GRÁFICAS DE CONTROL DE LA CALIDAD CON MINITAB

1) GRÁFICAS DE CONTROL PARA VARIABLES

Estas gráficas de control ayudan a la detección de la variación de causa asignable (variación en el producto o proceso de producción que señala que el proceso está fuera de control y que se requieren medidas correctivas)

A) La Gráfica R

Mide la variación en el rango de las muestras. Aunque la desviación estándar es una medida que depende de la dispersión, las técnicas de control de calidad generalmente confían en el rango como un indicio de la variabilidad del proceso.

Límite superior de control para el rango

$$\boldsymbol{LSC_R = D_4\overline{R}}$$

Límite inferior de control para el rango

$$\boldsymbol{LIC_R = D_3\overline{R}}$$

Los valores D_4 y D_3 se toman de la tabla de factores críticos de las gráficas o cartas de control de acuerdo al tamaño n de la muestra y el rango promedio de los rangos muestrales $\bar{R} = \frac{\Sigma R}{k}$, siendo k = número de muestras

B) La Gráfica $\bar{X}$

Se diseña para medir la variación en las medias muestrales alrededor de algún nivel generalmente aceptado.

Límite superior de control para las medias

$$\boldsymbol{LSC_{\bar{X}} = \overline{\bar{X}} + A_2\overline{R}}$$

Límite inferior de control para las medias

$$\boldsymbol{LIC_{\bar{X}} = \overline{\bar{X}} - A_2\overline{R}}$$

Donde:

$$\boldsymbol{\overline{\bar{X}} = \frac{\Sigma\bar{X}}{k}}$$

Siendo k = número de muestras

TABLA
Factores críticos de las gráficas o cartas de control

	Gráfica para medias	Gráfica para rangos			
n	Factor para el límite de control $A_2 = 3/(d_2\sqrt{n})$	Factor para la recta central d_2	Factores de los límites de control $D_3 = 1-3(d_3/d_2)$	$D_4 = 1+3(d_3/d_2)$	d_3
2	1,881	1,128	-1,267=0	3,267	0,8525
3	1,023	1,693	-0,574=0	2,574	0,8884
4	0,729	2,059	-0,282=0	2,282	0,8798
5	0,577	2,326	-0,114=0	2,114	0,8641
6	0,483	2,534	-0,004=0	2,004	0,8480
7	0,419	2,704	0,076	1,924	0,8330
8	0,373	2,847	0,136	1,864	0,8200
9	0,337	2,970	0,184	1,816	0,8080

10	0,308	3,078	0,223	1,777	0,7970
11	0,285	3,173	0,256	1,744	0,7870
12	0,266	3,258	0,284	1,716	0,7780
13	0,249	3,336	0,308	1,692	0,7700
14	0,235	3,407	0,329	1,671	0,7620
15	0,223	3,472	0,348	1,652	0,7550
16	0,212	3,532	0,364	1,636	0,7490
17	0,203	3,588	0,379	1,621	0,7430
18	0,194	3,640	0,392	1,608	0,7380
19	0,187	3,689	0,404	1,596	0,7330
20	0,180	3,735	0,414	1,586	0,7290
21	0,173	3,778	0,425	1,575	0,7240
22	0,167	3,819	0,434	1,566	0,7200
23	0,162	3,858	0,443	1,557	0,7160
24	0,157	3,895	0,452	1,548	0,7120
25	0,153	3,931	0,459	1,541	0,7090

Fuente: Webster, Allen, (2000), *Estadística Aplicada a los Negocios y a la Economía*, Ed. McGraw Hill.

Ejemplo ilustrativo

Una fábrica elabora planchas de madera para tapas de mesas, las cuales deben cumplir ciertas especificaciones de tamaño. Para garantizar que se cumplan estos estándares de calidad, se recolecta K= 24 muestras (subgrupos) de tamaño n = 6, y mide su largo. Los resultados aparecen en la siguiente tabla:

Nº de muestra	Medias muestrales					
1	14,5	15,9	15,7	16,3	14,5	16,2
2	15,4	15,2	15,9	15,2	14,5	14,5
3	16,5	15,9	14,8	16,2	16,5	16,2
4	14,8	16,8	15,5	15,2	15,2	14,2
5	15,7	14,5	16,9	14,2	14,5	15,2
6	15,9	15,4	17,1	14,8	16,8	14,8
7	15,2	14,2	18,5	15,8	15,9	15,7
8	14,5	14,8	17,2	16,2	15,0	16,8
9	15,6	15,7	19,2	16,1	16,8	15,9
10	16,5	16,8	18,4	14,8	18,9	16,1
11	14,5	15,8	14,2	14,5	18,7	16,3
12	17,1	15,8	16,2	15,4	15,7	16,2
13	18,5	15,9	17,2	14,2	15,9	14,7
14	17,2	15,7	16,8	14,8	14,8	14,9
15	19,2	15,7	15,9	15,7	15,5	14,8
16	18,4	16,8	15,0	16,8	16,9	14,7
17	14,2	16,9	16,8	15,8	17,1	15,4
18	16,2	17,2	18,9	15,8	18,5	18,9
19	17,2	17,6	18,7	15,9	17,2	16,0
20	16,8	14,5	19,8	15,7	18,2	18,7
21	15,9	17,9	18,7	15,7	18,4	17,5
22	15,0	18,0	18,2	16,8	14,2	17,8
23	16,8	18,9	20,0	16,9	16,2	18,5
24	18,9	17,9	17,4	17,5	17,2	16,5

a) Calcular el rango promedio
b) Calcular el límite superior de control para el rango
c) Calcular el límite inferior de control para el rango
d) Elaborar la gráfica R.
e) Calcular $\bar{\bar{X}}$
f) Calcular el límite superior de control para las medias
g) Calcular el límite inferior de control para las medias
h) Elaborar la gráfica $\bar{X}$.

Solución:

Calculando manualmente el rango se obtiene:
Recuerde que el rango es igual al valor mayor menes el valor menor, es decir:

$$R = X_{máxima} - X_{mínima}$$

Nº de muestra	Medias muestrales						R
1	14,5	15,9	15,7	16,3	14,5	16,2	1,8
2	15,4	15,2	15,9	15,2	14,5	14,5	1,4
3	16,5	15,9	14,8	16,2	16,5	16,2	1,7
4	14,8	16,8	15,5	15,2	15,2	14,2	2,6
5	15,7	14,5	16,9	14,2	14,5	15,2	2,7
6	15,9	15,4	17,1	14,8	16,8	14,8	2,3
7	15,2	14,2	18,5	15,8	15,9	15,7	4,3
8	14,5	14,8	17,2	16,2	15,0	16,8	2,7
9	15,6	15,7	19,2	16,1	16,8	15,9	3,6
10	16,5	16,8	18,4	14,8	18,9	16,1	4,1
11	14,5	15,8	14,2	14,5	18,7	16,3	4,5
12	17,1	15,8	16,2	15,4	15,7	16,2	1,7
13	18,5	15,9	17,2	14,2	15,9	14,7	4,3
14	17,2	15,7	16,8	14,8	14,8	14,9	2,4
15	19,2	15,7	15,9	15,7	15,5	14,8	4,4
16	18,4	16,8	15,0	16,8	16,9	14,7	3,7
17	14,2	16,9	16,8	15,8	17,1	15,4	2,9
18	16,2	17,2	18,9	15,8	18,5	18,9	3,1
19	17,2	17,6	18,7	15,9	17,2	16,0	2,8
20	16,8	14,5	19,8	15,7	18,2	18,7	5,3
21	15,9	17,9	18,7	15,7	18,4	17,5	3,0
22	15,0	18,0	18,2	16,8	14,2	17,8	4,0
23	16,8	18,9	20,0	16,9	16,2	18,5	3,8
24	18,9	17,9	17,4	17,5	17,2	16,5	2,4
Total							**75,5**

a) Calculando el rango promedio se tiene:

$$\bar{R} = \frac{\Sigma R}{k} = \frac{75,5}{24} = 3,146$$

b) Calcular el límite superior de control para el rango
Con lectura en la tabla para n = 6 se obtiene $D_4 = 2,004$

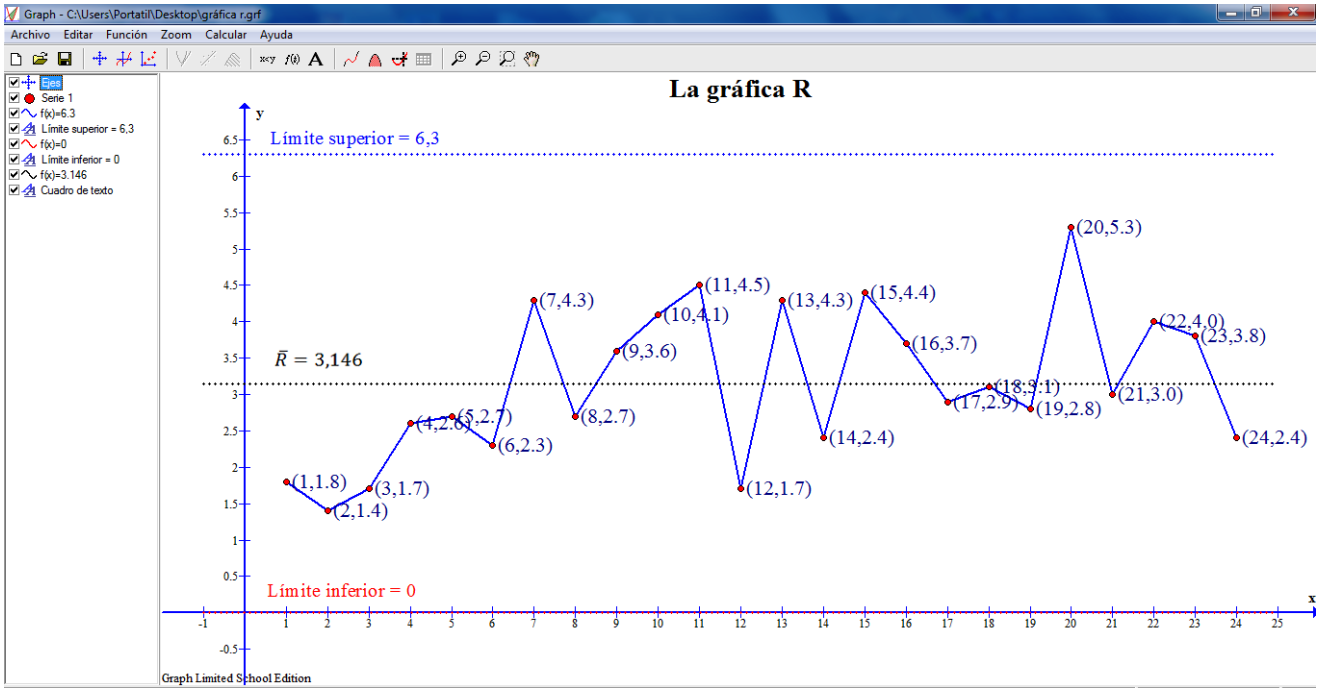
Calculando el límite superior se obtiene:

$$LSC_R = D_4\bar{R} = 2,004 \cdot 3,146 = 6,3$$

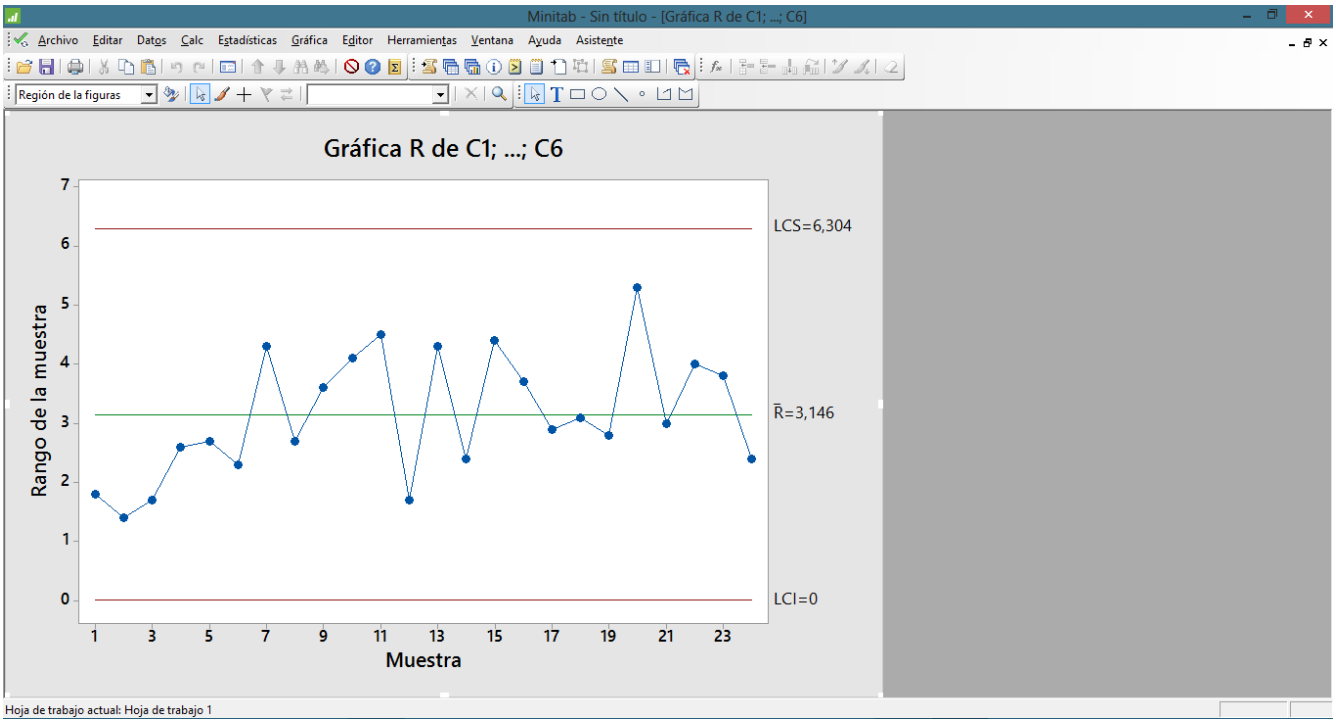
c) Calcular el límite inferior de control para el rango
Con lectura en la tabla para n = 6 se obtiene $D_3 = 0$

