de fijador y un máximo de 350 onzas de esencia para este período de planificación. Para estimular la demanda***

la perfumería ha contratado una publicidad por un costo total de Bs. 4.000.000,00. El perfume se vende en embases de una onza a Bs. 40.000,00 c/u. Determine la producción óptima que permita obtener la máxima utilidad tomando en cuenta que se debe producir únicamente lo que se va a embasar.

<u>SOLUCIÓN :</u>

<u>Variables :</u>

- ***A*** *= Cantidad de onzas de perfume elaborado con el proceso "A".*
- ***B*** *= Cantidad de onzas de perfume elaborado con el proceso "B".*

<u>Función Objetivo :</u> Como se nos habla de maximizar la utilidad lo primero que debemos hacer es calcular la utilidad de cada onza de perfume.

Si tomamos en cuenta que la utilidad es igual al precio de venta menos el precio de costo, y ya conocemos el precio de venta (Bs. 40.000,00), solo nos falta conocer el precio de costo.

Costo de cada onza de perfume elaborado con el proceso "A" :

El proceso "A" transforma 1 onza de fijador y 2 onzas de esencia en 3 onzas de perfume. Esto nos indica que cada onza de perfume utiliza 1/3 de fijador y 2/3 de esencia. Luego el costo será:

$$(1/3).(10.000) + (2/3).(15.000) = 3.333,33 + 10.000 = 13.333,33$$

Costo de cada onza de perfume elaborado con el proceso "B" :

El proceso "A" transforma 2 onzas de fijador y 3 onzas de esencia en 5 onzas de perfume. Esto nos indica que cada onza de perfume utiliza 2/5 de fijador y 3/5 de esencia. Luego el costo será:

$$(2/5).(10.000) + (3/5).(15.000) = 4.000 + 9.000 = 13.000,00$$

Utilidad de A = *40.000,00 – 13.333,33 = 26.666,67*

Utilidad de B = *40.000,00 – 13.000,00 = 27.000,00*

Tomando en cuenta que para estimular la demanda la perfumería ha contratado una publicidad por un costo total de Bs. 4.000.000,00.

$$Z = 26.666,67\, A + 27.000\, B - 4.000.000,00$$

<u>Restricciones :</u> Se recomienda elaborar una tabla donde se refleje toda la información disponible para visualizar mejor las restricciones del problema.

	A	B	Disponibilidad
Onzas de Fijador	1/3	2/5	200
Onzas de Esencia	2/3	3/5	350

<u>Restricción 1:</u> $1/3\, A + 2/5\, B \leq 200$ *(fijador)*

<u>Restricción 2:</u> $2/3\, A + 3/5\, B \leq 350$ *(esencia)*

<u>Restricción 3:</u> Como se debe producir únicamente lo que se va a embasar estamos en presencia de un problema de ***Programación Lineal Entera*** *(resultados enteros positivos).*

Algunos estudiantes, por comodidad, expresan los valores en decimales quedando la tabla y las restricciones como se muestran a continuación :

	A	B	Disponibilidad
Onzas de Fijador	0,33	0,40	200
Onzas de Esencia	0,67	0,60	350

Restricción 1: $0,33\, A + 0,40\, B \leq 200$ *(fijador)*

Restricción 2: $0,67\, A + 0,60\, B \leq 350$ *(esencia)*

Usando decimales la solución será :

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	**Z =**	26.666,67	27.000,00	–4.000.000,00			
4		**A**	**B**				
5		0,33	0,40	**< =**	200		199,65
6		0,67	0,60	**< =**	350		349,35
7							
8		**A**	**B**				
9	**Solución :**	285	264		Zmáxima =		**10.728.000,95**

Usando fracciones la solución será :

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3	**Z =**	26.666,67	27.000	-4.000.000			
4		**A**	**B**				
5		1/3	2/5	**< =**	200		200
6		2/3	3/5	**< =**	350		350
7							
8		**A**	**B**				
9	**Solución :**	300	250		Zmáxima =		**10.750.001,00**
10							

Note que en el segundo caso los valores de las incógnitas o variables de decisión son mayores y lo mismo pasa con la función objetivo (Zmáxima). Esto ocurre porque cuando se usan decimales con aproximación se arrastran errores que afectan el resultado final. Por lo tanto se **recomienda trabajar siempre con fracciones.**

Se deben fabricar 300 onzas de perfume con el proceso "A" y 250 con el proceso "B" generando una utilidad máxima de Bs. 10.750.001,00

EJERCICIO 43 : ***Un artesano fabrica y vende cuadros tejidos, de los cuales tiene tres tipos : el pequeño, el mediano y el grande. El primero requiere triplay, 200 metros de estambre y 85 clavos; el segundo necesita triplay, 300 metros de estambre y 100 clavos; el tercero utiliza triplay, 400 metros de estambre y 125 clavos. De una hoja de triplay se pueden obtener 12 cuadros pequeños u 8 medianos ó 5 grandes. Cada mes se cuenta con 15 hojas de triplay, 68 rollos de estambre de 500 metros cada uno y 12.500 clavos. El cuadro pequeño requiere de 3 horas, el mediano de 5 horas y el grande de 6 horas para su elaboración. Mensualmente se dispone de 530 horas para la fabricación de los cuadros. La experiencia que se tiene de las ventas muestra que mínimo se venden 25 cuadros grandes por cada 60 cuadros pequeños. El margen de utilidad para los cuadros pequeños, medianos y grandes son $22, $35 y $45 respectivamente, ¿Cuántos cuadros de cada tipo deben hacerse para que la utilidad sea máxima?***

SOLUCIÓN :

Variables :

- ***P*** *= Cantidad de cuadros pequeños a fabricar.*
- ***M*** *= Cantidad de cuadros medianos a fabricar.*
- ***G*** *= Cantidad de cuadros grandes a fabricar.*

Función Objetivo : ***Z = 22 P + 35 M + 45 G*** *(maximizar utilidad))*

Restricciones : *Se recomienda elaborar una tabla donde se refleje toda la información disponible para visualizar mejor las restricciones del problema.*

Para elaborar la tabla hay que tomar en cuenta varios aspectos:

Primero : *De una hoja de triplay se pueden obtener 12 cuadros pequeños u 8 medianos ó 5 grandes. Esto significa que un cuadro pequeño requiere de 1/12 hoja de triplay, un cuadro mediano requiere de 1/8 de hoja y uno grande requiere de 1//5 de hoja.*

Segundo : *El estambre que se utiliza en cada cuadro se expresa en metros y se dice que se cuenta con 68 rollos de estambre de 500 metros cada uno. Es necesario expresar lo que se tiene de estambre en metros, luego (68).(500) = 34.000 metros de estambre disponibles.*

	P	***M***	***G***	*Disponibilidad*
Hojas de Triplay	*1/12*	*1/8*	*1/5*	*15*
Metros de Estambre	*200*	*300*	*400*	*34.000*
Clavos	*85*	*100*	*125*	*12.500*
Horas de trabajo	*3*	*5*	*6*	*530*

Restricción 1: ***1/12 P + 1/8 M + 1/5 G ≤ 15*** *(triplay)*

Restricción 2: ***200 P + 300 M + 400 G ≤ 34.000*** *(estambre)*

Restricción 3: ***85 P + 100 M + 125 G ≤ 12.500*** *(clavos)*

Restricción 4: ***3 P + 5 M + 6 G ≤ 530*** *(horas de trabajo)*

Restricción 5: ***La experiencia que se tiene de las ventas muestra que mínimo se venden 25 cuadros grandes por cada 60 cuadros pequeños.***

Sea muy cuidadoso al expresar esta restricción, es muy común que los estudiantes cometan el error de expresar 25 G ≥ 60 P. Lo correcto es expresarlo recordando lo aprendido en bachillerato (proporciones) y que se puede hacer de dos maneras:

$$\frac{G}{25} \geq \frac{P}{60} \qquad ó \qquad \frac{G}{P} \geq \frac{25}{60}$$

Cualquiera de estas dos desigualdades al ser despejada quedará :

Restricción 5: ***– 25 P + 60 G ≥ 0***

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2								
3	**Z =**	22	35	45				
4		**P**	**M**	**G**				
5		1/12	1/8	1/5	**<=**	15		15
6		200	300	400	**<=**	34.000		34000
7		85	100	125	**<=**	12.500		12225
8		_ 3	5	6	**<=**	530		530
9		-25		60	**>=**	0		0
10								
11		**P**	**M**	**G**				
12	**Solución :**	60	40	25			**Z**máxima =	**3.845,00**
13								

Se deben fabricar 60 cuadros pequeños, 40 cuadros medianos y 25 cuadros grandes y su venta generará una utilidad máxima de $ 3.845,00.

EJERCICIO 44 : ***Debido a las fuertes lluvias de los últimos días en el sur, la empresa "Stop-lluvia" dedicada al rubro de los paraguas, ha visto un aumento en la demanda de sus productos. Los paraguas se arman en dos plantas, según la siguiente tabla:***

Planta	Capacidad de producción [paragua]	Costo de producción [US$/paragua]
A	2600	2300
B	1800	2500

Cuatro cadenas de multitiendas están interesadas en adquirir los paraguas, con las siguientes características :

Cadena	Máxima demanda [paragua]	Precio dispuesto a pagar [US$/paragua]
1	1800	3900
2	2100	3700
3	550	4000
4	1750	3600

El costo de traslado a cada tienda (fijo) se muestra en la siguiente tabla :

Costo Fijo [US$]	1	2	3	4
A	600	800	1100	900
B	1200	400	800	500

Determinar la mejor decisión de entrega, para la empresa productora de paraguas.

SOLUCIÒN:

En el análisis y solución de este tipo de problemas es recomendable hacer los cuadros o tablas que muestren mejor toda la información de interés. Una de las tablas más usada es similar a la matriz de costos del método de transporte pero adaptada a cada uno de los aspectos que queremos visualizar mejor.

En este caso en particular resultaría muy útil conocer la utilidad que obtendrá la fábrica por la venta de cada paragua a cada una de las 4 cadenas de multitiendas interesadas.

Al saber que utilidad es la diferencia entre precio de venta y costos vamos a construir cada una de las tablas que muestren dicha información:

Precio que cada cadena de multitiendas està dispuesto a pagar por cada paragua:

	Cadena 1	Cadena 2	Cadena 3	Cadena 4	Capacidad Producción
Planta A	3900	3700	4000	3600	2600
Planta B	3900	3700	4000	3600	1800
Max. Demanda	1800	2100	550	1750	

Costo de producción por cada paragua:

	Cadena 1	Cadena 2	Cadena 3	Cadena 4	Capacidad Producción
Planta A	2300	2300	2300	2300	2600
Planta B	2500	2500	2500	2500	1800
Max. Demanda	1800	2100	550	1750	

Costo de traslado a cada tienda:

	Cadena 1	Cadena 2	Cadena 3	Cadena 4	Capacidad Producción
Planta A	600	800	1100	900	2600
Planta B	1200	400	800	500	1800
Max. Demanda	1800	2100	550	1750	

Para construir la tabla de utilidad debemos tomar en cuenta lo siguiente:

1) *Cada paragua fabricado en la Planta A y que sea vendido a la Cadena 1 tendrá una utilidad de 3900 – 2300 – 600 =* **1000**. *Es decir : el precio de venta (3900) menos el costo de producción (2300) menos el costo de traslado (600).*

2) *Cada paragua fabricado en la Planta B y que sea vendido a la Cadena 1 tendrá una utilidad de 3900 – 2500 – 1200 =* **200**. *Es decir : el precio de venta (3900) menos el costo de producción (2500) menos el costo de traslado (1200).*

3) *Cada paragua fabricado en la Planta A y que sea vendido a la Cadena 2 tendrá una utilidad de 3700 – 2300 – 800 =* **600**. *Es decir: el precio de venta (3700) menos el costo de producción (2300) menos el costo de traslado (800).*

4) *Cada paragua fabricado en la Planta B y que sea vendido a la Cadena 2 tendrá una utilidad de 3700 – 2500 – 400 =* **800**. *Es decir: el precio de venta (3700) menos el costo de producción (2500) menos el costo de traslado (400).*

5) *Cada paragua fabricado en la Planta A y que sea vendido a la Cadena 3 tendrá una utilidad de 4000 – 2300 – 1100 =* **600**. *Es*

decir : el precio de venta (4000) menos el costo de producción (2300) menos el costo de traslado (1100).

6) Cada paragua fabricado en la Planta B y que sea vendido a la Cadena 3 tendrá una utilidad de 4000 – 2500 – 800 = **700**. Es decir: el precio de venta (4000) menos el costo de producción (2500) menos el costo de traslado (800).

7) Cada paragua fabricado en la Planta A y que sea vendido a la Cadena 4 tendrá una utilidad de 3600 – 2300 – 900 = **400**. Es decir : el precio de venta (3600) menos el costo de producción (2300) menos el costo de traslado (900).

8) Cada paragua fabricado en la Planta B y que sea vendido a la Cadena 4 tendrá una utilidad de 3600 – 2500 – 500 = **600**. Es decir: el precio de venta (3600) menos el costo de producción (2500) menos el costo de traslado (500).

<u>Utilidad por cada paragua:</u>

	Cadena 1	Cadena 2	Cadena 3	Cadena 4	Capacidad Producción
Planta A	1000	600	600	400	2600
Planta B	200	800	700	600	1800
Max. Demanda	1800	2100	550	1750	

Si a las cantidades de paraguas que se enviarán desde cada planta hasta cada cadena de multitiendas la llamamos como:

	Cadena 1	Cadena 2	Cadena 3	Cadena 4
Planta A	A_1	A_2	A_3	A_4
Planta B	B_1	B_2	B_3	B_4

La función objetivo quedará definida como: (maximizar utilidad)

$$Z = 1000 A_1 + 600 A_2 + 600 A_3 + 400 A_4 + 200 B_1 + 800 B_2 + 700 B_3 + 600 B_4$$

Sujeta a las siguientes restricciones:

1) $A_1 + A_2 + A_3 + A_4 \leq 2600$ (Capacidad de producción de la Planta A)

2) $B_1 + B_2 + B_3 + B_4 \leq 1800$ (Capacidad de producción de la Planta B)

3) $A_1 + B_1 \leq 1800$ (Máxima demanda de la Cadena 1)

4) $A_2 + B_2 \leq 2100$ (Máxima demanda de la Cadena 2)

5) $A_3 + B_3 \leq 550$ (Máxima demanda de la Cadena 3)

6) $A_4 + B_4 \leq 1750$ (Máxima demanda de la Cadena 4)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Caso Paraguas												
2													
3	Z =	1000	600	600	400	200	800	700	600				
4		A1	A2	A3	A4	B1	B2	B3	B4	RESTRICCION			RESULTADOS
5		1	1	1	1					<=	2600		2600
6						1	1	1	1	<=	1800		1800
7		1				1				<=	1800		1800
8			1				1			<=	2100		2100
9				1				1		<=	550		500
10					1				1	<=	1750		0
11		A1	A2	A3	A4	B1	B2	B3	B4				
12		1800	300	500	0	0	1800	0	0			Z =	3.720.000,00
13													

La solución se lee :

- ***De la Planta A se enviarán 1800 paraguas a la Cadena 1***
- ***De la Planta A se enviarán 300 paraguas a la Cadena 2***
- ***De la Planta A se enviarán 500 paraguas a la Cadena 3***
- ***De la Planta B se enviarán 1800 paraguas a la Cadena 2***
- ***La utilidad total que se obtendrá por esta venta es de $ 3.720.000,oo***

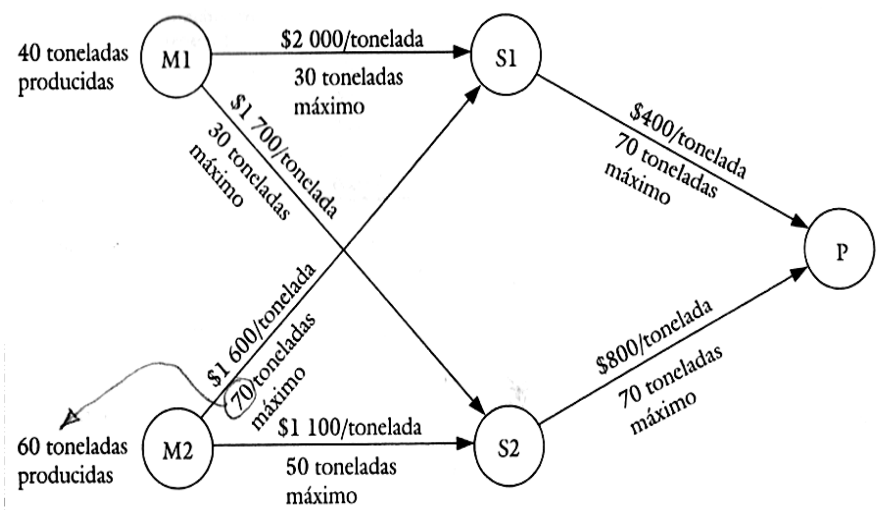
Este ejercicio también se puede solucionar utilizando el mismo formato del Método de Transporte en EXCEL con la salvedad de que en vez de "minimizar costos" debemos solicitar a SOLVER "maximizar utilidades". Esto permite facilitar el enfoque y sobre todo visualizar inmediatamente la solución obtenida.

Al final de estos apuntes (Anexos) encontrarás una "guía práctica" de Cómo Desplegar y Solucionar un Problema de Transporte en la hoja de cálculo Excel.

	A	B	C	D	E	F	G
1		CADENA 1	CADENA 2	CADENA 3	CADENA 4	OFERTA	
2	PLANTA A	1000	600	600	400	2600	
3	PLANTA B	200	800	700	600	1800	
4	DEMANDA	1800	2100	550	1750		
9	SOLUCION :						
10							
11		CADENA 1	CADENA 2	CADENA 3	CADENA 4	OFERTA	
12	PLANTA A	1800	300	500	0	2600	
13	PLANTA B	0	1800	0	0	1800	
14	DEMANDA	1800	2100	500	0		
15						Z =	3.720.000,00

La solución es la misma a la obtenida con el método de programación lineal, pero en esta observamos mejor los resultados, inclusive vemos claramente que se envió toda la producción de las plantas y que se cumplen con los requerimientos totales de la Cadena 1 y la Cadena 2, se cumple parcialmente con los requerimientos de la Cadena 3 y que no se cumple con los requerimientos de la Cadena 4.

EJERCICIO 45 : ***Fagersta Steelworks explota dos minas para obtener mineral de hierro. Este mineral de hierro se envía a una de dos instalaciones de almacenamiento. Cuando se necesita se manda a la planta de acero de la compañía. El siguiente diagrama describe la red de distribución, donde M1 y M2 son las dos minas, S1 y S2, los dos almacenes y P es la planta de acero. También muestra las cantidades producidas en las minas. al igual que el costo de envío y la cantidad máxima que se puede enviar al mes por cada vía. La Planta (P) requiere 100 toneladas de mineral de hiero.***



La administración desea determinar el plan más económico de envío del mineral de las minas a la planta. Formule y resuelva con un modelo de programación lineal.

SOLUCIÓN :

Identificando las incógnitas: *Como el problema consiste en determinar el plan más económico de trasladar un material desde una mina hasta la planta, pasando primero por una instalación de almacenamiento, es necesario visualizar las rutas posibles:*

a) M_1S_1P = *material extraído de la M1, almacenado en S1 y trasladado a P.*
b) M_1S_2P = *material extraído de la M1, almacenado en S2 y trasladado a P.*
c) M_2S_1P = *material extraído de la M2, almacenado en S1 y trasladado a P.*
d) M_2S_2P = *material extraído de la M2, almacenado en S2 y trasladado a P.*

Conocidas las rutas posibles calculamos los costos que generan, para lo cual sumo el costo de envío desde la mina hasta el almacén y desde el almacén hasta la planta (información indicada sobre las flechas del diagrama).

a) M_1S_1P : *2000 + 400 =* **2.400** *\$ / tonelada.*
b) M_1S_2P : *1700 +800 =* **2.500** *\$ / tonelada.*
c) M_2S_1P : *1600 + 400 =* **2.000** *\$ / tonelada.*
d) M_2S_2P : *1100 +800 =* **1.900** *\$ / tonelada.*

Con esta información puedo construir la matriz de costos respectiva:

	S_1P	S_2P
M_1	2.400	2.500
M_2	2.000	1.900

Otra manera de elaborar la matriz de costos puede ser:

	M_1S_1	M_1S_2	M_2S_1	M_2S_2
P	2.400	2.500	2.000	1.900

El Modelo Matemático de Programación Lineal quedará expresado como:

MINIMIZAR *:*

$$Z = 2.400\ M_1S_1P + 2.500\ M_1S_2P + 2.000\ M_2S_1P + 1.900\ M_2S_2P$$

Sujeta a las siguientes restricciones:

1.- La mina 1 produce 40 toneladas:

$$M_1S_1P + M_1S_2P = 40$$

2.- La mina 2 produce 60 toneladas :

$$M_2S_1P + M_2S_2P = 60$$

3.- Desde la M1 se puede enviar un máximo de 30 toneladas a S1:

$$M_1S_1P \leq 30$$

4.- Desde la M1 se puede enviar un máximo de 30 toneladas a S2:

$$M_1S_2P \leq 30$$

5.- Desde la M2 se puede enviar un máximo de 60 toneladas a S1:

$$M_2S_1P \leq 60$$

6.- Desde la M2 se puede enviar un máximo de 50 toneladas a S2:

$$M_2S_2P \leq 50$$

7.- Desde S1 se puede enviar un máximo de 70 t a P:

$$M_1S_1P + M_2S_1P \leq 70$$

8.- Desde S2 se puede enviar un máximo de 70 t a P:

$$M_1S_2P + M_2S_2P \leq 70$$

9.- La planta requiere 100 toneladas:

$$M_1S_1P + M_1S_2P + M_2S_1P + M_2S_2P = 100$$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2	**Z =**	2.400	2.500	2.000	1900				
3		M_1S_1P	M_1S_2P	M_2S_1P	M_2S_2P				
4		1	1			=	40		40
5				1	1	=	60		60
6		1				< =	30		30
7			1			< =	30		10
8				1		< =	60		10
9					1	< =	50		50
10		1		1		< =	70		40
11			1		1	< =	70		60
12		1	1	1	1	=	100		100
13									
14		M_1S_1P	M_1S_2P	M_2S_1P	M_2S_2P				
15	**Solución :**	30	10	10	50		Zminimo = **212.000,00**		

Los resultados se leen:

*Desde **M1** se enviarán **30** toneladas de mineral de hierro a **P** pasando por **S1** y **10** pasando por **S2**; desde **M2** se enviarán **10** pasando por **S1** y **50** pasando por **S2**. El costo total de envío hasta la planta es de **$ 212.000,oo.***

EJERCICIO 46 :

Una empresa fabrica los productos A, B y C y puede vender todo lo que produzca a los siguientes precios (Bs) : A 700; B 3.500; C 7.000. Producir cada unidad de A necesita 1 hora de trabajo. Producir una unidad de B necesita 2 horas de trabajo, más 2 unidades de A. Producir una unidad de C necesita 3 horas de trabajo, más 1 unidad de B. Cualquier unidad de A utilizada para producir B, no puede ser vendida. Similarmente cualquier unidad de B utilizada para producir C, no puede ser vendida. Para este período de planificación están disponibles 40 horas de trabajo. Formule y Construya el modelo Lineal que maximice los ingresos de la empresa.

