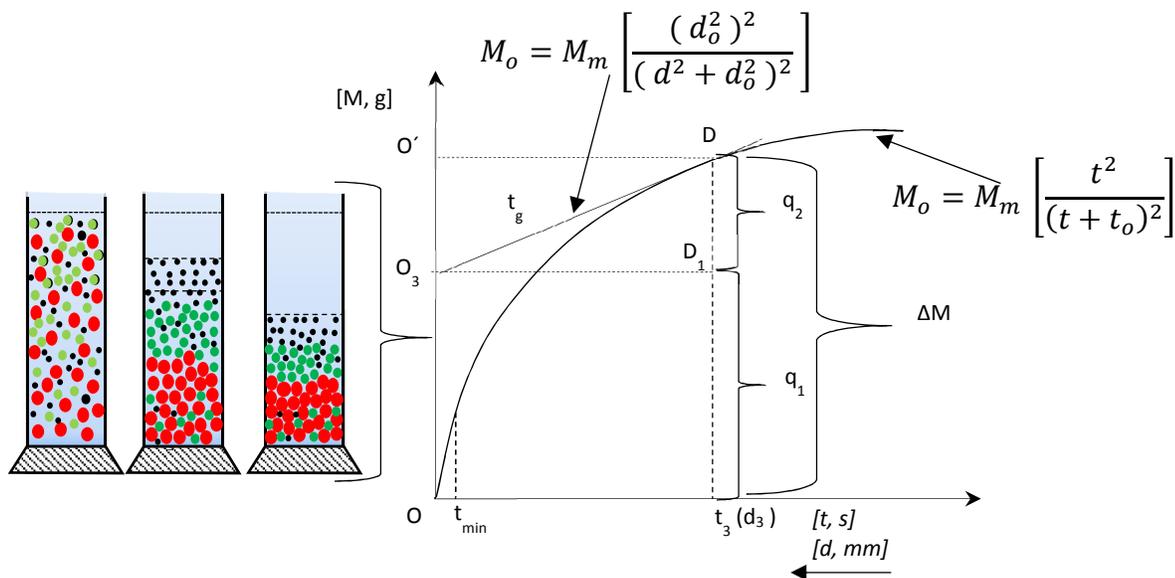


CONCEPCIONES DE CÁLCULO GRANULOMÉTRICO SEDIMENTACIONAL A PARTIR DE LOS RESULTADOS DE UN BALANCIN DE CUARZO

Autor: Dr. Cs. Rafael Quintana Puchol



Universidad Central “Marta Abreu” de las Villas,

Facultad de Química y Farmacia,

Departamento de Licenciatura en Química



Santa Clara, Villa Clara, Cuba

2017

Contenido

| | |
|--|-----------|
| 1. Introducción | 2 |
| 2. Concepto de tamaño de grano..... | 2 |
| 3. Efecto de la forma sobre la superficie específica y número de grano específico | 4 |
| 4. Principios de la sedimentación..... | 5 |
| 5. Método de análisis granulométrico por sedimentación | 8 |
| 6. Mecanismos de la conformación de la curva de sedimentación..... | 10 |
| 7. Particularidades de una suspensión polidispersa..... | 12 |
| 8. Determinación de la masa de granos en una clase granulométrica..... | 13 |
| 9. Procedimiento analítico de evaluación de la curva de sedimentación..... | 14 |
| 10. Determinación de la curva de frecuencia..... | 16 |
| 11. Cálculo de la cantidad de una fracción granulométrica dada | 19 |
| 12. Criterios finales | 20 |
| 13. Bibliografía | 21 |

CRITERIOS DE CÁLCULO SOBRE ANÁLISIS GRANULOMÉTRICO A PARTIR DE SEDIMENTACIÓN CONTINÚA DE UN SISTEMA POLIDISPERSO

1. Introducción

Granulometría viene etimológicamente del latín *gramulum* “granulo” (partícula de materia de pequeño tamaño) y el concepto aborda, además, varios métodos de medición del tamaño de un grano y, por consecuencia, de una población, según los criterios de Irani [1].

Según Blott (2001), se entiende por “grano” en sentido general a un trozo de materia sólida o líquida, esférica o no, que se encuentre en un fluido inerte[2]. Un grano puede ser no solamente un grano de arena o polvo, sino también una gota en una emulsión o un aerosol, una partícula sólida de en una espuma, ceniza en el humo de una chimenea o en las nubes, una burbuja de gas en una masa fundida o en cualquier otro líquido, etc. [3]. Otro aspecto a considerar en la definición de los granos que es un grano es lo concerniente a sus dimensiones y morfología.

Antes de comenzar con el análisis sedimentacional es necesario enunciar dos fenómenos se encuentran estrechamente relacionados con la sedimentación y que se debe estudiar para una comprensión exhaustiva de ella, aspectos que no se abordarán en aquí. Uno corresponde al movimiento browniano y otro la difusión en sistemas polidispersos bifásico (líquido-sólido). De forma muy sintética se expondrá que el movimiento browniano es el movimiento caótico de las partículas de un sistema disperso y que no es más que una manifestación macroscópica del movimiento térmico de las moléculas del medio. Para estudiar el movimiento browniano se sigue la trayectoria de los diminutos granos, de la cual es imposible determinar el movimiento verdadero de estos granos, pero es factible determinar la distancia media que el recorre en la unidad de tiempo. El otro fenómeno es la difusión, que consiste en el movimiento espontáneo de las moléculas, iones o partículas coloidales, el cual se efectúa en un sistema debido a un gradiente de concentración y bajo la influencia del movimiento térmico de las mismas. Por tanto se puede afirmar que la difusión no es más que una manifestación macroscópica del movimiento térmico y por consiguiente aumenta al elevarse la temperatura. Este fenómeno es irreversible y conduce a un aumento de la entropía del sistema.

El objetivo central de este trabajo es exponer un procedimiento de cálculo para determinar, mediante el registro, en el tiempo, de la deflexión continua de la punta de un balancín, ocasionada por la masa sedimenta continuamente de un sistema sólido-líquido polidisperso sobre un platillo dispuesto a una altura determinada. Los artificios matemáticos usados pretenden minimizar el número de efectos que influyen en el análisis granulométrico a partir de criterios cinéticos de la sedimentación.

2. Concepto de tamaño de grano

El concepto de tamaño del grano que, por lo común, tiene forma irregular, es muy importante tenerlo en cuenta. La dimensión del grano, si él presenta forma regular, por ejemplo, de esfera, se determina rigurosamente por una magnitud, el diámetro, pero si presenta la forma de un cubo, entonces por uno de los lados [4]. En todos los demás casos, el tamaño de los granos se caracteriza

por una magnitud media, o equivalente. Por dimensión del grano se opta: por el valor medio de tres dimensiones (longitud, anchura y espesor), d_1 ; la longitud del lado de un cubo es equivalente según su volumen, d_2 ; el diámetro equivalente de una esfera cuyo volumen es igual al del grano esférico, calculado a partir de la velocidad de sedimentación de la grano sometida a estudio, d_4 (el denominado diámetro de Stokes); el diámetro de una esfera cuya superficie equivale a la del grano sujeto a estudio, d_5 ; el diámetro de un círculo cuya área equivale a la proyección del grano en el plano, en posición de su máxima estabilidad, d_6 ; el lado del cuadrado o diámetro del orificio del tamiz, cuya área equivale a la del grano, correspondiente a sus dos tamaños lineales más pequeños, d_7 [3]. En la Figura 1 se expone un esquema de algunas equivalencias de tamaños de granos relacionados a una esfera.

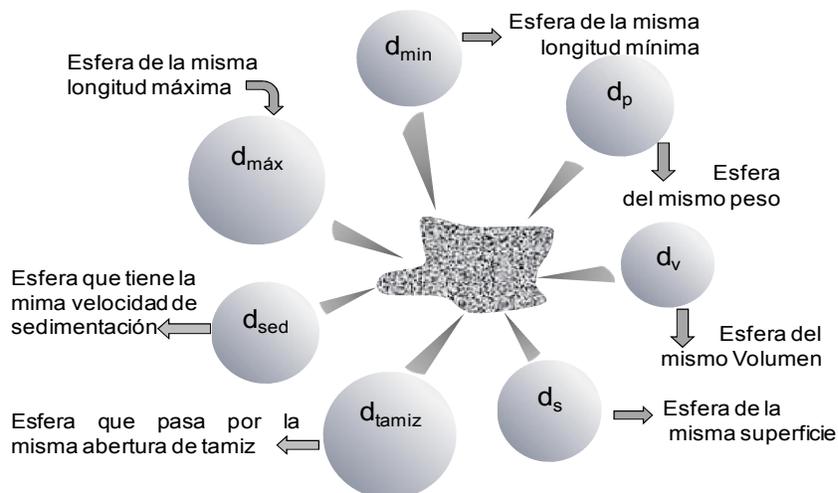


Figura 1: Diferentes criterios de equivalencia para un grano de forma irregular referidos a las características de una esfera

Aplicando uno u otro método de análisis granulométrico (de dispersión) de sustancias, minerales, residuos sólidos, etc., se determinan distintas magnitudes que caracterizan el tamaño del grano. Por ejemplo, en el análisis por tamización, d_7 ; en el por sedimentación, d_4 ; por el microscopio óptico o electrónico, d_6 y rara vez d_1 , d_2 y d_3 ; y en la medición de superficies, d_5 [4].