Calculando el límite inferior se obtiene:
$LIC_R = D_3\bar{R} = 0 \cdot 3{,}146 = 0$

d) Elaborando la gráfica R en Graph se obtiene:



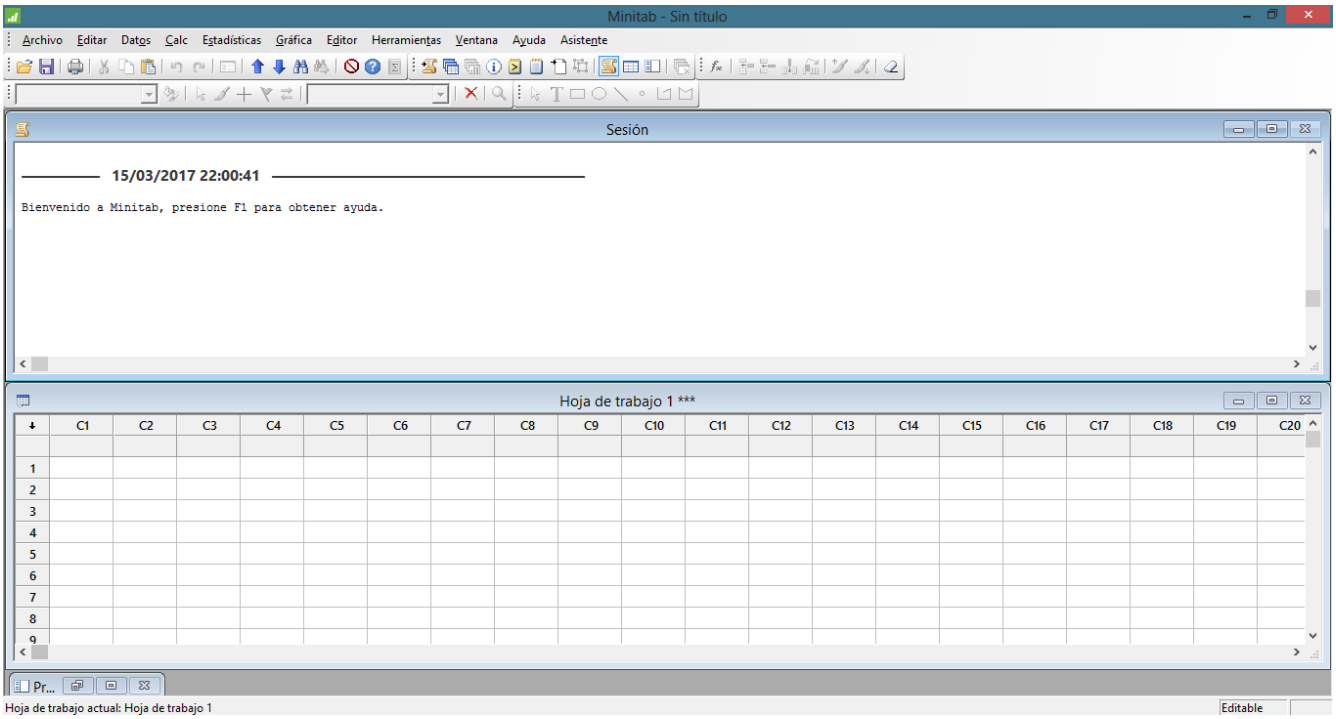
Elaborando la gráfica en Minitab se tiene



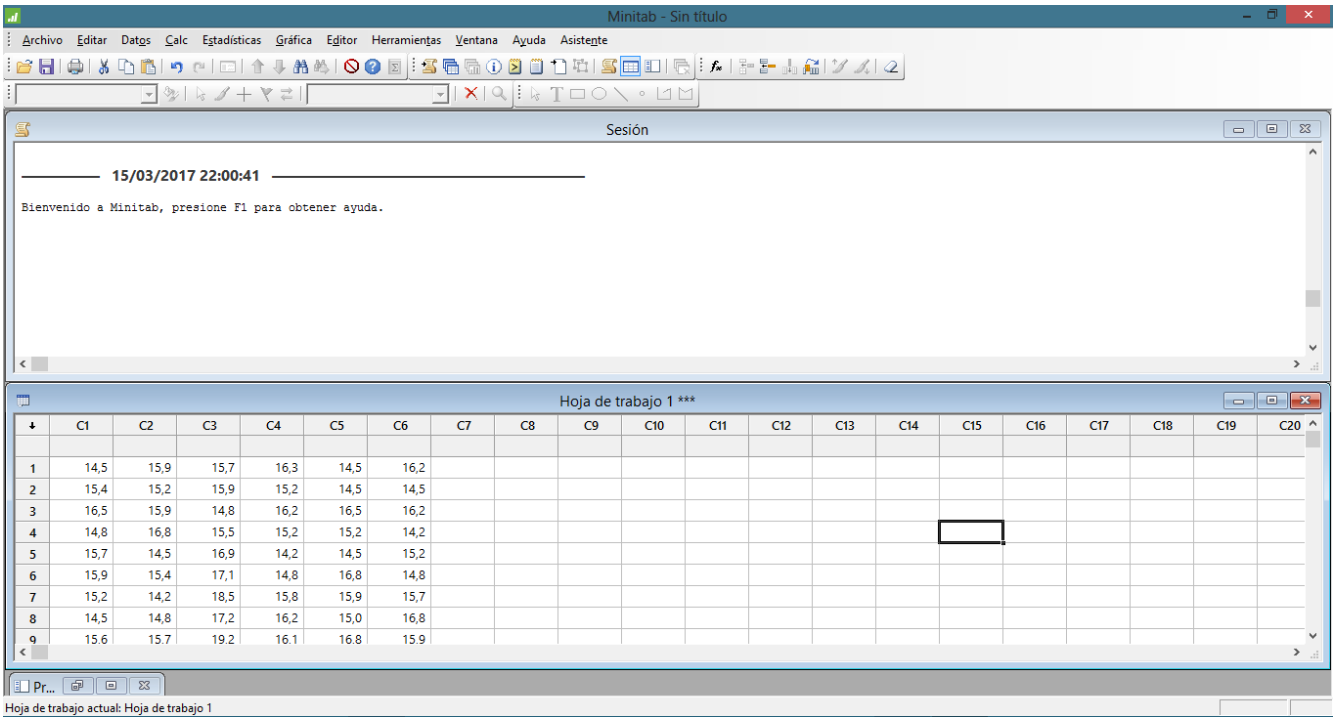
Interpretación: Observando la gráfica se concluye que la misma está bajo control, ya que no existen variaciones de causa asignable, es decir, no existe ningún punto que se salga de los límites de control.