SOLUCIÓN :

Variables :

- A_t = *Cantidad total de productos A fabricados.*
- B_t = *Cantidad total de productos B fabricados.*
- C_t = *Cantidad total de productos C fabricados.*
- A_V = *Cantidad de productos A para vender.*
- B_V = *Cantidad de productos B para vender.*

Función Objetivo : *(maximizar ingresos)*

$$Z = 0\,A_t + 0\,B_t + 7.000\,C_t + 700\,A_V + 3.500\,B_V$$

(note en el enunciado del problema que no todos los productos A ni todos los B que se fabrican pueden ser vendidos).

Aunque existen dos variables o incógnitas que no generan ingresos económicos, éstas deben incluirse en la función objetivo para garantizar su inclusión en las condiciones de restricción.

Restricciones :

Restricción 1: $1\,A_t + 2\,B_t + 3\,C_t \leq 40$ *(horas de trabajo)*

<u>Restricción 2:</u> De la cantidad total de Productos A fabricados se utilizarán 2 unidades para fabricar cada producto de tipo B y los restantes se venden, luego :

$$A_t = 2\,B_t + A_V$$

Que al ordenarse para incluirse en Excel quedará:

$$\boldsymbol{A_t - 2\,B_t - A_V = 0}$$

<u>Restricción 3:</u> De la cantidad total de Productos B fabricados se utilizará 1 para fabricar cada producto de tipo C y los restantes se venden, luego :

$$B_t = C_t + B_V$$

Que al ordenarse para incluirse en Excel quedará:

$$\boldsymbol{B_t - C_t - B_V = 0}$$

<u>Restricción 4:</u> Como se trata de unidades de producto el resultado tiene que ser expresado en enteros positivos (Programación Lineal ENTERA).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2										
3	**Z =**	0	0	7.000	700	3.500				
4		**At**	**Bt**	**Ct**	**Av**	**Bv**				
5		1	2	3			**<=**	40		40
6		1	-2		-1		**=**	0		0
7			1	-1		-1	**=**	0		0
8										
9		**At**	**Bt**	**Ct**	**Av**	**Bv**				
10	**Solución :**	15	5	5	5	0		Zmáxima =		**38.500,00**
11										

Se fabricarán 15 productos A de los cuales se venderán 5 y 10 se utilizarán para fabricar 5 productos B; se fabricarán 5 productos B y todos se utilizarán para fabricar productos C (no se venderán productos B); se fabricarán y venderán 5 productos C. Toda la venta generará un ingreso máximo de Bs. 38.500,00.

<u>EJERCICIO 47 :</u> ***Una refinería produce dos tipos de gasolina: Regular y Extra, las cuales vende en $12 y $14 por barril respectivamente. Ambos tipos de gasolina se preparan con una mezcla de petróleo nacional refinado y de petróleo importado refinado y deben cumplir con las siguientes especificaciones :***

	Presión Máxima de Vapor	Octanaje Mínimo	Demanda Máxima (barri/sem)	Entregas Mínimas (barri/sem)
Gasolina Regular	23	88	100.000	50.000
Gasolina Extra	23	93	20.000	5.000

Las características del inventario de petróleos refinados son las siguientes:

	Presión de Vapor	Octanaje	Inventario (barri/sem)	Costo por barril ($)
Nacional	25	87	40.000	8,00
Importado	15	98	60.000	15,00

¿Qué cantidades de los dos petróleos (nacional e importado) deberá mezclar la refinería en ambas gasolinas a fín de maximizar la ganancia semanal?

SOLUCIÓN :

Variables :

- ***PNR*** *= Cantidad de barriles de petróleo nacional a mezclar en la gasolina regular.*
- ***PIR*** *= Cantidad de barriles de petróleo importado a mezclar en la gasolina regular.*
- ***PNE*** *= Cantidad de barriles de petróleo nacional a mezclar en la gasolina extra.*
- ***PIE*** *= Cantidad de barriles de petróleo importado a mezclar en la gasolina extra.*

Función Objetivo : Primero debemos calcular la utilidad que genera cada una de las incógnitas (maximizar ganancia semanal) :

PNR *: La gasolina regular se vende a $12 por barril y el precio del barril de petróleo refinado nacional es $8, luego la utilidad será :*

$$12 - 8 = 4$$

PIR *: La gasolina regular se vende a $12 por barril y el precio del barril de petróleo refinado importado es $15, luego la utilidad será :*

$$12 - 15 = -3$$

PNE *: La gasolina extra se vende a $14 por barril y el precio del barril de petróleo refinado nacional es $8, luego la utilidad será :*

$$14 - 8 = 6$$

PIE *: La gasolina extra se vende a $14 por barril y el precio del barril de petróleo refinado importado es $15, luego la utilidad será :*

$$14 - 15 = -1$$

$$Z = 4\ PNR - 3\ PIR + 6\ PNE - 1\ PIE$$

Restricciones :

Restricción 1: Demanda máxima de gasolina regular

$$PNR + PIR \leq 100.000$$

Restricción 2: Demanda máxima de gasolina extra

$$PNE + PIE \leq 20.000$$

Restricción 3: Entrega mínima de gasolina regular

$$PNR + PIR \geq 50.000$$

Restricción 4: Entrega mínima de gasolina extra

$$PNE + PIE \geq 5.000$$

Restricción 5: Inventario (disponibilidad) de petróleo nacional

$$PNR + PNE \leq 40.000$$

Restricción 6: Inventario (disponibilidad) de petróleo importado

$$PIR + PIE \leq 60.000$$

Restricción 7: La presión de vapor a obtener de la mezcla del petróleo nacional y la del importado para obtener la gasolina regular debe ser menor de 23 (presión máxima de vapor de la gasolina regular).

$$25\ PNR + 15\ PIR \leq 23\ (\ PNR + PIR\ )$$

Que al despejarse quedará expresada como:

$$2\ PNR - 8\ PIR \leq 0$$

Restricción 8: La presión de vapor a obtener de la mezcla del petróleo nacional y la del importado para obtener la gasolina extra debe ser menor de 23 (presión máxima de vapor de la gasolina extra).

$$25\ PNE + 15\ PIE \leq 23\ (\ PNE + PIE\ )$$

Que al despejarse quedará expresada como:

$$2\ PNE - 8\ PIE \leq 0$$

Restricción 9: *El octanaje a obtener de la mezcla del petróleo nacional y la del importado para obtener la gasolina regular debe ser mayor de 88 (octanaje mínimo de la gasolina regular).*

$$87\ PNR + 98\ PIR \geq 88\ (\ PNR + PIR\ )$$

Que al despejarse quedará expresada como:

$$\mathbf{-1\ PNR + 10\ PIR \geq 0}$$

Restricción 10: *El octanaje a obtener de la mezcla del petróleo nacional y la del importado para obtener la gasolina extra debe ser mayor de 93 (octanaje mínimo de la gasolina extra).*

$$87\ PNE + 98\ PIE \geq 93\ (\ PNE + PIE\ )$$

Que al despejarse quedará expresada como:

$$\mathbf{-6\ PNE + 5\ PIE \geq 0}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2									
3	**Z =**	4	-3	6	-1				
4		**PNR**	**PIR**	**PNE**	**PIE**				
5		1	1			**< =**	100.000		50.000,00
6				1	1	**< =**	20.000		5.000,00
7		1	1			**> =**	50.000		50.000,00
8				1	1	**> =**	5.000		5.000,00
9		1		1		**< =**	40.000		40.000,00
10			1		1	**< =**	60.000		15.000,00
11		2	-8			**< =**	0		-22.727,27
12				2	-8	**< =**	0		-17.272,73
13		-1	10			**> =**	0		85.000,00
14				-6	5	**> =**	0		0,00
15									
16		**PNR**	**PIR**	**PNE**	**PIE**				
17	**Solución :**	37.727,27	12.272,73	2.272,73	2.727,27		**Z**máxima =		**125.000,00**

Para la fabricación de gasolina regular se deben mezclar 37.727,27 barriles de petróleo nacional y 12.272,73 del importado; para la gasolina extra se deben mezclar 2.272,73 barriles de petróleo nacional y 2.727,27 del importado. Se generará una ganancia máxima semanal de $ 125.000,00

EJERCICIO 48 : ***La Oficina Técnica Coordinadora de Cultivos (OTCC), tiene a su cargo la administración de tres (3) parcelas. El rendimiento agrícola de cada parcela está limitado tanto por la cantidad de tierra cultivable como por la cantidad de agua asignada para regadío de la parcela por la comisión de aguas.***

Los datos proporcionados por este organismo son los siguientes:

Parcela	Tierra Cultivable [ha]	Asignación de agua [m^3]
1	400	600
2	600	800
3	300	375

Las espacies disponibles para el cultivo son: arroz , trigo y maíz, pero el Ministerio de Agricultura y Tierras ha establecido un número máximo de hectáreas que pueden dedicarse a cada uno de estos cultivos en las tres (3) parcelas en conjunto, como lo muestra la siguiente tabla :

Especie	Consumo de agua (m^3/ha)	Cuota máxima (ha)	Ganancia neta ($/ha)
Arroz	**3**	**600**	**400**
Trigo	**2**	**500**	**300**
Maíz	**1**	**325**	**200**

Los dueños de las parcelas, en un acto de solidaridad social, han convenido que en cada parcela se sembrará el mismo porcentaje de su tierra cultivable. Sin embargo, puede cultivarse cualquier combinación en cualquiera de las parcelas. La tarea que encara la OTCC es plantear cuántas hectáreas se deben dedicar al cultivo de las distintas especies en cada parcela, de modo de maximizar la ganancia neta total para todas las parcelas a cargo de la OTCC.

SOLUCIÓN :

Variables :

- A_1 = Cantidad de hectáreas de arroz a sembrar en la parcela 1.
- A_2 = Cantidad de hectáreas de arroz a sembrar en la parcela 2.
- A_3 = Cantidad de hectáreas de arroz a sembrar en la parcela 3.
- T_1 = Cantidad de hectáreas de trigo a sembrar en la parcela 1.
- T_2 = Cantidad de hectáreas de trigo a sembrar en la parcela 2.
- T_3 = Cantidad de hectáreas de trigo a sembrar en la parcela 3.
- M_1 = Cantidad de hectáreas de maíz a sembrar en la parcela 1.
- M_2 = Cantidad de hectáreas de maíz a sembrar en la parcela 2.
- M_3 = Cantidad de hectáreas de maíz a sembrar en la parcela 3.

Función Objetivo : (maximizar ganancias)

$$Z = 400(A_1+A_2+A_3) + 300(T_1+T_2+T_3) + 200(M_1+M_2+M_3)$$

Restricciones :

Restricción 1, 2 y 3: Tierra cultivable por cada parcela :

$$A_1 + T_1 + M_1 \le 400$$
$$A_2 + T_2 + M_2 \le 600$$
$$A_3 + T_3 + M_3 \le 300$$

Restricción 4, 5 y 6: Asignación de agua por cada parcela :

$$3A_1 + 2T_1 + 1M_1 \le 600$$
$$3A_2 + 2T_2 + 1M_2 \le 800$$
$$3A_3 + 2T_3 + 1M_3 \le 375$$

Restricción 7, 8 y 9: Cuota máxima por especie en las 3 parcelas :

$$A_1 + A_2 + A_3 \le 600$$
$$T_1 + T_2 + T_3 \le 500$$
$$M_1 + M_2 + M_3 \le 325$$

Restricción 10, 11 y 12: Los dueños de las parcelas, en un acto de solidaridad social, han convenido que en cada parcela se sembrará el mismo porcentaje de su tierra cultivable.

Parcela 1 = Parcela 2

$$\frac{A1 + T1 + M1}{400} = \frac{A2 + T2 + M2}{600}$$

Que al ser simplificada quedará expresada como:

$$600A_1 - 400A_2 + 600T_1 - 400T_2 + 600M_1 - 400M_2 = 0$$

Parcela 1 = Parcela 3

$$\frac{A1 + T1 + M1}{400} = \frac{A3 + T3 + M3}{300}$$

Que al ser simplificada quedará expresada como:

$$300A_1 - 400A_3 + 300T_1 - 400T_3 + 300M_1 - 400M_3 = 0$$

Parcela 2 = Parcela 3

$$\frac{A2 + T2 + M2}{600} = \frac{A3 + T3 + M3}{300}$$

Que al ser simplificada quedará expresada como:

$$300A_2 - 600A_3 + 300T_2 - 600T_3 + 300M_2 - 600M_3 = 0$$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1														
2														
3	Z =	400	400	400	300	300	300	200	200	200				
4		A1	A2	A3	T1	T2	T3	M1	M2	M3				
5		1			1			1			<=	400		300,00
6			1			1			1		<=	600		450,00
7				1			1			1	<=	300		225,00
8		3			2			1			<=	600		600,00
9			3			2			1		<=	800		800,00
10				3			2			1	<=	375		375,00
11		1	1	1							<=	600		150,00
12					1	1	1				<=	500		500,00
13								1	1	1	<=	325		325,00
14		600	-400		600	-400		600	-400		=	0		0,00
15		300		-400	300		-400	300		-400	=	0		0,00
16			300	-600		300	-600		300	-600	=	0		0,00
17														
18		A1	A2	A3	T1	T2	T3	M1	M2	M3				
19	Solución:	75,00	0,00	75,00	150,00	350,00	0,00	75,00	100,00	150,00		Zmáxima =		275.000,00

En la parcela 1 se sembrarán : 75 hectáreas de arroz, 150 de trigo y 75 de maíz.

En la parcela 2 se sembrarán : 0 hectáreas de arroz, 350 de trigo y 100 de maíz.

En la parcela 3 se sembrarán : 75 hectáreas de arroz, 0 de trigo y 150 de maíz.

La ganancia máxima por la venta de todas las especies ascenderá a $ 275.000,00

EJERCICIO 49 : ***Una fábrica de zapatos predice las siguientes demandas por sus pares de zapatos para los próximos 6 meses : mes 1 = 200; mes 2 = 260; mes 3 = 240; mes 4 = 340; mes 5 = 190; mes 6 = 150. El costo de fabricar un par de zapatos es de US$ 7,00 con horas normales de trabajo y de US$ 11,00 con horas de sobretiempo. Durante cada mes, la producción en horario normal está limitada a 200 pares de zapatos y la producción con sobretiempo está limitada a 100 pares. Guardar un par de Zapatos en inventario cuesta US$ 1,00 por mes. Formule un modelo matemático que permita obtener una solución óptima.***

SOLUCIÓN :

Para visualizar mejor el problema podemos construir la siguiente tabla:

	Mes 1	Mes 2	Mes 3	Mes 4	Mes 5	Mes 6	PRODUCCION MAXIMA MENSUAL
Zapatos fabricados en tiempo normal en el Mes 1							200
Zapatos fabricados en tiempo extra en el Mes 1							100
Zapatos fabricados en tiempo normal en el Mes 2							200
Zapatos fabricados en tiempo extra en el Mes 2							100
Zapatos fabricados en tiempo normal en el Mes 3							200
Zapatos fabricados en tiempo extra en el Mes 3							100
Zapatos fabricados en tiempo normal en el Mes 4							200
Zapatos fabricados en tiempo extra en el Mes 4							100
Zapatos fabricados en tiempo normal en el Mes 5							200
Zapatos fabricados en tiempo extra en el Mes 5							100
Zapatos fabricados en tiempo normal en el Mes 6							200
Zapatos fabricados en tiempo extra en el Mes 6							100
DEMANDA MENSUAL	**200**	**260**	**240**	**340**	**190**	**150**	

Para introducir los costos en esta tabla es bueno aclarar que al costo de cada par de zapato fabricado en un mes y que se quiera vender en los meses siguientes hay que agregarle el costo de inventario señalado en el problema ($ 1,00 por mes).

Luego, la matriz de costos quedará conformada de la siguiente manera :

	Mes 1	Mes 2	Mes 3	Mes 4	Mes 5	Mes 6	PRODUCCION MAXIMA MENSUAL
Zapatos fabricados en tiempo normal en el Mes 1	7	8	9	10	11	12	200
Zapatos fabricados en tiempo extra en el Mes 1	11	12	13	14	15	16	100
Zapatos fabricados en tiempo normal en el Mes 2		7	8	9	10	11	200
Zapatos fabricados en tiempo extra en el Mes 2		11	12	13	14	15	100
Zapatos fabricados en tiempo normal en el Mes 3			7	8	9	10	200
Zapatos fabricados en tiempo extra en el Mes 3			11	12	13	14	100
Zapatos fabricados en tiempo normal en el Mes 4				7	8	9	200
Zapatos fabricados en tiempo extra en el Mes 4				11	12	13	100
Zapatos fabricados en tiempo normal en el Mes 5					7	8	200
Zapatos fabricados en tiempo extra en el Mes 5					11	12	100
Zapatos fabricados en tiempo normal en el Mes 6						7	200
Zapatos fabricados en tiempo extra en el Mes 6						11	100
DEMANDA MENSUAL	200	260	240	340	190	150	

Si observamos detalladamente la tabla notaremos que se desprenden muchas variables (de hecho 72) y esta situación dificulta mucho su solución por medio del Método "Típico" de Programación Lineal. Sin embargo su estructura es la de un modelo especial de programación lineal conocida como "MÉTODO DE TRANSPORTE" y su despliegue en la hoja de cálculo de Excel es más sencillo.

Al final de estos apuntes (Anexos) encontrarás una "guía práctica" de Cómo Desplegar y Solucionar un Problema de Transporte en la hoja de cálculo Excel.

Con esta matriz de costos podemos aplicar el algoritmo del Método de Transporte debiendo tener pendiente que en las casillas donde no aparezca ningún costo debo "indicarle" a SOLVER (en las restricciones) que en esas celdas debe colocar "0" (cero).

Otra manera de garantizar que dichas celdas no sean tomadas en cuenta por SOLVER es poner costos "exageradamente elevados". Así la matriz de costo puede ser "alterada" de la siguiente manera :

	Mes 1	Mes 2	Mes 3	Mes 4	Mes 5	Mes 6	PRODUCCION MAXIMA MENSUAL
Zapatos fabricados en tiempo normal en el Mes 1	7	8	9	10	11	12	200
Zapatos fabricados en tiempo extra en el Mes 1	11	12	13	14	15	16	100
Zapatos fabricados en tiempo normal en el Mes 2	9999	7	8	9	10	11	200
Zapatos fabricados en tiempo extra en el Mes 2	9999	11	12	13	14	15	100
Zapatos fabricados en tiempo normal en el Mes 3	9999	9999	7	8	9	10	200
Zapatos fabricados en tiempo extra en el Mes 3	9999	9999	11	12	13	14	100
Zapatos fabricados en tiempo normal en el Mes 4	9999	9999	9999	7	8	9	200
Zapatos fabricados en tiempo extra en el Mes 4	9999	9999	9999	11	12	13	100
Zapatos fabricados en tiempo normal en el Mes 5	9999	9999	9999	9999	7	8	200
Zapatos fabricados en tiempo extra en el Mes 5	9999	9999	9999	9999	11	12	100
Zapatos fabricados en tiempo normal en el Mes 6	9999	9999	9999	9999	9999	7	200
Zapatos fabricados en tiempo extra en el Mes 6	9999	9999	9999	9999	9999	11	100
DEMANDA MENSUAL	200	260	240	340	190	150	

A continuación se muestran las dos tablas desplegadas en la hoja de cálculo EXCEL y notaremos que los resultados son los mismos.

Primera tabla :

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		mes 1	mes 2	mes 3	mes 4	mes 5	mes 6	OFERTA
2	Zapatos fabricados en tiempo normal mes 1	7	8	9	10	11	12	200
3	Zapatos fabricados en tiempo extra mes 1	11	12	13	14	15	16	100
4	Zapatos fabricados en tiempo normal mes 2		7	8	9	10	11	200
5	Zapatos fabricados en tiempo extra mes 2		11	12	13	14	15	100
6	Zapatos fabricados en tiempo normal mes 3			7	8	9	10	200
7	Zapatos fabricados en tiempo extra mes 3			11	12	13	14	100
8	Zapatos fabricados en tiempo normal mes 4				7	8	9	200
9	Zapatos fabricados en tiempo extra mes 4				11	12	13	100
10	Zapatos fabricados en tiempo normal mes 5					7	8	200
11	Zapatos fabricados en tiempo extra mes 5					11	12	100
12	Zapatos fabricados en tiempo normal mes 6						7	200
13	Zapatos fabricados en tiempo extra mes 6						11	100
14	DEMANDA	200	260	240	340	190	150	

21		mes 1	mes 2	mes 3	mes 4	mes 5	mes 6	OFERTA
22	Zapatos fabricados en tiempo normal mes 1	200	0	0	0	0	0	200
23	Zapatos fabricados en tiempo extra mes 1	0	0	0	0	0	0	0
24	Zapatos fabricados en tiempo normal mes 2	0	200	0	0	0	0	200
25	Zapatos fabricados en tiempo extra mes 2	0	60	0	0	0	0	60
26	Zapatos fabricados en tiempo normal mes 3	0	0	160	40	0	0	200
27	Zapatos fabricados en tiempo extra mes 3	0	0	80	0	0	0	80
28	Zapatos fabricados en tiempo normal mes 4	0	0	0	200	0	0	200
29	Zapatos fabricados en tiempo extra mes 4	0	0	0	100	0	0	100
30	Zapatos fabricados en tiempo normal mes 5	0	0	0	0	190	0	190
31	Zapatos fabricados en tiempo extra mes 5	0	0	0	0	0	0	0
32	Zapatos fabricados en tiempo normal mes 6	0	0	0	0	0	150	150
33	Zapatos fabricados en tiempo extra mes 6	0	0	0	0	0	0	0
34	DEMANDA	200	260	240	340	190	150	
35							Z =	10.660,00

Segunda tabla : *(recomendada por ser más sencilla debido a que las restricciones se reducirán a dos)*

	A	B	C	D	E	F	G	H
4	Zapatos fabricados en tiempo normal mes 2	9999	7	8	9	10	11	200
5	Zapatos fabricados en tiempo extra mes 2	9999	11	12	13	14	15	100
6	Zapatos fabricados en tiempo normal mes 3	9999	9999	7	8	9	10	200
7	Zapatos fabricados en tiempo extra mes 3	9999	9999	11	12	13	14	100
8	Zapatos fabricados en tiempo normal mes 4	9999	9999	9999	7	8	9	200
9	Zapatos fabricados en tiempo extra mes 4	9999	9999	9999	11	12	13	100
10	Zapatos fabricados en tiempo normal mes 5	9999	9999	9999	9999	7	8	200
11	Zapatos fabricados en tiempo extra mes 5	9999	9999	9999	9999	11	12	100
12	Zapatos fabricados en tiempo normal mes 6	9999	9999	9999	9999	9999	7	200
13	Zapatos fabricados en tiempo extra mes 6	9999	9999	9999	9999	9999	11	100
14	DEMANDA	200	260	240	340	190	150	

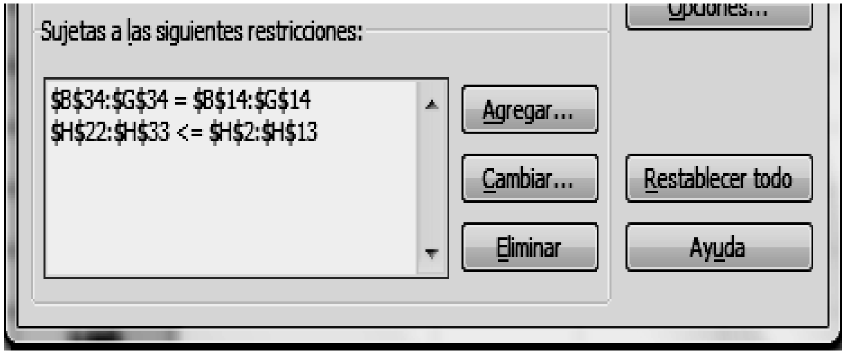
21		mes 1	mes 2	mes 3	mes 4	mes 5	mes 6	OFERTA
22	Zapatos fabricados en tiempo normal mes 1	200	0	0	0	0	0	200
23	Zapatos fabricados en tiempo extra mes 1	0	0	0	0	0	0	0
24	Zapatos fabricados en tiempo normal mes 2	0	200	0	0	0	0	200
25	Zapatos fabricados en tiempo extra mes 2	0	60	0	0	0	0	60
26	Zapatos fabricados en tiempo normal mes 3	0	0	160	40	0	0	200
27	Zapatos fabricados en tiempo extra mes 3	0	0	80	0	0	0	80
28	Zapatos fabricados en tiempo normal mes 4	0	0	0	200	0	0	200
29	Zapatos fabricados en tiempo extra mes 4	0	0	0	100	0	0	100
30	Zapatos fabricados en tiempo normal mes 5	0	0	0	0	190	0	190
31	Zapatos fabricados en tiempo extra mes 5	0	0	0	0	0	0	0
32	Zapatos fabricados en tiempo normal mes 6	0	0	0	0	0	150	150
33	Zapatos fabricados en tiempo extra mes 6	0	0	0	0	0	0	0
34	DEMANDA	200	260	240	340	190	150	
35							Z =	10.660,00

<u>Restricción 1.</u> Cumplir con la Demanda mensual (=)

\$B\$34:\$G\$34 = \$B\$14:\$G\$14

<u>Restricción 2.</u> Producción máxima mensual (<=)

\$H\$22:\$H\$33 <= \$H\$2:\$H\$13



<u>Lectura de los resultados:</u>

En el mes 1 se fabricarán 200 pares de zapatos en tiempo normal y se venderán en el mismo mes 1.