Por eso los resultados de los análisis granulométricos, obtenidos por diferentes métodos, son a menudo incompatibles, mientras que algunos métodos de análisis granulométrico solo resultan aplicables para los granos de forma relativamente regular. Antes de elegir el método de análisis es conveniente observar los granos al microscopio [5].

Las características de la sustancia, del mineral o residuo sólido clasificado los granos según su tamaño, suelen ser suficiente. También es necesario determinar el contenido de acompañantes valiosos en las diversas clases de tamaño. Por ello, los más admisibles son aquellos métodos con los que se esperan diversas fracciones de la mena o mezcla de sustancias en cantidades suficientes para determinar el contenido de componentes valiosos [6].

El medio de dispersión ejerce influencia sobre los resultados del análisis. Algunas sustancias pueden dispersarse en agua u en otro líquido, y otros, al contrario, coagulan o flocculan. La concentración de la fase de dispersión no debe pasar de 0.05 -0.1%, a fin de reducir la probabilidad de choque de los granos entre sí durante el análisis. Para determinar los agregados de granos, es recomendable emplear dispersantes de suspensiones: sales inorgánicas, ácidos, bases o tensóactivos. En cada caso concreto el dispersante se elige individualmente. Al elegir de un modo correcto el dispersante, el rendimiento de la clase fina es máximo. En una serie de casos, cuando

es necesario conocer la composición de dispersión, el análisis se realiza en un medio cuya composición se aproxima máximamente al medio práctico. La densidad del medio debe ser menor que la de las sustancias a analizar [3, 7].

El análisis granulométrico por tamizado consiste en cernir una muestra a través de un juego de tamices estandarizados, y en determinar el porcentaje de masa acumulado en cada uno de estos respecto a la masa de la muestra inicial. Los juegos de tamices estándares se muestran en tablas, reportadas en la literatura. Lo más común se utiliza el juego de tamices estándar elaborado por Taylor, en que el tamaño de la malla de la tela metálica anterior se diferencia del tamaño de la tela metálica posterior en un factor de $\sqrt{2}$ (1.4142) veces, pero existen otros factores: $2^{-n/2}$: $n = \dots -4, -2, -1, 0, 1, 2, 4 \dots$

El tiempo de tamizado de la muestra se elige empíricamente respecto a la muestra sometida a estudio. El tamizado se considera concluido cuando el aumento del peso del residuo en el más fino de los tamices, durante el tiempo de tamizado, constituye no más del 5% [8].

3. Efecto de la forma sobre la superficie específica y número de grano específico

La intensidad de la interacción de poblaciones de diferentes sustancias granuladas (polverulentas) depende del tamaño de los granos y de la distribución granulométrica, así como de la forma, aspectos que influyen sobre la superficie específica de sus granos y, por tanto, delimitan los puntos o superficies de contacto entre los granos reactantes. Habida cuenta de la lentitud de las reacciones en estado sólido es preciso cuidar el factor geométrico (la forma). La influencia de la forma de la partícula puede ser ejemplificada valorando las relaciones de las formas geométricas simples: esfera, cubo, placa, etcétera. En la Figura 2 se precisa que la máxima dimensión sea $2R$ (el diámetro de la esfera = 1 cm) y la densidad del material ρ ($\rho = 4,3 \text{ g/cm}^3$). Valorando algunos casos, se observa que cuando las placas y las fibras presentan una relación espesor (X) a diámetro ($2R = 1 \text{ cm}$) de 1:10 y asumiendo que la densidad sea igual para todos los casos, las variaciones de la superficie específica (área por gramo) presentan que la relación relativa será: Esfera:Cubo:Placa:Fibra = 3:3:18:41. En la Tabla 1, se reporta el caso, donde $2R$ es $100 \mu\text{m}$ y X , $10 \mu\text{m}$; entonces resulta que la relación superficie específica es: Esfera:Cubo:Placa:Fibra = 3:3:1998:4001. Especificando la relación de la superficie específica (R-As) entre Fibra:Placa referente a X se observa que entre menor sea $X/2R$ el valor de R-As tiende a ser 2. Como puede percibirse las dimensiones geométricas de granos regulares o irregulares influyen enormemente en las características físicas y químicas de la población granulométrica. Por esta razón, por ejemplo, la mayoría de las sustancias y los minerales con formas geométricas asimilares a placas o fibras son muy reactivas y presentan, a la vez, una gran plasticidad [9, 10].

| Tabla 1. Representación de algunas propiedades en dependencia de la forma del grano | | | | |
|---|---------------------|---------|-----------|-----------|
| Propiedades de los granos | Forma de los granos | | | |
| | Esfera | Cubo | Placa | Fibra |
| Volumen del grano, $V \text{ [cm}^3\text{]}$ | 4,19E-06 | 8E-06 | 4E-09 | 2E-12 |
| Número de granos en 1 g, [No./g] | 55519,17 | 29069,8 | 58139535 | 1.163E+11 |
| Superficie de cada grano, $A \text{ [cm}^2\text{]}$ | 0,00126 | 0,0024 | 0,0007992 | 8,002E-07 |
| Superficie específica, cm^2/g | 69,77 | 69,77 | 46465,12 | 93046,5 |
| Relación de la superficie específica respecto a $R \cdot \rho$ | 3 | 3 | 1998 | 4001 |

Nota: $R = 0,01$ cm, $X = 0,001$ cm, $\rho = 4,3$ g/cm³

Estos aspectos geométricos de los granos en el tratamiento de las sustancias sintéticas y de minerales son esenciales, debido a que ellos inciden en muchas etapas de los procesos industriales de beneficio y en el tratamiento o sinterización de concentrados minerales y de sustancias sintéticas, en donde muchas de estas etapas de los procesos industriales (cemento, hidrometalurgia de lateritas niquelíferas, etc.) se basan en la sedimentación [11].

4. Principios de la sedimentación

Si una partícula esférica de densidad ρ_s (g/cm³) y con un diámetro d (μm) se deja descender libremente en un fluido líquido de viscosidad η_l (g.cm⁻¹.s⁻¹) y densidad ρ_l (g.cm⁻³), ésta será acelerada momentáneamente por fuerza de la gravedad g (980 cm.s⁻²) alcanzando después de un determinado tiempo (t) una velocidad límite constante v (cm.s⁻¹), con la cual sedimentará. Un fluido líquido se comporta laminar cuando el número de Reynolds para una partícula es menor que 0,2. El número de Reynolds se calcula por la ecuación $Re = vd\rho_l / \eta_l$. Es frecuente que en la obtención de concentrados minerales se obtengan polvos de tamaño de partículas $< 50 \mu\text{m}$. La velocidad límite de sedimentación está relacionada con el diámetro de la partícula (d) acorde a la ley de Stokes (Figura 3):

$$v = \frac{g(\rho_s - \rho_l)d^2}{18\eta_l} \quad (1)$$

Donde g es la aceleración efectuada por la fuerza de la gravedad o por la fuerza centrífuga. El tiempo de sedimentación (t) que necesita recorrer una partícula una profundidad determinada (h) viene dado por la ecuación siguiente:

$$t_i = \frac{18\eta_l}{g(\rho_s - \rho_l)d_i^2} \quad (2)$$

Un requisito indispensable para emplear el método sedimentacional para el análisis granulométrico es que las partículas no reaccionen con el líquido seleccionado. El líquido más frecuente que se emplea en la industria cerámica es el agua. La densidad y la viscosidad del agua para algunas temperaturas se exponen en la Tabla 2.

| Tabla 2: Densidad (ρ) y viscosidad (η) del agua a temperaturas diferentes (T) | | |
|---|------------------------------|-------------------|
| T (°C) | ρ (g.cm ⁻³) | η (g/(cm.s)) |
| 4 | 1.00000* | 1,567 |
| 10 | 0,99973 | 1,307 |
| 15 | 0,99915 | 1,139 |
| 20 | 0,99823 | 1,002 |
| 25 | 0,99707 | 0,8905 |
| 30 | 0,99567 | 0,7975 |
| *exactamente a 3,98 °C, $1\text{cp} = 1 \text{g.cm}^{-1}.\text{s}^{-1}$ | | |

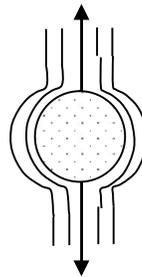
En una suspensión acuosa de partículas de 10 μm y de densidad de 4 $\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$, estas emplean un tiempo de sedimentación de 60 segundos (1 min.) para recorrer 1 cm (h), esa misma distancia es recorrida por partículas de 1 μm en un tiempo que es 100 veces mayor (6000 s = 1h y 40s).

