

Bandas de Energía. Dieléctricos, Semiconductores y Metales.

Bandas de energía

Los electrones en un átomo solo toman ciertos valores de energía discretos.

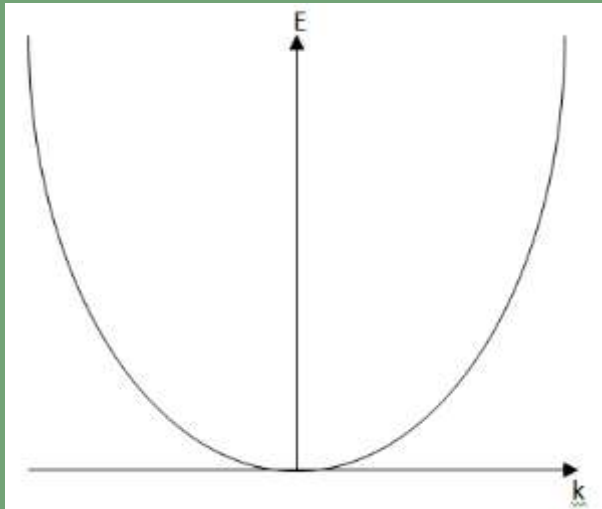
En un sólido cada nivel atómico se junta en muchos niveles de energía cercanos formando **bandas de energía**.

De acuerdo con el principio de exclusión de Pauli solamente dos electrones (con diferente spin) pueden ocupar un nivel de energía atómico con un conjunto de números cuánticos n , l y m .

$2N$ electrones deben ocupar una banda de energía conteniendo N niveles de energía. Al igual que en los átomos los niveles de energía más bajos se llenan primero y los más altos quedan vacíos, así las bandas de energía más bajas son llenadas y las bandas de más alta energía están vacías.

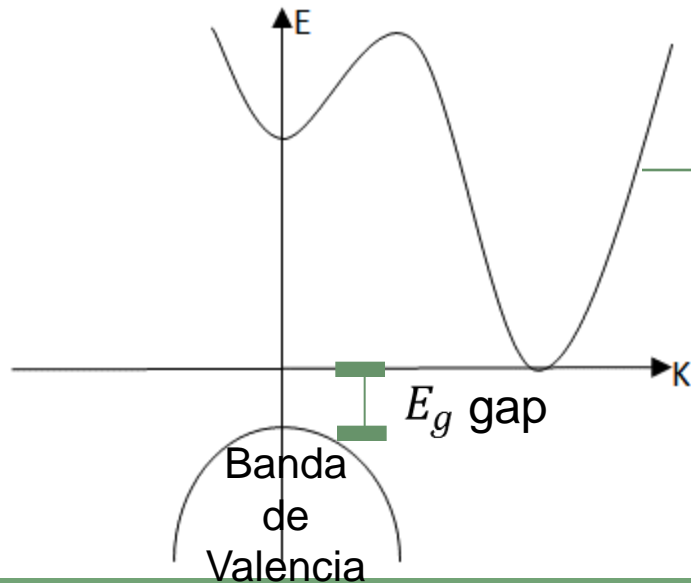
Las bandas de energía permitidas están separadas por estados o bandas de energía prohibidas.

Las bandas vacías o parcialmente llenas se llaman **bandas de conducción** y las bandas completamente llenas por electrones de valencia se llaman **bandas de valencia**.