En el mes 2 se fabricarán 200 en tiempo normal y 60 en tiempo extra, todos (260 pares) se venderán en el mes 2.

En el mes 3 se fabricarán 200 en tiempo normal y 80 en tiempo extra; de los 200 fabricados en tiempo normal se venderán 160 en el mes 3 y 40 en el mes 4; los 80 fabricados en tiempo extra se venderán en el mes 3.

En el mes 4 se fabricarán 200 en tiempo normal y 100 en tiempo extra, todos (300) se venderán en el mes 4.
En el mes 5 se fabricarán 190 en tiempo normal y se venderán en el mismo mes 5.

En el mes 6 se fabricarán 150 en tiempo normal y se venderán en el mismo mes 6.

Toda esta producción y venta generará un costo mínimo de US\$ 10.660,00

EJERCICIO 50 :

Formula y plantea mediante programación lineal el siguiente caso de una oficina de correos que desea minimizar el número de empleados de tiempo completo que hay que contratar sabiendo que necesita un número diferente de empleados a tiempo completo, para cada día de la semana.

Día	*Empleados Requeridos*
Día 1 = Lunes	*17*
Día 2 = Martes	*13*
Día 3 = Miércoles	*15*
Día 4 = Jueves	*18*
Día 5 = Viernes	*14*
Día 6 = Sábado	*16*
Día 7 = Domingo	*11*

Los reglamentos sindicales señalan que cada empleado de tiempo completo tiene que trabajar durante cinco días consecutivos, y después descansar dos días. Por ejemplo, un empleado que trabaja de lunes a viernes, tiene que descansar el sábado y el domingo.

La oficina de correos quiere cumplir con sus requerimientos diarios y utilizar solamente empleados de tiempo completo.

<u>Solución :</u>

Atendiendo los reglamentos sindicales se pueden formar equipos de trabajo bajo las siguientes condiciones :

X_1 : *Trabajarán lunes, martes, miércoles, jueves y viernes y descansarán sábado y domingo.*

X_2 : *Trabajarán martes, miércoles, jueves, viernes y sábado y descansarán domingo y lunes.*

X_3 : *Trabajarán miércoles, jueves, viernes, sábado y domingo y descansarán lunes y martes.*

X_4 : *Trabajarán jueves, viernes, sábado, domingo y lunes y descansarán martes y miércoles.*

X_5 : *Trabajarán viernes, sábado, domingo, lunes y martes y descansarán miércoles y jueves.*

X_6 : *Trabajarán sábado, domingo, lunes, martes y miércoles y descansarán jueves y viernes.*

X_7 : *Trabajarán domingo, lunes, martes, miércoles y jueves y descansarán viernes y sábado.*

Para visualizar mejor la situación planteada y las variables que vamos a utilizar se puede fabricar una tabla donde se indiquen los días que trabaja cada equipo y ver la relación existente entre ellos (coincidencia de equipos por día de trabajo en la semana) :

	Lun.	Mar.	Mié.	Jue.	Vie.	Sáb.	Dom.
X_1	1	1	1	1	1		
X_2		1	1	1	1	1	
X_3			1	1	1	1	1
X_4	1			1	1	1	1
X_5	1	1			1	1	1
X_6	1	1	1			1	1
X_7	1	1	1	1			1
Empleados Requeridos	17	13	15	18	14	16	11

Ahora se pueden identificar las variables de decisión o incógnitas como :

X_{1LUN} ; *Miembros del equipo 1 que trabajan el lunes*
X_{1MAR} ; *Miembros del equipo 1 que trabajan el martes*
X_{1MIE} ; *Miembros del equipo 1 que trabajan el miércoles*
X_{1JUE} ; *Miembros del equipo 1 que trabajan el jueves*
X_{1VIE} ; *Miembros del equipo 1 que trabajan el viernes*

X_{2MAR} ; *Miembros del equipo 2 que trabajan el martes*
X_{2MIE} ; *Miembros del equipo 2 que trabajan el miércoles*
X_{2JUE} ; *Miembros del equipo 2 que trabajan el jueves*
X_{2VIE} ; *Miembros del equipo 2 que trabajan el viernes*
X_{2SAB} ; *Miembros del equipo 2 que trabajan el sábado*

X_{3MIE} ; *Miembros del equipo 3 que trabajan el miércoles*
X_{3JUE} ; *Miembros del equipo 3 que trabajan el jueves*
X_{3VIE} ; *Miembros del equipo 3 que trabajan el viernes*
X_{3SAB} ; *Miembros del equipo 3 que trabajan el sábado*
X_{3DOM} ; *Miembros del equipo 3 que trabajan el domingo*

X_{4JUE} ; *Miembros del equipo 4 que trabajan el jueves*
X_{4VIE} ; *Miembros del equipo 4 que trabajan el viernes*
X_{4SAB} ; *Miembros del equipo 4 que trabajan el sábado*
X_{4DOM} ; *Miembros del equipo 4 que trabajan el domingo*
X_{4LUN} ; *Miembros del equipo 4 que trabajan el lunes*

X_{5VIE} ; *Miembros del equipo 5 que trabajan el viernes*
X_{5SAB} ; *Miembros del equipo 5 que trabajan el sábado*
X_{5DOM} ; *Miembros del equipo 5 que trabajan el domingo*
X_{5LUN} ; *Miembros del equipo 5 que trabajan el lunes*
X_{5MAR} ; *Miembros del equipo 5 que trabajan el martes*

X_{6SAB} ; Miembros del equipo 6 que trabajan el sábado

X_{6DOM} ; Miembros del equipo 6 que trabajan el domingo

X_{6LUN} ; Miembros del equipo 6 que trabajan el lunes

X_{6MAR} ; Miembros del equipo 6 que trabajan el martes

X_{6MIE} ; Miembros del equipo 6 que trabajan el miércoles

X_{7DOM} ; Miembros del equipo 7 que trabajan el domingo

X_{7LUN} ; Miembros del equipo 7 que trabajan el lunes

X_{7MAR} ; Miembros del equipo 7 que trabajan el martes

X_{7MIE} ; Miembros del equipo 7 que trabajan el miércoles

X_{7JUE} ; Miembros del equipo 7 que trabajan el jueves

Identificadas las variables ya podemos elaborar el Modelo matemático de Programación Lineal :

Función Objetivo : **MINIMIZAR**

$$Z = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7$$

Restricciones :

Tomando en cuenta los empleados requeridos cada día y observando la tabla que construimos :

1) $X_{1LUN} + X_{4LUN} + X_{5LUN} + X_{6LUN} + X_{7LUN} \geq 17$

2) $X_{1MAR} + X_{2MAR} + X_{5MAR} + X_{6MAR} + X_{7MAR} \geq 13$

3) $X_{1MIE} + X_{2MIE} + X_{3MIE} + X_{6MIE} + X_{7MIE} \geq 15$

4) $X_{1JUE} + X_{2JUE} + X_{3JUE} + X_{4JUE} + X_{7JUE} \geq 18$

5) $X_{1VIE} + X_{2VIE} + X_{3VIE} + X_{4VIE} + X_{5VIE} \geq 14$

6) $X_{2SAB} + X_{3SAB} + X_{4SAB} + X_{5SAB} + X_{6SAB} \geq 16$

7) $X_{3DOM} + X_{4DOM} + X_{5DOM} + X_{6DOM} + X_{7DOM} \geq 11$

Como cada equipo debe tener la misma cantidad de miembros trabajando cada uno de los 5 días continuos :

8) $X_{1LUN} = X_{1MAR} = X_{1MIE} = X_{1JUE} = X_{1VIE}$

9) $X_{2MAR} = X_{2MIE} = X_{2JUE} = X_{2VIE} = X_{2SAB}$

10) $X_{3MIE} = X_{3JUE} = X_{3VIE} = X_{3SAB} = X_{3DOM}$

11) $X_{4JUE} = X_{4VIE} = X_{4SAB} = X_{4DOM} = X_{4LUN}$

12) $X_{5VIE} = X_{5SAB} = X_{5DOM} = X_{5LUN} = X_{5MAR}$

13) $X_{6SAB} = X_{6DOM} = X_{6LUN} = X_{6MAR} = X_{6MIE}$

14) $X_{7DOM} = X_{7LUN} = X_{7MAR} = X_{7MIE} = X_{7JUE}$

Cuando un problema de programación lineal tiene tantas incógnitas es recomendable solucionarlo en EXCEL utilizando la "tabla" del método de transporte :

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	EMPLEADOS DE UNA OFICINA DE CORREOS							
2								
3		Lun.	Mar.	Mié.	Jue.	Vie.	Sáb.	Dom.
4	X_1	1	1	1	1	1		
5	X_2		1	1	1	1	1	
6	X_3			1	1	1	1	1
7	X_4	1			1	1	1	1
8	X_5	1	1			1	1	1
9	X_6	1	1	1			1	1
10	X_7	1	1	1	1			1
11	Empleados Requeridos	17	13	15	18	14	16	11
12								

	Lun.	Mar.	Mié.	Jue.	Vie.	Sáb.	Dom.	EMPLEADOS POR EQUIPO
X_1	6	6	6	6	6	0	0	6
X_2	0	5	5	5	5	5	0	5
X_3	0	0	0	0	0	0	0	0
X_4	7	0	0	7	7	7	7	7
X_5	0	0	0	0	0	0	0	0
X_6	4	4	4	0	0	4	4	4
X_7	0	0	0	0	0	0	0	0
Empleados a contratar	**17**	**15**	**15**	**18**	**18**	**16**	**11**	**Z mín = 110**

Los resultados se leen :

1) Se contratarán 6 empleados para el equipo 1
2) Se contratarán 5 empleados para el equipo 2
3) Se contratarán 7 empleados para el equipo 4
4) Se contratarán 4 empleados para el equipo 6

En total se contratarán 22 empleados.

Sea muy cuidadoso cuando analice los resultados que arroja EXCEL, en este caso en particular el resultado de la función objetivo refleja un valor de 110 empleados; en realidad se refiere al total de empleados que laboran tomando en cuenta el subtotal diario de ellos. Si tomamos en cuenta que cada empleado trabaja 5 días a la semana, es lógico inferir que el total a contratar $= \frac{110}{5} = 22$

EJERCICIO 51 : ***El Sheraton opera los 7 días de la semana. Las mucamas son contratadas para trabajar 6 horas diarias. El contrato colectivo especifica que cada mucama debe trabajar 5 días consecutivos y descansar 2. Todas las mucamas reciben el mismo sueldo semanal. El Sheraton requiere como mínimo las siguientes horas de servicio: lunes 150, martes 200, miércoles 400, jueves 300, viernes 700, sábado 800 y domingo 300. El administrador desea encontrar un plan de programación de empleos que satisfaga estos requerimientos y a un costo mínimo.***

Solución :

Atendiendo lo contemplado en el contrato colectivo se pueden formar equipos de trabajo bajo las siguientes condiciones :

X_1 : *Trabajarán lunes, martes, miércoles, jueves y viernes y descansarán sábado y domingo.*

X_2 : *Trabajarán martes, miércoles, jueves, viernes y sábado y descansarán domingo y lunes.*

X_3 : *Trabajarán miércoles, jueves, viernes, sábado y domingo y descansarán lunes y martes.*

X_4 : *Trabajarán jueves, viernes, sábado, domingo y lunes y descansarán martes y miércoles.*

X_5 : *Trabajarán viernes, sábado, domingo, lunes y martes y descansarán miércoles y jueves.*

X_6 : *Trabajarán sábado, domingo, lunes, martes y miércoles y descansarán jueves y viernes.*

X_7 : *Trabajarán domingo, lunes, martes, miércoles y jueves y descansarán viernes y sábado.*

Para determinar cuántas mucamas se necesitan cada día se dividen las horas de servicio necesarias entre las 6 horas de trabajo diario de cada mucama :

Por tratarse de personas, se trabajará con números enteros y se aproximará por exceso.

Día	Horas de servicio Requeridas	Mucamas Requeridas
Lunes	150	25
Martes	200	33,33 ≅ 34
Miércoles	400	66,67 ≅ 67
Jueves	300	50
Viernes	700	116,67 ≅ 117
Sábado	800	133,33 ≅ 134
Domingo	300	50

Para visualizar mejor la situación planteada y las variables que vamos a utilizar se puede fabricar una tabla donde se indiquen los días que trabaja cada equipo y ver la relación existente entre ellos (coincidencia de equipos por día de trabajo en la semana) :

	Lun.	Mar.	Mié.	Jue.	Vie.	Sáb.	Dom.
X_1	1	1	1	1	1		
X_2		1	1	1	1	1	
X_3			1	1	1	1	1
X_4	1			1	1	1	1
X_5	1	1			1	1	1
X_6	1	1	1			1	1
X_7	1	1	1	1			1
Mucamas Requeridas	25	34	67	50	117	134	50

Ahora se pueden identificar las variables de decisión o incógnitas como :

X_{1LUN} ; *Miembros del equipo 1 que trabajan el lunes*
X_{1MAR} ; *Miembros del equipo 1 que trabajan el martes*
X_{1MIE} ; *Miembros del equipo 1 que trabajan el miércoles*
X_{1JUE} ; *Miembros del equipo 1 que trabajan el jueves*
X_{1VIE} ; *Miembros del equipo 1 que trabajan el viernes*

X_{2MAR} ; *Miembros del equipo 2 que trabajan el martes*
X_{2MIE} ; *Miembros del equipo 2 que trabajan el miércoles*
X_{2JUE} ; *Miembros del equipo 2 que trabajan el jueves*
X_{2VIE} ; *Miembros del equipo 2 que trabajan el viernes*
X_{2SAB} ; *Miembros del equipo 2 que trabajan el sábado*

X_{3MIE} ; *Miembros del equipo 3 que trabajan el miércoles*
X_{3JUE} ; *Miembros del equipo 3 que trabajan el jueves*
X_{3VIE} ; *Miembros del equipo 3 que trabajan el viernes*
X_{3SAB} ; *Miembros del equipo 3 que trabajan el sábado*
X_{3DOM} ; *Miembros del equipo 3 que trabajan el domingo*

X_{4JUE} ; *Miembros del equipo 4 que trabajan el jueves*
X_{4VIE} ; *Miembros del equipo 4 que trabajan el viernes*
X_{4SAB} ; *Miembros del equipo 4 que trabajan el sábado*
X_{4DOM} ; *Miembros del equipo 4 que trabajan el domingo*
X_{4LUN} ; *Miembros del equipo 4 que trabajan el lunes*

X_{5VIE} ; *Miembros del equipo 5 que trabajan el viernes*
X_{5SAB} ; *Miembros del equipo 5 que trabajan el sábado*
X_{5DOM} ; *Miembros del equipo 5 que trabajan el domingo*
X_{5LUN} ; *Miembros del equipo 5 que trabajan el lunes*
X_{5MAR} ; *Miembros del equipo 5 que trabajan el martes*

X_{6SAB} ; Miembros del equipo 6 que trabajan el sábado

X_{6DOM} ; Miembros del equipo 6 que trabajan el domingo

X_{6LUN} ; Miembros del equipo 6 que trabajan el lunes

X_{6MAR} ; Miembros del equipo 6 que trabajan el martes

X_{6MIE} ; Miembros del equipo 6 que trabajan el miércoles

X_{7DOM} ; Miembros del equipo 7 que trabajan el domingo

X_{7LUN} ; Miembros del equipo 7 que trabajan el lunes

X_{7MAR} ; Miembros del equipo 7 que trabajan el martes

X_{7MIE} ; Miembros del equipo 7 que trabajan el miércoles

X_{7JUE} ; Miembros del equipo 7 que trabajan el jueves

Identificadas las variables ya podemos elaborar el Modelo matemático de Programación Lineal :

Función Objetivo : **MINIMIZAR)**

$$Z = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7$$

Restricciones :

Tomando en cuenta los empleados requeridos cada día y observando la tabla que construimos :

1) $X_{1LUN} + X_{4LUN} + X_{5LUN} + X_{6LUN} + X_{7LUN} \geq 25$
2) $X_{1MAR} + X_{2MAR} + X_{5MAR} + X_{6MAR} + X_{7MAR} \geq 34$
3) $X_{1MIE} + X_{2MIE} + X_{3MIE} + X_{6MIE} + X_{7MIE} \geq 67$
4) $X_{1JUE} + X_{2JUE} + X_{3JUE} + X_{4JUE} + X_{7JUE} \geq 50$
5) $X_{1VIE} + X_{2VIE} + X_{3VIE} + X_{4VIE} + X_{5VIE} \geq 117$
6) $X_{2SAB} + X_{3SAB} + X_{4SAB} + X_{5SAB} + X_{6SAB} \geq 134$
7) $X_{3DOM} + X_{4DOM} + X_{5DOM} + X_{6DOM} + X_{7DOM} \geq 50$

Como cada equipo debe tener la misma cantidad de miembros trabajando cada uno de los 5 días continuos :

8) $X_{1LUN} = X_{1MAR} = X_{1MIE} = X_{1JUE} = X_{1VIE}$
9) $X_{2MAR} = X_{2MIE} = X_{2JUE} = X_{2VIE} = X_{2SAB}$
10) $X_{3MIE} = X_{3JUE} = X_{3VIE} = X_{3SAB} = X_{3DOM}$
11) $X_{4JUE} = X_{4VIE} = X_{4SAB} = X_{4DOM} = X_{4LUN}$
12) $X_{5VIE} = X_{5SAB} = X_{5DOM} = X_{5LUN} = X_{5MAR}$
13) $X_{6SAB} = X_{6DOM} = X_{6LUN} = X_{6MAR} = X_{6MIE}$
14) $X_{7DOM} = X_{7LUN} = X_{7MAR} = X_{7MIE} = X_{7JUE}$

Cuando un problema de programación lineal tiene tantas incógnitas es recomendable solucionarlo en EXCEL utilizando la "tabla" del método de transporte :

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	MUCAMAS DEL SHERATON							
2								
3		Lun.	Mar.	Mié.	Jue.	Vie.	Sáb.	Dom.
4	X_1	1	1	1	1	1		
5	X_2		1	1	1	1	1	
6	X_3			1	1	1	1	1
7	X_4	1			1	1	1	1
8	X_5	1	1			1	1	1
9	X_6	1	1	1			1	1
10	X_7	1	1	1	1			1
11	Mucamas Requeridos	25	34	67	50	117	134	50
12								

		Lun.	Mar.	Mié.	Jue.	Vie.	Sáb.	Dom.	MUCAMAS POR EQUIPO
14	X_1	0	0	0	0	0	0	0	0
15	X_2	0	0	0	0	0	0	0	0
16	X_3	0	0	67	67	67	67	67	67
17	X_4	0	0	0	0	0	0	0	0
18	X_5	67	67	0	0	67	67	67	67
19	X_6	0	0	0	0	0	0	0	0
20	X_7	0	0	0	0	0	0	0	0
21	MUCAMAS a contratar	**67**	**67**	**67**	**67**	**134**	**134**	**134**	**Z mín = 670**
22	Horas de servicio	402	402	402	402	804	804	804	
23					MUCAMAS A CONTRATAR =			134	

Los resultados se leen :

1) ***Se contratarán 67 mucamas para el equipo 3***
2) ***Se contratarán 67 mucamas para el equipo 5***

En total se contratarán 134 mucamas.

Sea muy cuidadoso cuando analice los resultados que arroja EXCEL, en este caso en particular el resultado de la función objetivo refleja un valor de 670 mucamas; en realidad se refiere al total de mucamas que laboran tomando en cuenta el subtotal diario de ellas. Si tomamos en cuenta que cada mucama trabaja 5 días a la semana, es lógico inferir que el total a contratar $= \frac{670}{5} = 134$

EJERCICIO 52 : ***Una firma comercial fabrica dos tipos de mermelada. Para la mermelada de fresa utiliza la fruta y el azúcar en proporciones 2 a 3, y para la mermelada de manzana la proporción es de 1 a 1. Se dispone de 1000 kg de fresas, de 1500 kg de manzanas y de 3000 kg de azúcar. La mermelada se elabora en una caldera y posteriormente es envasada, disponiendo para ello de dos calderas y de dos envasadoras. Las horas necesarias para fabricar 1 kg de mermelada son:***

	Mermelada de Fresa	Mermelada de Manzana
Caldera A	0,6	0,9
Caldera B	0,9	0,9
Envasadora A	0,01	0,02
Envasadora B	0,04	0,03

El número total de horas disponibles así como el coste de su uso por hora son:

	Horas disponibles	Coste por hora (€)
Caldera A	1.000	8
Caldera B	5.000	4
Envasadora A	100	90
Envasadora B	50	40

Si el precio de venta es de 15€ por kg de mermelada de fresa y de 12€ por kg de mermelada de manzana, ¿qué cantidades de los dos tipos de mermelada se han de producir para que se maximice el beneficio de la firma?

Solución :

Sea muy cuidadoso a la hora de identificar las incógnitas o variables de decisión. El "estudiante apresurado" puede erróneamente decir que serán dos variables : 1) Cantidad de kilogramos de mermelada de fresa a producir y 2) Cantidad de kilogramos de mermelada de manzana a producir.

Sin embargo, al leer detenidamente el problema podemos inferir que las mermeladas pueden fabricarse de varias maneras y a diferentes costos al poder utilizar la combinación de 2 calderas y 2 envasadoras, luego las incógnitas serán :

- ***FAA*** *: Cantidad de kilogramos de mermelada de fresa elaborada en la caldera "A" y la envasadora "A".*
- ***FAB*** *: Cantidad de kilogramos de mermelada de fresa elaborada en la caldera "A" y la envasadora "B".*
- ***FBA*** *: Cantidad de kilogramos de mermelada de fresa elaborada en la caldera "B" y la envasadora "A".*
- ***FBB*** *: Cantidad de kilogramos de mermelada de fresa elaborada en la caldera "B" y la envasadora "B".*
- ***MAA*** *: Cantidad de kilogramos de mermelada de manzana elaborada en la caldera "A" y la envasadora "A".*
- ***MAB*** *: Cantidad de kilogramos de mermelada de manzana elaborada en la caldera "A" y la envasadora "B".*
- ***MBA*** *: Cantidad de kilogramos de mermelada de manzana elaborada en la caldera "B" y la envasadora "A".*
- ***MBB*** *: Cantidad de kilogramos de mermelada de manzana elaborada en la caldera "B" y la envasadora "B".*

Conocidas las variables es necesario determinar los costos de cada una de ellas para poder calcular la utilidad de las mismas y poder utilizar dichos datos en la función objetivo (Se pide maximizar utilidad o beneficio = precio de venta menos costos). Generalmente en estos costos se incluye el precio de adquisición de cada kilo de fresa y cada kilo de manzana (En este problema no se suministran estos datos)

Cálculo de los costos de producir cada tipo de mermelada :

Los Costos estarán representados por el tiempo utilizado en la caldera multiplicado por el costo de su uso más el tiempo utilizado en la envasadora multiplicado por el costo de su uso.