Los equipos de análisis granulométrico comerciales emplean dos técnicas fundamentales: una laminar y otra por homogenización. En la técnica laminar es situada cuidadosamente una suspensión muy diluida en una columna de sedimentación líquida y la fracción de partículas que han sedimentado a una profundidad h es determinada con el tiempo. Los tiempos de sedimentación son reducidos por centrifugación. Cuando se emplea la centrifugación en el análisis granulométrico la ecuación de Stokes se expresa de la forma siguiente:

$$t = \frac{41,45\eta_l \lg(r_t / r_o)}{d^2(\rho_s - \rho_l)\omega^2} \quad (3)$$

Donde ω es la velocidad angular de la centrífuga y r_o y r_t son las posiciones radiales de las partículas antes y después de la centrifugación.

$$F_e = 3\pi \cdot d\eta_l v$$



$$F_s = \frac{1}{6}\pi \cdot d^3 g(\rho_s - \rho_l)$$

Figura 3: Equilibrio de fuerzas durante la sedimentación de una partícula en un líquido con comportamiento laminar.

En la técnica de homogenización se determina la fracción de las partículas acorde a un plano en un nivel determinado de profundidad h en una suspensión homogénea diluida (< 4 %-Vol.). Las

| | Esfera | Cubo | Placa | Fibra |
|--------------------------------|---|--|---|--|
| | | | | |
| Volumen de la partícula | $\frac{4}{3}\pi R^3$ | $8R^3$ | $2R \times 2R \times XR = 4XR^3$ | $2R \times XR \times XR = 2X^2 R^3$ |
| Número de partículas/g | $\frac{1}{\frac{4}{3}\pi R^3 \rho}$ | $\frac{1}{8R^3 \rho}$ | $\frac{1}{4XR^3 \rho}$ | $\frac{1}{2X^2 R^3 \rho}$ |
| Area de a partícula | $4\pi R^2$ | $6 \times (2R \times 2R) = 24R^2$ | $\frac{2(2R)^2 + 4(2R \times XR)}{8R^2 + XR^2} = 8R^2(1+X)$ | $\frac{4(2R \times XR) + 2(XR)^2}{8XR^2 + 2XR^2} = 2X R^2(4+X)$ |
| Area por gramo | $\frac{4\pi R^2}{\frac{4}{3}\pi R^3 \rho} = \frac{3}{R \cdot \rho}$ | $\frac{24R^2}{8R^3 \rho} = \frac{3}{R \cdot \rho}$ | $\frac{8R^2(1+X)}{4XR \cdot \rho} = \frac{2(1+X)}{XR \cdot \rho}$ | $\frac{2X R^2(4+X)}{2X^2 R^3 \rho} = \frac{(4+X)}{X R \cdot \rho}$ |

Figura 2. Influencia de las características morfológicas de grano y en algunas propiedades granulométricas por unidad de masa (g).

partículas de todos los tamaños que se concentran al cruzar el plano, pero solo aquellas de un tamaño particular o más pequeñas de acuerdo con la ley de Stokes, permanecerán en el plano o sobre él después de elegir un tiempo determinado. El tiempo de análisis para partículas de tamaño $< 1 \mu\text{m}$ puede reducirse considerablemente por centrifugación. La concentración de partículas en una suspensión se determina normalmente por la intensidad relativa (I_o/I) de un haz de luz o de rayos-X transmitidos según:

$$2,303 \log(I_o / I) = k \cdot \sum N_i \cdot d_i^2 \quad (4)$$

Donde k es una constante y N_i es el número de partículas de tamaño d_i y Σ (volumen de partículas) = $d_i \log(I_o/I)$.

La duración de análisis granulométrico varía con la densidad de las partículas y su tamaño. Por lo general el tiempo se encuentra sobre los 10 min, pero para una sedimentación gravitacional de partículas hasta $0,02 \mu\text{m}$ usando instrumentación comercial puede durar el análisis varias horas.

Las posibles fuentes de errores en los análisis granulométricos por sedimentación incluyen un movimiento contrario a la dirección de sedimentación debido a las interacciones de las partículas con el líquido, la tendencia de partículas finas a obstruir a las mayores y la aglomeración causada por el movimiento browniano.

La formación de una envoltura de moléculas del líquido o del floculante alrededor de la partícula incrementa su tamaño real, pero a la misma vez reduce la densidad promedio de las partículas submicrométricas, lo que en cierta medida se logra una compensación. Una dispersión incompleta y aglomeración durante la sedimentación puede también afectar los datos granulométricos. La dispersión ultrasónica y floculantes mixtos son usados comúnmente para ultimar el análisis granulométrico.

Técnicas sedimentacionales no deben ser usadas para muestras que contengan partículas de densidades muy diferentes. En los análisis granulométricos de muestras con partículas no esféricas se obtiene como resultado el diámetro esférico equivalente, que corresponde al diámetro de una esfera que sedimenta a la misma velocidad que la partícula en cuestión. Modelos teóricos indican que el efecto de la fuerza obstructora (fricción) de Stokes es insignificante para distorsiones pequeñas de la esfericidad.

Según las dimensiones de los granos (d , cm) de una sustancia específica, que se encuentran dispersos en una suspensión, cada uno de estos precipita en un tiempo determinado (t , s) al recorrer una altura dada (h , cm). Las dimensiones (diámetro equivalente) de estos granos pueden calcularse según la ecuación (5) desarrollada por Stokes:

$$d = \sqrt{18 \frac{\eta \cdot h}{(\rho_s - \rho_l) \cdot g} \cdot \frac{1}{t}} \quad (5) \quad d = k \sqrt{\frac{1}{t}} = \frac{k}{\sqrt{t}} \quad (6)$$

Donde η [$\text{g}/(\text{cm} \cdot \text{s})$] es la viscosidad del medio líquido, g [$980 \text{ cm}/\text{s}^2$] la constante de la gravedad y ρ_s y ρ_l [g/cm^3] son las densidades del sólido y del medio líquido, respectivamente. Si todos los parámetros se consideran constantes, menos el tiempo la Formula (5) se convierte en la fórmula (6).

Para completar la caracterización del conjunto de granos en la suspensión es necesario, además de conocer las dimensiones de los granos, determinar el **contenido relativo de granos de diferentes tamaños**, el cual es comúnmente representado mediante una curva de distribución de frecuencia o curva diferencial.

La curva de frecuencia de los granos de un sistema polidisperso, granos de diferentes tamaños, puede construirse experimentalmente a partir de la determinación de la curva de sedimentación continua, la cual expresa la dependencia de la cantidad de sustancia [la masa (M)] que precipitó durante el tiempo (t) desde el inicio del experimento ($t=0$): $M = f(t)$. El punto O de la curva (véase Figura 4) corresponde al inicio de la sedimentación, el segmento final (CD) de la curva, casi siempre paralelo al eje de las abscisas, corresponde a las fracciones de granos más pequeños.

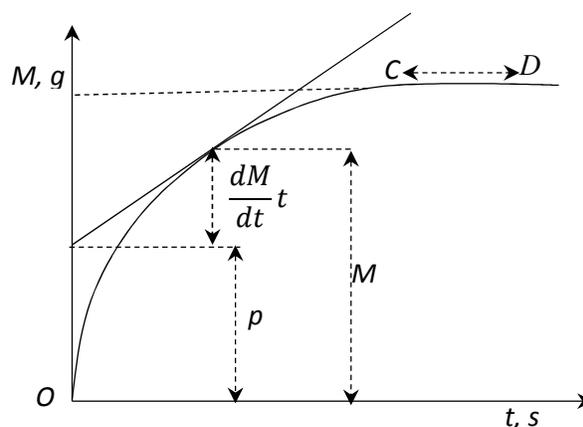


Figura 4. Curva de sedimentación, $M = f(t)$

Cuando ocurre una sedimentación de los granos de una suspensión, la masa del sedimento consta: 1) de aquellos granos cuyo tiempo de deposición es menor que el tiempo especificado y cuyo tamaño, por tanto, en correspondencia es mayor que el definido por la ley de Stokes para ese tiempo; 2) por aquellos granos cuyo tiempo de deposición para la altura de la suspensión (h) es mayor que el tiempo especificado, pero que han sedimentado a causa de su posición intermedia en la columna de suspensión.