Para elaborar la gráfica R en Minitad se procede de la siguiente manera

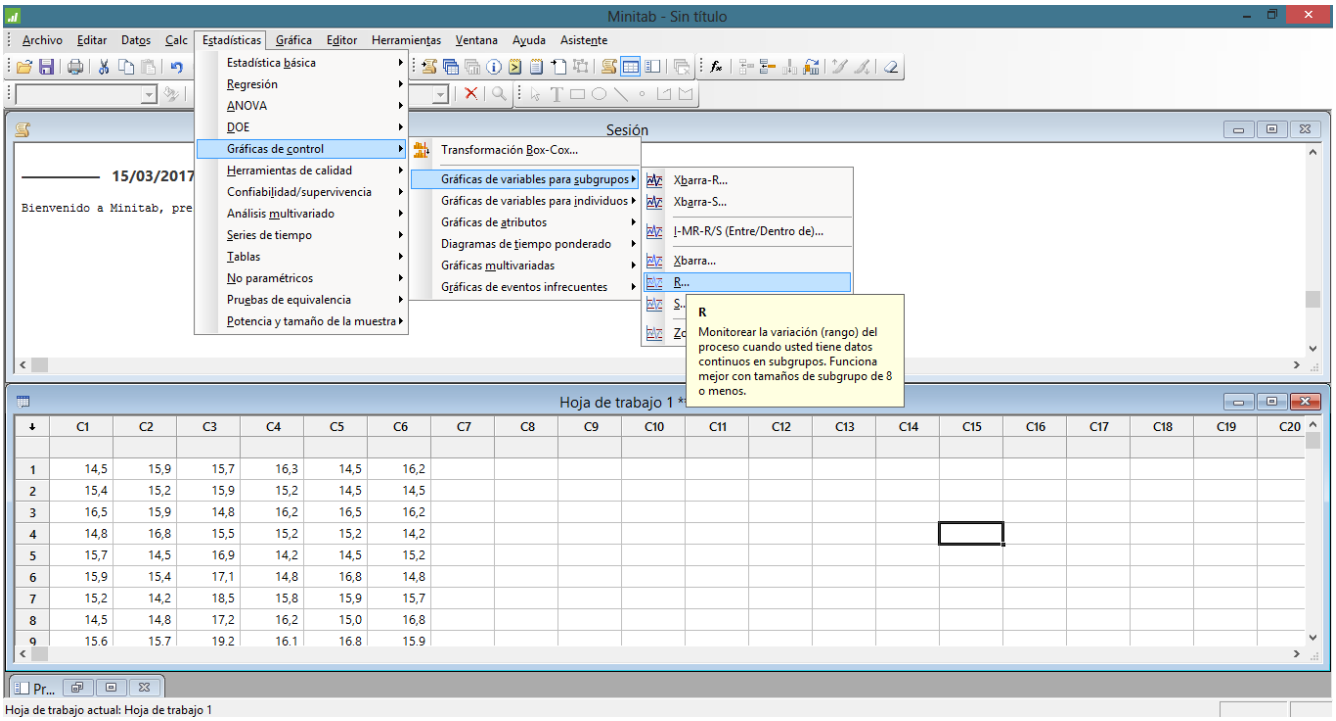
Ingrese al programa



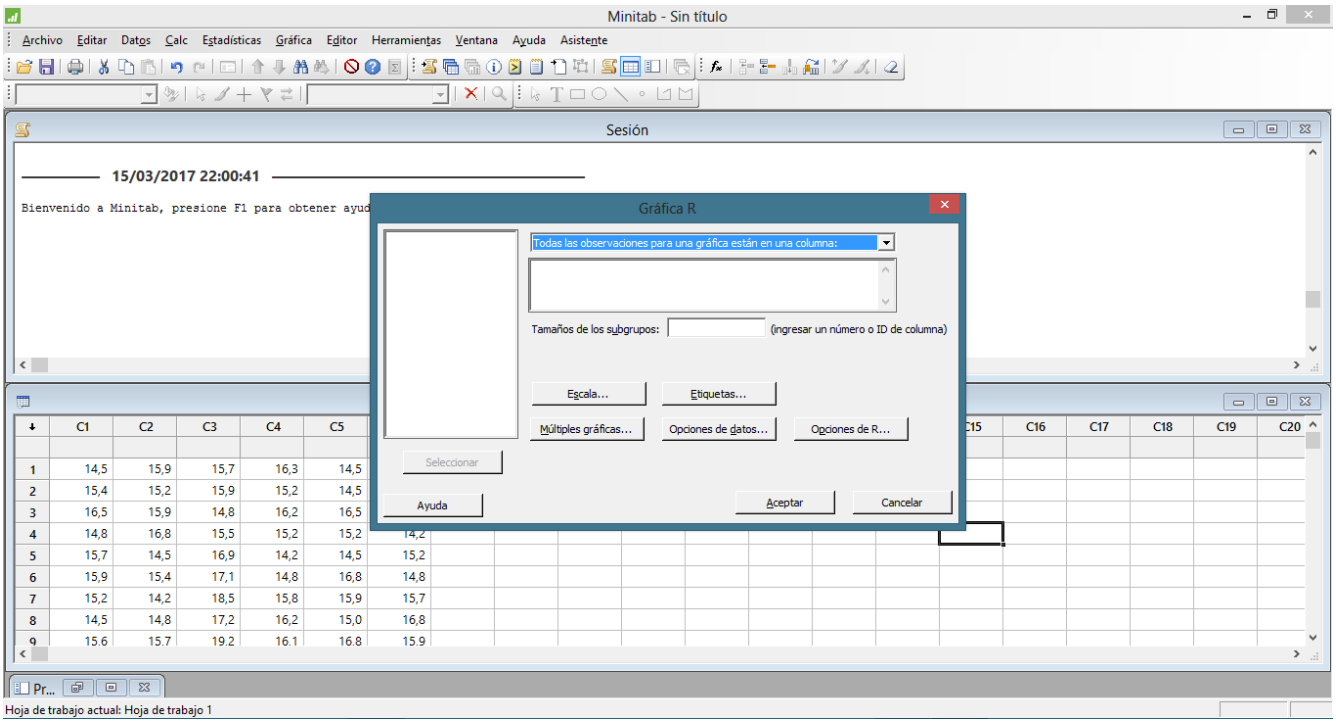
Copie los datos



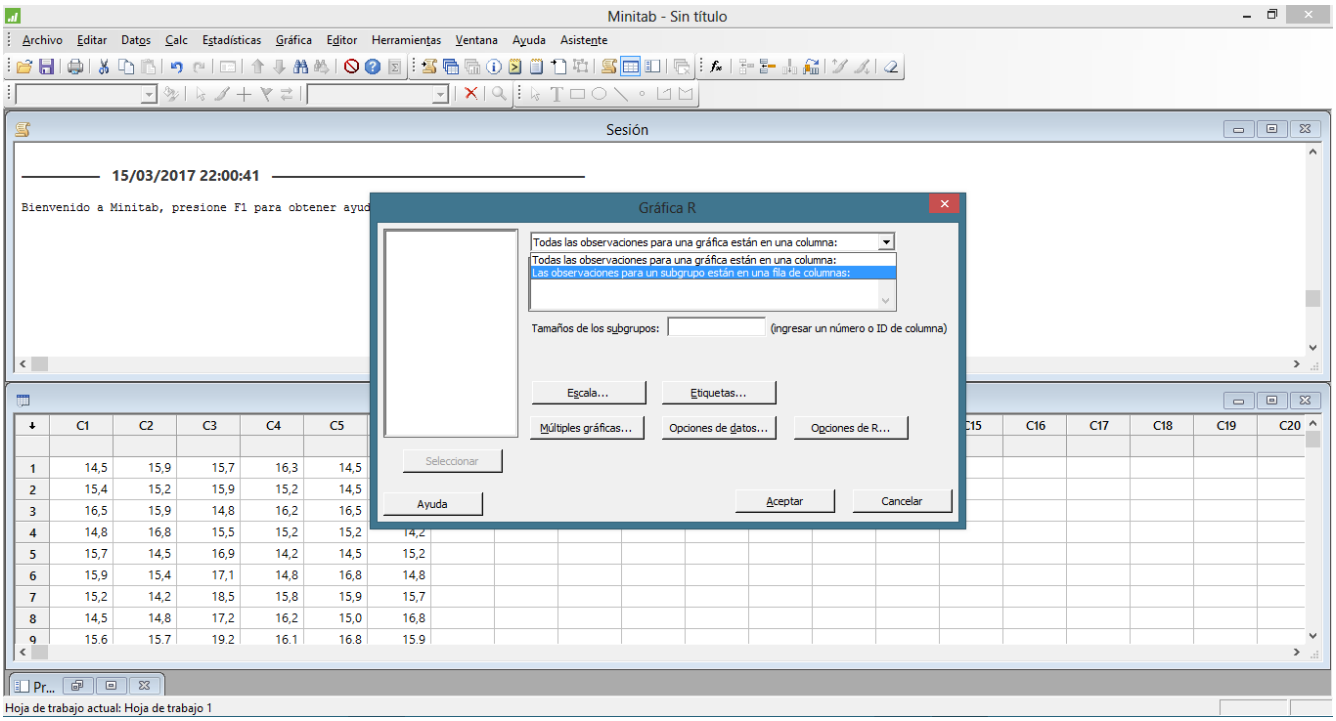
Clic en Estadísticas, Gráficas de control, Gráficas de variables para subgrupos, R



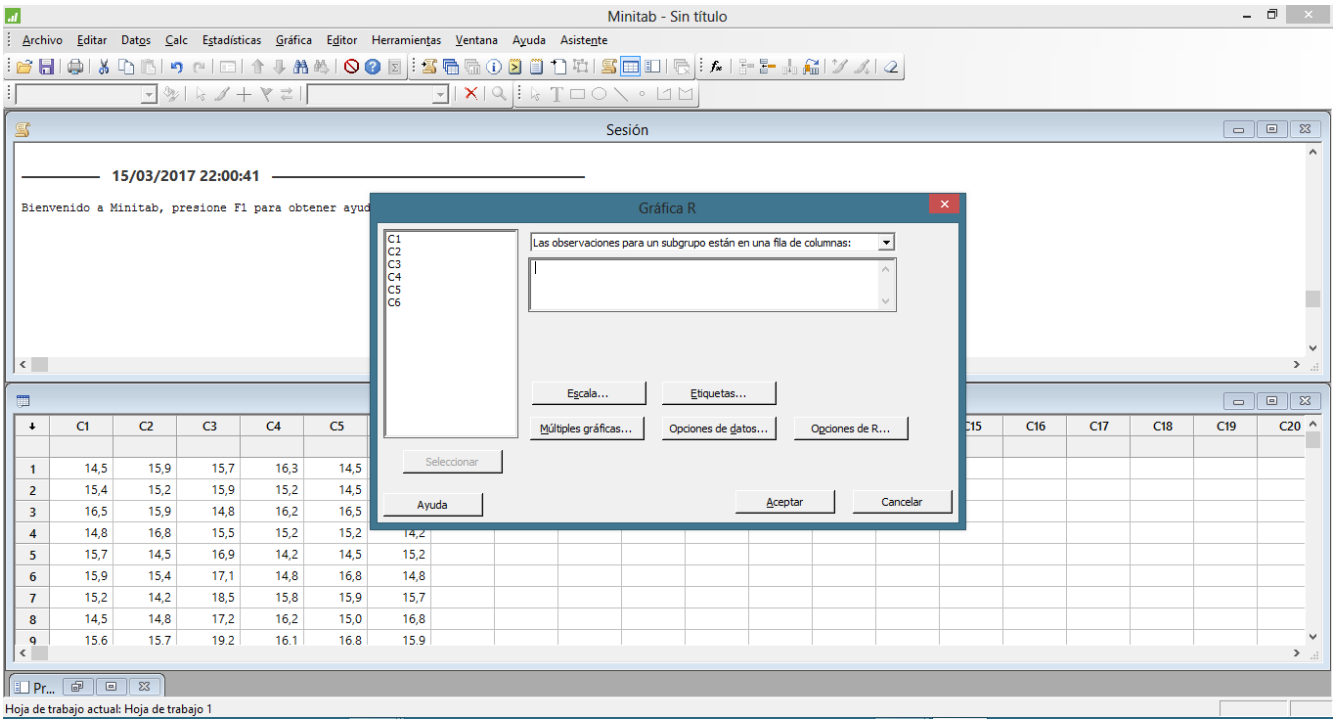
Clic en R



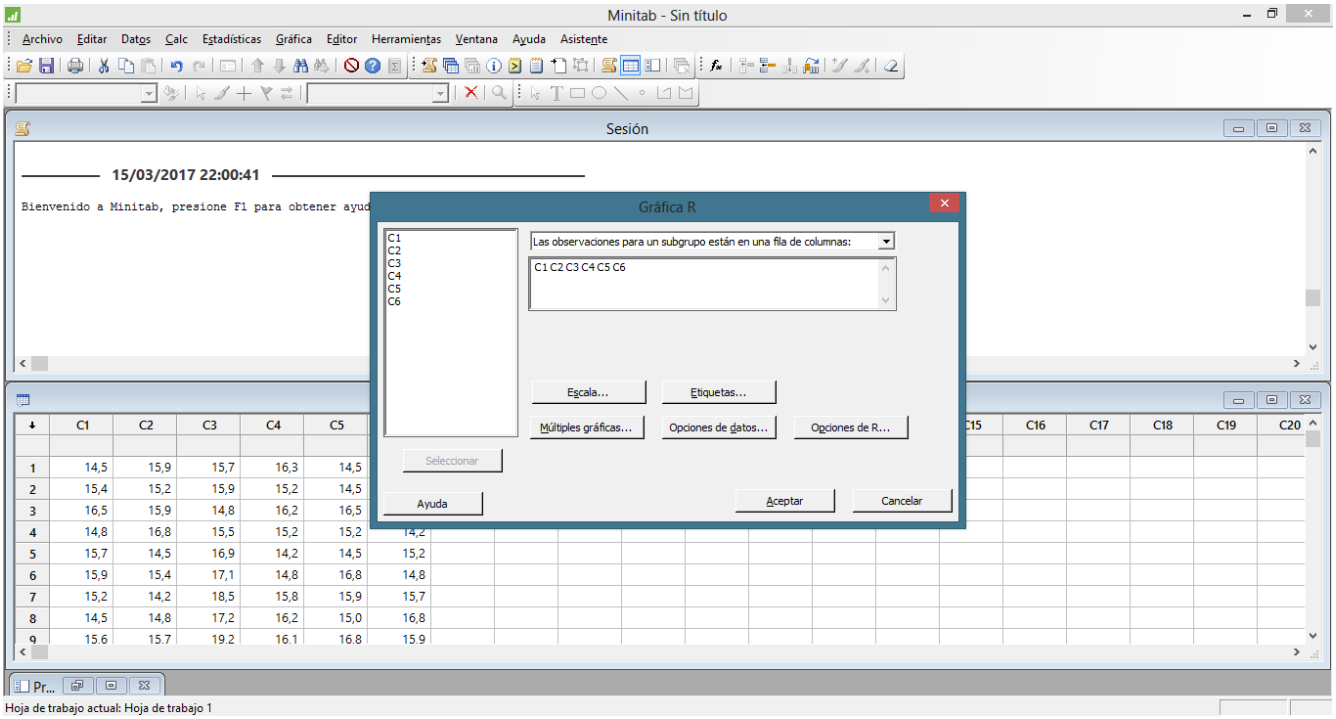
En la venta de Gráfica R, escoja Las observaciones para un subgrupo están en una fila de columnas



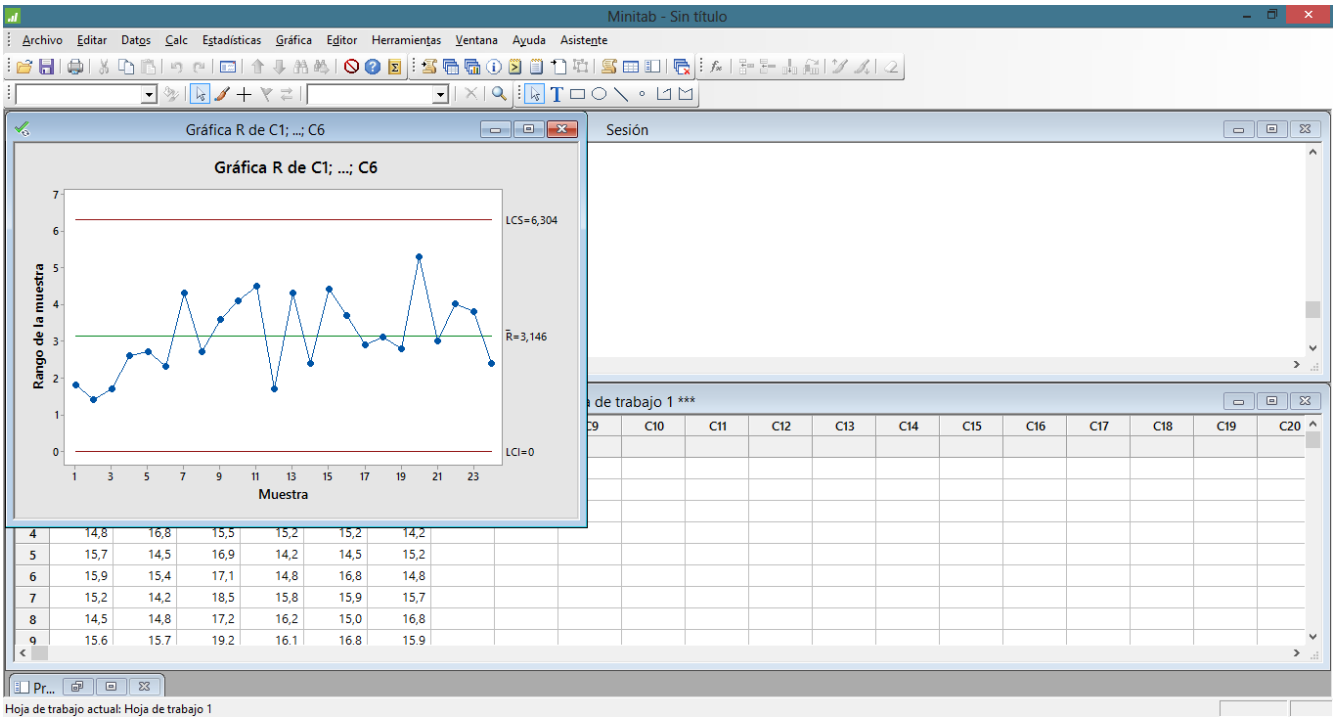
Enter



Clic en C1-Seleccionar y así continuar seleccionando C2, C3, C4, C5, C6



Clic en Aceptar



e) Calculando $\bar{x}$ se obtiene:

Nº de muestra	Medias muestrales						$\bar{\bar{X}}$
1	14,5	15,9	15,7	16,3	14,5	16,2	15,52
2	15,4	15,2	15,9	15,2	14,5	14,5	15,12
3	16,5	15,9	14,8	16,2	16,5	16,2	16,02
4	14,8	16,8	15,5	15,2	15,2	14,2	15,28
5	15,7	14,5	16,9	14,2	14,5	15,2	15,17
6	15,9	15,4	17,1	14,8	16,8	14,8	15,80
7	15,2	14,2	18,5	15,8	15,9	15,7	15,88
8	14,5	14,8	17,2	16,2	15,0	16,8	15,75
9	15,6	15,7	19,2	16,1	16,8	15,9	16,55
10	16,5	16,8	18,4	14,8	18,9	16,1	16,92
11	14,5	15,8	14,2	14,5	18,7	16,3	15,67
12	17,1	15,8	16,2	15,4	15,7	16,2	16,07
13	18,5	15,9	17,2	14,2	15,9	14,7	16,07
14	17,2	15,7	16,8	14,8	14,8	14,9	15,70
15	19,2	15,7	15,9	15,7	15,5	14,8	16,13
16	18,4	16,8	15,0	16,8	16,9	14,7	16,43
17	14,2	16,9	16,8	15,8	17,1	15,4	16,03
18	16,2	17,2	18,9	15,8	18,5	18,9	17,58
19	17,2	17,6	18,7	15,9	17,2	16,0	17,10
20	16,8	14,5	19,8	15,7	18,2	18,7	17,28
21	15,9	17,9	18,7	15,7	18,4	17,5	17,35
22	15,0	18,0	18,2	16,8	14,2	17,8	16,67
23	16,8	18,9	20,0	16,9	16,2	18,5	17,88
24	18,9	17,9	17,4	17,5	17,2	16,5	17,57
Total							**391,53**

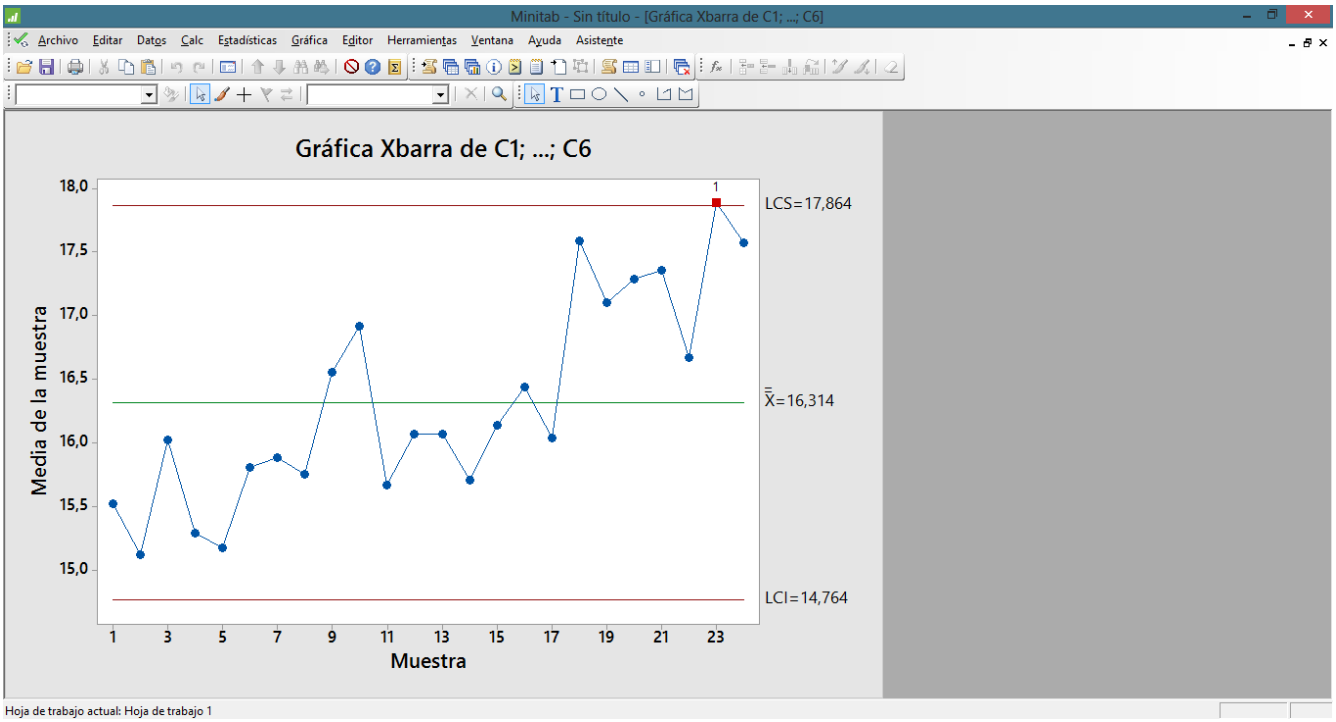
Calculando $\bar{\bar{X}}$ se obtiene:

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\Sigma \bar{X}}{k} = \frac{391{,}53}{24} = 16{,}314$$

f) Con lectura en la tabla para n = 6 se obtiene $A_2 = 0{,}483$
Calculando el límite superior se obtiene: $LSC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + A_2\bar{R} = 16{,}314 + 0{,}483 \cdot 3{,}146 = 17{,}83$

g) Calculando el límite inferior se obtiene: $LIC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - A_2\bar{R} = 16{,}314 - 0{,}483 \cdot 3{,}146 = 14{,}79$

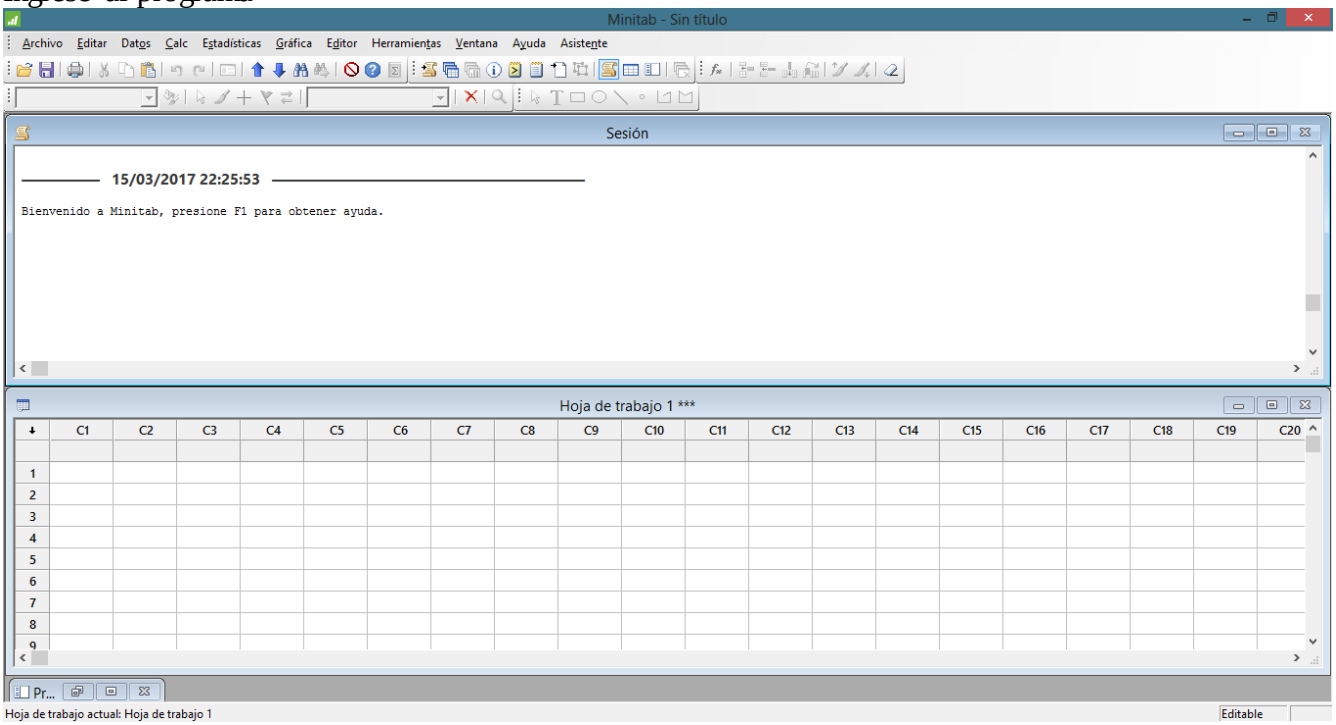
h) Elaborando la gráfica $\bar{X}$ en Minitab y en Graph se obtiene:



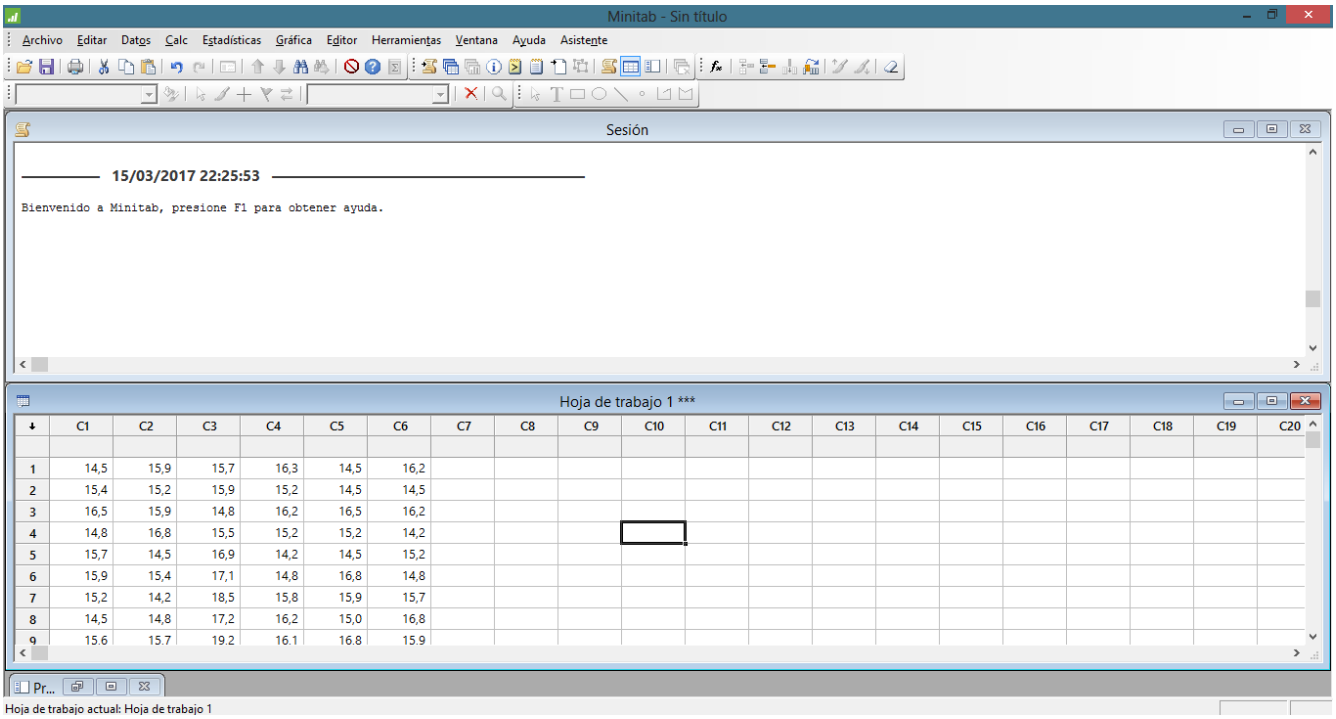
Interpretación: Observando la gráfica se concluye que la misma está fuera de control, ya que, la muestra 23 representa una variación de causa asignable, es decir, la muestra 23 se sale del límite superior de control.