FAA *: Cantidad de kilogramos de mermelada de fresa elaborada en la caldera "A" y la envasadora "A".*
(0.6).(8) + (0,01).(90) = 4,8 + 0,9 = 5,7

FAB *: Cantidad de kilogramos de mermelada de fresa elaborada en la caldera "A" y la envasadora "B".*
(0,6).(8) + (0,04).(40) = 4,8 + 1,6 = 6,4

FBA *: Cantidad de kilogramos de mermelada de fresa elaborada en la caldera "B" y la envasadora "A".*
(0,9).(4) + (0,01).(90) = 3,6 + 0,9 = 4,5

FBB *: Cantidad de kilogramos de mermelada de fresa elaborada en la caldera "B" y la envasadora "B".*
(0,9).(4) + (0,04).(40) = 3,6 + 1.6 = 5,2

MAA *: Cantidad de kilogramos de mermelada de manzana elaborada en la caldera "A" y la envasadora "A".*
(0,9).(8) + (0,02).(90) = 7,2 + 1,8 = 9

MAB *: Cantidad de kilogramos de mermelada de manzana elaborada en la caldera "A" y la envasadora "B".*
(0,9).(8) + (0,03).(40) = 7,2 + 1,2 = 8,4

MBA *: Cantidad de kilogramos de mermelada de manzana elaborada en la caldera "B" y la envasadora "A".*
(0,9).(4) + (0,02).(90) = 3,6 + 1,8 = 5,4

MBB *: Cantidad de kilogramos de mermelada de manzana elaborada en la caldera "B" y la envasadora "B".*
(0,9).(4) + (0,03).(40) = 3,6 + 1,2 = 4,8

Cálculo del beneficio de cada tipo de mermelada :

FAA : *Precio de venta – costos = 15 – 5,7 = 9,3*
FAB : *Precio de venta – costos = 15 – 6,4 = 8,6*
FBA : *Precio de venta – costos = 15 – 4,5 = 10,5*
FBB : *Precio de venta – costos = 15 – 5,2 = 9,8*
MAA : *Precio de venta – costos = 12 – 9 = 3*
MAB : *Precio de venta – costos = 12 – 8,4 = 3,6*
MBA : *Precio de venta – costos = 12 – 5,4 = 6,6*
MBB : *Precio de venta – costos = 12 – 4,8 = 7,2*

La función objetivo quedará expresada como :

MAXIMIZAR

Z **= 9,3 FAA + 8,6 FAB + 10,5 FBA + 9,8 FBB + 3 MAA + 3,6 MAB + 6,6 MBA + 7,2 MBB**

Conocidos todos estos elementos es recomendable construir una tabla donde se muestren todos los datos del problema:

Para evitar errores es bueno analizar la información relacionada a las proporciones de la preparación de cada mermelada :

"Para la mermelada de fresa utiliza la fruta y el azúcar en proporciones 2 a 3, y para la mermelada de manzana la proporción es de 1 a 1"

De la información anterior se deduce que cada Kg. de mermelada de fresa contiene $\frac{2}{5}$ kg. de fresa y $\frac{3}{5}$ kg. de azúcar (0,4 Kg. de fresa y 0,6 kg. de azúcar).

De la información anterior se deduce que cada Kg. de mermelada de manzana contiene $\frac{1}{2}$ kg. de manzana y $\frac{1}{2}$ kg. de azúcar (0,5 Kg. de manzana y 0,5 kg. de azúcar).

	FAA	FAB	FBA	FBB	MAA	MAB	MBA	MBB	Disponibilidad
Kgs. de fresa	0,4	0,4	0,4	0,4					1000
Kgs. de manzana					0,5	0,5	0,5	0,5	1500
Kgs. de azúcar	0,6	0,6	0,6	0,6	0,5	0,5	0,5	0,5	3000
Tiempo de Caldera A	0,6	0,6			0,9	0,9			1000
Tiempo de Caldera B			0,9	0,9			0,9	0,9	5000
Tiempo de Envasadora A	0,01		0,01		0,02		0.02		100
Tiempo de Envasadora B		0,04		0,04		0,03		0,03	50

Una vez construida la tabla anterior resulta extremadamente fácil indicar las restricciones (prácticamente la tabla y las restricciones poseen la misma estructura).

Restricciones :

1) ***0,4 FAA + 0,4 FAB + 0,4 FBA + 0,4 FBB ≤ 1000***
2) ***0,5 MAA + 0,5 MAB + 0,5 MBA + 0,5 MBB ≤ 1500***
3) ***0,6 FAA + 0,6 FAB + 0,6 FBA + 0,6 FBB + 0,5 MAA + 0,5 MAB + 0,5 MBA + 0,5 MBB ≤ 3000***
4) ***0,6 FAA + 0,6 FAB + 0,9 MAA + 0,9 MAB ≤ 1000***
5) ***0,9 FBA + 0,9 FBB + 0,9 MBA + 0,9 MBB ≤ 5000***
6) ***0,01 FAA + 0,01 FBA + 0,02 MAA + 0,02 MBA ≤ 100***
7) ***0,04 FAB + 0,04 FBB + 0,03 MAB + 0,03 MBB ≤ 50***

Los resultados se leen :

- ***Se deben fabricar 2500 kilogramos de mermelada de fresa utilizando la Caldera "B" y la Envasadora "A"***
- ***Se deben fabricar 1333,3 kilogramos de mermelada de manzana utilizando la Caldera "B" y la Envasadora "A"***

- ***Se deben fabricar 1666,7 kilogramos de mermelada de manzana utilizando la Caldera "B" y la Envasadora "B"***

- ***La venta de estos productos generará un beneficio máximo de 47.050,00 €***

	FAA	FAB	FBA	FBB	MAA	MAB	MBA	MBB				
Z=	9,3	8,6	10,5	9,8	3	3,6	6,6	7,2				
Sujeto a :	**FAA**	**FAB**	**FBA**	**FBB**	**MAA**	**MAB**	**MBA**	**MBB**	RESTRICCION			
	0,4	0,4	0,4	0,4					≤	1000		1.000,00
					0,5	0,5	0,5	0,5	≤	1500		1.500,00
	0,6	0,6	0,6	0,6	0,5	0,5	0,5	0,5	≤	3000		3.000,00
	0,6	0,6			0,9	0,9			≤	1000		0,00
			0,9	0,9			0,9	0,9	≤	5000		2.700,00
	0,01		0,01		0,02		0,02		≤	100		51,67
		0,04		0,04		0,03		0,03	≤	50		50,00
	FAA	**FAB**	**FBA**	**FBB**	**MAA**	**MAB**	**MBA**	**MBB**			**Z**máximo =	47.050,00
	0	**0**	**2500**	**0**	**0**	**0**	**1333,3**	**1666,7**				

EJERCICIO 53 : ***En una empresa se está discutiendo la composición de un comité para negociar los sueldos con la dirección. En el comité habrá sindicalistas e independientes. El número total de miembros no deberá ser inferior a 10 ni superior a 20. Al menos un 40% del comité serán sindicalistas. El número de independientes será como poco una cuarta parte del de sindicalistas.***

a. ¿Qué combinaciones de miembros de cada tipo puede tener el comité?. Plantea el problema y representa gráficamente el conjunto de soluciones. ¿Puede haber 4 sindicalistas y 16 independientes?.

b. Si se quiere que el número de independientes sea el mayor posible, ¿cuál será la composición del comité?

Solución:

*Se definen las **incógnitas** o variables de decisión :*

S *= Cantidad de sindicalistas que conformarán el comité.*
i *= Cantidad de independientes que conformarán el comité.*

*La **función objetivo** quedará definida como :*

$$Z = S + i$$

Restricciones :

1) *El número total de miembros no deberá ser inferior a 10*

$$S + i \geq 10$$

2) *El número total de miembros no deberá ser superior a 20*

$$S + 1 \leq 20$$

3) *Al menos un 40% del comité serán sindicalistas*

$$S \geq 40\% (S + i) \quad = \quad S \geq 0,40 (S + i)$$

$= \quad S \geq 0{,}40\,S + 0{,}40\,i \quad = \quad S - 0{,}40\,S - 0{,}40\,i \geq 0$

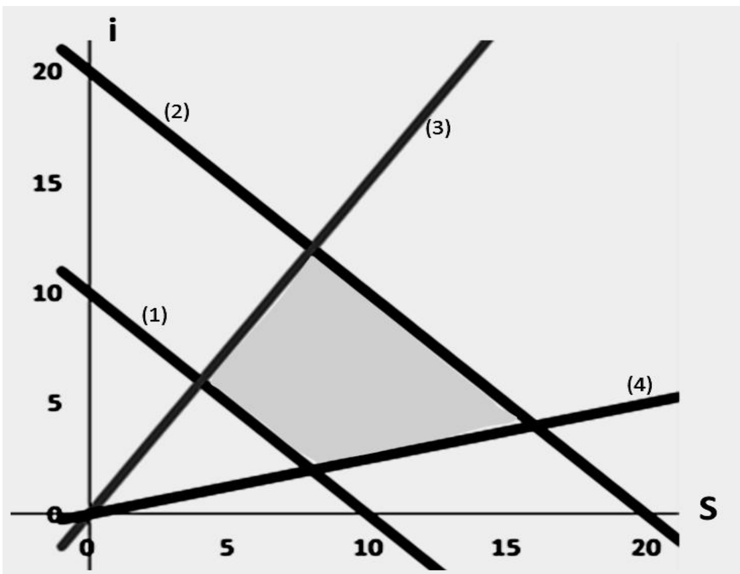
$= \quad \mathbf{0{,}60\,S - 0{,}40\,i \geq 0}$

4) El número de independientes será <u>como poco</u> una cuarta parte del de sindicalistas.

$\mathbf{i \geq \frac{1}{4}\,S} \quad = \quad 4\,i \geq S$

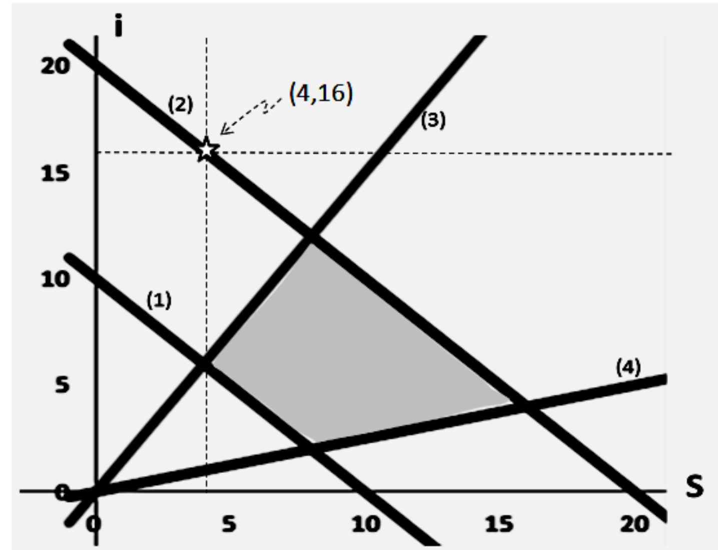
$= \quad \mathbf{4\,i - S \geq 0}$

Con esta información se construye la gráfica donde se pueda visualizar el área factible de soluciones (se recomienda leer la guía adjunta "COMO GRAFICAR LA DESIGUALDAD")



La zona sombreada representará el "área factible de soluciones", en ella se encontrarán todos aquellos pares ordenados que cumplen simultáneamente con TODAS las cuatro restricciones. Este par ordenado (S,i) indicará en su parte izquierda los miembros sindicalistas (S) que conformarán el comité y en su parte derecha (i) los miembros independientes.

En relación a uno de los aspectos contenidos en la pregunta "a" : **¿Puede haber 4 sindicalistas y 16 independientes?.** *Se recomienda ubicar el par ordenado en la gráfica y ver si está ubicado o no en el área sombreada.*



Se puede visualizar fácilmente que el par ordenado (4,16) está fuera del área factible de solución, podemos afirmar que el comité no puede estar conformado por 4 sindicalista y 16 independientes.

Para confirmar lo expresado anteriormente daremos una breve explicación para que nuestros estudiantes tengan una visión más clara de los conceptos estudiados.

Al observar el par ordenado (4,16) notamos que está ubicado arriba y a la izquierda de la recta (3). Esta recta representa "la frontera" de la restricción tres ($0{,}60\,S - 0{,}40\,i \geq 0$). Dicha restricción nos indica que los pares ordenados que cumplen con ella estarán contenidas en la recta (3) ó a la derecha y debajo de la misma.

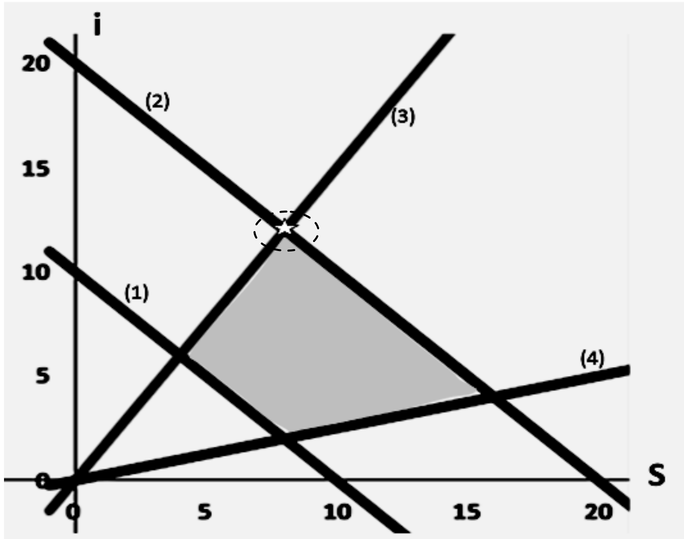
Si sustituímos los valores (S=4 , i=16) en la restricción 3 obtendremos :

$(0{,}60).(4) - (0{,}40).(16)i \geq 0 \quad ; \quad 2{,}4 - 6{,}4 \geq 0 \quad ; \quad -4 \geq 0$

*Cómo – 4 **NO** es mayor ni igual a cero se afirma que el par ordenado (4,16) no cumple con la restricción (3) y por lo tanto el comité no puede estar conformado por 4 sindicalista y 16 independientes.*

b. Si se quiere que el número de independientes sea el mayor posible, ¿cuál será la composición del comité?

El valor más alto que puede tener la variable "i" en el área factible de solución estará representado por la intersección de las rectas (2) y (3)



Luego para calcular dicho par ordenado se construye un sistema con las ecuaciones (2) y (3).

$$\begin{cases} S + i = 20 \\ 0{,}60\,S - 0{,}40\,i = 0 \end{cases}$$

Que al ser resuelto arroja los siguientes resultados : S = 8 ; i = 12

(8,12)

Lo que nos indica que el mayor número de miembros independientes se logrará cuando el comité esté conformado por 20 miembros; 8 sindicalistas y 12 independientes (8,12).

EJERCICIO 54 : ***La empresa "SURTIDORA" contrató a EL MARTILLO como proveedor de llaves y cinceles en sus tiendas de artículos automotrices. La demanda semanal de Surtidora consiste en al menos 1.500 llaves y 1.200 cinceles. La capacidad actual de "El Martillo", en un turno, no basta para producir las unidades que se le piden, y debe recurrir a tiempo extra y, quizás, a subcontratar en otros proveedores de herramientas. El resultado es un aumento en el costo de producción por unidad, como se ve en la siguiente tabla. La demanda del mercado limita la producción de cinceles a llaves a un mínimo de 2 : 1.***

Herramienta	Tipo de producción	Producción semanal (unidades)	Costo unitario ($)
Llaves	Normal	0-550	2.00
	Tiempo extra	551-800	2.80
	Subcontratadas	801- ∞	3.00
Cinceles	Normal	0-620	2.10
	Tiempo extra	621-900	3.20
	Subcontratados	901- ∞	4.20

Formule el problema como programación lineal y determine el programa óptimo de producción para cada herramienta.

Solución :

Se definen las variables de decisión :

Yn = *Cantidad de llaves producidas en tiempo normal.*
Ye = *Cantidad de llaves producidas en tiempo extra.*
Ys = *Cantidad de llaves subcontratadas.*
Cn = *Cantidad de cinceles producidos en tiempo normal.*
Ce = *Cantidad de cinceles producidos en tiempo extra.*
Cs = *Cantidad de cinceles subcontratados.*

*Para definir la **<u>función objetivo</u>** debo tomar en cuenta el costo unitario de cada variable de decisión.*

MINIMIZAR

$$Z = 2\ Yn + 2{,}8\ Ye + 3\ Ys + 2{,}1\ Cn + 3{,}2\ Ce + 4{,}2\ Cs$$

*Sujeta a las siguientes **<u>restricciones :</u>***

a) Demanda semanal :

La demanda semanal consiste en <u>al menos</u> 1500 llaves

<u>Restricción 1 :</u> $Yn + Ye + Ys \geq 1.500$

La demanda semanal consiste en <u>al menos</u> 1200 Cinceles

<u>Restricción 2 :</u> $Cn + Ce + Cs \geq 1.200$

b) Producción semanal :

<u>Restricción 3 :</u> $Yn \leq 550$

<u>Restricción 4 :</u> $Yn + Ye \leq 800$

<u>Restricción 5 :</u> $Cn \leq 620$

<u>Restricción 6 :</u> $Cn + Ce \leq 900$

g) La demanda del mercado limita la proporción de cinceles a llaves a un mínimo de 2:1.

$$\frac{Cn + Ce + Cs}{2} \geq \frac{Yn + Ye + Ys}{1}$$

Esta expresión una vez simplificada quedará conformada como :

<u>Restricción 7 :</u> $-2\ Yn - 2\ Ye - 2\ Ys + Cn + Ce + Cs \geq 0$

<u>Solución usando EXCEL</u>

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1											
2											
3	Z =	2	2,8	3	2,1	3,2	4,2				
4		Yn	Ye	Ys	Cn	Ce	Cs				Resultados
5	Restricción 1	1	1	1				>=	1.500		1500
6	Restricción 2				1	1	1	>=	1.200		3000
7	Restricción 3	1						<=	550		550
8	Restricción 4	1	1					<=	800		800
9	Restricción 5				1			<=	620		620
10	Restricción 6				1	1		<=	900		900
11	Restricción 7	-2	-2	-2	1	1	1	>=	0		0,00
12											
13		Yn	Ye	Ys	Cn	Ce	Cs				
14	Resultados	550	250	700	620	280	2100			Zmínima =	14.918,00
15											

Los resultados se leen :

- ***Se fabricarán 550 llaves en tiempo normal (Yn)***
- ***Se fabricarán 250 llaves en tiempo extra (Ye)***
- ***Se subcontratarán 700 llaves (Ys)***
- ***Se fabricarán 620 cinceles en tiempo normal (Cn)***
- ***Se fabricarán 280 cinceles en tiempo extra (Ce)***
- ***Se subcontratarán 2100 cinceles (Cs)***

El costo total mínimo para cumplir con este programa óptimo de producción es de $ 14.918,00

EJERCICIO 55 : ***La empresa ESETEC SAC se dedica a la fabricación de dos tipos de productos A y B, en la que utiliza los insumos X y Y. Para la elaboración del producto A se necesita 01 unidad del insumo X y una unidad del insumo Y; para el producto B se necesita 03 unidades del Insumo X y 01 del insumo Y.***

Los informes de los proveedores indican que se debe adquirir como mínimo 600 unidades del insumo X y 400 del insumo Y. El taller puede fabricar 1000 unidades del Producto A o 1200 del producto B, o cualquier combinación de estos.

El área de acabado tiene disponible 5.600 minutos, de los que cada unidad del producto A utiliza 04 minutos y cada unidad de producto B consume 07 minutos.

El área de ventas informa que pueden vender cualquier cantidad del producto A; sin embargo, del producto B a lo máximo se pueden vender 600 unidades.

Los costos variables de producción son de $. 24.00 para el producto A y $.16.00 para el producto B. ¿Cuál es la forma más productiva para fabricar estos productos, si sabemos que los precios de venta son $ 32.00 y $ 23.00 del producto A y B respectivamente?

Indique: 1) Cantidad óptima que se debe producir de A y B. y 2) Ganancia máxima.

Solución :

Se definen las variables como :

A *= Cantidad de productos "A" a producir.*

B *= Cantidad de productos "B" a producir.*

*Para definir la **función objetivo** es necesario conocer la utilidad de cada producto, para lo cual debemos recordad que :*

***Utilidad** = Precio de venta menos costo de producción.*
Utilidad de A = 32,00 – 24,00 = $ 8,00
Utilidad de B = 23,00 –16,00 = $ 7.00

Luego, $Z = 8A + 7B$

Estudiando las restricciones :

a) Utilización de insumos :

	A	B	Adquirir como mínimo
Insumo X	1	3	600
Insumo Y	1	1	400

Restricción 1 : $1A + 3B \geq 600$

Restricción 2 : $1A + 1B \geq 400$

b) Capacidad de producción :

El taller puede fabricar 1000 unidades del producto "A"

Restricción 3 : $A \leq 1000$

El taller puede fabricar 1200 unidades del producto "B"

Restricción 4 : $B \leq 1200$

O cualquier combinación de estos

Restricción 5 : $\frac{A}{1000} + \frac{B}{1200} \leq 1$

Para simplificar la expresión anterior podemos utilizar como mínimo común múltiplo a 1200 y la restricción quedará indicada como

Restricción 5 : $\boldsymbol{1{,}2\,A + B \leq 1200}$

c) Area de acabados :

	A	B	Minutos disponibles
Minutos utilizados	4	7	5600

Restricción 6 : $\boldsymbol{4A + 7B \leq 5600}$

d) Area de ventas :

Pueden vender cualquier cantidad del producto A

Restricción 7 : $\boldsymbol{A \geq 0}$

Del producto B a lo máximo se pueden vender 600 unidades.