Un método para separar la masa sedimentada en un tiempo t está basado en los métodos desarrollados por Oden (1916) y otros [6, 12], que serán analizados más adelante.

5. Método de análisis granulométrico por sedimentación

Existen muchos métodos de análisis granulométricos por que se basan en la velocidad de sedimentación (la ley de Stokes) que brindan información sobre el flujo de sedimentación y sus cambios [3, 13]. El método que se abordará aquí consiste en medir el flujo de la fracción granulométrica dispersa en un líquido inerte insertando en un nivel deseado (profundidad) un platillo que colecta y pesa el material que sedimenta sobre él (véase Figura 5).

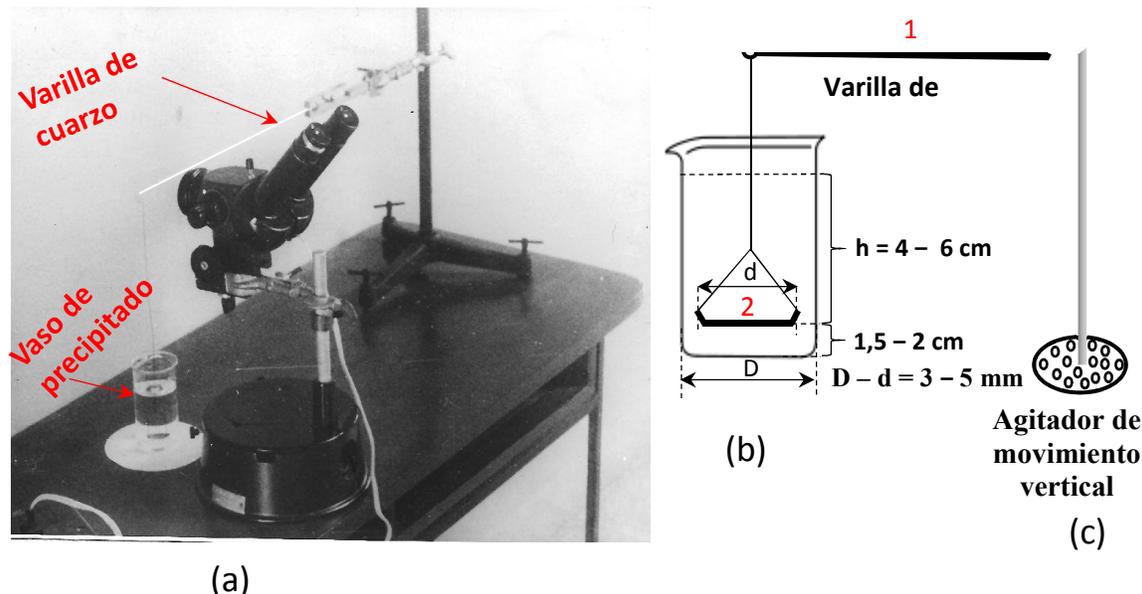


Figura 5. Instrumentación para el análisis granulométrico por sedimentación (a) mediante la flexión del balancín (b-1) al depositarse en el platillo (b-2) una masa de granos en un lapsodeterminado.

El platillo debe ser construido de una lámina circular de un material rígido, ligero y humectable: plástico o aluminio. La determinación de la masa del sedimento acumulado en el platillo se realiza en función del tiempo de forma periódica o aperiódicamente mediante la cuantificación de la deflexión de una varilla de cuarzo o de vidrio borosilicatado (balancín) de su posición horizontal [Figura 5-(a)][14]. El material del balancín debe presentar un módulo de elasticidad que al ser sometido a fuerzas o tensiones no sufra deformación permanente cuando cesan las mismas a las que es sometido y la deflexión provocada por la masa acumulada en el platillo sea proporcional [15].

Una adecuada longitud y la forma del balancín se logra por deformación plástica de una varilla de cuarzo o de vidrio al ser ésta llevada a un estado pastoso a la llama y, después, estirada a una longitud entre 20 y 50 cm con forma de aguja, cuyo grosor del extremo grueso se encuentra entre 2 y 3 mm y el del extremo fino entre 0,2 y 0,3 mm. Con estas dimensiones el balancín presenta un módulo de elasticidad que es proporcional a variación de la deformación provocada por la masa de granos recogida en el platillo durante distintos lapsos obedeciendo, así, la Ley de Hook. La elección de las dimensiones del balancín depende de los objetivos y condiciones del análisis granulométrico.

La variación de la deformación del balancín durante la experimentación se determina con la ayuda con un microscopio estereoscópico de conteo, el cual se coloca horizontalmente y está previsto de una escala en el ocular o se utiliza un catetómetro. La sensibilidad del instrumento [véase Figura 5 (a)] es buena si la deformación del balancín de su extremo fino corresponde a una división de la escala del microscopio al poner una carga de 0,01 mg [14]. Con distintos pedazos de láminas de determinado peso se depositan en el platillo sumergido en el líquido y, de este modo, se calibra el

balancín, mediante una curva experimental de masa contra deflexión del extremo fino del balancín (la forma de la curva es como la sedimentación monodispersa, línea recta, véase Figura 6).

Hay que tener en consideración, que la ley de Stokes puede aplicarse solamente cuando los granos suspendidos en el líquido se muevan linealmente, por lo que el agitador debe moverse de forma vertical de arriba hacia abajo o viceversa. El agitador está constituido por una varilla de 20 cm de longitud, que va unida a una plaquita con una serie de orificios [véase Figura 5-(c)] [16].

Es recomendable que en el vaso de precipitado se vierta 398 g de líquido (disolución) que ejerce, también, la función de medio de dispersión y 2 g de sustancia insoluble para formar una suspensión de 0,5 %. Inmediatamente después de la agitación se introduce el platillo y se hace la primera lectura con el microscopio a los 20 s, después a 30 s, cada minuto, cada 3 min, cada 5 min y por último al cabo de media hora. El análisis concluye cuando sobre el sedimento la suspensión es clara.

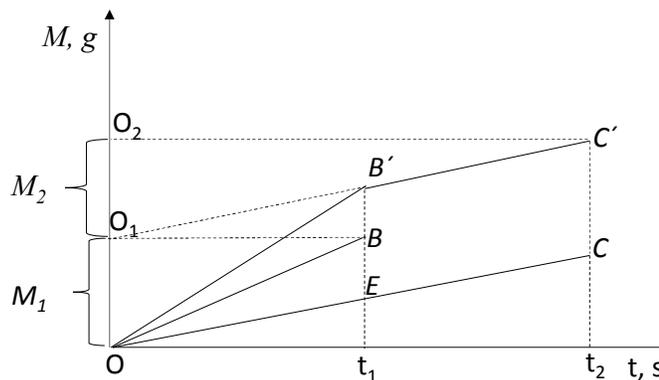


Figura 7. Desarrollo de una curva bidispersa.

6. Mecanismos de la conformación de la curva de sedimentación

Para facilitar el análisis de una curva de sedimentación, debe examinarse primeramente el caso más sencillo de la sedimentación de granos del mismo tamaño, es decir de sistemas monodispersos. En este caso, la velocidad a la cual sedimentan todos los granos es igual, por tanto dM/dt es constante: $dM/dt = \text{constante}$.

De esta forma, la curva de la cinética de sedimentación $M = f(t)$ (véase Figura 6) se presenta como una línea recta con un solo punto de ruptura, B, correspondiente a t_{max} de la sedimentación de todos los granos para llegar al fondo. Dicha recta sale desde el origen de las coordenadas y presenta un ángulo (pendiente) dM/dt con respecto al eje temporal de las abscisas (t).