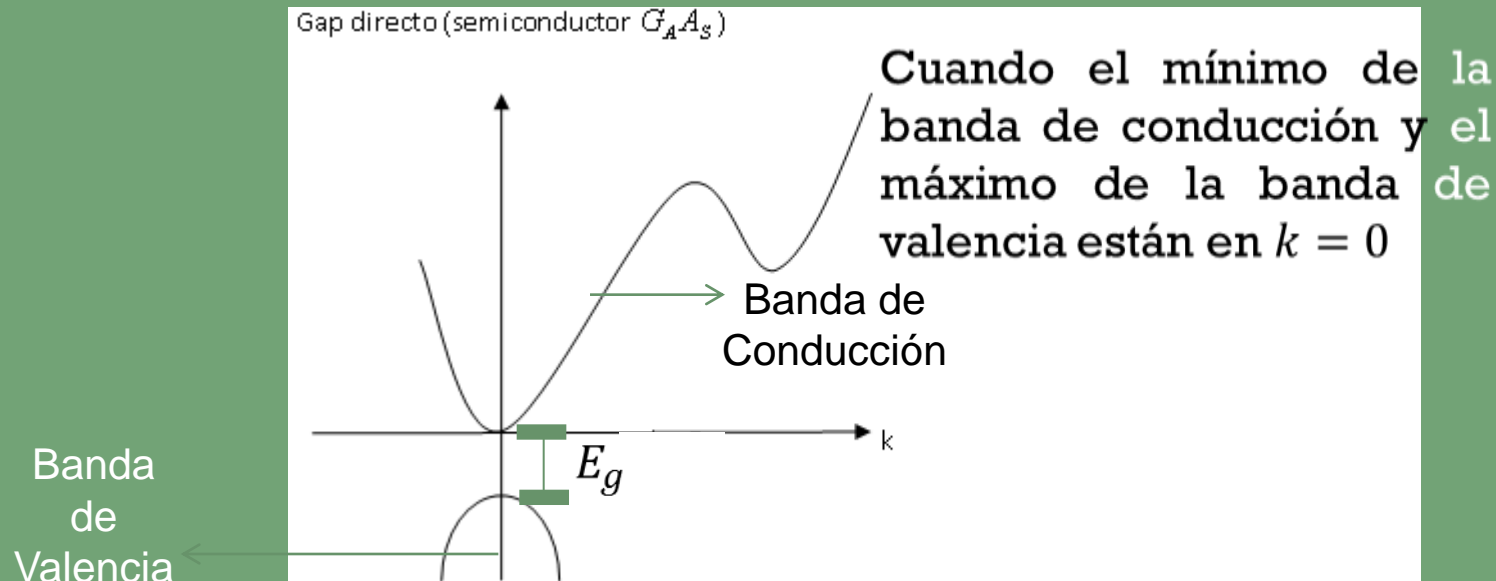
Electrón libre

Gap indirecto (semiconductor Si)



Banda de
Conducción

Cuando el mínimo de la banda de conducción y el máximo de la banda de valencia están en $k \neq 0$ k' diferentes



MASA EFECTIVA.

Cerca del mínimo de conducción la dependencia de la energía del electrón en el vector de onda puede ser aproximada a una función parabólica similar a la del electrón en el espacio libre. Sin embargo, la curvatura de esta dependencia es diferente a la del espacio libre, así como las direcciones cristalográficas son diferentes y la curvatura depende de la dirección.

Para encontrar su forma se introduce el **coeficiente de masa efectiva** son componentes definidos como:

$$\frac{1}{m_{i,j}} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E_n}{\partial k_i \partial k_j}$$

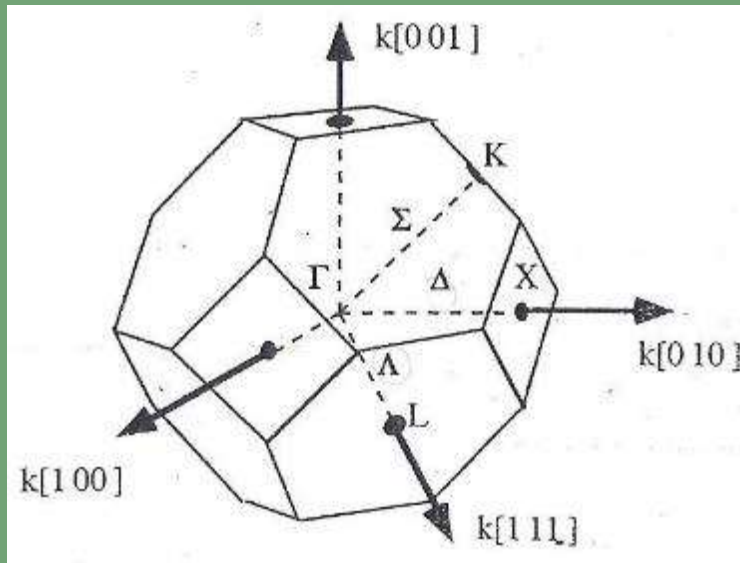
Donde k_i y k_j son las proyecciones del vector de onda \vec{k} .