Para elaborar la gráfica $\bar{X}$ en Minitab se procede de la siguiente manera

Ingrese al programa

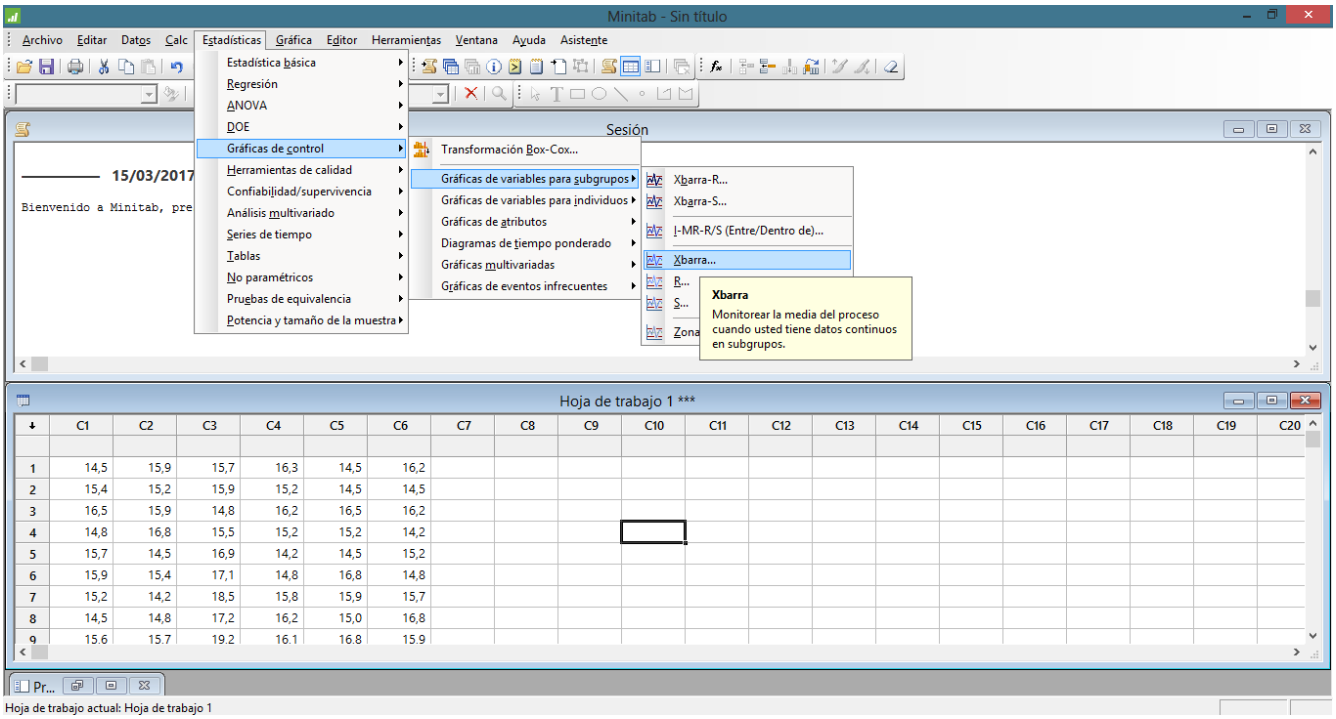


Copie los datos



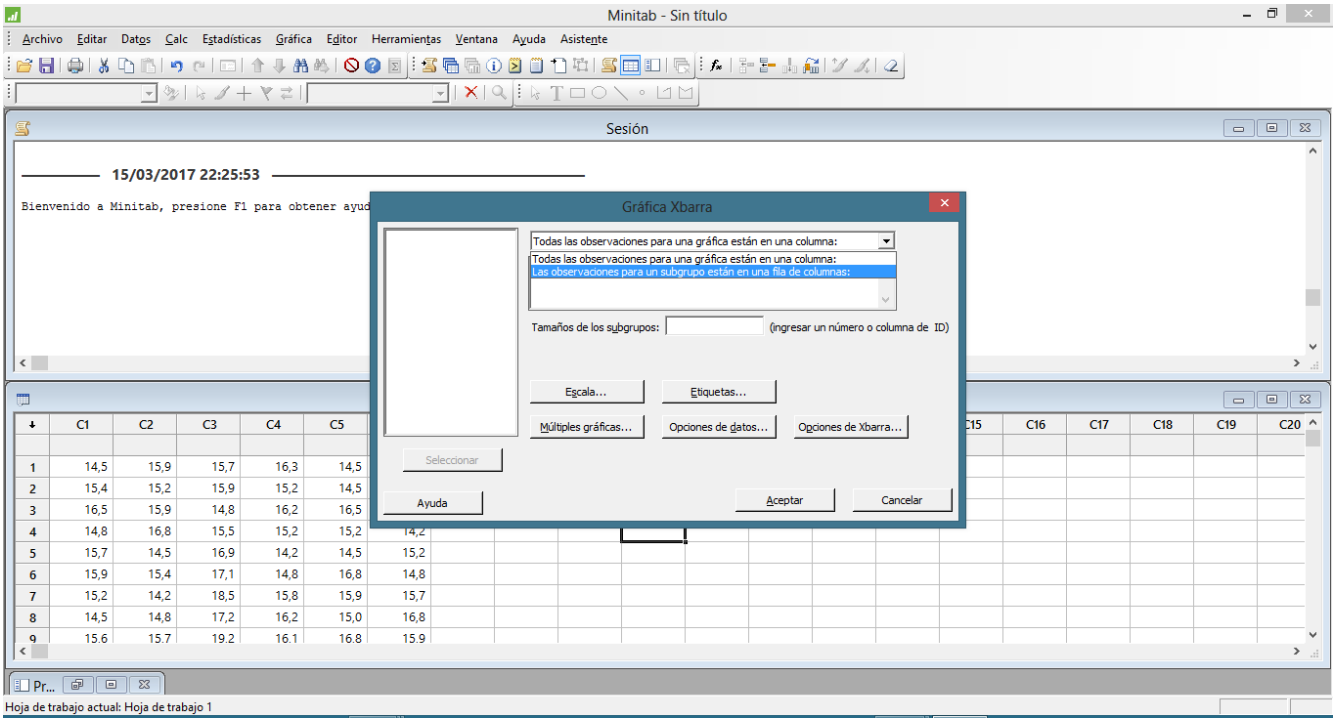
	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12	C13	C14	C15	C16	C17	C18	C19	C20
1	14,5	15,9	15,7	16,3	14,5	16,2														
2	15,4	15,2	15,9	15,2	14,5	14,5														
3	16,5	15,9	14,8	16,2	16,5	16,2														
4	14,8	16,8	15,5	15,2	15,2	14,2														
5	15,7	14,5	16,9	14,2	14,5	15,2														
6	15,9	15,4	17,1	14,8	16,8	14,8														
7	15,2	14,2	18,5	15,8	15,9	15,7														
8	14,5	14,8	17,2	16,2	15,0	16,8														
9	15,6	15,7	19,2	16,1	16,8	15,9														

Clic en Estadísticas, Gráficas de variables para subgrupos, Xbarra

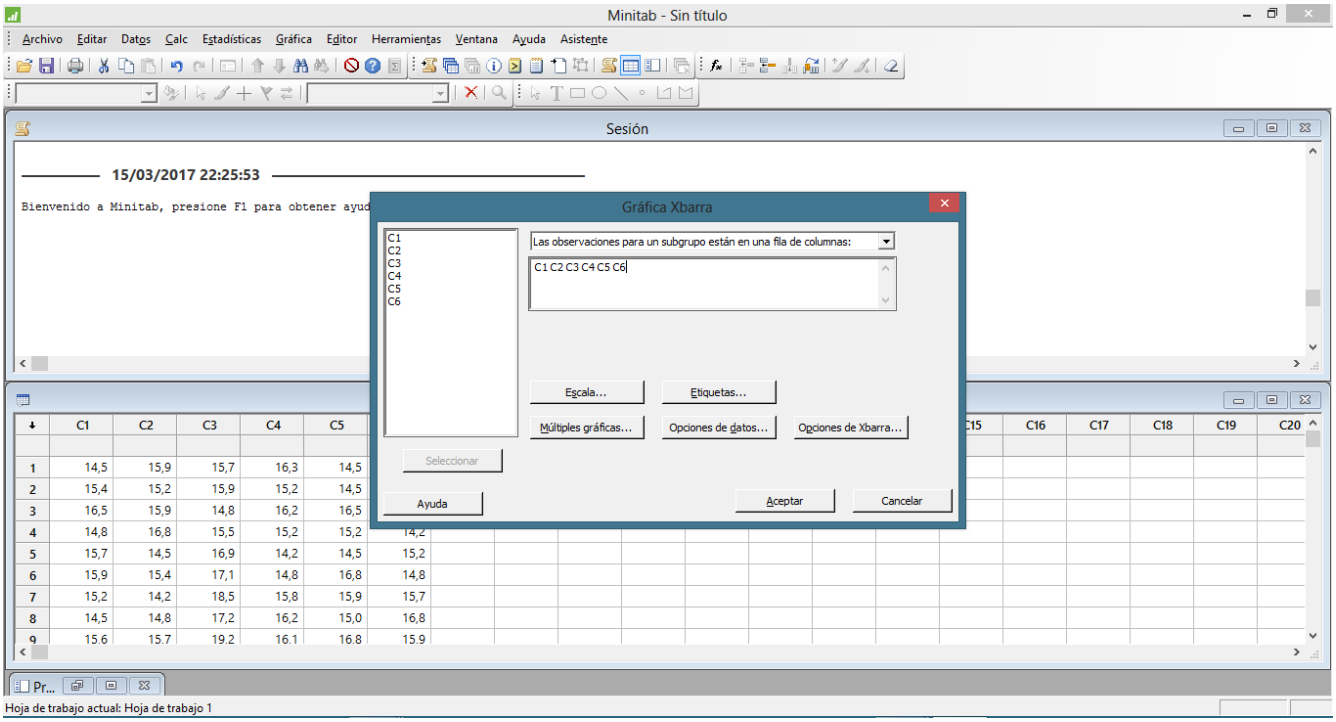


	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12	C13	C14	C15	C16	C17	C18	C19	C20
1	14,5	15,9	15,7	16,3	14,5	16,2														
2	15,4	15,2	15,9	15,2	14,5	14,5														
3	16,5	15,9	14,8	16,2	16,5	16,2														
4	14,8	16,8	15,5	15,2	15,2	14,2														
5	15,7	14,5	16,9	14,2	14,5	15,2														
6	15,9	15,4	17,1	14,8	16,8	14,8														
7	15,2	14,2	18,5	15,8	15,9	15,7														
8	14,5	14,8	17,2	16,2	15,0	16,8														
9	15,6	15,7	19,2	16,1	16,8	15,9														

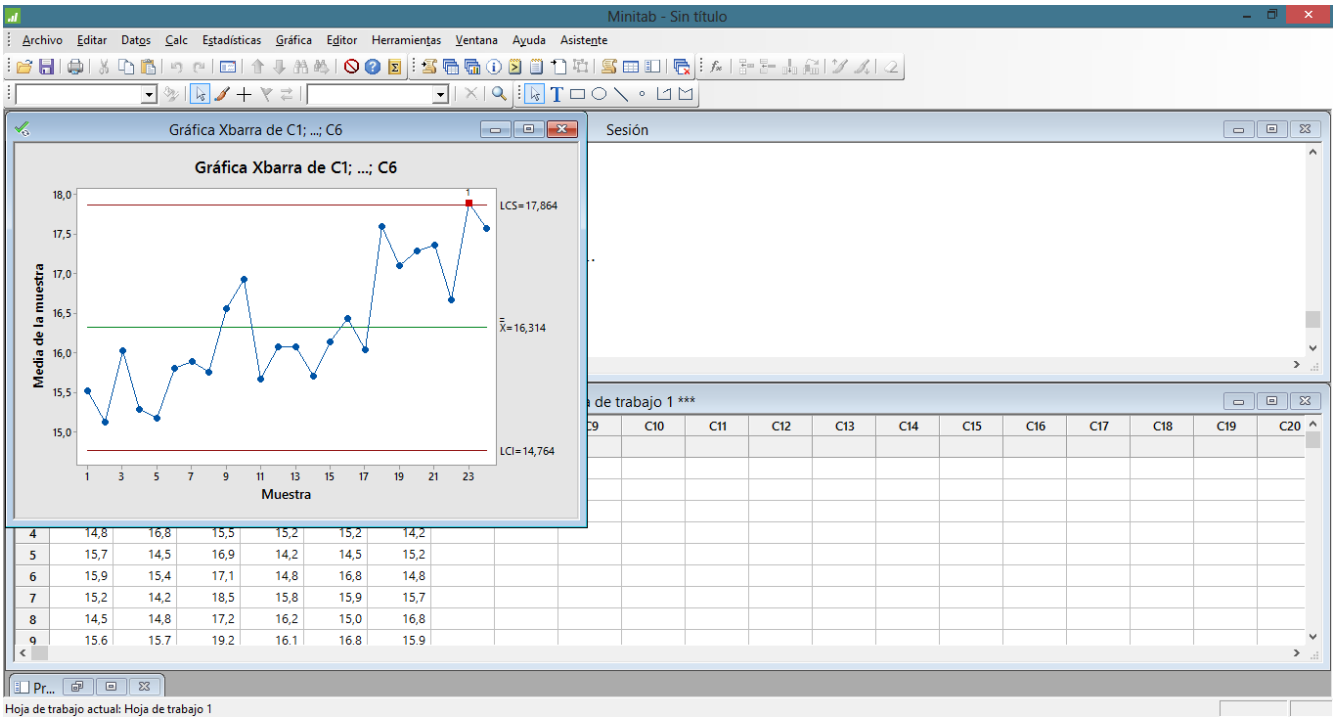
En la ventana Gráfica Xbarra seleccione: Las observaciones para un grupo están en una fila de columnas



Enter. Clic en C1-Seleccionar y así continuar seleccionando C2, C3, C4, C5, C6



Clic en Aceptar



2) GRÁFICAS DE CONTROL PARA ATRIBUTOS

A) Gráfica de control para la proporción de artículos disconformes: la gráfica p

Se utilizan diferentes tipos de gráficas de control para monitorear procesos y para determinar si se encuentra presente en el proceso alguna causa especial de variación. Las gráficas de atributos se utilizan para variables categóricas o discretas. En esta sección se estudiará la gráfica p, que se utiliza cuando los elementos que son muestreados se clasifican de acuerdo a si se conforman o no con los requerimientos definidos operacionalmente. Por lo tanto, la gráfica p nos ayuda a monitorear y analizar la proporción de elementos disconformes que están en las muestras repetidas (es decir, subgrupos) que se seleccionan de un proceso.

Los límites de control para la gráfica p son:

$$\bar{p} \pm 3 \cdot \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{\bar{n}}}$$

$$\boldsymbol{LCS = \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{\bar{n}}}}$$

$$\boldsymbol{LCI = \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{\bar{n}}}}$$

Para igual n_i

$$\bar{n} = n_i \; y \; \bar{p} = \frac{\Sigma p_i}{k}$$

O en general,

$$\bar{n} = \frac{\sum n_i}{k} \; y \; \bar{p} = \frac{\sum X_i}{\sum n_i}$$

Donde:

$X_i = número\ de\ elementos\ disconformes\ en\ el\ subgrupo\ i$

$n_i = tamaño\ de\ muestra\ (o\ subgrupo) para\ el\ subgrupo\ i$

$p_i = \frac{X_i}{n_i} = proporción\ de\ elementos\ disconformes\ en\ el\ subgrupo\ i$

k = número de subgrupos seleccionados

$\bar{n}$ = tamaño promedio del subgrupo

$\bar{p}$ = proporción estimada de elementos disconformes

Cualquier valor negativo para el límite de control inferior significa que el límite de control inferior no existe.