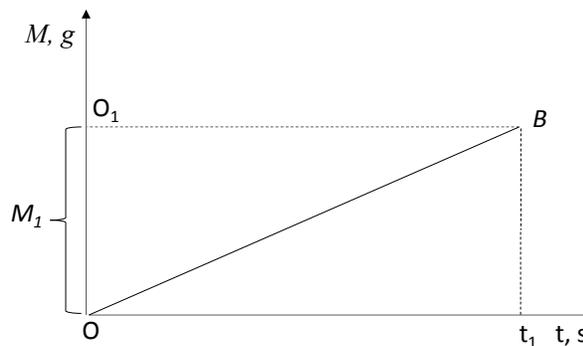


Figura 6. Desarrollo de una curva monodispersa

La magnitud del ángulo θ depende de las dimensiones de los granos y de la concentración de la fase dispersa (g/mL). La longitud de la recta está determinada por la altura de la columna y la velocidad de sedimentación de los granos.

La curva de sedimentación de una suspensión bidispersa (compuesta por dos fracciones monodispersas) presenta un aspecto más complejo (Figura 7), el cual expresa la precipitación conjunta de las dos fracciones monodispersas. Si la cinética de la sedimentación de los granos mayores se representa por la recta OB y la de los granos más pequeños por la recta OC, la curva de sedimentación para la suspensión bidispersa se obtiene por la suma de las coordenadas para los tiempos predeterminados y presenta el aspecto de curva quebrada OB'C' con dos puntos de ruptura B' y C', y las abscisas correspondiente a estos dos puntos son t_1 y t_2 , los cuales significan los tiempos de sedimentación completa de los granos grandes y pequeños, respectivamente, a partir de los cuales se calcula el valor de los tamaños (diámetros) d_1 y d_2 ($d_1 > d_2$) de dichos granos por la expresión corta de la fórmula (2) de Stokes.

Mediante la curva resultante de la sedimentación (OB'C') de Figura 7 puede determinarse los contenidos máxicos relativos (porcentuales, m-%) de los granos mayores, M_1/M_T , y de los menores, M_2/M_T , en este sistema bidisperso. Se $M_1 + M_2 = M_T$

Si prolongamos el segmento de recta B'C' hasta su intercepción con el eje de las ordenadas se obtiene el punto O_1 , por lo tanto se forma la recta $O_1B'C'$, la cual es paralela a la recta OC.

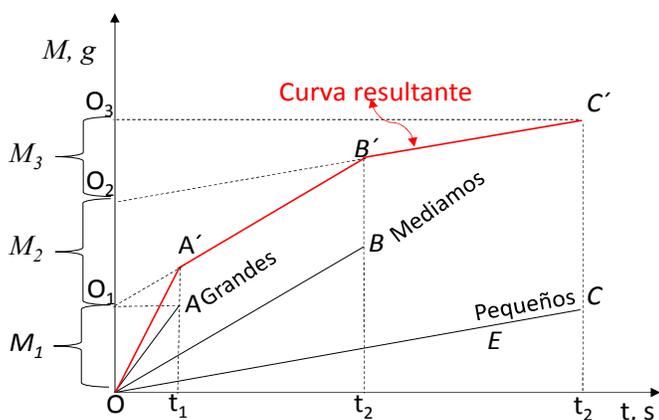


Figura 8. Conformación de la curva de sedimentación de un sistema tridisperso.

En la Figura 7 se observa que, $OO_1 = EB' = CC' = M_1$ (granos grandes) y $O_1O_2 = C't_2 - CC' = M_2$ (granos pequeños)

Una curva semejante a la Figura 7 se obtiene para sistemas tridispersos (véase Figura 8), la cual tendrá tres puntos de ruptura, correspondientes a los tiempos t_1 , t_2 y t_3 , tiempos que indican donde terminan de sedimentar las fracciones granulométricas con los diámetros d_1 , d_2 y d_3 , según la ley de Stokes. La cantidad total de la sedimentación está constituida por la suma de cada fracción granulométrica (en este caso: $i = 3$; $M_T = \sum_1^i M_i$), de las cuales la primera y la penúltima (M_1 y M_{i-1}) se determinan por las secciones en las ordenadas, las cuales se forman por las intersecciones de la prolongación (O_1A' y O_2B') de cada segmento recto ($A'B'$ y $B'C'$) de la curva quebrada resultante $OAB'C'$, que presenta los puntos de ruptura A' , B' y C' . La cantidad de la última fracción granulométrica, o sea la tercera, se determina por el intersección de la línea O_3C' paralela abscisa (t) con las ordenadas, que define el segmento O_2O_3 (M_3). La cantidad relativa de los granos grandes M_1/M_T corresponde al segmento OO_1 , de los granos medianos M_2/M_T al segmento O_1O_2 y de los granos pequeños M_3/M_T al segmento O_2O_3 .

7. Particularidades de una suspensión polidispersa

En la práctica, sin embargo, no se encuentran suspensiones monodispersas, bidispersas, ni inclusive tridispersas. Lo que existe, frecuentemente, son suspensiones polidispersas con granos de dimensiones muy variadas, las cuales resulta imposible determinar una cantidad real de cada fracción granulométrica que posea partículas de las mismas dimensiones. Por tanto, las curvas obtenidas experimentalmente mediante el análisis sedimentacional no presentan segmentos rectos y, por lo tanto, ni puntos de ruptura. Frecuentemente, las curvas granulométricas por sedimentación $[M = f(t)]$ son

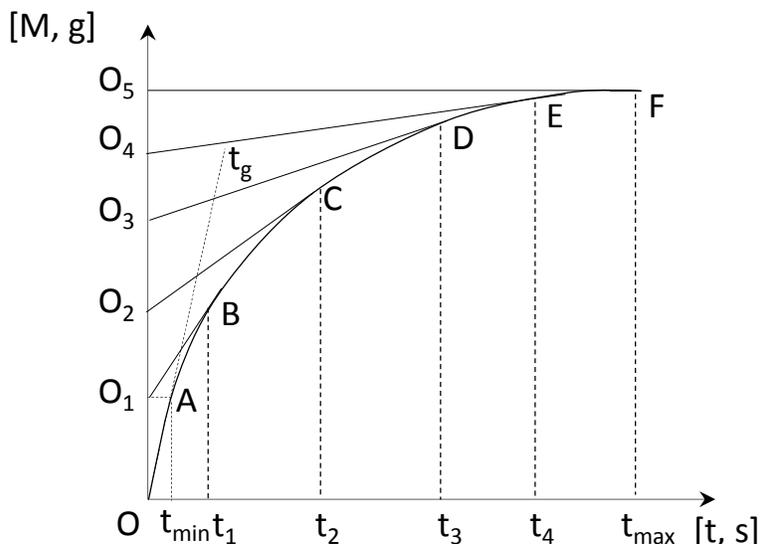


Figura 9. Curva de sedimentación de un sistema polidisperso.

curvas continuas parecida a las hipérbolas $\left(y = \frac{x}{a+bx}\right)$ (véase la Figura 9).

Cuando el proceso de sedimentación no ha comenzado todavía (el punto O de la curva de la Figura 9) todos los tipos de granos están distribuidos homogéneamente en la suspensión. La curva de sedimentación de un sistema polidisperso “homogéneamente” distribuido en la suspensión, en los primeros instantes de precipitación, en el sistema aparecen todas las fracciones en suspensión y la cantidad de sustancia que precipita por la unidad de tiempo es constante hasta el punto A:

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \text{Constante}$$

Este comportamiento invariable es explicable, por la razón que hasta que no haya caído totalmente la fracción granulométrica de los granos mayores, la cual será acompañada por las otras de menor tamaño en forma de capa, no habrá variación del comportamiento lineal de la cantidad de sustancia respecto al tiempo, es decir, presenta el mismo comportamiento que una suspensión monodispersa (véase Figura 6). En la Figura 9, este comportamiento se corresponde al segmento rectilíneo OA hasta el valor del tiempo igual t_{\min} . A partir del valor t_{\min} la velocidad de sedimentación disminuye y el comportamiento lineal se convierte en uno que varía paulatinamente de dirección (en una curva casi hiperbólica). A partir del valor t_{\min} se calcula mediante la ecuación (1) los diámetros máximos (d_{\max}) de los granos mayores que han sedimentado totalmente.

El valor de t_{\min} se determina experimentalmente trazando a la curva de sedimentación una tangente t_g que pase por el origen de las coordenadas y coincida con el segmento rectilíneo OA. A partir del punto de ruptura A se traza una perpendicular al eje de las abscisas (tiempo), definiendo en el

mismo el valor de t_{\min} (véase Figura 9). En una suspensión polidispersa, los cambios de dirección de la línea curva se van haciendo cada vez menos marcados a mayores tiempos y a partir de punto F la curva se convierte en una recta. El punto F corresponde a la terminación del proceso de sedimentación de todas las partículas mayores que aquellas que el movimiento browniano no impida su sedimentación. Trazando una tangente t_g a la curva paralela a las abscisas se forma en el punto de ruptura F, a partir del cual se traza una perpendicular a las abscisas en donde se define el tiempo máximo (t_{\max}). Con el valor del tiempo máximo (t_{\max}) se calcula el diámetro mínimo (d_{\min}) de los granos más pequeños. El valor de la ordenada O_5 define el 100 % másico de todos los granos sedimentados, es decir la masa total: M_T .