- Cuando $E(\vec{k})$ depende solamente de la magnitud de \vec{k} y no de la dirección de \vec{k} , este tensor se reduce a la masa efectiva $\frac{1}{m_n}$
- Para el caso del Arsenio de Galio (Ga As) $E_n(k) = E_c + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_n}$
- Para el caso de Silicio (Si) $E_n(k) = E_c + \frac{\hbar^2}{2} \left(\frac{k_l^2}{m_l} + \frac{k_t^2}{m_t} \right)$

Donde k_l y k_t son componentes transversales (t) y longitudinales (l) del vector \vec{k}

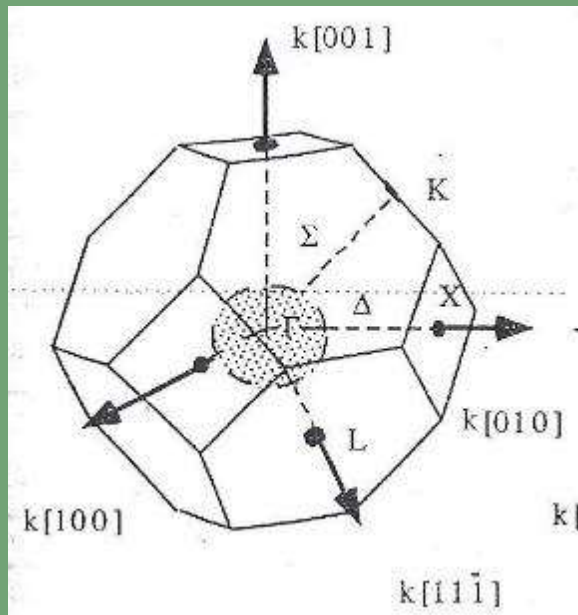
- m_l masa efectiva longitudinal
- m_t masa efectiva transversal

Primera zona de Brillouin de FCC



Puntos de simetría Γ, X, L

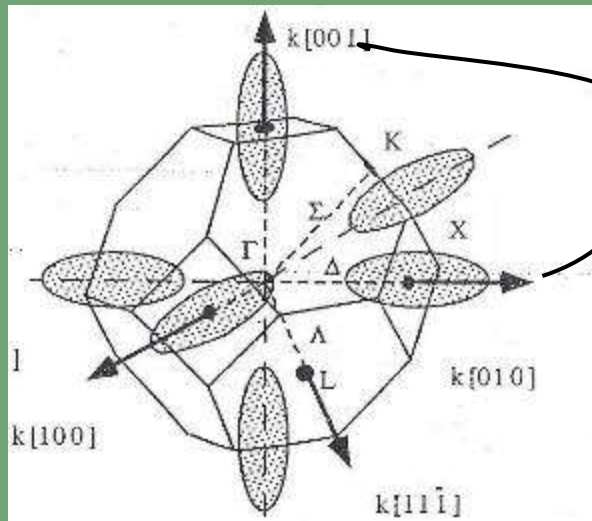
Líneas de simetría Δ, Λ, Σ



Dependencia angular de $E(\vec{k})$ dibujando superficie en el espacio k correspondiente a la misma energía del electrón.

Superficies esféricas de igual energía (GaAs).