Restricción 8 : $\boldsymbol{B \leq 600}$

Utilizando la hoja de cálculo Excel y aplicando SOLVER el resultado será :

	A	B	C	D	E	F	G
1	**ESETEC SAC**						
2							
3	**Z =**	8	7				
4		**A**	**B**				**Resultado**
5	Restricción 1	1	3	≥	600		1.945,45
6	Restricción 2	1	1	≥	400		1.072,73
7	Restricción 3	1		≤	1000		636,36
8	Restricción 4		1	≤	1200		436,36
9	Restricción 5	1,2	1	≤	1200		1.200,00
10	Restricción 6	4	7	≤	5600		5.600,00
11	Restricción 7	1		≥	0		636,36
12	Restricción 8		1	≤	600		436,36
13		**A**	**B**				
14		**636,36**	**436,36**			**Zmáxima =**	**8.145,45**
15							

Tomando en cuenta que los resultados deben ser enteros por tratarse de "unidades de producto", el resultado será :

G14 =SUMAPRODUCTO(B3:C3;B14:C14)

	A	B	C	D	E	F	G
1	**ESETEC SAC**						
2							
3	**Z =**	8	7				
4		**A**	**B**				**Resultado**
5	Restricción 1	1	3	≥	600		1.944,00
6	Restricción 2	1	1	≥	400		1.072,00
7	Restricción 3	1		≤	1000		636,00
8	Restricción 4		1	≤	1200		436,00
9	Restricción 5	1,2	1	≤	1200		1.199,20
10	Restricción 6	4	7	≤	5600		5.596,00
11	Restricción 7	1		≥	0		636,00
12	Restricción 8		1	≤	600		436,00
13		**A**	**B**				
14		**636,00**	**436,00**			**Zmáxima =**	**8.140,00**
15							

Se deberán producir 636 productos "A" y 436 productos "B" y se obtendrá una ganancia máxima de $ 8.140,00

EJERCICIO 56 :

Tres sustancias X, Y y W contienen cuatro ingredientes A, B, C y D. En la siguiente tabla están dados los porcentajes de cada ingrediente y el costo por onza (en centavos de dólar) de las tres sustancias:

Sustancia	A	B	C	D	Costo/Onza
X	20%	10%	25%	45%	25
Y	20%	40%	15%	25%	35
W	10%	20%	25%	45%	50

a. ***¿Cuántas onzas se deben combinar de cada sustancia para obtener, con un costo mínimo, 20 onzas de la mezcla con un contenido de al menos.14% de A. 16% de B y 20% de C ?***

b. ***¿Con cuántas se maximiza?***

SOLUCIÓN :

Definición de Variables :

X *= Cantidad de onzas de la sustancia "X" que se debe mezclar.*
Y *= Cantidad de onzas de la sustancia "Y" que se debe mezclar.*
W *= Cantidad de onzas de la sustancia "W" que se debe mezclar.*

Función Objetivo :

$$Z = 25\,X + 35\,Y + 50\,W$$

Restricciones :

1) Se deben obtener 20 onzas de la mezcla : Esto nos obliga a inferir que la suma de las tres sustancias debe ser igual a 20.

$$X + Y + W = 20$$

2) La mezcla debe contener ***al menos*** *14% de "A" : El 14% de las 20 onzas = (0,14)*(20) = 2,80*

$$0{,}20\,X + 0{,}20\,Y + 0{,}10\,W \geq 2{,}80$$

3) La mezcla debe contener ***al menos*** *16% de "B" : El 16% de las 20 onzas = (0,16)*(20) = 3,20*

$$0{,}10\,X + 0{,}40\,Y + 0{,}20\,W \geq 3{,}20$$

4) La mezcla debe contener ***al menos*** *20% de "C" : El 20% de las 20 onzas = (0,20)*(20) = 4,00*

$$0{,}25\,X + 0{,}15\,Y + 0{,}25\,W \geq 4{,}00$$

Nota : No se toman en cuenta los valores del ingrediente "D" porqué no tiene limitación alguna.

MINIMIZACIÓN :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2									
3	Z =	25	35	50					
4		**X**	**Y**	**W**					
5		1	1	1	=	20		20	
6		0,20	0,20	0,10	>=	2,80		4,00	
7		0,10	0,40	0,20	>=	3,20		3,20	
8		0,25	0,15	0,25	>=	4,00		4,60	
9									
10									
11		**X**	**Y**	**W**					
12		**16,00**	**4,00**	**0,00**			Zmínima =	**540,00**	
13									
14		Para obtener 20 onzas de la mezcla con un costo mínimo se deben mezclar							
15		16 onzas de la sustancia "X" y 4 onzas de la sustancia "Y"							
16		Costo mínimo = 540 centavos de dólar							

MAXIMIZACIÓN :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2									
3	Z =	25	35	50					
4		**X**	**Y**	**W**					
5		1	1	1	=	20		20	
6		0,20	0,20	0,10	>=	2,80		2,80	
7		0,10	0,40	0,20	>=	3,20		5,60	
8		0,25	0,15	0,25	>=	4,00		4,20	
9									
10									
11		**X**	**Y**	**W**					
12		**0,00**	**8,00**	**12,00**		Zmáxima =		**880,00**	
13									
14		**Para obtener 20 onzas de la mezcla con un costo maximo se deben mezclar**							
15		**8 onzas de la sustancia "Y" y 12 onzas de la sustancia "W"**							
16		**Costo máximo = 880 centavos de dólar**							

EJERCICIO 57 :

A un joven matemático se le pidió que entreviste a un visitante en su empresa durante tres horas, el pensó que sería una excelente idea que el huésped se emborrachara. Se le dieron al matemático 50 dólares para comprar la bebida. El joven sabía que al visitante le gustaba mezclar sus tragos pero que siempre bebía menos de 8 vasos de cerveza, 10 de ginebra, 12 de whiskys y 24 de martinis. El tiempo que empleaba para beber era de 10 minutos por cada vaso.

El costo de bebidas son: $1.00 el vaso de cerveza, $2.00 el vaso de ginebra, $4.00 el vaso de whiskys y $3.00 el vaso de martini.

El matemático pensó que el objetivo sería maximizar el consumo alcohólico del huésped. Logró que un amigo químico le diese el contenido alcohólico de las bebidas en forma cuantitativa, siendo las unidades alcohólicas de 8, 15, 16 y 7 por vaso de cerveza, ginebra, whisky y martini respectivamente. El visitante siempre bebía un mínimo de 2 whiskys.

¿Cómo resolvió el problema el joven?

SOLUCIÓN :

Definición de las variables

C = Cantidad de vasos de cerveza a servir al visitante.

G = Cantidad de vasos de ginebra a servir al visitante.

W = Cantidad de vasos de whisky a servir al visitante.

M = Cantidad de vasos de martini a servir al visitante.

Función objetivo : *El matemático pensó que el objetivo seria maximizar el consumo alcohólico del huésped.*

MAXIMIZAR

$$Z = 8\,C + 15\,G + 16\,W + 7\,M$$

Restricciones :

1) Se le dieron al matemático 50 dólares para comprar la bebida….. El costo de bebidas son: $1.00 el vaso de cerveza, $2.00 el vaso de ginebra, $4.00 el vaso de whiskys y $3.00 el vaso de martini.

$$1\,C + 2\,G + 4\,W + 3\,M \leq 50$$

2) El joven sabía que al visitante le gustaba mezclar sus tragos pero que siempre bebía menos de 8 vasos de cerveza, 10 de ginebra, 12 de whiskys y 24 de martinis

$$C \leq 8$$
$$G \leq 10$$
$$W \leq 12$$
$$M \leq 24$$

3) A un joven matemático se le pidió que entreviste a un visitante en su empresa durante tres horas….(3 horas = 180 minutos)…. El tiempo que empleaba para beber era de 10 minutos por cada vaso.

$$10\,C + 10\,G + 10\,W + 10\,M \leq 180$$

4) El visitante siempre bebía un mínimo de 2 whiskys.

$$W \geq 2$$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2									
3	Z =	8	15	16	7				
4		**C**	**G**	**W**	**M**				
5									Resultado
6	Costo	1	2	4	3	< =	50		49
7		1				< =	8		1
8			1			< =	10		10
9				1		< =	12		7
10					1	< =	24		0
11	Minutos	10	10	10	10	< =	180		180
12				1		> =	2		7
13									
14		**C**	**G**	**W**	**M**				
15		**1**	**10**	**7**	**0**			Zmáxima =	270
16									

Los resultados se leen :

El joven matemático le ofrecerá al visitante 1 vaso de cerveza, 10 vasos de ginebra y 7 vasos de whisky.

Esto le suministrará al visitante 270 unidades alcohólicas.

Se gastarán $ 49.

El visitante pasará todos los 180 minutos (3 horas) consumiendo las bebidas alcohólicas

EJERCICIO 58 :

Una oficina federal cuenta con un presupuesto de mil millones de pesos para otorgarlo como subsidio destinado a la investigación innovadora en el campo de la búsqueda de otras formas de producir energía. Un equipo gerencial integrado por científicos y economistas efectuó una reseña preliminar de 200 solicitudes, reduciendo los candidatos a seis finalistas. Los seis proyectos han sido evaluados calificados en relación con los beneficios que se espera conseguir de ellos en los próximos 10 años. Los beneficios estimados se dan en la siguiente tabla:

Proyecto	Clasificación del Proyecto	Utilidad por peso invertido	Nivel de financiamiento (en millones de pesos)
1	Solar	4.4	220
2	Solar	3.8	180
3	Combustibles sintéticos	4.1	250
4	Carbón	3.5	150
5	Nuclear	5.1	400
6	Geotérmico	3.2	120

Así el valor 4.4 asociado al proyecto 1, indica que por cada peso que se invierta en ese proyecto, se obtendrá una utilidad de 4.40 durante los próximos diez años. La tabla muestra, además, el nivel requerido de financiamiento (en millones de pesos). Esas cifras representan la cantidad máxima de que se dispone para cada proyecto. La oficina federal puede conceder a cada proyecto una suma que no rebase esa cifra. Observando estas disposiciones, el presidente ha ordenado financiar el proyecto nuclear por lo menos en el 50% de la suma solicitada. El administrador de la dependencia gubernamental tiene mucho interés en el proyecto solar y ha pedido que la cantidad combinada que se conceda a estos proyectos sea como mínimo de 300 millones de pesos.

El problema consiste en determinar las sumas de dinero que se otorgaran a cada proyecto con objeto de maximizar los beneficios.

Solución

Definiendo las variables :

- $\mathbf{S_1}$ = Cantidad de dinero que se otorgará al proyecto 1 de energía solar (millones de pesos)
- $\mathbf{S_2}$ = Cantidad de dinero que se otorgará al proyecto 2 de energía solar (millones de pesos)
- $\mathbf{C_s}$ = Cantidad de dinero que se otorgará al proyecto de Combustible sintético (millones de pesos)
- $\mathbf{C_A}$ = Cantidad de dinero que se otorgará al proyecto de Carbón (millones de pesos)
- $\mathbf{N}$ = Cantidad de dinero que se otorgará al proyecto Nuclear (millones de pesos)
- $\mathbf{G}$ = Cantidad de dinero que se otorgará al proyecto Geotérmico (millones de pesos)

Función Objetivo :

MAXIMIZAR BENEFICIOS (utilidades)

$$\mathbf{Z} = 4{,}40\ \mathbf{S_1} + 3{,}80\ \mathbf{S_2} + 4{,}10\ \mathbf{C_S} + 3{,}50\ \mathbf{C_A} + 5{,}10\ \mathbf{N} + 3{,}20\ \mathbf{G}$$

Restricciones :

1) Una oficina federal cuenta con un presupuesto de mil millones de pesos para otorgarlo como subsidio

$$S_1 + S_2 + C_S + C_A + N + G \leq 1.000$$

2) Nivel de financiamiento :

$$S_1 \leq 220$$
$$S_2 \leq 180$$
$$C_S \leq 250$$
$$C_A \leq 150$$
$$N \leq 400$$
$$G \leq 120$$

3) El presidente ha ordenado financiar el proyecto nuclear por lo menos en el 50% de la suma solicitada (50% de 400 = 200)

$$N \geq 200$$

4) El administrador de la dependencia gubernamental tiene mucho interés en el proyecto solar y ha pedido que la cantidad combinada que se conceda a estos proyectos sea como mínimo de 300 millones de pesos.

$$S_1 + S_2 \geq 300$$

Solución en la hoja de cálculo EXCEL :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	SEIS PROYECTOS PARA PRODUCIR ENERGIA										
2											
3	z =	4,4	3,8	4,1	3,5	5,1	3,2				
4		S1	S2	Cs	Ca	N	G				
5											
6		1	1	1	1	1	1	<=	1000		1000
7		1						<=	220		220
8			1					<=	180		130
9				1				<=	250		250
10					1			<=	150		0
11						1		<=	400		400
12							1	<=	120		0
13						1		>=	200		400
14		1	1					>=	300		350
15											
16											
17		S1	S2	Cs	Ca	N	G				
18		220	130	250	0	400	0			Zmáxima =	4.527,00

Los resultados se leen :

- $\mathbf{S_1}$ = Cantidad de dinero que se otorgará al proyecto 1 de energía solar (millones de pesos) = **220**
- $\mathbf{S_2}$ = Cantidad de dinero que se otorgará al proyecto 2 de energía solar (millones de pesos) = **130**
- $\mathbf{C_s}$ = Cantidad de dinero que se otorgará al proyecto de Combustible sintético (millones de pesos) = **250**
- $\mathbf{C_A}$ = Cantidad de dinero que se otorgará al proyecto de Carbón (millones de pesos) = **0**
- **N** = Cantidad de dinero que se otorgará al proyecto Nuclear (millones de pesos) = **400**
- **G** = Cantidad de dinero que se otorgará al proyecto Geotérmico (millones de pesos) = **0**

Los beneficios que se lograrán con esta inversión asciende a :

Z máxima = 4.527 millones de pesos

EJERCICIO 59 : ***Una compañía se dedica a la fabricación de 4 productos : P1, P2, P3 y P4, utilizando para ello 2 materias primas : M1 y M2, cuyas disponibilidades semanales están limitadas a 1000 y 1200 unidades respectivamente. La materia prima que precisa la fabricación de una unidad de cada una unidad de cada uno de los productos se muestra en la siguiente tabla :***

	P1	P2	P3	P4
M1	6	3	5	4
M2	4	7	2	5

Además, los costos de fabricación de cada unidad de producto (que incluyen los costos de la materia prima y otros) se han evaluado en 75, 60, 40 y 30 unidades monetarias respectivamente.

La próxima semana la compañía debe atender un pedido de 100 unidades de P1, 110 de P2, 120 de P3 y 90 de P4, lo que supera claramente su capacidad de producción. Por esta razón, está considerando la posibilidad de adquirir algunos de estos productos a un competidor, cuyos productos tienen las mismas características que los que fabrica la compañía. Este competidor sólo puede suministrar unidades de los productos P1, P2 y P3, y los ofrece a 85, 65 y 30 u.m. por unidad, respectivamente.

Plantear un modelo que permita determinar cuántos productos de cada tipo debe elaborar la compañía y cuántos debe comprar para satisfacer la demanda de este pedido de manera que se minimicen los costos totales.

Solución :

Primero se identifican las variables de decisión :

P1f = Cantidad de producto P1 a fabricar.
P2f = Cantidad de producto P2 a fabricar.
P3f = Cantidad de producto P3 a fabricar.
P4f = Cantidad de producto P4 a fabricar.
P1c = Cantidad de producto P1 a comprar.
P2c = Cantidad de producto P2 a comprar.
P3c = Cantidad de producto P3 a comprar.

La función objetivo quedará representada por los costos de fabricación y los costos de adquisición de las variables :

MINIMIZAR

Z = 75.P1f + 60.P2f + 40.P3f + 30.P4f + 85.P1c + 65.P2c + 30.P3c

Restricciones :

a) Uso y disponibilidad de la materia prima M1

6.P1f + 3.P2f + 5.P3f + 4.P4f ≤ 1000

b) Uso y disponibilidad de la materia prima M2

4.P1f + 7.P2f + 2.P3f + 5.P4f ≤ 1200

c) Pedidos de productos :

$$P1f + P1c \geq 100$$

$$P2f + P2c \geq 110$$

$$P3f + P3c \geq 120$$

$$P4f \geq 90$$

Solución con Excel :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1												
2												
3	Z =	75	60	40	30	85	65	30				
4		**P1f**	**P2f**	**P3f**	**P4f**	**P1c**	**P2c**	**P3c**				Resultados
5	Resricción 1	6	3	5	4				≤	1000		*1.000,00*
6	Resricción 2	4	7	2	5				≤	1200		*1.200,00*
7	Resricción 3	1				1			≥	100		*100,00*
8	Resricción 4		1				1		≥	110		*110,00*
9	Resricción 5			1				1	≥	120		*120,00*
10	Resricción 6				1				≥	90		*90,00*
11												
12		**P1f**	**P2f**	**P3f**	**P4f**	**P1c**	**P2c**	**P3c**				
13	Resultados	**74,33**	**64,67**	**0,00**	**90,00**	**25,67**	**45,33**	**120,00**			Zmínima =	*20.883,33*
14												

Como se trata de Unidades de Productos es recomendable que los resultados se expresen en números enteros, no se recomienda hacer aproximaciones, se recomienda utilizar PROGRAMACION LINEAL ENTERA

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1												
2												
3	Z =	75	60	40	30	85	65	30				
4		**P1f**	**P2f**	**P3f**	**P4f**	**P1c**	**P2c**	**P3c**				Resultados
5	Resricción 1	6	3	5	4				≤	1000		*999,00*
6	Resricción 2	4	7	2	5				≤	1200		*941,00*
7	Resricción 3	1				1			≥	100		*100,00*
8	Resricción 4		1				1		≥	110		*110,00*
9	Resricción 5			1				1	≥	120		*120,00*
10	Resricción 6				1				≥	90		*90,00*
11												
12		**P1f**	**P2f**	**P3f**	**P4f**	**P1c**	**P2c**	**P3c**				
13	Resultados	**100,00**	**13,00**	**0,00**	**90,00**	**0,00**	**97,00**	**120,00**			Zmínima =	*20.885,00*
14												

Los resultados se leen :

- ***P1f*** = *Cantidad de producto P1 a fabricar =* ***100***
- ***P2f*** = *Cantidad de producto P2 a fabricar =* ***13***
- ***P3f*** = *Cantidad de producto P3 a fabricar =* ***0***
- ***P4f*** = *Cantidad de producto P4 a fabricar =* ***90***
- ***P1c*** = *Cantidad de producto P1 a comprar =* ***0***
- ***P2c*** = *Cantidad de producto P2 a comprar =* ***97***
- ***P3c*** = *Cantidad de producto P3 a comprar =* ***120***

Z mínima = 20.885,00 u.m.

EJERCICIO 60 : *Un fabricante tendrá que atender cuatro pedidos de producción, A, B, C, y D, en este mes.*

Cada trabajo puede ser llevado a cabo en cualquiera de los tres talleres.

El tiempo necesario para completar cada trabajo en cada uno de esos talleres, el costo por hora y la cantidad de horas disponibles que tendrá cada taller durante este mes aparecen en la siguiente tabla.

TALLER	TIEMPO REQUERIDO(HRS) A	B	C	D	COSTO POR HORA DE TALLER(S/.)	TIEMPO DE TALLER DISPONIBLE(HRS)
1	32	151	72	118	89	160
2	39	147	61	126	81	160
3	46	155	57	121	84	160

También existe la posibilidad de dividir cada uno de los trabajos entre los distintos talleres, en cualquier proporción que se desee. Por ejemplo, una cuarta parte del trabajo A puede hacerse en 8 horas en el taller 1.

El fabricante desea determinar la cantidad de horas de cada trabajo que deberán realizarse en cada taller, para minimizar el costo total de terminación de los cuatro trabajos. Identifique las variables de decisión, formule un modelo de PL para este problema y finalmente resuélvalo.

Solución :

Definición de variables

T1A = Cantidad de horas en el taller 1 para el trabajo A
T1B = Cantidad de horas en el taller 1 para el trabajo B
T1C = Cantidad de horas en el taller 1 para el trabajo C
T1D = Cantidad de horas en el taller 1 para el trabajo D
T2A = Cantidad de horas en el taller 2 para el trabajo A
T2B = Cantidad de horas en el taller 2 para el trabajo B
T2C = Cantidad de horas en el taller 2 para el trabajo C
T2D = Cantidad de horas en el taller 2 para el trabajo D
T3A = Cantidad de horas en el taller 3 para el trabajo A
T3B = Cantidad de horas en el taller 3 para el trabajo B
T3C = Cantidad de horas en el taller 3 para el trabajo C
T3D = Cantidad de horas en el taller 3 para el trabajo D

Función objetivo (MINIMIZAR) :

$$Z = 89\ T1i + 81\ T2i + 84\ T3i$$

Restricciones :

1) Tiempo disponible en cada taller

1.1.- $T1A + T1B + T1C + T1D \leq 160$
1.2.- $T2A + T2B + T2C + T2D \leq 160$
1.3.- $T3A + T3B + T3C + T3D \leq 160$

2) Tiempo requerido en cada taller para cada producto :

2.1.- $T1A \leq 32$
2.2.- $T1B \leq 151$
2.3.- $T1C \leq 72$
2.4.- $T1D \leq 118$
2.5.- $T2A \leq 39$
2.6.- $T2B \leq 147$
2.7.- $T2C \leq 61$
2.8.- $T2D \leq 126$
2.9.- $T3A \leq 46$
2.10.- $T3B \leq 155$
2.11.- $T3C \leq 57$
2.12.- $T3D \leq 121$

3) Posibilidad de dividir cada uno de los trabajos entre los distintos talleres :

3.1.- $$\frac{T1A}{32}+\frac{T2A}{39}+\frac{T3A}{46}=1$$

3.2.- $$\frac{T1B}{151}+\frac{T2B}{147}+\frac{T3B}{155}=1$$

3.3.- $$\frac{T1C}{72}+\frac{T2C}{61}+\frac{T3C}{57}=1$$

3.4.- $$\frac{T1D}{118}+\frac{T2D}{126}+\frac{T3D}{121}=1$$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	**Usando SOLVER con el MODELO DE PROGRAMACION LINEAL**														
2															
3	**Z=**	**T1A**	**T1B**	**T1C**	**T1D**	**T2A**	**T2B**	**T2C**	**T2D**	**T3A**	**T3B**	**T3C**	**T3D**		
4		89	89	89	89	81	81	81	81	84	84	84	84		
5	**Restricciones**														
6	1.1)	1	1	1	1									<=	160
7	1,2)					1	1	1	1					<=	160
8	1.3)									1	1	1	1	<=	160
9	2.1)	1												<=	32
10	2.2)		1											<=	151
11	2.3)			1										<=	72
12	2.4)				1									<=	118
13	2.5)					1								<=	39
14	2.6)						1							<=	147
15	2,7)							1						<=	61
16	2.8)								1					<=	126
17	2.9)									1				<=	46
18	2.10)										1			<=	155
19	2.11)											1		<=	57
20	2.12)												1	<=	121
21	**Solución :**														
22		**T1A**	**T1B**	**T1C**	**T1D**	**T2A**	**T2B**	**T2C**	**T2D**	**T3A**	**T3B**	**T3C**	**T3D**		
23		**32**	**0**	**0**	**5,4**	**0**	**147**	**0**	**13**	**0**	**0**	**57**	**103**		
24	Restricciones de división del trabajo (porciones en cualquiera de los tres talleres)														
25	3.1)	1/32				1/39				1/46				=	1
26	3.2)		0,01				0,01				0,01			=	1
27	3.3)			1/72				1/61				1/57		=	1
28	3.4)				0,01				0,01				0,01	=	1
29															

Los resultados se leen :

T1A = Cantidad de horas en el taller 1 para el trabajo A = **32**

T1B = Cantidad de horas en el taller 1 para el trabajo B = **0**

T1C = Cantidad de horas en el taller 1 para el trabajo C = **0**

T1D = Cantidad de horas en el taller 1 para el trabajo D = **5,4**

T2A = Cantidad de horas en el taller 2 para el trabajo A = **0**

T2B = Cantidad de horas en el taller 2 para el trabajo B = **147**

T2C = Cantidad de horas en el taller 2 para el trabajo C = **0**

T2D = Cantidad de horas en el taller 2 para el trabajo D = **13**

T3A = Cantidad de horas en el taller 3 para el trabajo A = **0**

T3B = Cantidad de horas en el taller 3 para el trabajo B = **0**

T3C = Cantidad de horas en el taller 3 para el trabajo C = **57**

T3D = Cantidad de horas en el taller 3 para el trabajo D = **103**

El costo total mínimo de terminación de los cuatro trabajos será :

Z** mínima* **=** **$ *29.726,74

EJERCICIO 61 : *Web Mercantile vende muchos productos para el hogar mediante un catálogo en línea. La compañía necesita un gran espacio de almacén para los productos. Ahora planea rentar espacio para los siguientes 5 meses. Se sabe cuánto espacio necesitará cada mes; pero como varía mucho, puede ser más económico rentar sólo la cantidad necesaria cada mes con contratos mensuales. Por otro lado, el costo adicional de rentar espacio para meses adicionales es menor que para el primero, y puede ser menos costoso rentar el espacio máximo los 5 meses. Otra opción es el enfoque intermedio de cambiar la cantidad total de espacio rentado (con un nuevo contrato y/o la terminación del anterior) al menos una vez pero no cada mes.*

El espacio requerido y los costos para los periodos de arrendamiento son los siguientes:

Mes	Espacio requerido (ft^2)	Periodo de arrendamiento (meses)	Costo por ft^2 arrendado
1	30 000	1	\$ 65
2	20 000	2	\$100
3	40 000	3	\$135
4	10 000	4	\$160
5	50 000	5	\$190

El objetivo es minimizar el costo total de arrendamiento para cumplir con los requerimientos.

a) Formule un modelo de PROGRAMACION LINEAL.
b) Resuelva este modelo utilizando SOLVER.