Después de determinar el intervalo granulométrico del eje temporal [$d = f(t)$] de las abscisas delimitado por los valores límites máximos y mínimos del tamaño de los granos más grandes y más pequeños de la suspensión polidispersa, se divide a conveniencia de la estrategia de la experimentación ese intervalo granulométrico en segmentos correspondientes a diferentes clases granulométricas [$(d_i - d_{i-1})/2$] cuyos diámetros (d_i y d_{i-1}) se determinan en los límites de los segmentos definidos por el tamaño del grano delimitante: $d_i = kt_i^{-1/2}$ [14].

La elección de las clases granulométricas está en dependencia de las características de la suspensión estudiada y de los objetivos planteados en la experimentación. Lo más simple es calcular los intervalos de las fracciones granulométricas correspondientes a una serie de puntos sobre la curva sedimentacional en lugares de mayor cambio de orientación en la curvatura. Como ejemplo, estos puntos pudieran ser A, B, C, D, E y F señalados en la Figura 9.

8. Determinación de la masa de granos en una clase granulométrica

Para determinar la masa de los granos de cualquier clase granulométrica, se elige sobre la curva granulométrica un punto, por ejemplo, el punto D, a partir del cual se trazan una tangente y una recta paralela al eje de las abscisas hasta que intersecte el eje de las ordenadas (véase Figura 6).

El segmento OO' corresponde a la masa (M , g) de todos los granos precipitados en el tiempo t_3 , pero $\Delta M = q_1 + q_2$, donde q_1 es la masa de la primera fracción, cuyo tamaño es $d > d_3$ y que en el tiempo t_3 han terminado de sedimentar, y q_2 es la masa de todos los granos restantes cuyo radio $d < d_3$ y que dilatan en el tiempo durante la sedimentación. La cantidad de sustancia ΔM , la cual precipita de la suspensión puede expresarse por:

$$\Delta M = q_1 + t_3 \left(\frac{\partial M}{\partial t} \right)_3 \quad (7)$$

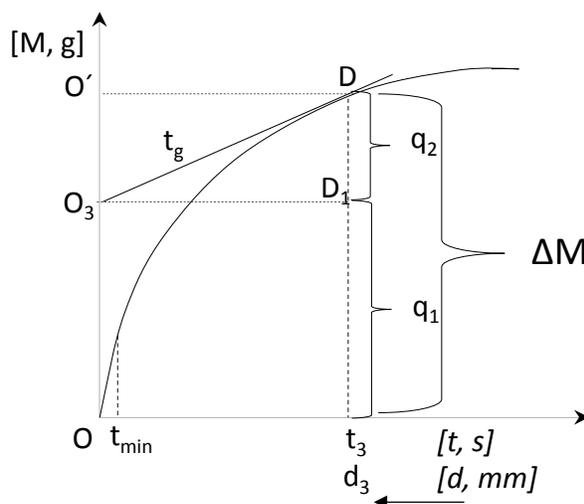


Figura 10. Esquema de cálculo de diferentes fracciones granulométricas

Donde q_1 es la masa de las fracciones granulométricas, cuyo tamaño es mayor que d_3 y t_3 ($\delta M/\delta t$)₃ es la masa de las fracciones restantes (q_2), cuyo tamaño es menor que d_3 ($d < d_3$). Como se observa en la Figura 10 (en el triángulo DO_3D_3), la derivada de la curva granulométrica en el punto D es $(\delta M/\delta t)_3 = DD_1/t_3$, ya que $(\delta M/\delta t)_3$ es igual t_g , debido a que $t_3 = D_1O_3$ y $t_g = D_1D/D_1O_3$; por tanto lo que continúa es lo siguiente:

$$q_1 = \Delta M - q_2 = \Delta M - t_3 \left(\frac{\partial M}{\partial t} \right)_3$$

$$q_1 = D_1 t_3 = OO_3 \quad (8)$$

Como conclusión, se tiene que la tangente (t_g) sobre el punto correspondiente a t_3 intersecta el eje de las ordenadas dando el segmento OO_3 , el cual representa la masa de granos con radios $d > d_3$.

La relación OO_3/M_T (M_T : masa total sedimentada) corresponde al contenido másico relativo (m-%) de la fracción granulométrica $d > d_3$ de suspensión.

Para los granos cuyas dimensiones se encuentran entre d_3 y d_{max} , es decir $d_{max} > d > d_3$ se procederá de igual forma seleccionando a conveniencia los demás puntos sobre la curva ($t_3 < t < t_3$).

9. Procedimiento analítico de evaluación de la curva de sedimentación

Los resultados con mayor grado de precisión en el análisis granulométrico por sedimentación pueden obtenerse recurriendo al método analítico de cálculo de la curva de sedimentación, el cual fue descrito por Zhiorupa [14].

El proceso de sedimentación puede describirse mediante la ecuación:

$$M = M_m \frac{t}{t + t_o} = M_m \cdot \alpha \quad (9)$$

Donde:

M : masa expresada en porciento del sólido (fase dispersa) depositada sobre el platillo,

t : tiempo de sedimentación,

M_m : constante en dimensiones porcentuales

t_o : constante en dimensiones de tiempo.

El valor de la segunda constante (α) puede determinarse si se considera que $M = M_m/2$, entonces al sustituir esta relación en (5) resulta que $t = t_o$, es decir, t_o será la mitad del tiempo de sedimentación. Entonces resulta que $\alpha < 1$ y, por lo tanto, M_m será mayor que 100.

La cantidad de sustancia caída completamente, determinada por el intercepto en el eje de las ordenadas de la curva de sedimentación, formado por la t_g sobre el punto elegido de la curva, puede describirse por la ecuación de una recta:

$$M_o = M - \frac{\partial M}{\partial t} \cdot t \quad (10) \quad \rightarrow \quad C = y - m \cdot x \quad (10a)$$

Diferenciando la ecuación (5) se obtiene:

$$\frac{\partial M}{\partial t} = M_m \left[\frac{t'(t + t_o) - t(t + t_o)'}{(t + t_o)^2} \right] = M_m \left[\frac{(t + t_o) - t}{(t + t_o)^2} \right]$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} = M_m \left[\frac{t_o}{(t + t_o)^2} \right] \quad (11)$$

Al sustituir en la ecuación (10) las expresiones dadas por las ecuaciones (9) y (11) se obtiene:

$$M_o = \left\{ M_m \frac{t}{t + t_o} - M_m \left[\frac{t_o}{(t + t_o)^2} \right] \cdot t \right\} \quad (12)$$

Resolviendo lo que se encuentra entre las llaves { } se obtiene:

$$M_o = M_m \left[\frac{t^2}{(t + t_o)^2} \right] \quad (13)$$

Si en (13) se sustituye la expresión (9) se obtiene:

$$M_o = M_m \left[\frac{M}{M_m} \right]^2 = \frac{M^2}{M_m} \quad (14)$$

De acuerdo a la ley de Stokes y transformando la ecuación (6) se obtiene:

$$t = \frac{k}{d^2} \quad (15)$$

Y por lo tanto, si introducimos el criterio del tiempo mitad, $t_o = t$, cuando M es igual a $M_m/2$, [véase la valoración de α en la ecuación (9)] se obtiene:

$$t_o = \frac{k}{d_o^2} \quad (15a)$$

El tiempo mitad, en realidad, es poco funcional para utilizarlo como característica de la dispersión, pues depende de las condiciones del experimento (viscosidad del medio, diferencia de las densidades entre el sólido y el líquido, la altura de caída de los granos de la dispersión). Pero si se sustituye el tiempo por su equivalente d_o , ya este no dependerá de las condiciones del experimento debido que estará relacionado con el sólido disperso. Por tanto se puede expresar α en función de d :

$$\alpha = \frac{t}{t + t_o} [\text{véase ecuación (9)}] \rightarrow \alpha = \frac{d_o^2}{d^2 + d_o^2} \quad (16)$$

Por consiguiente la ecuación (9) se transforma en:

$$M_o = M_m \left[\frac{(d_o^2)^2}{(d^2 + d_o^2)^2} \right] \quad (17)$$

La ecuación (17) puede convertirse en la expresión que expone la función integral de la distribución granulométrica (curva sumatoria), o sea, el aumento gradual de la cantidad de fracciones con el aumento del tamaño del grano (Figura 11).