Mínima energía en el punto Γ

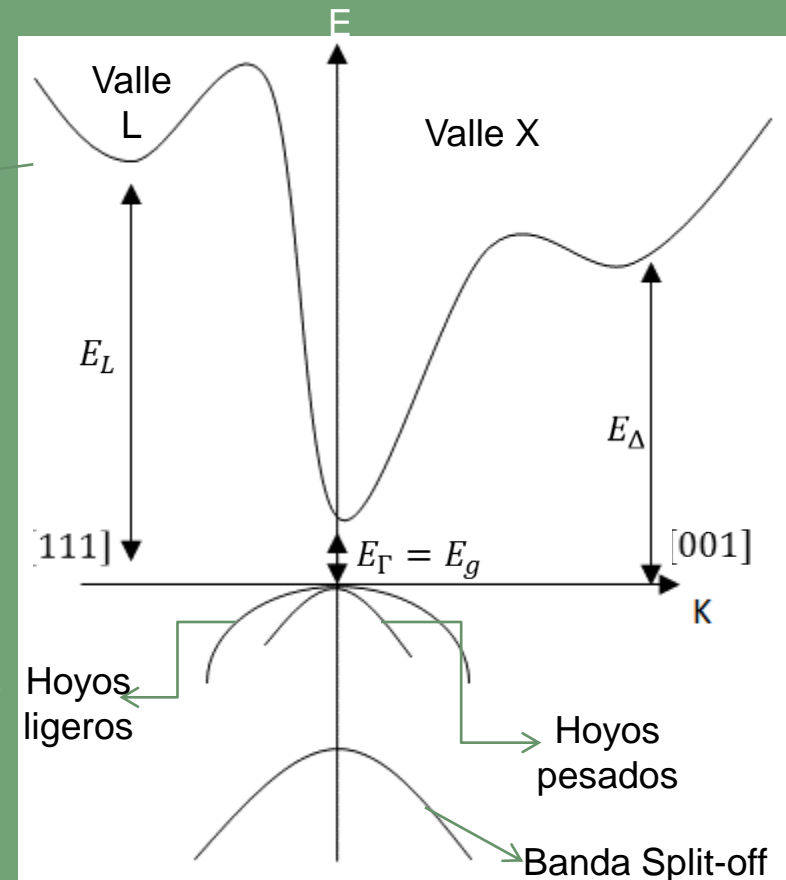


Superficies elipsoidales de igual energía (Si).

Igual

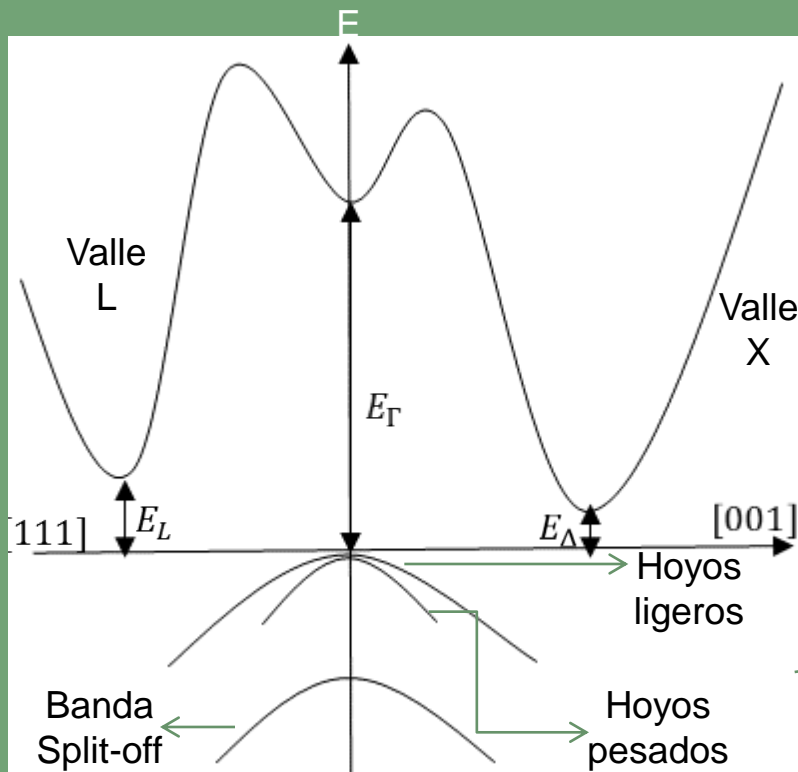
Mínima energía en el punto X

recordar que $[001]$ y $[010]$
 $[111]$ y $[1\bar{1}1]$
 son equivalentes para la simétrica cúbica