SOLUCIÓN:

Definiendo las variables:

A_1=	Espacio a arrendar el **primer** mes por un periodo de **1** mes
A_2=	Espacio a arrendar el **primer** mes por un periodo de **2** meses
A_3=	Espacio a arrendar el **primer** mes por un periodo de **3** meses
A_4=	Espacio a arrendar el **primer** mes por un periodo de **4** meses
A_5=	Espacio a arrendar el **primer** mes por un periodo de **5** meses
B_1=	Espacio a arrendar el **segundo** mes por un periodo de **1** mes
B_2=	Espacio a arrendar el **segundo** mes por un periodo de **2** meses
B_3=	Espacio a arrendar el **segundo** mes por un periodo de **3** meses
B_4=	Espacio a arrendar el **segundo** mes por un periodo de **4** meses
B_5=	A partir del segundo mes puedo arrendar por un máximo de cuatro meses (B5 no puede existir)
C_1=	Espacio a arrendar el **TERCER** mes por un periodo de **1** mes
C_2=	Espacio a arrendar el **TERCER** mes por un periodo de **2** meses
C_3=	Espacio a arrendar el **TERCER** mes por un periodo de **3** meses
C_4 y C_5=	A partir del tercer mes puedo arrendar por un máximo de TRES meses (C4 y C5 no pueden existir)
D_1=	Espacio a arrendar el **cuarto** mes por un periodo de **1** mes
D_2=	Espacio a arrendar el **cuarto** mes por un periodo de **2** meses
D_3,D_4,D_5=	A partir del cuarto mes puedo arrendar por un máximo de DOS meses (D3,D4 y D5 no pueden existir)
E_1=	Espacio a arrendar el **QUINTO** mes por un periodo de **1** mes

La función objetivo quedará definida como: ***MINIMIZAR***

$$Z = 65\,A_1 + 100\,A_2 + 135\,A_3 + 160\,A_4 + 190\,A_5 + 65\,B_1 + 100\,B_2 + 135\,B_3 + 160\,B_4 + 65\,C_1 + 100\,C_2 + 135\,C_3 + 65\,D_1 + 100\,D_2 + 65\,E_1$$

Antes de analizar las restricciones consideramos necesario elaborar un cuadro donde se represente a cuales meses "afectan" cada uno de los contratos; esto nos permitirá visualizar eficientemente cuales incógnitas debe contener cada ecuación de restricción:

		MES AFECTADO				
		1	2	3	4	5
A_1=	Espacio a arrendar el **primer** mes por un periodo de **1** mes	A_1				
A_2=	Espacio a arrendar el **primer** mes por un periodo de **2** meses	A_2	A_2			
A_3=	Espacio a arrendar el **primer** mes por un periodo de **3** meses	A_3	A_3	A_3		
A_4=	Espacio a arrendar el **primer** mes por un periodo de **4** meses	A_4	A_4	A_4	A_4	
A_5=	Espacio a arrendar el **primer** mes por un periodo de **5** meses	A_5	A_5	A_5	A_5	A_5
B_1=	Espacio a arrendar el **segundo** mes por un periodo de **1** mes		B_1			
B_2=	Espacio a arrendar el **segundo** mes por un periodo de **2** meses		B_2	B_2		
B_3=	Espacio a arrendar el **segundo** mes por un periodo de **3** meses		B_3	B_3	B_3	
B_4=	Espacio a arrendar el **segundo** mes por un periodo de **4** meses		B_4	B_4	B_4	B_4
C_1=	Espacio a arrendar el **TERCER** mes por un periodo de **1** mes			C_1		
C_2=	Espacio a arrendar el **TERCER** mes por un periodo de **2** meses			C_2	C_2	
C_3=	Espacio a arrendar el **TERCER** mes por un periodo de **3** meses			C_3	C_3	C_3
D_1=	Espacio a arrendar el **cuarto** mes por un periodo de **1** mes				D_1	
D_2=	Espacio a arrendar el **cuarto** mes por un periodo de **2** meses				D_2	D_2
E_1=	Espacio a arrendar el **QUINTO** mes por un periodo de **1** mes					E_1

MES 1:

$$A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 \geq 30.000$$

MES 2:

$$A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + B_1 + B_2 + B_3 + B_4 \geq 20.000$$

MES 3:

$$A_3 + A_4 + A_5 + B_2 + B_3 + B_4 + C_1 + C_2 + C_3 \geq 40.000$$

MES 4:

$$A_4 + A_5 + B_3 + B_4 + C_2 + C_3 + D_1 + D_2 \geq 10.000$$

MES 5:

$$A_5 + B_4 + C_3 + D_2 + E_1 = 50.000$$

*Al analizar el enunciado del problema notamos que una de las alternativas de solución es que podemos arrendar el espacio máximo por los cinco meses; esta consideración nos permite inferir que mensualmente debemos alquilar "por lo menos" el espacio indicado en la tabla del enunciado del problema (las restricciones serán del tipo " **≥** " a excepción del mes 5 que será del tipo " **=** ").*

Para ser mas detallistas podemos indicar cuatro nuevas restricciones, una por cada uno de los primeros cuatro meses, donde se indique que el espacio máximo a rentar es de 50.000 ft^2.

MES 1:

$$A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 \leq 50.000$$

MES 2:

$$A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + B_1 + B_2 + B_3 + B_4 \leq 50.000$$

MES 3:

$$A_3 + A_4 + A_5 + B_2 + B_3 + B_4 + C_1 + C_2 + C_3 \leq 50.000$$

MES 4:

$$A_4 + A_5 + B_3 + B_4 + C_2 + C_3 + D_1 + D_2 \leq 50.000$$

Al desplegar este Modelo Matemático en la Hoja de Cálculo EXCEL y utilizar SOLVER obtendremos los siguientes resultados:

$$A_5 = 30.000$$
$$C_1 = 10.000$$
$$E_1 = 20.000$$

$$Z_{mínimo} = \$\ 7.650.000,oo$$

*Este resultado se lee: El primer mes se deben arrendar 30.000 pies cuadrados por un período de 5 meses (**A_5 = 30.000**), en el tercer mes se deben arrendar 10.000 pies cuadrados adicionales por un mes (**C_1 = 10.000**) y en el quinto mes se deben arrendar 20.000 pies cuadrados adicionales por un mes (**E_1 = 20.000**), generando un gasto total de **\$ 7.650.000,oo**.*

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
1	**3.4.9. (Página 95, Lieberman) :**																			
2																				
3		**A1**	**A2**	**A3**	**A4**	**A5**	**B1**	**B2**	**B3**	**B4**	**C1**	**C2**	**C3**	**D1**	**D2**	**E1**				
4	Z=	65	100	135	160	190	65	100	135	160	65	100	135	65	100	65				
5																				
6	Mes 1	1	1	1	1	1											≥	30.000,00		30000
7	Mes 2		1	1	1	1	1	1	1	1							≥	20.000,00		30000
8	Mes 3			1	1	1		1	1	1	1	1	1				≥	40.000,00		40000
9	Mes 4				1	1			1	1		1	1	1	1		≥	10.000,00		30000
10	Mes 5					1				1			1		1	1	≥	50.000,00		50000
11																				
12		0	0	0	0	30000	0	0	0	0	10000	0	0	0	0	20000		Z min =		7.650.000,00
13	NOTA: la restricción para que todos los valores sean menores e iguales a 50.000 se puede hacer directamente desde SOLVER (agregar restriccione)																			
14																				

EJERCICIO 62 : ***Don K-NI es el presidente de una firma de inversiones personales, que maneja una cartera de valores de un cierto número de clientes. Un cliente nuevo ha solicitado recientemente que la firma le maneje una cartera de $100.000,00. Al cliente le gustaría limitar su cartera a una combinación de las tres acciones que se muestran en la tabla.***

Acción	Precio por acción	Utilidad anual estimada por acción	Cantidad de Acciones disponibles
A. Gofer Crude	$60	$7	1000
B. Can Oil	$25	$3	1000
C. Sloth Petroleum	$20	$3	1500

Formular un programa de programación lineal que permita tomar la mejor decisión para maximizar las utilidades totales que se obtengan de la inversión.

SOLUCIÓN:

Definiendo las variables:

A = *Cantidad de acciones Gofer Crude a adquirir.*
B = *Cantidad de acciones Can Oil a adquirir.*
C = *Cantidad de acciones Sloth Petroleum a adquirir.*

Función Objetivo :

MAXIMIZAR

$$Z = 7A + 3B + 3C$$

Restricciones :

60 A	+ 25 B	+ 20 C	<=	100.000
		A	<=	1.000
		B	<=	1.000
		C	<=	1.500

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	DON K-NI							
2								
3	Z =	7	3	3				
4		**A**	**B**	**C**				
5	Restricciones :							
6		60	25	20	<=	100.000		100.000
7		1			<=	1.000		750
8			1		<=	1.000		1.000
9				1	<=	1.500		1.500
10	Solución :							
11		**A**	**B**	**C**				
12		**750**	**1000**	**1500**		**Zmáxima =**		**12.750,00**
13								

Los resultados se leen :

A = *Cantidad de acciones Gofer Crude a adquirir =* ***750***

B = *Cantidad de acciones Can Oil a adquirir =* ***1000***

C = *Cantidad de acciones Sloth Petroleum a adquirir =* ***1500***

La utilidad obtenida será de :

Z máxima = $ 12.750,00

EJERCICIO 63 : *Una fábrica de aparatos electrónicos puede tener una producción diaria de televisores de pantalla plana mínima de 300 y máxima de 600; en lo que se refiere a televisores con pantalla de cristal liquido la producción diaria fluctúa entre 200 y 500 unidades. Para mantener una calidad optima en su producto debe de fabricar un máximo de 900 unidades entre ambos tipos de televisor.*

El costo de producción de un televisor de pantalla plana es de $ 3,400.00. y el de pantalla de cristal liquido es de $ 5,600.00.

Cada televisor de pantalla plana se vende a $ 6000.00, y cada televisor de pantalla de cristal liquido se vende a $ 10800.00. La fábrica desea maximizar las utilidades.

En base a dicha información: escriba un planteamiento para resolver por programación lineal.

	A	B	C	D	E	F	G
1	**P = Cantidad de TV de pantalla plana**				Utilidad = 6000 - 3400 = 2600		
2	**C = Cantidad de TV de cristal líquido**				Utilidad = 10800 - 5600 = 5200		
3							
4	Z =	2600	5200				
5		**P**	**C**				
6	Sujeto a:						
7		1		≥	300		400
8		1		≤	600		400
9			1	≥	200		500
10			1	≤	500		500
11		1	1	≤	900		900
12							
13		**P**	**C**				
14		**400**	**500**			**Zmáxima =**	**3.640.000,00**

EJERCICIO 64 : ***Rich Oil Company, cerca de Cleveland, suministra gasolina a sus distribuidores en camiones. La compañía recientemente recibió un contrato para iniciar el suministro de 800.000 galones de gasolina por mes a distribuidores de Cincinnati. La compañía tiene $.500.000 disponibles para crear una flota consistente en 3 tipos diferentes de camiones. En la siguiente tabla se muestra la capacidad relevante, costo de compra, costo operativo y número máximo de viajes por cada tipo de camión.***

TIPO DE CAMIÓN	CAPACIDAD (galones)	COSTO DE COMPRA ($)	COSTO DE OPERACIÓN ($/mes)	MÁXIMO DE VIAJES/MES
1	6000	50 000	800	20
2	3000	40 000	650	25
3	2000	25 000	500	30

Sobre la base del mantenimiento y la disponibilidad de conductores, la compañía no desea comprar más de 10 vehículos para su flota. Asimismo, la compañía desearía asegurarse que se compren al menos 3 de los camiones del tipo 3. Finalmente, la compañía no desea que más de la mitad de la flota sea de camiones del tipo 1. Como gerente de operaciones, formule un modelo para determinar la composición de la flota que minimice los costos operativos mensuales al tiempo que satisfaga las demandas, no saliéndose del presupuesto y satisfaciendo los requerimientos de las otras compañías.

Solución :

Se definen las variables :

C_1 = *Cantidad de camiones del tipo 1 a adquirir.*
C_2 = *Cantidad de camiones del tipo 2 a adquirir.*
C_3 = *Cantidad de camiones del tipo 3 a adquirir.*

*La **función objetivo** reflejará los costos de operación de cada camión durante un mes :*

$$\text{Minimizar } Z = 800C_1 + 600\,C_2 + 500\,C_3$$

Sujeto a :

a) Suministrar 800.000 galones de gasolina al mes. Se debe tomar en cuenta la capacidad de carga de cada tipo de camión y el máximo de viajes que pueden realizar.

Restricción 1 : $(20)(600)C_1 + (25)(300)C_2 + (30)(2000)C_3 \geq 800.000$

b) La compañía tiene $ 500.000 disponibles para crear una flota.

Restricción 2 : $50.000C_1 + 40.000C_2 + 25.000C_3 \leq 500.000$

c) La compañía no desea comprar más de 10 camiones.

Restricción 3 : $C_1 + C_2 + C_3 \leq 10$

d) La compañía quiere que se compren al menos 3 camiones del tipo 3,

Restricción 4 : $C_3 \geq 3$

e) La compañía no desea que más de la mitad de la flota sea de camiones del tipo 1.

Restricción 5 : $C_1 \leq \frac{1}{2}(C_1 + C_2 + C_3)$

Al simplificar la restricción 5 quedará expresada como

<u>Restricción 5 :</u> $C_1 - C_2 - C_3 \leq 0$

Nota: Como se refiere a camiones se aplica la PROGRAMACION LINEAL ENTERA

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2								
3	Z =	800	600	500				
4		C_1	C_2	C_3				Resultados
5	Restricción 1	120.000,00	75.000,00	60.000,00	≥	800.000,00		810.000,00
6	Restricción 2	50.000,00	40.000,00	25.000,00	≤	500.000,00		355.000,00
7	Restricción 3	1,00	1,00	1,00	≤	10,00		9,00
8	Restricción 4			1,00	≥	3,00		3,00
9	Restricción 5	1,00	-1,00	-1,00	≤	0,00		-1,00
10								
11		C_1	C_2	C_3				
12	Solución	**4,00**	**2,00**	**3,00**			Zmínima =	5.900,00
13								

Se deben comprar :

- ***4 camiones del tipo 1***
- ***2 camiones del tipo 2***
- ***3 camiones del tipo 3***

Los costos operativos mensuales serán de $ 5.900,00

EJERCICIO 65 :

Un frutero necesita 16 cajas de naranjas, 5 de plátanos y 20 de manzanas. Dos mayoristas pueden suministrarle para satisfacer sus necesidades, pero solo venden la fruta en contenedores completos. El mayorista "A" envía en cada contenedor 8 cajas de naranjas, 1 de plátanos y 2 de manzanas. El mayorista "B" envía en cada contenedor 2 cajas de naranjas, 1 de plátanos y 7 de manzanas. Sabiendo que el mayorista "A" se encuentra a 150 km. de distancia y el mayorista "B" a 300 km.

Obtener el modelo de programación lineal y calcular cuántos contenedores habrá que comprar a cada mayorista, con objeto de ahorrar tiempo y dinero, reduciendo al mínimo la distancia de lo solicitado.

Solución :

Se definen las variables :

A = Cantidad de contenedores a comprar al mayorista A

B = Cantidad de contenedores a comprar al mayorista B

*La **función objetivo** reflejará los kilómetros de distancia de cada mayorista.*

$$\text{Minimizar } \ Z = 150\,A + 300\,B$$

Cuadro que se elabora para visualizar fácilmente las restricciones:

	Contenedor A	Contenedor B	Necesidad
Cajas de naranjas	8	2	16
Cajas de plátanos	1	1	5
Cajas de manzanas	2	7	20

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2										
3	Z =	150	300							
4		**A**	**B**							
5										
6		8	2	>=	16		28			
7		1	1	>=	5		5			
8		2	7	>=	20		20			
9										
10		**A**	**B**							
11		**3**	**2**		Zmínima = 1050			Kilómetros que se recorren		
12										

Los resultados se leen :

Se comprarán 3 contenedores al mayorista "A"

Se comprarán 2 contenedores al mayorista "B"

Se recorrerán 1050 kilómetros.

Realizando dicha compra, el frutero obtendrá 28 cajas de naranjas, 5 cajas de plátanos y 20 cajas de manzanas.

EJERCICIO 66 : ***El dietista de un hospital desea preparar un platillo de maíz y calabazas que proporcione al menos 3 gr de proteínas y no cueste más de US $0.36 por ración.***

Una onza de maíz con crema proporciona 0.5 gr. de proteína y cuesta US $0.04. una onza de calabazas proporciona 0.25 gr. de proteínas y cuesta US $0.03.

Para un buen sabor se necesitan al menos 2 onzas de maíz y la misma cantidad de calabaza que de maíz, es importante que el número de onzas por ración sea lo más pequeño posible.

Halle la combinación de maíz y calabaza que hace mínimo el tamaño de la ración.

Solución :

Se definen las variables :

M = *Cantidad de onzas de maíz agregada a una ración del platillo*

C = *Cantidad de onzas de calabaza agregada a una ración del platillo*

Función objetivo :

$$\text{MINIMIZAR} \quad Z = M + C$$

Restricciones :

1) El dietista de un hospital desea preparar un platillo de maíz y calabazas que proporcione al menos 3 gr de proteínas

$$0{,}5\,M + 0{,}25\,C \geq 3$$

2) y no cueste más de US $0.36 por ración.

$$0{,}04\,M + 0{,}03\,C \leq 0{,}36$$

3) Para un buen sabor se necesitan al menos 2 onzas de maíz

$$M \geq 2$$

4) y la misma cantidad de calabaza que de maíz

$$M = C$$

	A	B	C	D	E	F	G
1	**Platillo de Maíz y Calabaza**						
2							
3	**Z =**	**M**	**C**				
4		1	1				
5	**Restricciones**						
6	1)	0,5	0,25	> =	3		3
7	2)	0,04	0,03	< =	0,36		0,28
8	3)	1		> =	2		4
9	4)	1	-1	=	0		0
10	**Solución**						
11		**M**	**C**				
12		4	4			Z =	8
13							

Los resultados se leen :

Se agregarán 4 onzas de maíz a cada ración del platillo.

Se agregarán 4 onzas de calabaza a cada ración del platillo.

La ración del platillo tendrá 8 onzas (Z = 8).

EJERCICIO 67 : ***El "Estampado SA", una tintorería textil que se dedica a hacer trabajos por pedidos, cuenta con dos tipos de estampadoras: rápidas y lentas. Dispone de 60 estampadoras rápidas y 40 lentas.***

Aclaremos que estampar consiste en imprimir dibujos con colores sobre tela cruda, de modo que el rollo de tela cruda va pasando por la estampadora y ésta le va imprimiendo el dibujo con los colores y formas seleccionados.

Estampado SA ha tomado dos trabajos para hacer: Dibujo Snoopy y dibujo Scooby. Cada uno de estos estampados se puede hacer en una máquina de cualquiera de los dos tipos, sólo que la eficiencia será distinta según el tipo. Una máquina rápida estampa 12 m de dibujo Snoopy por hora. Una máquina lenta estampa 6 m de dibujo Snoopy por hora. Una máquina rápida estampa 8 m. de dibujo Scooby por hora. Una máquina lenta estampa 4 metros de dibujo Scooby por hora. Una misma estampadora (sea rápida o lenta) no puede destinarse en el mismo día a trabajar en dos tipos distintos de dibujo.

El costo por hora de energía para las máquinas rápidas y lentas son $4 y $3, respectivamente. El costo para la máquina rápida es mayor debido a que ésta requiere una mayor potencia. Los costos de tintes para Snoopy y Scooby son de $2.2 y $3.2 por metro de tela cruda, respectivamente.

Cada metro de tela estampada con Snoopy se vende a $6 y un metro de tela estampada con Scooby se vende a $8.

Para mañana le han pedido a Estampado SA que entregue 3000 metros de tela Snoopy y 3100 metros de Scooby. Tiene todo el día de hoy (ocho horas) para trabajar. Formule el problema de programación lineal para determinar:

Si se puede o no cumplir el pedido. Y ¿Cómo sería la distribución del estampado de tela en los dos tipos de máquinas para maximizar los beneficios del pedido?

Solución :

Se definen las variables :

ER_1 = *Cantidad, de estampadoras rápidas a producir dibujos Snoopy*
ER_2 = *Cantidad, de estampadoras rápidas a producir dibujos Scooby*
EL_1 = *Cantidad, de estampadoras lentas a producir dibujos Snoopy*
EL_2 = *Cantidad, de estampadoras lentas a producir dibujos Scooby*

Conocidas las variables es necesario determinar la utilidad que generan las mismas y poder utilizar dichos datos en la función objetivo (Se pide maximizar utilidad o beneficio = ingreso por venta menos costos). Generalmente en estos costos se incluye el precio de adquisición de la tela cruda (En este problema no se suministran estos datos).

Los datos relevantes del problema pueden ser incluídos en una tabla para visualizarlos fácilmente e incluirlos en los cálculos de los ingresos y costos.