Otros casos de Gráficas p

En la construcción de las gráficas p simplemente se toma nota de la proporción de artículos defectuosos en una muestra. Esta proporción, p es

$$\boldsymbol{p = \frac{Número\ de\ defectos\ en\ una\ muestra}{Tamaño\ de\ la\ muestra} = \frac{X}{n}}$$

Si se toman varias muestras, produciendo varios valores para p. La proporción media de defectos para estas varias muestras, $\bar{p}$ se calcula de la siguiente manera

$$\bar{p} = \frac{Número\ total\ de\ defectos\ en\ todas\ las\ muestras}{Tamaño\ total\ de\ todos\ los\ artículos\ inspeccionados}$$

La desviación estándar para la proporción de defectos es:

$$\boldsymbol{\sigma_p = \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}}$$

La desviación estándar para la proporción de defectos cuando σ es desconocida es:

$$S_p = \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$

El límite superior de control para las proporciones es:

$$\boldsymbol{LSC = \bar{p} + 3S_p = \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}}$$

El límite inferior de control para las proporciones es:

$$\boldsymbol{LIC = \bar{p} - 3S_p = \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}}$$

Ejemplo ilustrativo

Durante la fase de análisis del modelo Seis Sigma DMAIC, se recolectaron los datos de las disconformidades diariamente de una muestra de 200 habitantes de un hotel. La siguiente tabla lista el número y proporción de habitaciones disconformes para cada día durante un periodo de 4 semanas

Día	Habitaciones estudiadas (n)	Habitaciones no preparadas (X)	Proporción (X/n)
1	200	16	0,08
2	200	7	0,035
3	200	21	0,105
4	200	17	0,085
5	200	25	0,125
6	200	19	0,095
7	200	16	0,08
8	200	15	0,075
9	200	11	0,055
10	200	12	0,06
11	200	22	0,11
12	200	20	0,1
13	200	17	0,085
14	200	26	0,13
15	200	18	0,09
16	200	13	0,065
17	200	15	0,075
18	200	10	0,05
19	200	14	0,07
20	200	25	0,125
21	200	19	0,095
22	200	12	0,06
23	200	6	0,03
24	200	12	0,06
25	200	18	0,09
26	200	15	0,075
27	200	20	0,1
28	200	22	0,11
Total	5600	463	2,315

Para estos datos, $k = 28; \sum p_i = 2{,}315, ; \bar{n} = n = 200;\ \bar{p} = \frac{\sum p_i}{k} = \frac{2{,}315}{28} = 0{,}0827$

Remplazando valores en

$$\bar{p} \pm 3 \cdot \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{\bar{n}}}$$

Se obtiene:

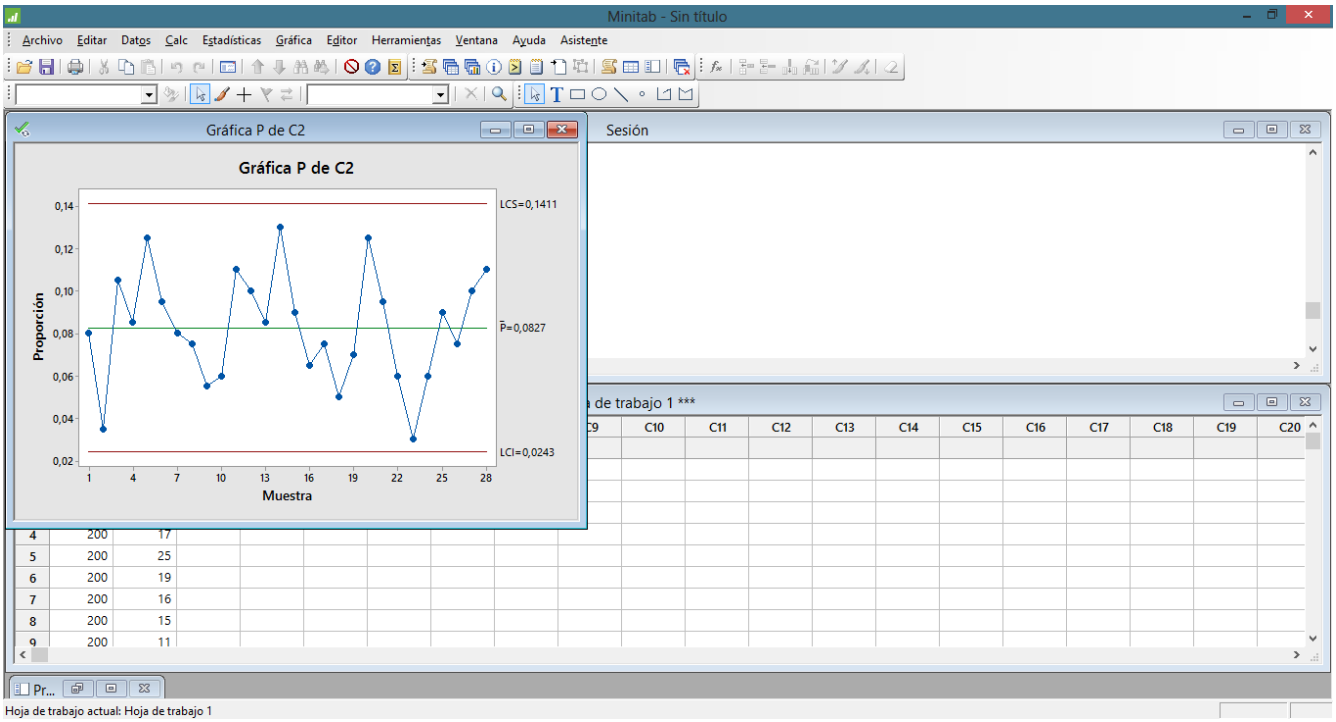
$$0{,}0827 \pm 3 \cdot \sqrt{\frac{0{,}0827(1-0{,}0827)}{200}}$$

Entonces

LSC = 0,0827+0,0584 = 0,1411

LIC = 0,0827-0,0584 = 0,0243

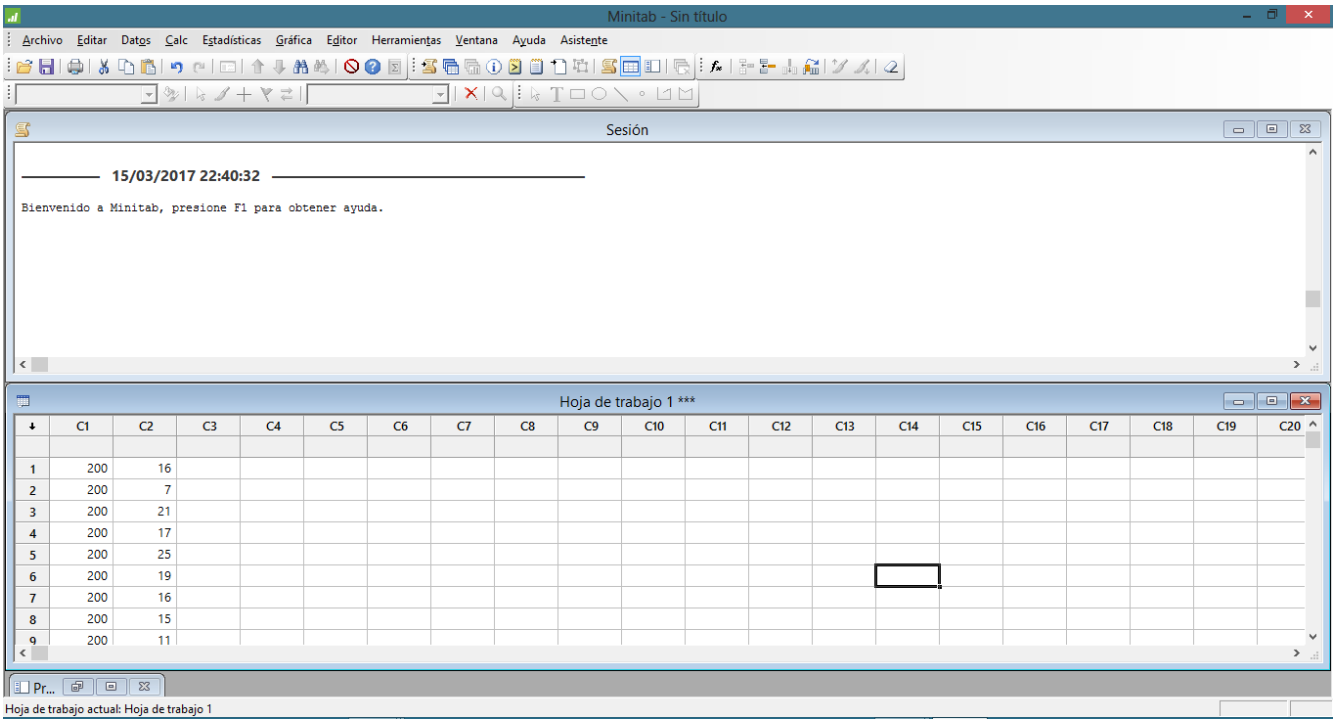
La siguiente figura realizada en el programa Minitab representa la gráfica de Control p para cuartos que no están listos



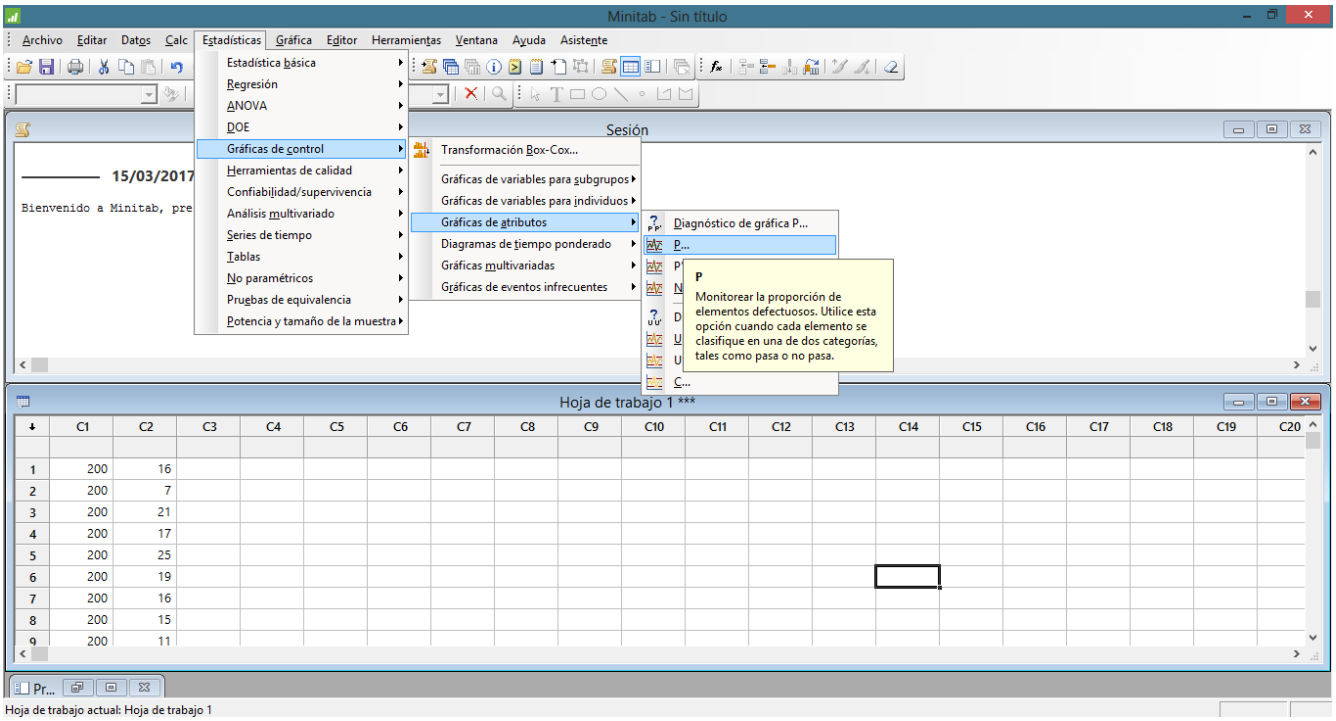
Interpretación: Se observa que la proporción de disconformidades es mayor en el día Nº 14 y menor en el día Nº 23
No hay causas especiales de variación, ya que las proporciones están dentro de los límites de control