Arseniuro de Galio

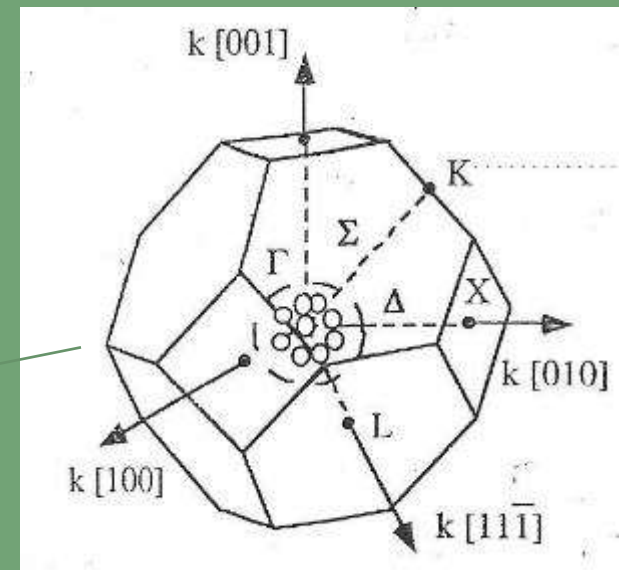
- En todos los semiconductores cúbicos el punto más alto de la banda de valencia está localizado en el punto Γ de la 1ª zona de Brillouin ($\vec{k} = 0,0,0$)
- Hay dos bandas de valencia llamadas **bandas huecos ligeros y huecos pesados** que tienen la misma energía en el punto $\vec{k} = 0$ (son degenerados). Mientras que la tercera banda separada de las otras dos se llama **banda split-off**



Cuando iluminamos con luz un semiconductor, un electrón de la banda de valencia toma energía del fotón y experimenta una transición a la banda de conducción. A esta transición se llama **transición interbanda o absorción de fotones**.

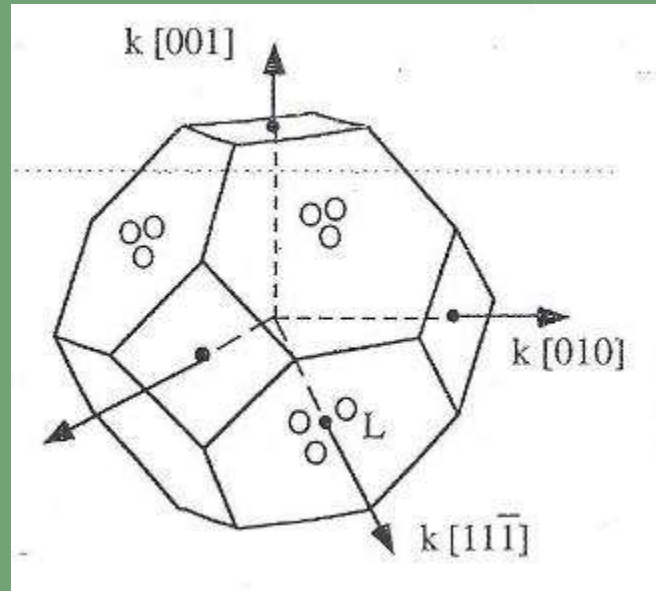
Silicio

- Cuando un campo eléctrico es ampliado a semiconductor (ejemplo: GaAs), los portadores de carga gana energía del campo eléctrico y ocupan estados de energía más altos.
- Los electrones primero ocupan estados de energía en el mínimo más bajo de la banda de conducción (mínimo Γ).



Campo eléctrico alto

Los electrones primero ocupan estados de energía en el mínimo más alto (L) de la banda de conducción.



FUNCIONES DE DISTRIBUCIÓN Y DENSIDAD DE ESTADOS.

- El número de niveles llenos en la banda de conducción y de niveles desocupados en la banda de Valencia depende de la temperatura.
- A más altas temperaturas más electrones adquieren suficiente energía térmica para pasar a estados de energía más altos en la banda de conducción.
- Ahora calcularemos la concentración de electrones en la banda de conducción.
- Consideremos un sistema con una gran cantidad de partículas (N) como un gas de moléculas, donde cada partícula puede tomar ciertos valores de energía E_1, E_1, \dots, E_i . Si tenemos que el número de estados es mucho más grande que el número de partículas entonces la probabilidad de encontrar una partícula en un cierto estado es mucho menor que uno.
- La probabilidad de encontrar una partícula en el estado con energía E_i está dado por.

$$P(E_i) = \frac{N_i}{N} \quad N_i \text{ es el número de partículas en el estado } E_i$$