10. Determinación de la curva de frecuencia

Para obtener la ecuación diferencial (F) de la distribución granulométrica de la suspensión de granos de sólidos es necesario diferenciar la ecuación (17).

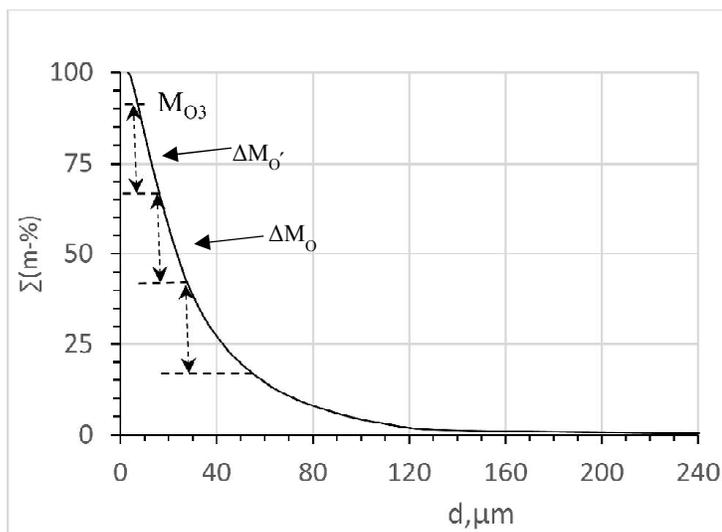


Figura 11. Curva sumatoria en función del tamaño del grano

$$F = \frac{\partial M_o}{\partial d} = M_m \frac{(d_o^4)' \cdot [(d^2 + d_o^2)^2] - (d_o^4) \cdot [(d^2 + d_o^2)']}{[(d^2 + d_o^2)^2]^2}$$

Simplificando se obtiene:

$$F = M_m \cdot 4d_o^4 \frac{d}{(d^2 + d_o^2)^3} \quad (18)$$

Las ecuaciones (17) y (14) contienen las constantes dimensionales y temporales d_o y M_m , respectivamente y la variable d . Se destaca claramente que las constantes del experimento no dependen de las condiciones del experimento y se relacionan solamente con las características básicas de la naturaleza de la dispersión.

A partir de esta conjetura, puede determinarse las magnitudes de las tres dimensiones (diámetros) fundamentales de los granos, las cuales se encuentran sobre la curva diferencial de distribución ($F, \%$); estas corresponden al: diámetro límite (d_{lim}) que involucra al tamaño de grano más pequeño, mientras que el más probable (d_{prob}) pertenece al valor máximo de la función de distribución y, por último, el de mayor tamaño (d_{max}) se encuentra al final de la distribución.

Haciendo algunas operaciones de despeje y de radicación de los parámetros M_o y M_m en la ecuación (17) se obtiene:

$$\sqrt{\frac{M_m}{M_o}} = \frac{d^2 + d_o^2}{d_o^2}$$

$$d^2 = d_o^2 \left(\sqrt{\frac{M_m}{M_o}} - 1 \right)$$

$$d = d_o \sqrt{\left(\sqrt{\frac{M_m}{M_o}} - 1 \right)} \quad (19)$$

En el caso que se considere de que todos los granos han sedimentado, entonces M_o toma el valor de 100 en la ecuación (19), lo cual significa, en estas circunstancias, que el valor de d corresponde al valor límite del tamaño de los granos más pequeños (d_{lim}), parámetro que se calcula mediante la ecuación (19a) (véase Figura 8):

$$d_{lim} = d_o \sqrt{0,1(\sqrt{M_o} - 1)} \quad (19a)$$

Para calcular el valor del tamaño de grano más abundante (d_{prob}) en la suspensión, se procede a diferenciar la ecuación (18) e igualar el resultado a cero, es decir trazar una tangente (t_g) en el punto máximo de la curva de frecuencia que es paralela a las abscisas, tomando el valor: $t_g=0$.

$$\frac{\partial F}{\partial d} = \frac{\partial^2 M_o}{\partial d^2} = 4P_m \cdot d_o^4 \frac{d' \cdot (d^2 + d_o^2)^3 - d \cdot (d^2 + d_o^2)^{3'}}{[(d^2 + d_o^2)^3]^2}$$

$$\frac{\partial F}{\partial d} = 4P_m \cdot d_o^4 \frac{(d^2 + d_o^2)^2 [(d^2 + d_o^2) - 6d^2]}{(d^2 + d_o^2)^6} = \frac{d_o^2 - 5d^5}{(d^2 + d_o^2)^4} = 0$$

$$d_o^2 - 5d_{prob}^2 = 0$$

$$d_{prob} = \frac{d_o}{\sqrt{5}} = 0,4472 \cdot d_o \quad (19b)$$

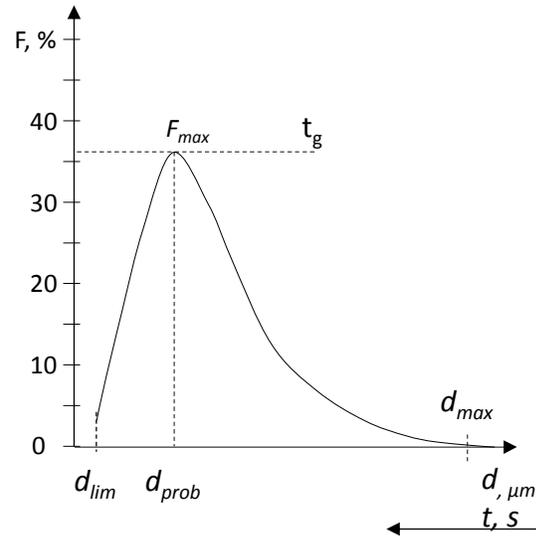


Figura 11. Curva de frecuencia granulométrica (F) y algunos parámetros característico.

Para calcular el tamaño mayor de los granos (d_{\max}), se considera, en la ecuación que describe la frecuencia granulométrica (18), que cuando el parámetro d toma el valor de infinito ($d = \infty$), entonces la función F se aproxima al valor de cero (véase Figura 8, $F \rightarrow 0$, d_{\max}). Por tanto el valor de d_{\max} es:

$$d_{\max} = 3d_0 \quad (20)$$

El grado de dispersión de la distribución granulométrica (σ) está dado por la relación entre el tamaño máximo (d_{\max}) y el tamaño límite (d_{\lim}), estadístico que puede determinarse a partir de las ecuaciones (19a) y (20):

$$\sigma = \frac{d_{\max}}{d_{\lim}} = \frac{3}{\sqrt{0,1\sqrt{M_m} - 1}} \quad (21)$$

Al analizar las ecuaciones (19b) y (21) se distingue que el tamaño más probable de los granos (d_{prob}) correspondiente a la mayor cantidad de sustancia depositada, es un parámetro característico de la dispersión del sistema polidisperso y que éste sólo depende d_0 y, por tanto, el parámetro σ caracteriza la polidispersión y depende de M_m . Por esta razón, las constantes M_m y d_0 se denominan coeficiente de “polidispersión” y de “dispersión” del sistema.

Obteniendo la curva de sedimentación, expresada por la ecuación hiperbólica (9), puede determinarse las constantes M_m y t_0 ; para ello es necesario expresar esta ecuación en la forma lineal siguiente:

$$\frac{t}{M} = \frac{t_0}{M_m} + \frac{t}{M_m} \quad (22)$$

Cuando se grafica t/M vs t se obtiene una línea recta (véase Figura 9), donde M_m será la cotangente ángulo de inclinación de la recta y t_0/M_m será el intercepto de la recta con las ordenadas. Mediante estos dos valores se determina el valor del parámetro t_0 , el cual sirve para calcular d_0 . Si se conoce la viscosidad del medio, la altura de sedimentación y las densidades del medio y del sólido, pueden calcularse mediante la ley de Stokes (5) y la ecuación (6) [$d_0 = k/\sqrt{(t_0)}$] la constante k y el valor de d_0 , respectivamente.

Al determinar las constantes M_m y d_0 puede construirse la curva de distribución integral (17).

Construir analíticamente la curva diferencial [ecuación (18)] es más complejo por las operaciones de los cálculos. Esto cálculos puede realizarse si la relación entre los diámetros d y d_0 se hace mediante modificaciones de la ecuación (18).