Para realizar la gráfica p en Minitab se procede de la siguiente manera

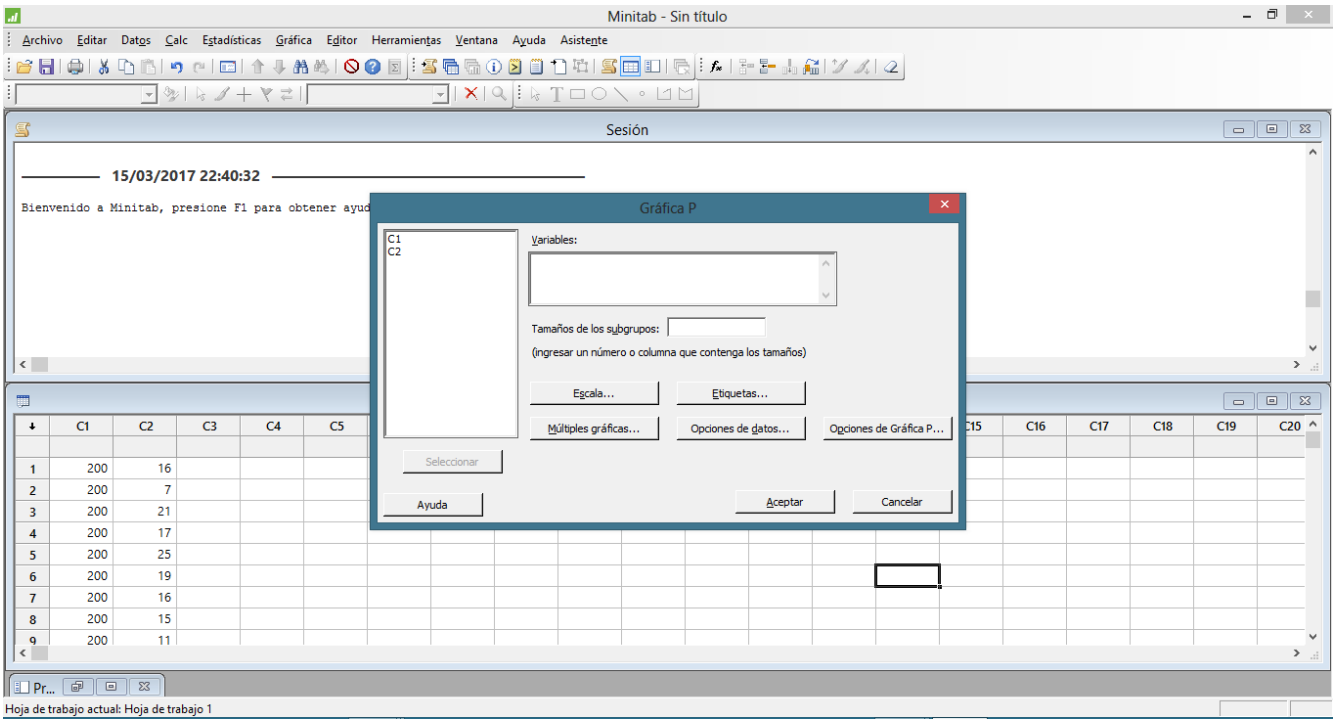
Ingrese los datos en el programa



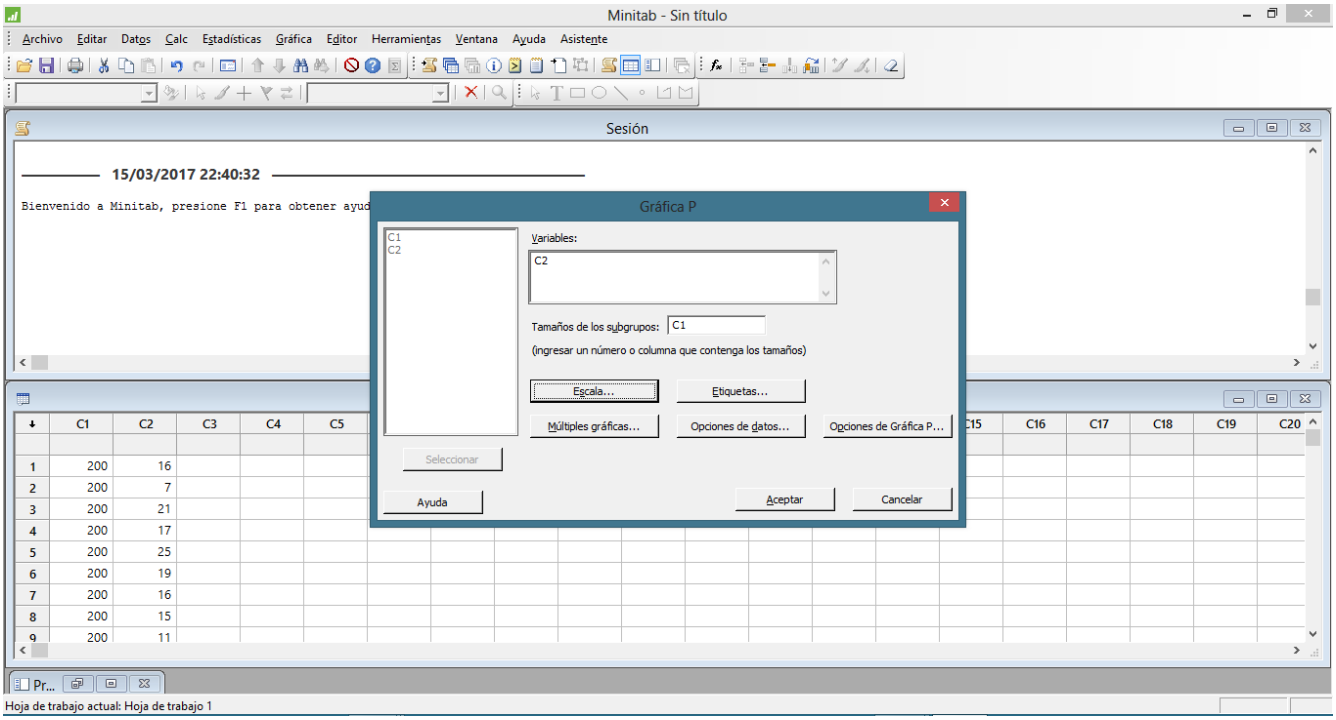
Clic en Estadísticas, Gráficas de atributos, P

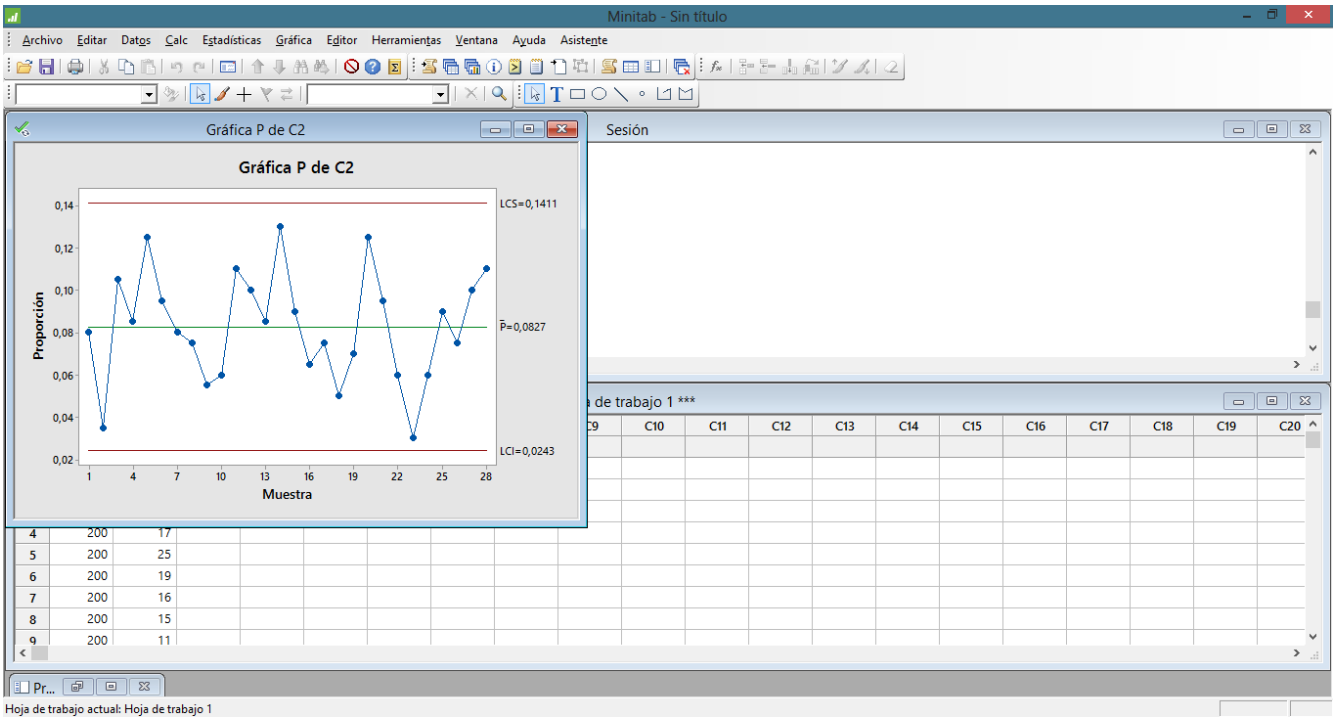


Clic en P



En la casilla variables, seleccionar C2. En la casilla Tamaños de los subgrupos, seleccionar C1





B) Las Gráficas c

Estas gráficas están diseñadas para detectar el número de defectos en una sola unidad. Al desarrollar la gráficas p una unidad completa se consideraba defectuosa o no defectuosa. Sin embargo, en muchos casos, la presencia de uno o más defectos puede no producir necesariamente una unidad inaceptable. Un fabricante de muebles puede encontrar defectos menores en un sofá y sin embargo no considerarlo inaceptable. Si los defectos por cada 100 metros cuadrados de tapetes para el piso fueran pocas y menores, el fabricante puede decidir ofrecerlos en venta a pesar de estas imperfecciones. Una gráfica c se utiliza para analizar el número de imperfecciones por unidad de producción.

La gráfica c tiene que ver con el número de imperfecciones (defectos) por unidad (por sofá o por cada 100 metros cuadrados). Los límites de control se establecen alrededor del número de defectos en la población, c. En el caso probable de que c sea desconocido, se estima mediante $\bar{c}$, el número promedio de defectos en las unidades (número de defectos dividido para el número de muestras)
Una unidad puede constar de un solo artículo como un sofá, o una pieza de tapete de 100 metros cuadrados, o por ejemplo puede contener, un envío de 50 páginas impresas en las cuales se detectaron errores tipográficos. La unidad debe ser consistente en tamaño, número o área. Anteriormente se definió la desviación estándar del número de ocurrencias como la raíz cuadrada del número promedio de defecto. Así:
Desviación estándar para el número de defectos

$$\boldsymbol{s_{\bar{c}} = \sqrt{\bar{c}}}$$

Los límites de control están a tres desviaciones estándar por encima y por debajo de $\bar{c}$

Límite superior de control para el número de defectos

$$\boldsymbol{LSC_c = \bar{c} + 3s_{\bar{c}}}$$

Límite inferior de control para el número de defectos

$$\boldsymbol{LIC_c = \bar{c} - 3s_{\bar{c}}}$$

Nota: Si $LIC_c < 0$, se considera que $LIC_c = 0$

Ejemplo ilustrativo

Una empresa dedicada a la elaboración de papel para computador inspeccionó 20 hojas de un nuevo tipo de papel para buscar defectos. Los resultados se observan en la siguiente tabla:

Hoja	Número de defectos
1	5
2	4
3	3
4	5
5	16
6	1
7	8
8	9
9	9
10	4
11	3
12	15
13	10
14	8
15	4
16	2
17	10
18	12
19	7
20	17

a) Calcule $\bar{c}$
b) Calcule el límite superior de control para el número de defectos
c) Calcule el límite inferior de control para el número de defectos
d) Elabore la gráfica c en Minitab y en Graph