- La energía promedio de las partículas es:

$$\langle E \rangle = \sum_i \frac{N_i E_i}{N}$$

- En equilibrio la probabilidad de tener partículas en 2 estados de energía E_k y E_i están relacionados por los **coeficientes de Boltzmann**

$$\frac{P(E_i)}{P(E_k)} = e^{\frac{E_k - E_i}{k\beta T}}$$

- Esta ecuación significa que la probabilidad de encontrar una partícula en un cierto estado de energía E_i , decrece exponencialmente con E_i .
- Para un espectro continuo de energía, la probabilidad de encontrar una partícula entre E y $E + dE$ está dado por:

$$f dE = e^{\frac{E}{k\beta T}} dE$$

Donde f es llamada **función de probabilidad electrónica**

- Para electrones, el principio de Exclusión de Pauli establece que no más de dos electrones pueden ocupar un nivel de energía dado. Los electrones tienden a ocupar primero los estados con más bajas energías.
- Así, todos los estados con energías bajas son llamados exactamente en la misma forma. Así que para bajas energías, la función de probabilidad electrónica f , debe ser igual a uno ya que todos esos estados están ocupados.

- La función de distribución de electrones

$$f_n(E) = \frac{1}{1 + e^{\frac{E-E_F}{k_\beta T}}}$$

$f_n \rightarrow$ Función de distribución de Fermi-Dirac

- La energía E_F es llamada *Energía de Fermi* o *Nivel de Fermi* y se define como la energía por la cual $f_n(E) = \frac{1}{2}$. Cuando $E > E_F$ por algunos $k_\beta T$, $f_n(E) \ll 1$ y la distribución de Fermi-Dirac se reduce a la distribución de Boltzmann. Cuando E es mucho menos que E_F por algunos $k_\beta T$, $f_n(E) = 1$ de acuerdo con el principio de Exclusión de Pauli.

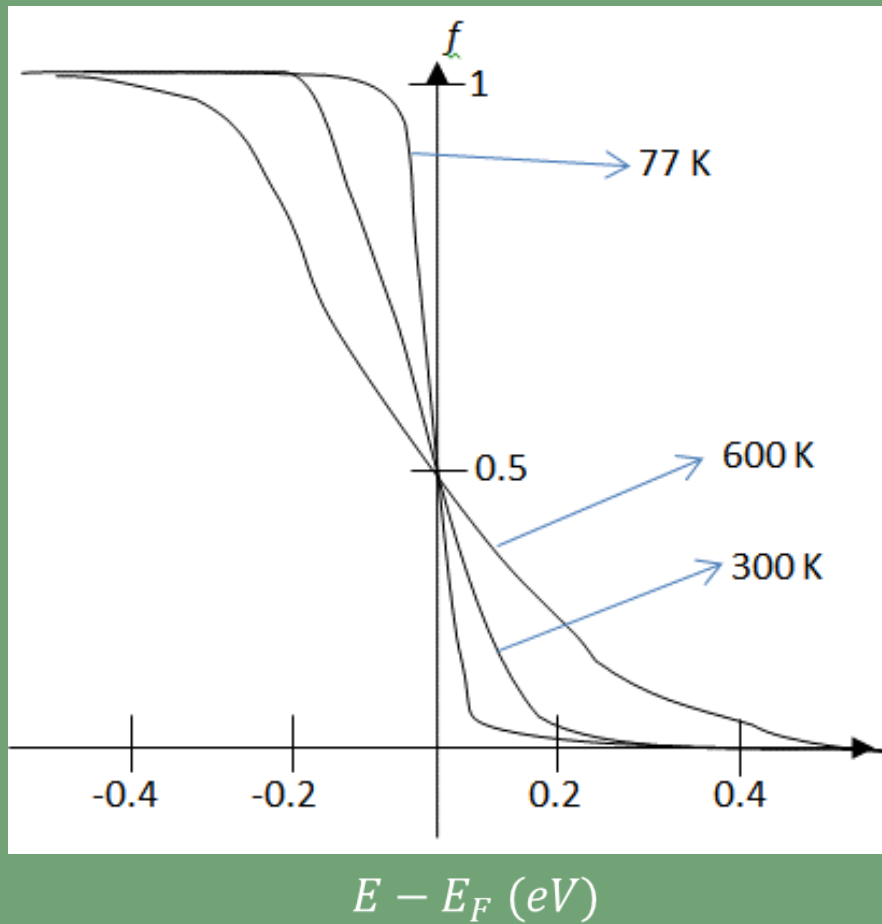
Cuando $T \rightarrow 0$ $f_n(E) \rightarrow$ función escalón

$$f_n(E) = 1 \quad \text{si } E < E_F$$

$$f_n(E) = 0 \quad \text{si } E > E_F$$

La $f_n(E)$ nos permite encontrar la probabilidad de que un estado esté lleno.