Primeramente se descompone la ecuación (18) de la forma siguiente:

$$F = 4M_m \frac{d_0^4}{(d^2 + d_0^2)^2} \cdot \frac{d}{(d^2 + d_0^2)^1} \quad (23)$$

Sustituyendo en (23) la expresión (16) correspondiente al parámetro α : $\alpha = \frac{d_0^2}{d^2 + d_0^2}$

$$F = 4M_m \alpha^2 \cdot \frac{d}{(d^2 + d_0^2)} \quad (24)$$

Multiplicando y dividiendo la ecuación (20) por d_0 se obtiene:

$$F = \frac{4M_m \alpha^2}{d_0} \cdot \frac{d_0}{(d^2 + d_0^2)} \cdot d \quad (25)$$

El término $\left[\frac{d_0}{(d^2 + d_0^2)} \cdot d \right]$ de la ecuación (25) se puede transformar mediante artificios matemático en relación con el parámetro α [véase ecuación (16)].

$$\begin{aligned} \left[\frac{d_0}{(d^2 + d_0^2)} \cdot d \right] &= \frac{d_0 \cdot \sqrt{d^2}}{\sqrt{(d^2 + d_0^2)^2}} = \left(\frac{d_0}{\sqrt{(d^2 + d_0^2)}} \right) \cdot \frac{\sqrt{d^2}}{\sqrt{(d^2 + d_0^2)}} = (\alpha) \cdot \sqrt{\frac{d^2 + d_0^2 - d_0^2}{(d^2 + d_0^2)}} \\ &= \alpha \cdot \sqrt{\frac{d^2 + d_0^2}{(d^2 + d_0^2)} - \frac{d_0^2}{(d^2 + d_0^2)}} = [\alpha \cdot \sqrt{1 - \alpha}] \end{aligned}$$

Considerando el término $\left[\frac{d_0}{(d^2 + d_0^2)} \cdot d \right]$ de la ecuación (25) y sustituyéndolo por este $[\alpha \cdot \sqrt{1 - \alpha}]$, entonces, la ecuación (25) puede escribirse de la forma siguiente:

$$F = \frac{4M_m \alpha^2}{d_0} \cdot \sqrt{\alpha(1 - \alpha)} = \frac{4M_m}{d_0} \cdot \xi \quad (26)$$

Donde ξ es igual $\alpha^2 \cdot \sqrt{\alpha(1 - \alpha)}$ y depende solamente de α . Si se hace una tabla de valores de ξ para distintas α , entre los límites de 0,1 y 0,99, con una exactitud de hasta la centésima cifra, y multiplicando a ξ por $4P_m/d_0$, se determina la función F , pudiéndose así construir la curva de distribución granulométrica.

11. Cálculo de la cantidad de una fracción granulométrica dada

Resulta relativamente fácil percatarse que la cantidad de sólido de cualquier fracción dada responde a un intervalo limitado tamaños es decir, la cual está dada por:

$$\begin{aligned} \Delta M_o &= \Delta M_{o1} - \Delta M_{o2} = M_m \alpha_1 - M_m \alpha_2 \\ \Delta M_o &= M_m (\alpha_1 - \alpha_2) \quad (27) \end{aligned}$$

Donde los subíndices (1) y (2) corresponden a los valores anteriores y posteriores de los tamaños de los granos. De esta manera, toda la interpretación de los resultados del análisis granulométrico sedimentacional se lleva a cabo con la determinación de los coeficientes M_m y r_o .

Para expresar M en porcentos (%), es necesario la cantidad de sustancia totalmente sedimentada sobre el platillo (M_k), lo cual se puede calcular por:

$$M_k = \frac{\pi D^2 \cdot h \cdot C}{4V} \cdot \frac{\rho_s - \rho_l}{\rho_s} \quad (28)$$

Donde:

M_k : Cantidad “final” de sólido en mg;

C : Masa de sólido disperso en 100 ml de líquido;

h : Altura de la sedimentación;

V : volumen de la suspensión;

D : diámetro del platillo;

ρ_s : densidad de la sustancia dispersa

ρ_l : densidad del líquido.

La observación del proceso de sedimentación no se realiza hasta el final, pues la sedimentación del sólido puede prolongarse durante horas y precisar exactamente el tiempo de duración de una sedimentación completa es prácticamente imposible, ya que es muy difícil determina el momento exacto en que el sólido termina de sedimentar.

Basta con obtener una parte de la curva de sedimentación, por la cual se determinan las constantes M_m y t_o . A partir de éstas se puede calcular el tiempo final de la sedimentación t_k . Como en este momento ha sedimentado toda la fase dispersa, $M = 100 \%$ y la ecuación (1) la podemos escribir de la forma siguiente:

$$t_k = \frac{100 \cdot t_o}{M_m - 100} \quad (29)$$

12. Criterios finales

El cumplimiento de la ley de Stokes de una suspensión polidispersa presupone prerequisites implícitos tanto para el medio de dispersión como para las dimensiones y formas de los granos que sedimentan, aspectos que influyen grandemente en la cinética de sedimentación de los mismos. La búsqueda de artificios matemáticos que reduzcan la dependencia de algunos parámetros de las condiciones del experimento consiste la esencia del presente trabajo.

Los resultados de los análisis granulométricos de las colas de la industria hidrometalúrgica del níquel de Moa, de zona noroeste de región oriental de Cuba, obtenidos mediante el procedimiento expuesto en este trabajo son aceptablemente coincidentes con los resultados obtenidos mediante el método de la pipeta: moda, mediana y diámetro promedio de la población de los granos.

13. Bibliografía

1. Irani, R.R. and F.C. Clayton, Particle Size: Measurement, Interpretación an Aplicación. 1er ed. 1963, London: John Wiley and Son. 165 p. 165.
2. Blott, S., J., and K. Pye, Technical Communication. GRADISTAT: A Grain Size Distribution and Statistics Package for the Analysis of Unconsolidated Sediments. Earth Surface Processes and Landforms, 2001. **26**: p. 1237–1248.
3. Shubert, H., Kennzeichnung von Kornkollektiven, in Aufbereitung fester mineralischer Rohstoffe. 1989, VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie Leipzig. p. 21-59.
4. Sarochi, D., L. Borselli, and J.L. Macías, Construcción de perfiles granulométricos de depósitos piro-clásticos por métodos ópticos. Revista Mexicana de Ciencias Geológicas, 2005. **22**(3): p. 371-382.
5. Eshel, G., et al., Critical Evaluation of the Use of Laser Diffraction for Particle-Size Distribution Analysis. Soil Science Society of America, 2004. **68**: p. 736-743.
6. Batugin, S.A., A.B. Biryukov, and R.M. Kilatchunov, Granulometria de los Geomateriales. 1989, Academia de Ciencias de la URSS, Instituto de la Industria mineros del norte: Ciencias de Novosibirsk, Sección de Siberia. 172.
7. Beuselinck, L., et al., Grain-size analysis by laser diffractometry: Comparison with the sieve-pipette method. Catena 1998. **32**: p. 93-208.
8. Syvitski, J.P.M., Application of Particle Size Analysis. Cambridge University Press. 1991, Cambridge. 368.
9. Mitrofanov, S.I., L.A. Barski, and V.D. Samygin, Análisis de la composición granulométrica y métodos de medida de superficies, in Investigación de la capacidad de enriquecimiento de los minerales. 1982, Editorial MIR: Moscú. p. 146 -186.
10. Olhero, S.M. and J.M.F. Ferreira, Influence of particle size distribution on rheology and particle packing of silica-based suspensions. Powder Technology 2004(139): p. 69 - 75.
11. Quintana-Puchol, R., et al., Influencia del aire ocluido en la capa de deposición de fundentes durante la soldadura automática: un aspecto tecnológico a considerar en la calidad del Cordón. Soldagem & Inspeção, 2007. **4**(12): p. 316-325.
12. Oden, S., Eine neue Methode zur mechanischen Bodenanalyse. Intern. Mitt. Bodenkunde, 1916. **5**: p. 257-311.
13. Inman, D.L., Measures for Describing the Size Distributions of Sediments. Journal of Sedimentary Petrology, 1952. **22**(3): p. 125-145.
14. Zhiorupa, N.N., Páctica de química coloidal. 1963: Escuela superior, Moscú. 184 pp.(en ruso).
15. Flemming, B.W., The influence of grain-size analysis methods and sediment mixing on curve shapes and textural parameters: Implications for sediment trend analysis. Sedimentary Geology, 2007. **202** p. 426-435.
16. Santamarina, J.C. and G.C. Cho, Soil behaviour: The role of particle shape., in Advances in Geotechnical Engineering, R.J. Jardine, et al., Editor. 29-31 March, 2004, Thomas Telford: London. p. 1,604-1,617.