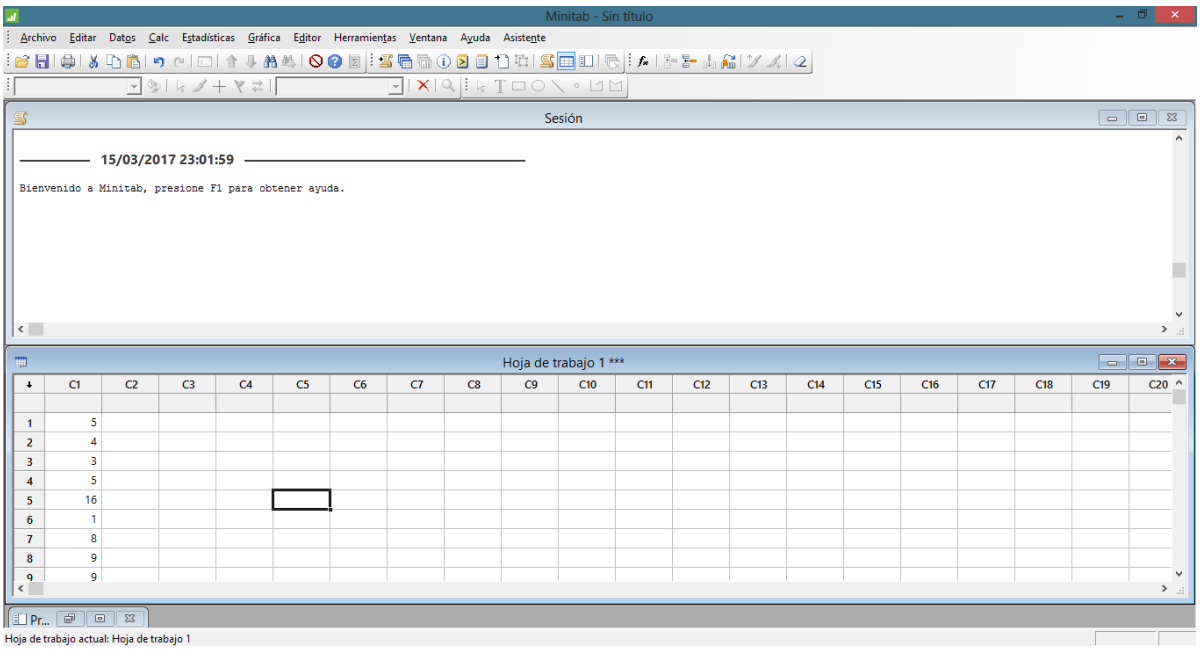
Solución

Los cálculos en Excel son

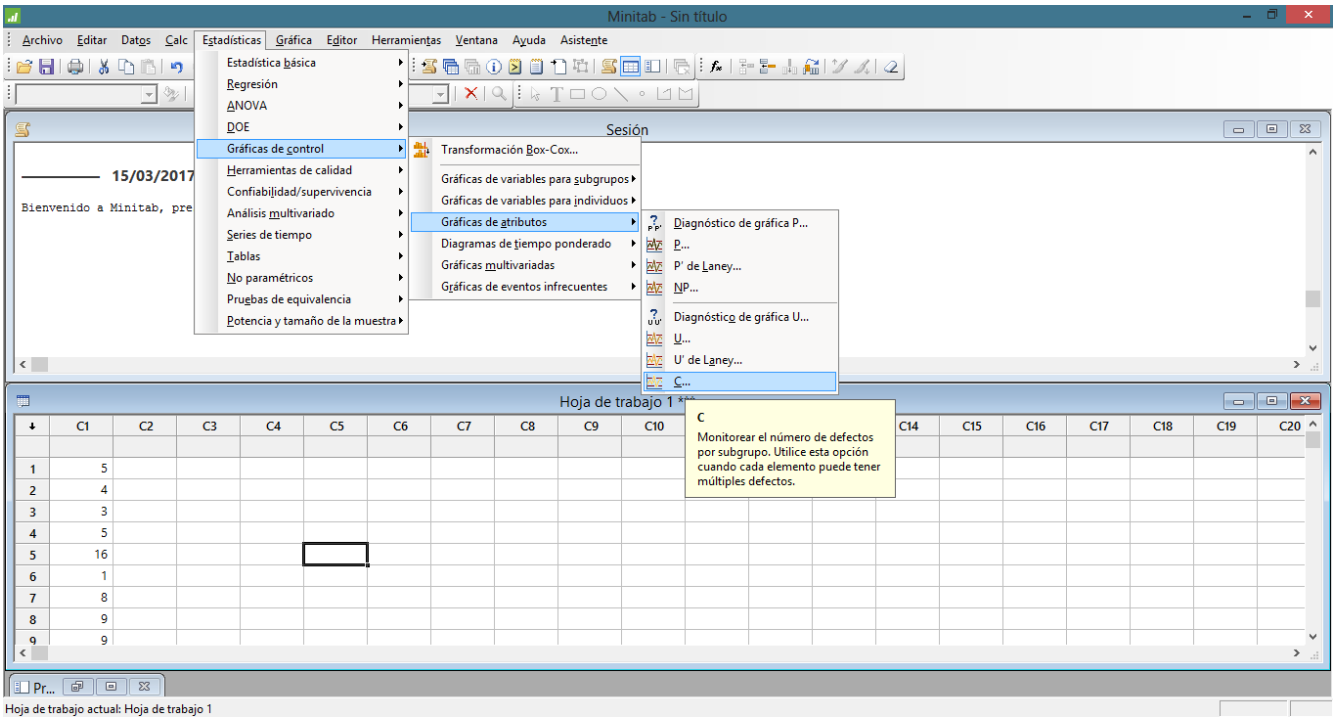
	A	B	C	D	E
1	Hoja	Número de defectos			
2	1	5			
3	2	4			
4	3	3			
5	4	5			
6	5	16			
7	6	1			
8	7	8			
9	8	9			
10	9	9			
11	10	4			
12	11	3			
13	12	15			
14	13	10			
15	14	8			
16	15	4			
17	16	2			
18	17	10			
19	18	12			
20	19	7			
21	20	17			
22	Total	152	=SUMA(B2:B21)		
23	$\bar{c}$	7,6	=B22/CONTAR(A2:A21)		
24	$s_{\bar{c}}$	2,757	=RAIZ(B23)		
25	$LSC_c = \bar{c} + 3s_{\bar{c}}$	15,87	=B23+3*B24		
26	$LIC_c = \bar{c} - 3s_{\bar{c}}$	-0,670	=B23-3*B24		

Para realizar las gráfica c en Minitab se sigue el siguiente proceso

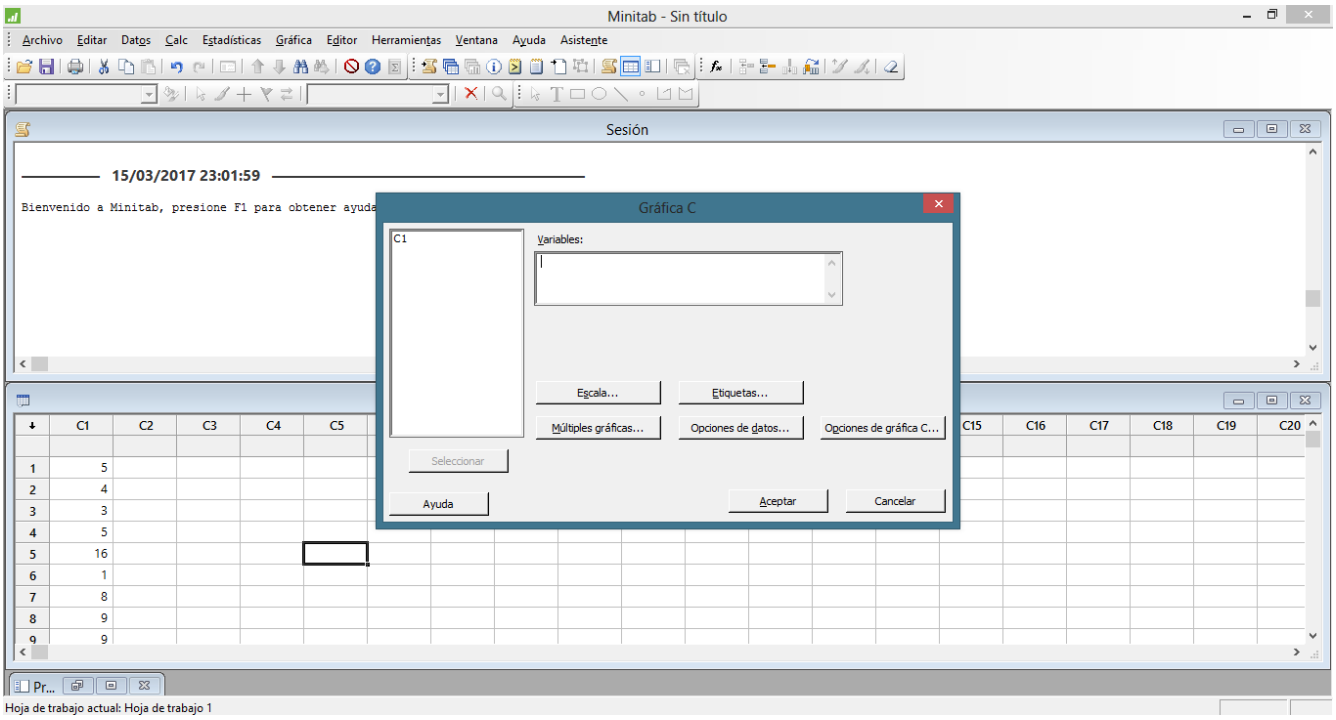
Ingrese los datos al programa



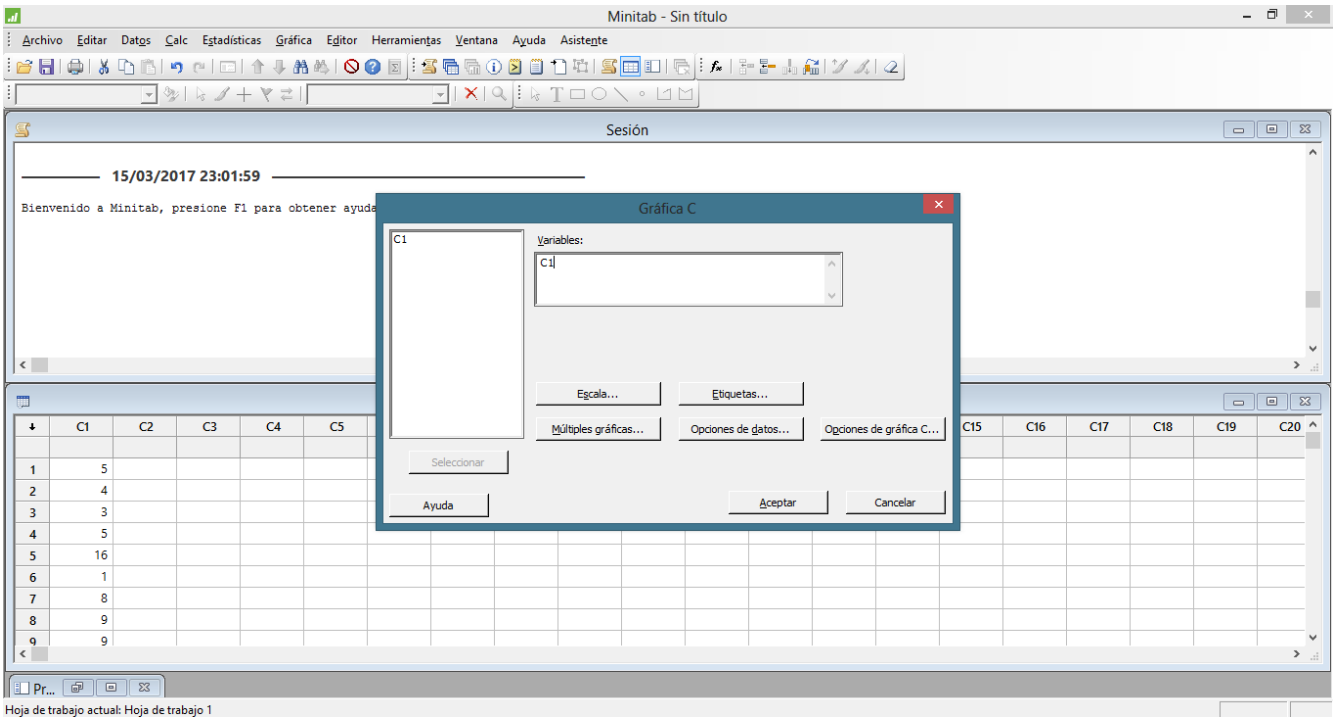
Clic en Gráficas de control, Gráficas de atributos, C



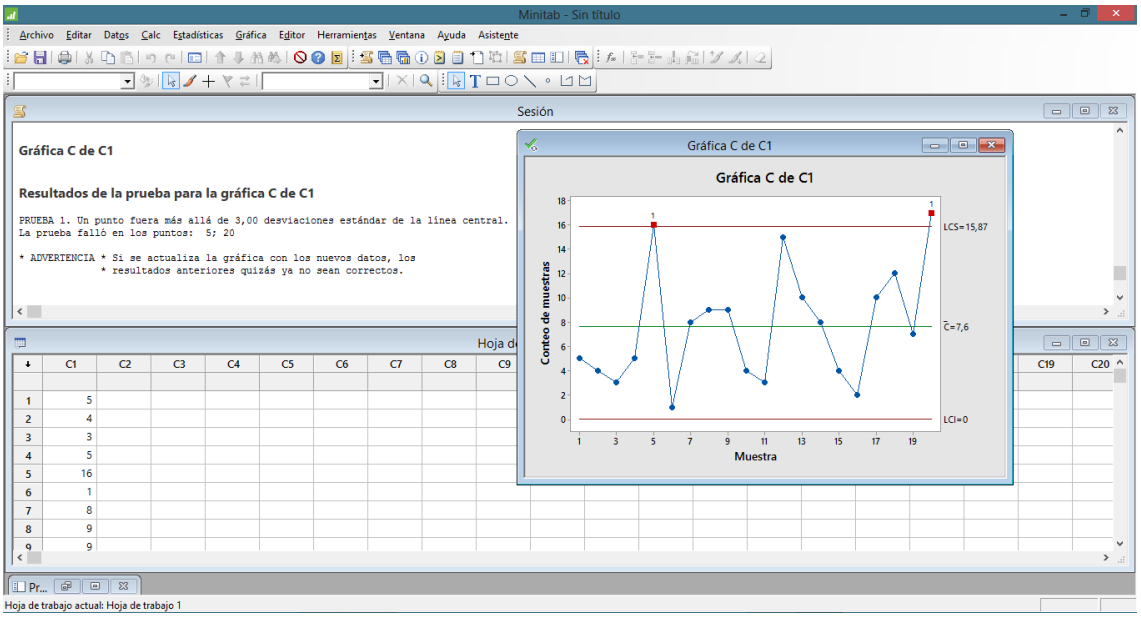
Clic en C



En la casilla Variables, seleccionar C1



Clic en Aceptar



Fuente:
Suárez, Mario. (2014). *Probabilidades y Estadística empleando las TIC*. Ibarra, Ecuador: Imprenta GRAFICOLOR

Temas didácticos sobre Estadística, Aritmética, Álgebra, Geometría, Lógica, Conjuntos, Trigonometría, Cálculo Diferencial e Integral y planificaciones didácticas de autoría de Mario Orlando Suárez Ibujés se encuentran publicados en:

- http://repositorio.utn.edu.ec/handle/123456789/24
- http://www.monografias.com/usuario/perfiles/mario_suarez_7/monografias
- http://es.scribd.com/mariosuarezibujes
- https://docentesinnovadores.net/Usuarios/Ver/29591
- http://articulosmatematica.blogspot.com