Mas adelante veremos cómo encontrar E_F , por lo pronto supondremos que la conocemos.



La concentración total de electrones en la banda de conducción será:

$$n = \int_{E_c}^{E_{ct}} f_n(E) g_n(E) dE$$

n = concentración [m^{-3}]

$f_n(E)$ = n.º de ocupación

$g_n(E)$ = densidad de estados de
de volumen por unidad de energía
[$\text{m}^{-3} \text{J}^{-1}$]

E_c, E_{ct} energía inferior y superior
de la banda de conducción

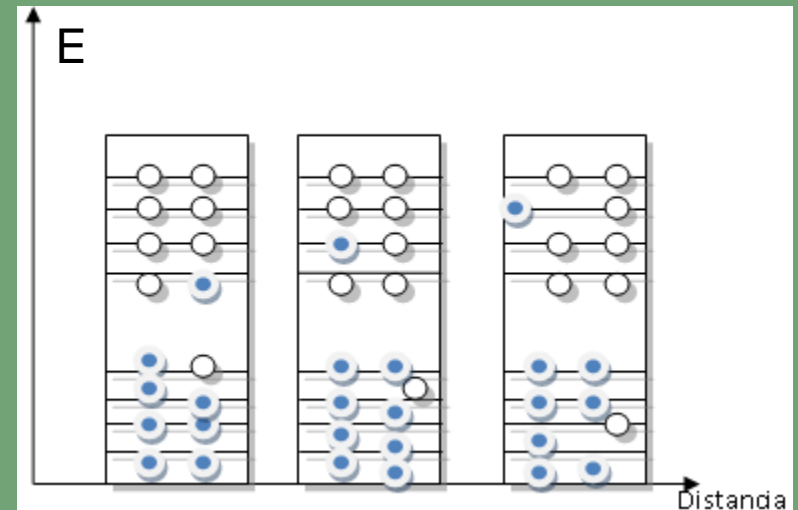
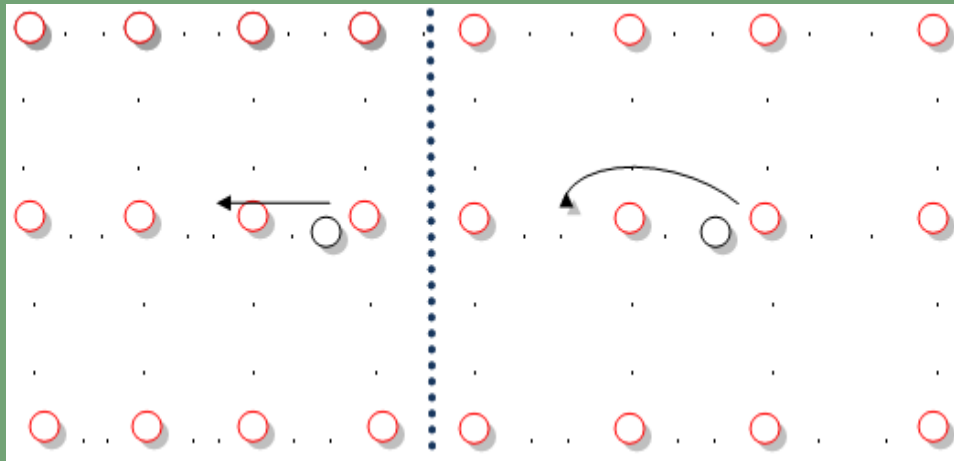
$$g_n(E) = \frac{1}{V} \frac{dN}{dE} = 4\pi \left[\frac{em_\eta}{\hbar^2} \right]^{\frac{3}{2}} (E - E_c)^{\frac{1}{2}} \quad n = \int_{E_c}^{\infty} f_n(E) g_n(E) dE = N_c F_{\frac{1}{2}}(\eta_\eta)$$