	Snoopy	Scooby	Costo Energía
Estampadora Rápida	12 m/h	8 m/h	4 $/h
Estampadora Lenta	6 m/h	4 m/h	3 $/h
Costo Tintes	2,2 $/m	3,2 $/m	
Precio Venta	6 $/m	8 $/m	
Demanda	3000 m	3100 m	
Total Horas	8 h	8 h	

Ingresos que genera cada estampadora diariamente :

ER_1 = *Cantidad, de estampadoras rápidas a producir dibujos Snoopy*
(12 m/h) x (8 horas de trabajo diario) x (6 $/m) = $ 576

ER_2 = *Cantidad, de estampadoras rápidas a producir dibujos Scooby*
(8 m/h) x (8 horas de trabajo diario) x (8 $/m) = $ 512

EL_1 = *Cantidad, de estampadoras lentas a producir dibujos Snoopy*
(6 m/h) x (8 horas de trabajo diario) x (6 $/m) = $ 288

EL_2 = *Cantidad, de estampadoras lentas a producir dibujos Scooby*
(4 m/h) x (8 horas de trabajo diario) x (8 $/m) = $ 256

Costos que genera cada estampadora diariamente :

ER_1 = *Cantidad, de estampadoras rápidas a producir dibujos Snoopy*
Energía = (4 $/h) x (8 horas de trabajo diario) = 32 $
Tinte = (2,2 $/m) x (12 m/h) x (8 h) = 211,2 $
Total = 32 + 211,2 = 243,2 $

ER_2 = *Cantidad, de estampadoras rápidas a producir dibujos Scooby*
Energía = (4 $/h) x (8 horas de trabajo diario) = 32 $
Tinte = (3,2 $/m) x (8 m/h) x (8 h) = 204,8 $
Total = 32 + 204,8 = 236,8 $

EL_1 = *Cantidad, de estampadoras lentas a producir dibujos Snoopy*
Energía = (3 $/h) x (8 horas de trabajo diario) = 24 $
Tinte = (2,2 $/m) x (6 m/h) x (8 h) = 105,6 $
Total = 24 + 105,6 = 129,6 $

EL_2 = *Cantidad, de estampadoras lentas a producir dibujos Scooby*
Energía = (3 $/h) x (8 horas de trabajo diario) = 24 $
Tinte = (3,2 $/m) x (4 m/h) x (8 h) = 102,4 $
Total = 24 + 102,4 = 126,4 $

Utilidad que genera cada estampadora diariamente :

ER_1 = *Cantidad, de estampadoras rápidas a producir dibujos Snoopy*
$576 - 243,2 = 332,8\ \$$

ER_2 = *Cantidad, de estampadoras rápidas a producir dibujos Scooby*
$512 - 236,8 = 275,2\ \$$

EL_1 = Cantidad, de estampadoras lentas a producir dibujos Snoopy
$288 - 129{,}6 = \quad 158{,}4 \ \$$

EL_2 = Cantidad, de estampadoras lentas a producir dibujos Scooby
$256 - 126{,}4 = \quad 129{,}6 \ \$$

Función objetivo :

MAXIMIZAR

$$Z = 332{,}8\ ER_1 + 275{,}2\ ER_2 + 158{,}4\ EL_1 + 129{,}6\ EL_2$$

Restricciones :

Para mañana le han pedido a Estampado SA que entregue 3000 metros de tela Snoopy y 3100 metros de Scooby.

Una máquina rápida estampa 12 m de dibujo Snoopy por hora. Una máquina lenta estampa 6 m de dibujo Snoopy por hora. Una máquina rápida estampa 8 m. de dibujo Scooby por hora. Una máquina lenta estampa 4 metros de dibujo Scooby por hora (se trabajarán 8 horas por día) :

Dibujos de Snoopy por día : (12 x 8 = 96..............6 x 8 = 48)

1) $96\ ER_1 + 48\ EL_1 \ \geq\ 3000$

Dibujos de Scooby por día : (8 x 8 = 64..............4 x 8 = 32)

2) $64\ ER_2 + 32\ EL_2 \ \geq\ 3100$

Dispone de 60 estampadoras rápidas y 40 lentas:

3) $ER_1 + ER_2 \ \leq\ 60$
4) $EL_1 + EL_2 \ \leq\ 40$

Por tratarse de máquinas se debe utilizar el Método de Programación Lineal Entera :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Estampado SA		PROGRAMACION LINEAL ENTERA						
2									
3	Z =	332,8	275,2	158,4	129,6				
4		ER_1	ER_2	EL_1	EL_2				
5		96		48		≥	3000		3024
6			64		32	≥	3100		3104
7		1	1			≤	60		60
8				1	1	≤	40		40
9		ER_1	ER_2	EL_1	EL_2				
10		12	48	39	1		Z máxima =		23.510,40
11									

***SI* se puede cumplir el pedido, las máquinas estampadores deben ser utilizadas de la siguiente manera :**

- ***12* estampadoras rápidas produciendo dibujos de Snoopy**
- ***48* estampadoras rápidas produciendo dibujos de Scooby**
- ***39* estampadoras lentas produciendo dibujos de Snoopy**
- ***1* estampadora lenta produciendo dibujos de Scooby**

La utilidad máxima será de $ *23.510,40*

EJERCICIO 68 :

El DISTRITO METRO es una dependencia que administra la distribución de agua en cierta región geográfica grande. La región es bastante árida, por lo que el distrito debe comprar y traer agua desde fuera de ella. Las fuentes de esta agua importada son los ríos 1, 2 y 3. El distrito revende el agua a los usuarios de la región. Sus clientes principales son los departamentos de agua de las ciudades A, B, C y D.

Es posible hacer llegar agua a cualquiera de estas ciudades desde cualquiera de los tres ríos, con la excepción de que no hay forma de abastecer a la ciudad "D" con agua del río "3". Sin embargo, dada la distribución geográfica de los acueductos y las ciudades en la región, el costo del abastecimiento para el distrito depende tanto de la fuente como de la ciudad a la que abastece. En la tabla siguiente se dan los costos variables por acre-pie de agua para cada combinación de río y ciudad. A pesar de estas variaciones, el precio que el distrito cobra por acre-pie es independiente de la fuente de agua y es el mismo para todas las ciudades.

	Cdad.A	Cdad. B	Cdad.C	Cdad.D	Recursos
Río 1	16	13	22	17	50
Río 2	14	13	19	15	60
Río 3	19	20	23	NO	50
Mín.necesario	30	70	0	10	
Solicitado	50	70	30	infinito	

La administración del distrito tiene que resolver el problema de cómo asignar el agua disponible durante el próximo verano. En la columna del lado derecho de la tabla se dan las cantidades disponibles en los tres ríos, en unidades de un millón de acres-pie. El distrito se compromete a proporcionar una cantidad mínima para cumplir con las necesidades esenciales de cada ciudad (con la excepción de la ciudad "C", que tiene una fuente independiente de agua); estas necesidades mínimas se muestran en la tabla. La fila de solicitado indica que la ciudad "B" no quiere más agua que la que cubre sus necesidades mínimas, pero la ciudad "A" compraría hasta 20 más, la ciudad "C" hasta 30 más y la ciudad "D" compraría toda la que pudiera obtener.

La administración desea asignar toda el agua disponible de los tres ríos de manera que por lo menos se cumpla con las necesidades mínimas de cada ciudad y al mismo tiempo minimizar los costos.

Respuesta:

Se puede fabricar una tabla para visualizar mejor las variables (cantidad de agua que se mandará desde cada río a cada ciudad) :

	Ciudad A	Ciudad B	Ciudad C	Ciudad D
Río 1	A1	B1	C1	D1
Río 2	A2	B2	C2	D2
Río 3	A3	B3	C3	

El Modelo matemático se expresará como:

Primero defino la función objetivo:

MINIMIZAR

$$Z = 16\,A1 + 13\,B1 + 22\,C1 + 17\,D1 + 14\,A2 + 13\,B2 + 19\,C2 + 15\,D2 + 19\,A3 + 20\,B3 + 23\,C3$$

- Recursos con que se cuenta:

$$A1 + B1 + C1 + D1 = 50 \qquad (1)$$
$$A2 + B2 + C2 + D2 = 60 \qquad (2)$$
$$A3 + B3 + C3 = 50 \qquad (3)$$

- *Se puede cubrir más de lo mínimo necesario:*

$$A1 + A2 + A3 >= 30 \qquad (4)$$
$$B1 + B2 + B3 >= 70 \qquad (5)$$
$$C1 + C2 + C3 >= 0 \qquad (6)$$
$$D1 + D2 >= 10 \qquad (7)$$

- *No se puede cubrir todo lo solicitado:*

$$A1 + A2 + A3 <= 50 \qquad (8)$$
$$B1 + B2 + B3 <= 70 \qquad (9)$$
$$C1 + C2 + C3 <= 30 \qquad (10)$$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1	**DISTRITO METRO**															
2																
3	**Z =**	16	13	22	17	14	13	19	15	19	20	23				
4		**A1**	**B1**	**C1**	**D1**	**A2**	**B2**	**C2**	**D2**	**A3**	**B3**	**C3**				
5																
6		1	1	1	1								=	50		50
7						1	1	1	1				=	60		60
8										1	1	1	=	50		50
9		1				1				1			≥	30		50
10			1				1				1		≥	70		70
11				1				1				1	≥	0		0
12					1				1				≥	10		40
13		1				1				1			≤	50		50
14			1				1				1		≤	70		70
15				1				1				1	≤	30		0
16																
17		**A1**	**B1**	**C1**	**D1**	**A2**	**B2**	**C2**	**D2**	**A3**	**B3**	**C3**				
18		**0**	**50**	**0**	**0**	**0**	**20**	**0**	**40**	**50**	**0**	**0**		**Zmín =**		**2460**
19																

Se enviarán 50 unidades desde el río 1 a la ciudad B, desde el río 2 se enviarán 20 unidades a la ciudad B y 40 a la ciudad D, desde el río 3 se enviarán 50 unidades a la ciudad A. No se enviará nada a la ciudad C.

El costo total de envío = 2.460

EJERCICIO 69 :

Un comerciante debe entregar a sus tres hijas 90 manzanas para que las vendan.

- ***Fátima recibirá 50 manzanas,***
- ***Cunda recibirá 30 manzanas y***
- ***Siha recibirá 10 manzanas.***

Las tres hijas deben vender las manzanas al mismo precio y deben obtener la misma utilidad por la venta, bajo la siguiente condición de mercadeo:

Si Fátima vende una porción de 7 manzanas por 1 dólar y otra porción a 3 dólares por cada manzana, sus hermanas deben hacer lo mismo.

<u>Respuesta:</u>

Aunque el problema parece "imposible" solucionarlo, es bueno saber que con el enfoque correcto de "su" modelo matemático y el uso de las técnicas de programación lineal aprendidas, podemos lograrlo.

Repito: ***Lo importante es "construir" un buen modelo matemático y "dejar" que el computador nos "entregue" la solución.***

Analicemos el problema y paralelamente construyamos el modelo matemático:

*- **<u>FÁTIMA</u>** venderá una porción "A" a 7 manzanas por $ 1 (1$ / 7 manzanas) y otra porción "B" a $ 3 cada manzana ($3 / manzana).*

La utilidad de Fátima será:

$$Zf = (1/7)\ A + 3\ B$$

Sujeta a que tiene 50 manzanas:

$$A + B = 50$$

- **<u>CUNDA</u>** venderá una porción "C" y una porción "D" y debe tener la misma utilidad que Fátima:

La utilidad de Cunda será:

$$Zc = (1/7)\, C + 3\, D$$

Sujeta a que tiene 30 manzanas:

$$C + D = 30$$

- **<u>SIHA</u>** venderá una porción "E" y una porción "F " y debe tener la misma utilidad que sus dos hermanas:

$$Zs = (1/7)\, E + 3\, F$$

Sujeta a que tiene 10 manzanas:

$$E + F = 10$$

El modelo matemático quedará expresado como:

$$Z = A/7 + 3B = C/7 + 3D = E/7 + 3F$$

Sujeta a las siguientes restricciones:

$$A + B = 50 \qquad (1)$$

$$C + D = 30 \qquad (2)$$

$$E + F = 10 \qquad (3)$$

Al desplegar este modelo matemático en la hoja de cálculo obtendremos los siguientes resultados:

$A = 49$; $B = 1$

$C = 28$; $D = 2$

$E = 7$; $F = 3$

Comprobando resultados:

Fátima *vendió 49 manzanas a 7 por $ (49/7 = 7$) y la manzana que le quedó en $3; su utilidad fue entonces de* ***7 + 3 = $ 10..***

Cunda *vendió 28 manzanas a 7 por $ (28/7 = 4$) y las dos que le quedaron a $3 c/u (2x3 = 6$); su utilidad fue entonces de* ***4 + 6 = $ 10.***

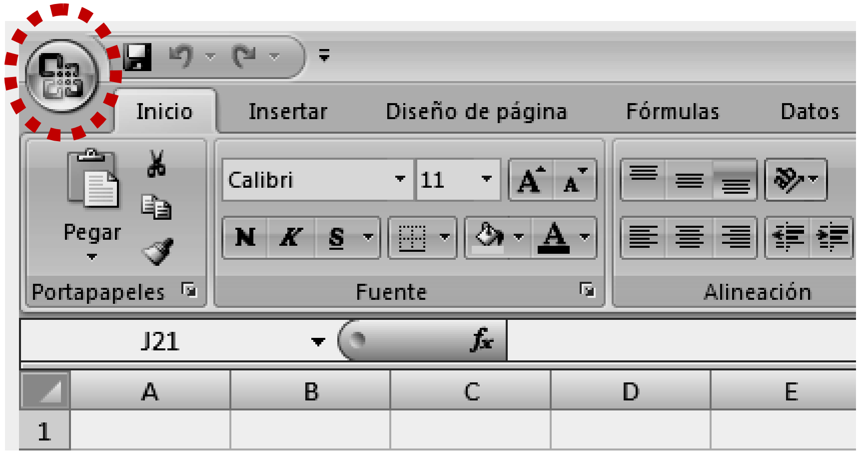
SIHA *vendió 7 manzanas por $ 1 y las tres que le quedaron a $3 c/u (3x3 = 9$); su utilidad fue entonces de* ***1 + 9 = $ 10****.*

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	90 Manzanas										
2											
3	Z=	0,143	3	0,143	3	0,143	3				
4		A	B	C	D	E	F				
5		1	1					=	50		50
6				1	1			=	30		30
7						1	1	=	10		10
8											
9		A	B	C	D	E	F			Zf =	10
10		49	1	28	2	7	3			Zc =	10
11										Zs =	10
12											
13										Ztotal =	30

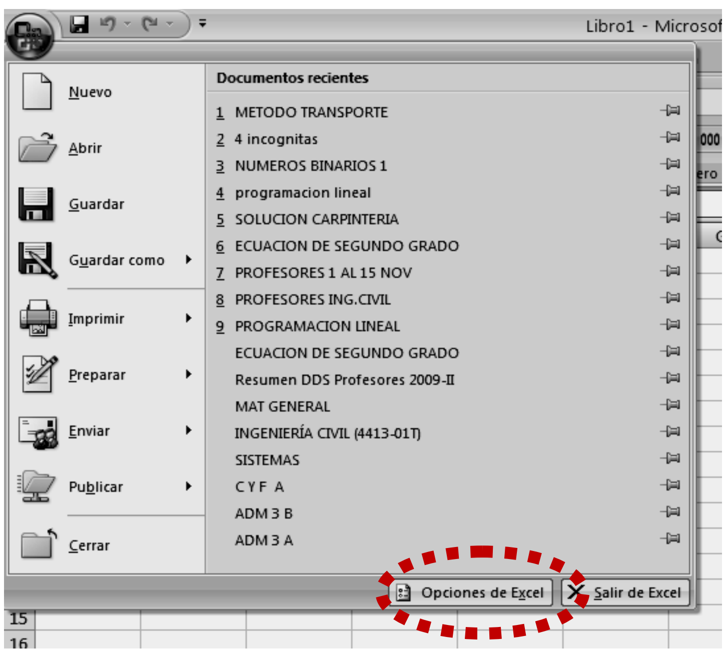
ANEXOS

CÓMO INSTALAR "SOLVER" EN LA HOJA DE CÁLCULO EXCEL 2007

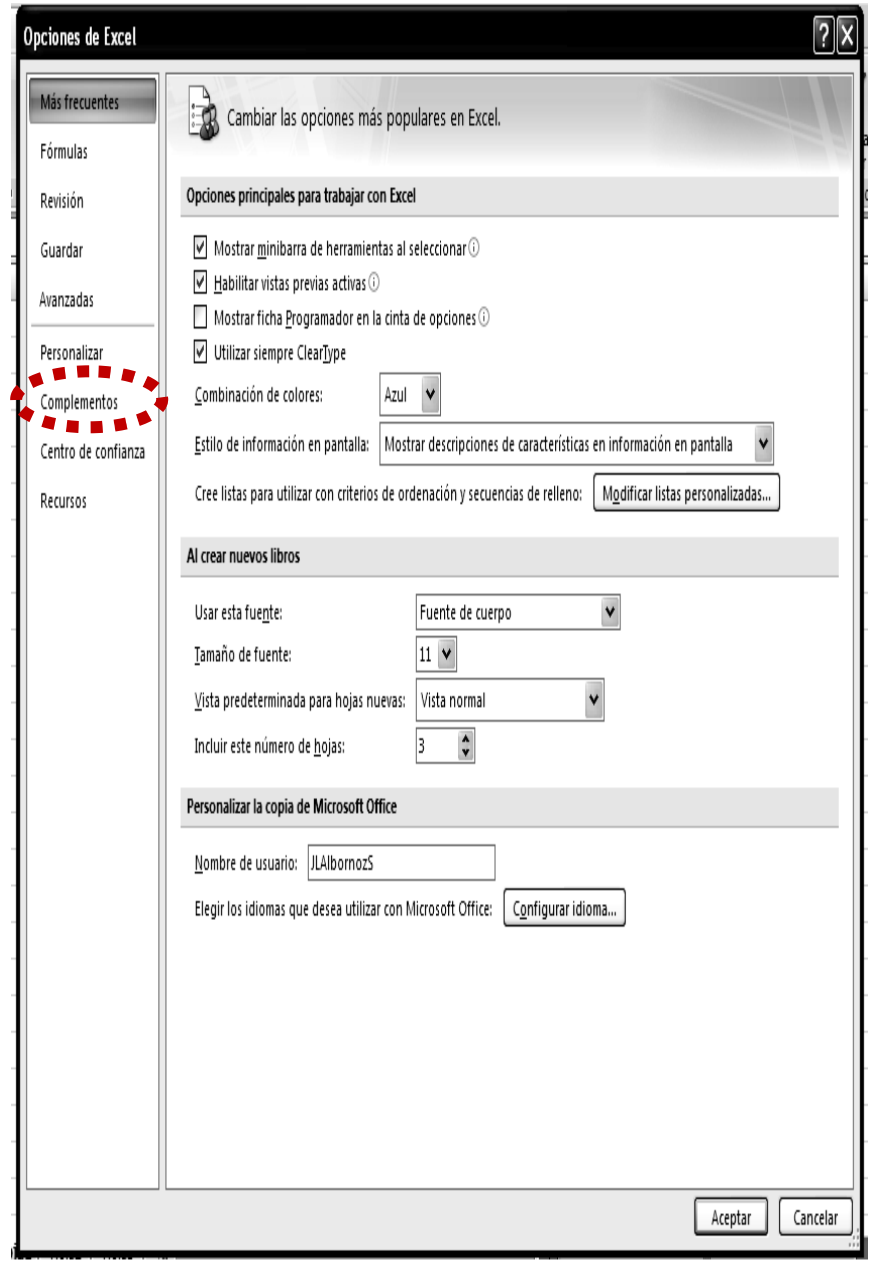
Entre a Excel y haga clic en el **"botón de office"** *que está ubicado en la parte superior izquierda de la pantalla Excel*



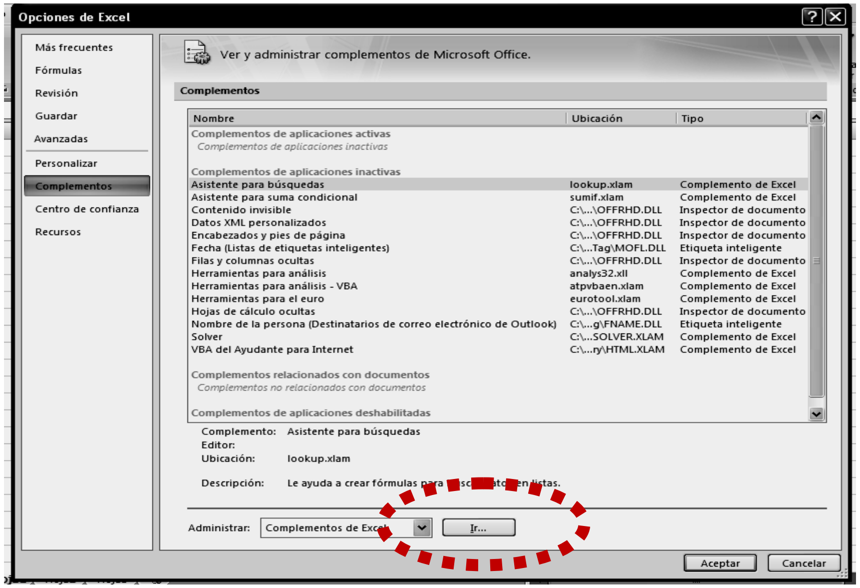
Haga clic en **"Opciones de Excel"** *en la parte inferior derecha*



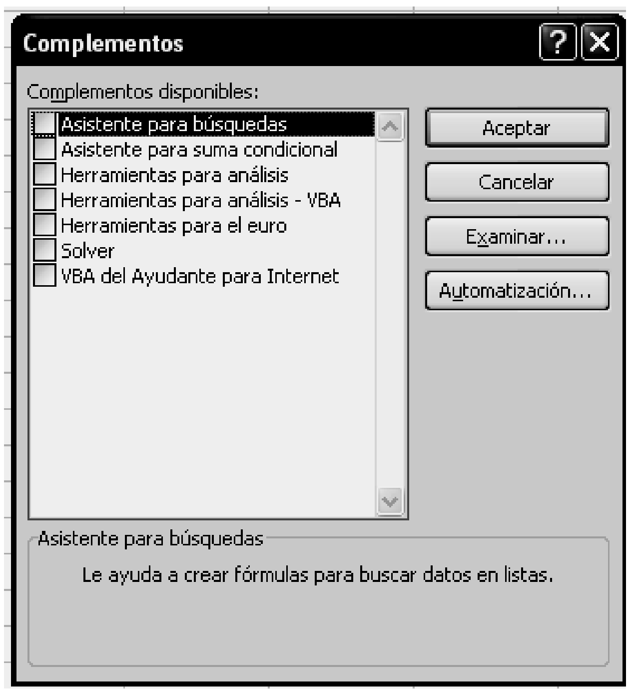
En el cuadro **"Opciones de Excel"** *haga clic en* **"Complementos"** *(parte superior izquierda)*



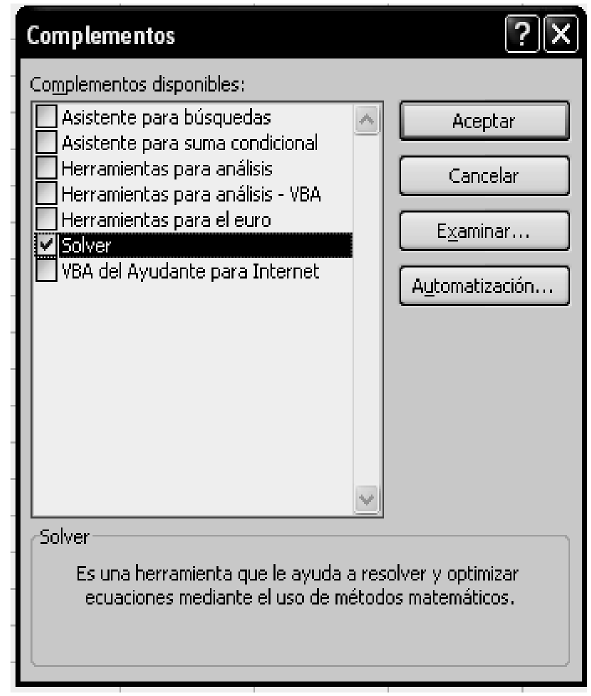
En la parte inferior (centro) haga clic en **"Ir..."**



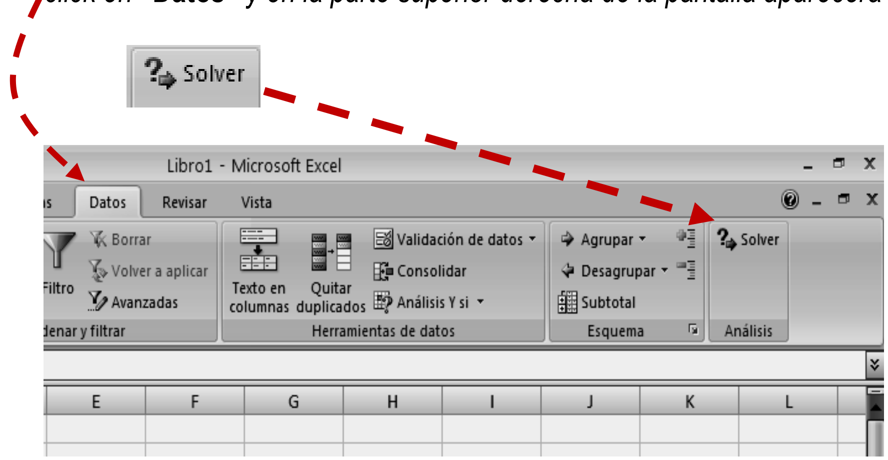
*A continuación se mostrará el cuadro "***Complementos***"*



En este cuadro haga clic en el rectángulo que está al lado de **"Solver"** *y cerciórese que lo seleccionó (aparecerá el "testigo" de marcación en el rectángulo y la palabra "Solver" se sombreará en azul)*



Haga clic en **"Aceptar"** *(lado superior derecho del cuadro "complementos") y "Solver" se instalará automaticamente. Para verificar si "Solver" está instalado en la "barra de herramientas" haga click en* **"Datos"** *y en la parte superior derecha de la pantalla aparecerá*



DESPLIEGUE Y SOLUCIÓN DE UN PROBLEMA DE TRANSPORTE EN LA HOJA DE CÁLCULO EXCEL

A continuación se desplegará y resolverá un PROBLEMA DE TRANSPORTE con el uso de la hoja de cálculo EXCEL, con la finalidad de orientar "paso a paso" al alumno en el uso de esta herramienta:

Dada la siguiente matriz de costos unitarios de transporte, hacer las asignaciones necesarias para obtener la función objetivo más económica (Zmínima):

	Destino A	Destino B	Destino C	Destino D	OFERTA
Origen 1	41	27	28	24	60
Origen 2	40	29	50	23	15
Origen 3	37	30	27	21	45
DEMANDA	20	30	30	40	

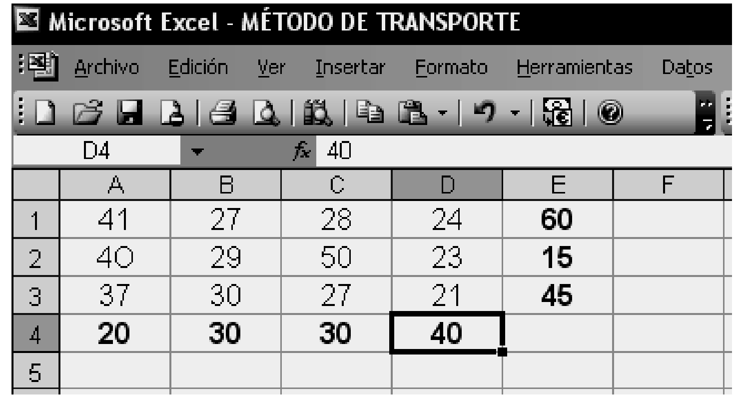
RESPUESTA:

Introduzca los datos de la matriz de costos unitarios en la hoja de cálculo, estos abarcarán las **filas 1, 2** *y* **3** *y las columnas* **A,B,C** *y* **D**.

	A	B	C	D	E	F
1	41	27	28	24		
2	40	29	50	23		
3	37	30	27	21		
4						
5						

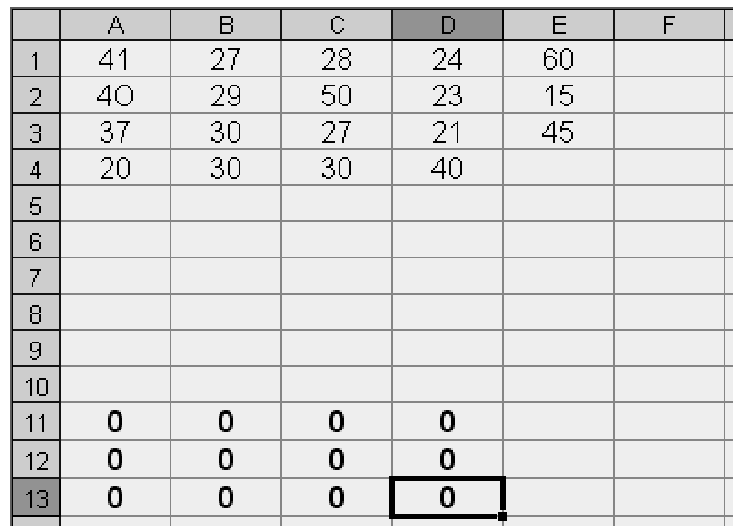
En la columna E (celdas **E1, E2** *y* **E3***) introduzca los datos de la* **OFERTA.**

En la fila 4 (celdas **A4, B4**, **C4** *y* **D4***) introduzca los datos de la* ***DEMANDA.***



	A	B	C	D	E	F
1	41	27	28	24	60	
2	40	29	50	23	15	
3	37	30	27	21	45	
4	20	30	30	40		
5						

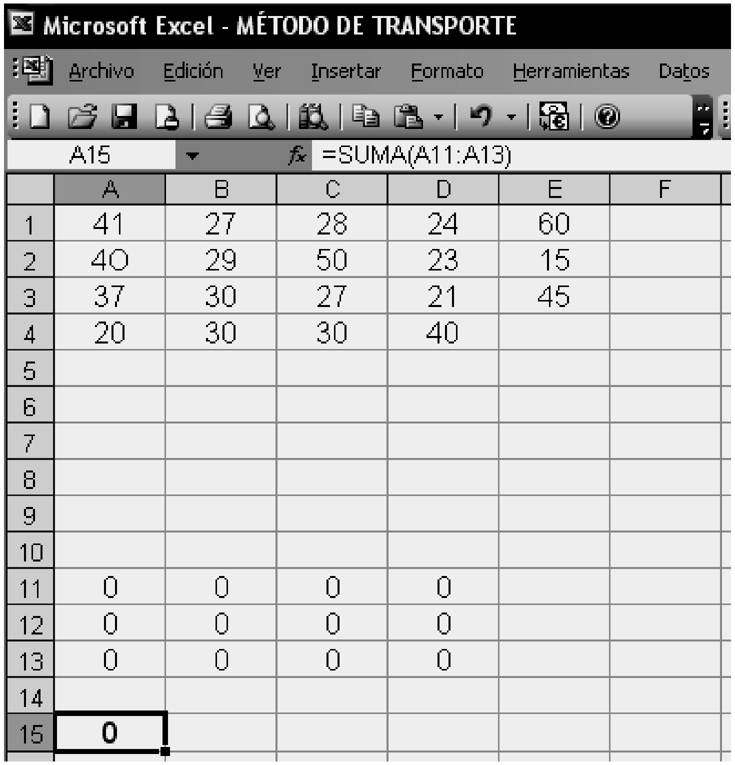
En las filas **11, 12** *y* **13***, desde la columna* **A** *hasta la* **D***, coloque* **ceros.** *En estas celdas se reflejarán las soluciones de cada "ruta" una vez aplicado SOLVER.*



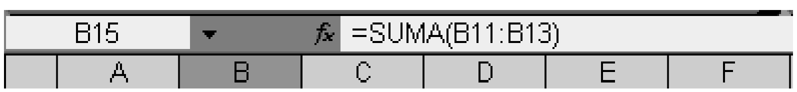
	A	B	C	D	E	F
1	41	27	28	24	60	
2	40	29	50	23	15	
3	37	30	27	21	45	
4	20	30	30	40		
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11	0	0	0	0		
12	0	0	0	0		
13	0	0	0	0		

Ahora proceda a incluir las fórmulas en las celdas de referencia (estas celdas son de libre escogencia, lo importante es que los datos relacionen la información de las rutas de solución). Al principio en la hoja de cálculo se reflejarán "ceros" en dichas celdas.

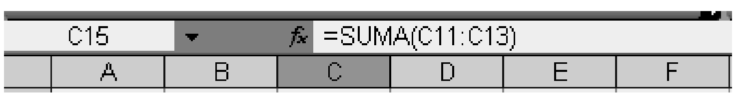
Celda A15 **=SUMA(A11:A13)**



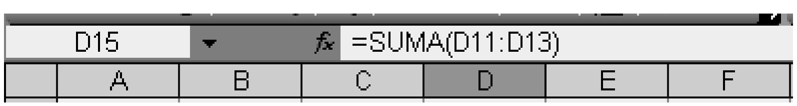
Celda B15 **=SUMA(B11:B13)**



Celda C15 **=SUMA(C11:C13)**

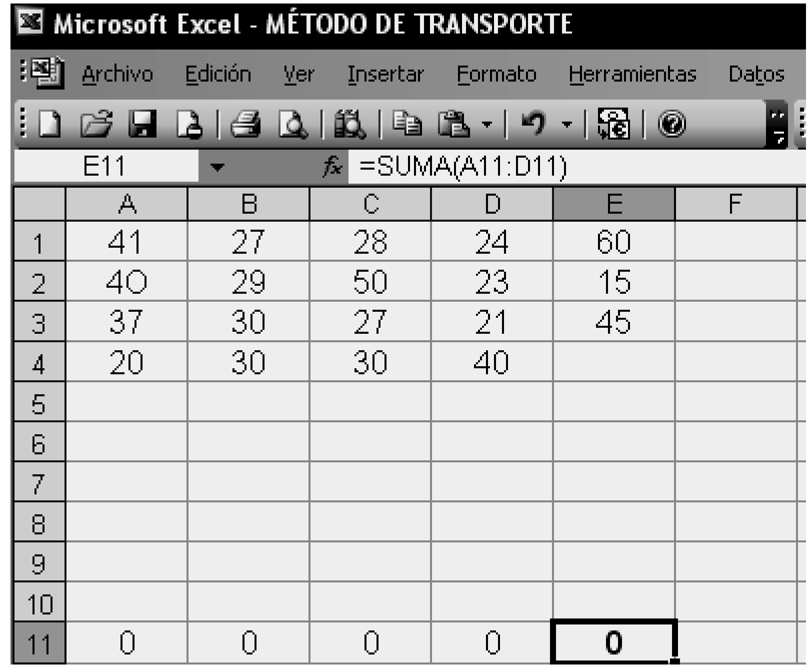


Celda D15 **=SUMA(D11:D13)**

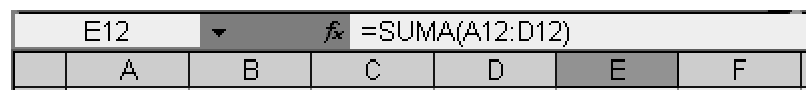


Estas celdas reflejarán como quedan cubiertas las **demandas** *en cada uno de los destinos A,B,C y D, una vez aplicada la solución. Al principio reflejarán "ceros".*

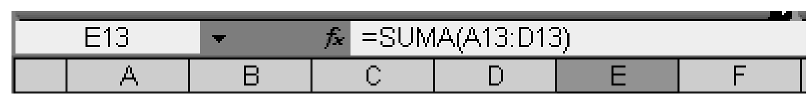
Celda E11 **=SUMA(A11:D11)**



Celda E12 **=SUMA(A12:D12)**



Celda E13 **=SUMA(A13:D13)**



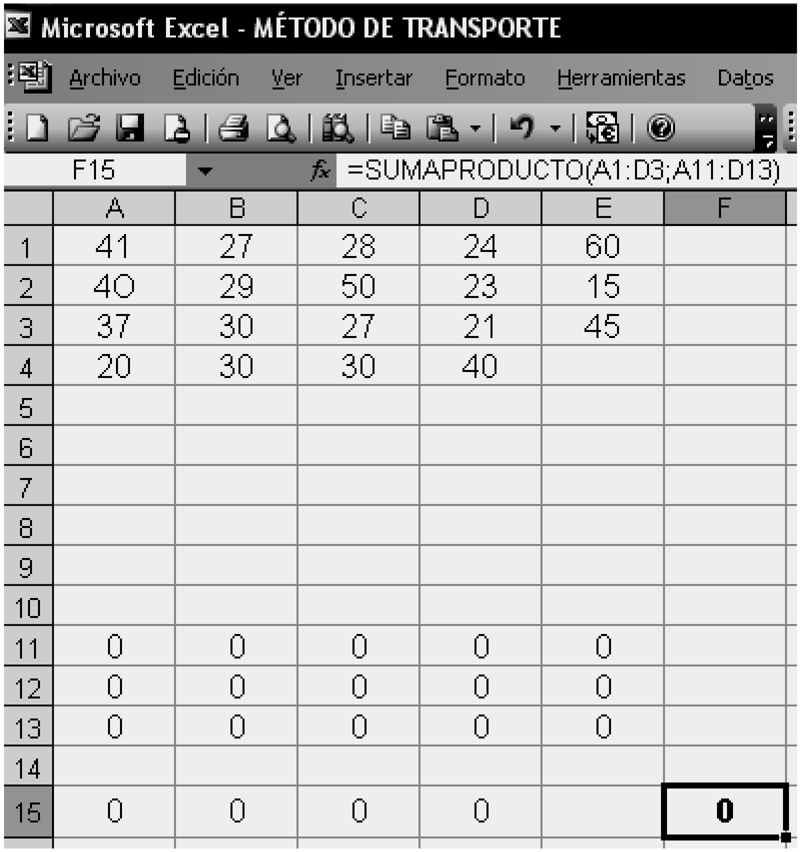
Estas celdas reflejarán las **ofertas** *hechas en cada uno de los orígenes 1, 2 y 3, una vez aplicada la solución. Al principio reflejarán "ceros".*

Por último escojo una celda donde se reflejará la **función objetivo.**

En dicha celda se incluirá la formula de la sumatoria de los productos de cada costo unitario multiplicado por la asignación de cada "ruta".

En nuestro caso hemos escogido **F15**. La fórmula será:

Celda F15 **=SUMAPRODUCTO(A1:D3;A11:D13)**



En este momento hemos introducido todos los datos necesarios en la hoja de cálculo.

Si colocamos cualquier valor en alguna de las celdas de resultados (desde A11 hasta D13) en la celda F15 aparecerá el costo de llevar tal cantidad de productos desde dicho origen hasta dicho destino. Es decir el valor que adquiere la función objetivo (Z) para esa asignación.

Para calcular el valor de Z mínimo, se utiliza una herramienta que incluye EXCEL llamada SOLVER.

Para correr el Solver haga clic en "**Datos"** y posteriormente haga clic en "**SOLVER"** y se mostrará un cuadro de diálogo **"PARÁMETROS DE SOLVER**".

Antes de que Solver pueda resolver el problema, necesita conocer con exactitud donde se localizan los componentes del modelo en la hoja de cálculo. **Es posible escribir las direcciones de las celdas o hacer clic en ellas.**

En el espacio superior izquierdo del cuadro **"PARÁMETROS DE SOLVER",** donde se solicita la **CELDA OBJETIVO** coloque **$F$15.**

En los círculos blancos donde se solicita el **VALOR DE LA CELDA OBJETIVO** indique **MÍNIMO** (se trata de un problema de transporte y lo que se busca es el costo menor, haga clic sobre la palabra MÍNIMO).

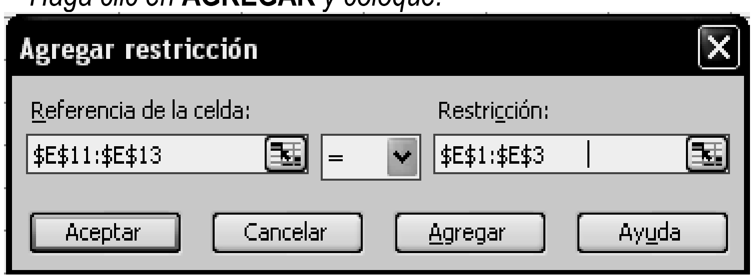
En el espacio central izquierdo, donde se solicita **CAMBIANDO LAS CELDAS** indique las celdas donde se propuso anteriormente que se mostraran los resultados de cada ruta. En este caso son las celdas A11 hasta D13, coloque **$A$11:$D$13.**

En el espacio en blanco, en la parte inferior izquierda, **SUJETAS A LAS SIGUIENTES RESTRICCIONES** *indique las condiciones del problema, para lo cual haga clic en* **AGREGAR.**

En este momento aparecerá en la pantalla el cuadro de diálogo **AGREGAR RESTRICCIÓN.** *Coloque:*

Se le está ordenando al programa que la demanda cubierta debe ser igual a la solicitada, en otras palabras debo cubrir los requerimientos del cliente.

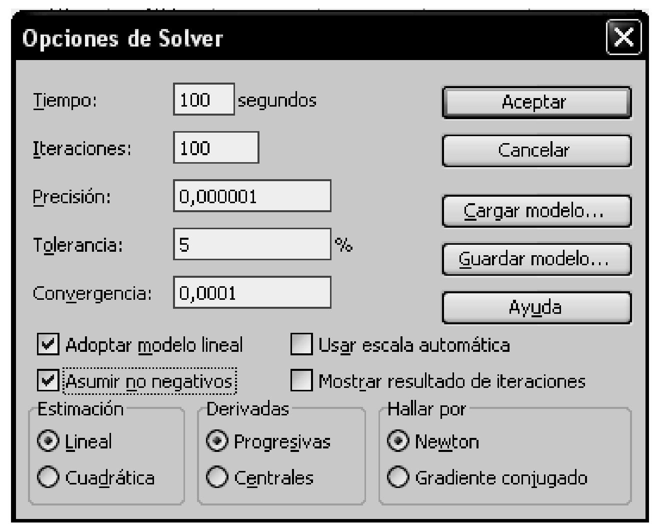
Haga clic en **AGREGAR** *y coloque:*



Se le está ordenando al programa que se debe ofrecer al cliente lo que estamos en capacidad de producir.

Haga clic en **ACEPTAR** *y regresará a su pantalla el cuadro* **PARÁMETROS DE SOLVER.** *Ahora el cuadro de diálogo resume el modelo completo.*

Antes de pedir a Solver que resuelva el modelo, se elige el botón **OPCIONES** *y aparecerá el cuadro de diálogo* **OPCIONES DE SOLVER**.

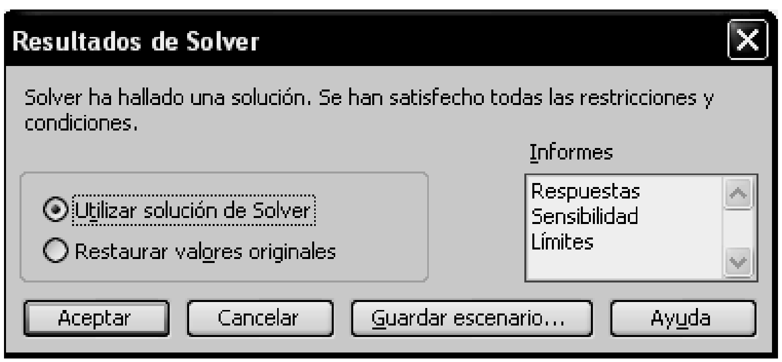


Este cuadro permite especificar las opciones para resolver el modelo. Lo más importante son las opciones **ADOPTAR MODELO LINEAL** *y* **ASUMIR NO NEGATIVOS**, *asegúrese de hacer clic sobre ellos y que aparezcan los "testigos de identificación".*

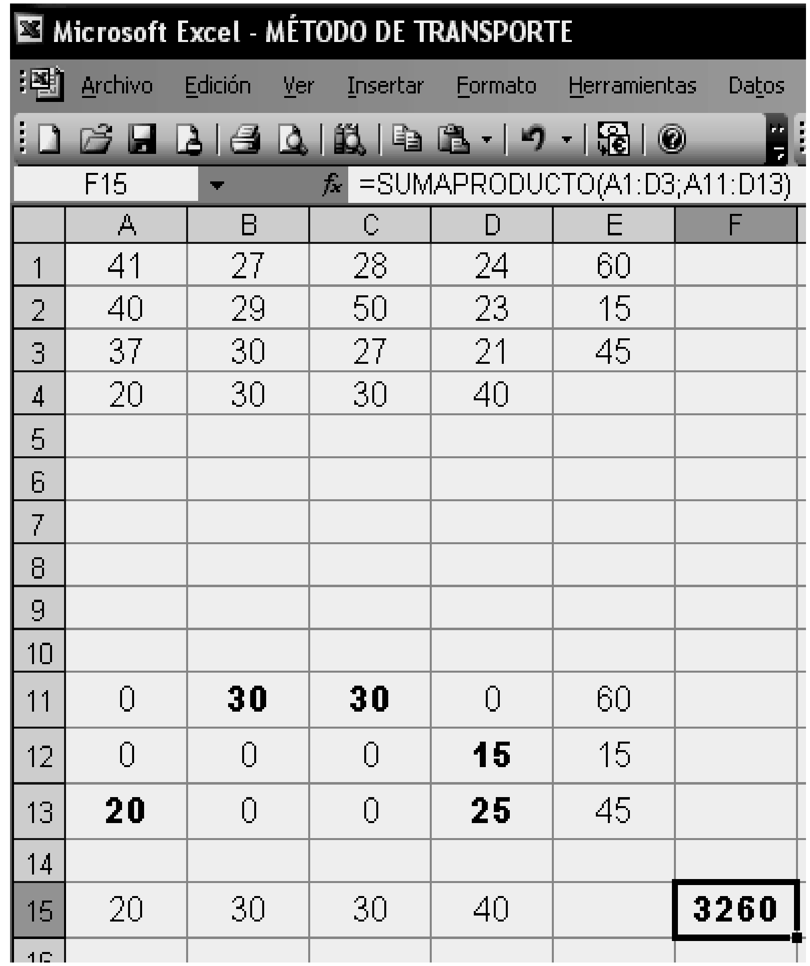
Con un clic en **ACEPTAR** *se regresa al cuadro de diálogo* **PARÁMETROS DE SOLVER.**

Ahora todo está listo para hacer clic en **RESOLVER** *y después de unos segundos Solver indicará loa resultados en las celdas* **A11 hasta D13**, *y en la celda* **F15** *aparecerá el valor mínimo de la función objetivo* **(Zmínimo).**

En el cuadro final **RESULTADOS DE SOLVER:**



Haga clic en **ACEPTAR** *y se visualizarán los resultados.*



	A	B	C	D	E	F
1	41	27	28	24	60	
2	40	29	50	23	15	
3	37	30	27	21	45	
4	20	30	30	40		
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11	0	**30**	**30**	0	60	
12	0	0	0	**15**	15	
13	**20**	0	0	**25**	45	
14						
15	20	30	30	40		**3260**

Los resultados de este ejercicio se leen de la siguiente manera:

- **Del Origen 1 enviaré 30 unidades al Destino B (ruta o celda B11).**
- **Del Origen 1 enviaré 30 unidades al Destino C (ruta o celda C11).**
- **Del Origen 2 enviaré 15 unidades al Destino D (ruta o celda D12).**
- **Del Origen 3 enviaré 20 unidades al Destino A (ruta o celda A13).**
- **Del Origen 3 enviaré 25 unidades al Destino D (ruta o celda D13).**

El costo mínimo de trasporte para cumplir con todos los requerimientos de oferta y demanda será de:

Zmínimo = 3.260,oo

Verifique que se cumplió con los requerimientos de la oferta y la demanda que presentó el modelo.

Este procedimiento se realiza una sola vez y al guardar la información en el archivo correspondiente nos servirá para resolver cualquier problema de transporte de hasta tres orígenes y cuatro destino; simplemente tendrá que introducir los datos del nuevo problema de transporte y *pedir* ***a Solver*** *RESOLVER*. ***En caso de que la matriz de costos sea mayor a la de este problema se desplegará un nuevo modelo tomando como referencia lo explicado anteriormente.***