$$N_c = 2 \left[\frac{m_\eta k_\beta T}{2\pi \hbar^2} \right]^{\frac{3}{2}} \text{ Densidad efectiva de estados para la banda de conducción}$$

$$\eta_\eta = \frac{E_F - E_c}{k_\beta T} \quad F_{\frac{1}{2}}(\eta_\eta) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} \frac{x^{\frac{1}{2}}}{1 + e^{x - \eta_\eta}} dx \quad \text{Integral de Fermi}$$

ELECTRONES Y HUECOS EN SEMICONDUCTORES.

Para entender y describir la operación de un dispositivo semiconductor necesitamos conocer cómo los portadores de corriente eléctrica (electrones y huecos) están distribuidos en un material semiconductor en energía y espacio, cómo cambian sus concentraciones y cómo se mueven los electrones y huecos en un campo eléctrico aplicado y las ecuaciones básicas que describen el movimiento.



- Los cambios en el nivel de ocupación electrónica en la banda de valencia son más fácilmente entendibles identificando el movimiento del nivel de energía del hueco. Donde hueco = partícula ficticia, ausencia de electrón, vacante de energía (+q) si $e = -q$

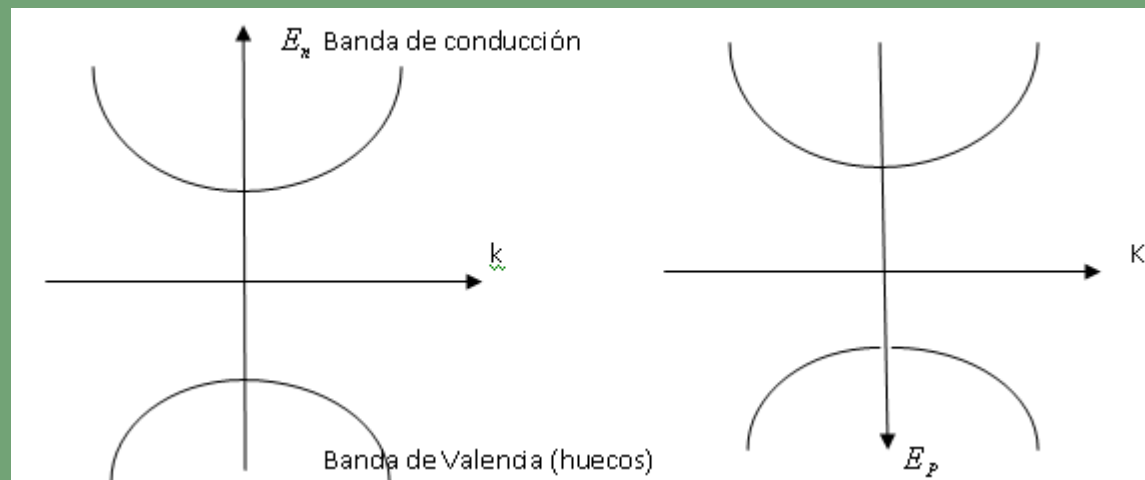
- La función de ocupación de Fermi-Dirac para huecos es:

$$f_p(E) = 1 - f_n(E) = \frac{1}{1 + e^{\frac{E_F - E}{k_B T}}}$$

- La dependencia de la energía en la banda de valencia del vector de onda es:

$$E_p(k) = E_v + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_p}$$

- m_p masa efectiva del hueco y E_v tope de la banda de Valencia.



La densidad de estados de energía permitidos por unidad de volumen en una banda de valencia parabólica (Densidad de estados de huecos):

$$g_p(E) = 4\pi \left[\frac{2m_p}{h^2} \right]^{\frac{3}{2}} (E_v - E)^{\frac{1}{2}}$$

La concentración de huecos:

$$p = \int_{E_c}^{\infty} g_p(E) f_p(E) dE = N_v F_{\frac{1}{2}}(\eta_p)$$

Donde:

$$N_c = 2 \left[\frac{m_p k_{\beta} T}{2\pi \hbar^2} \right]^{\frac{3}{2}} \text{ Densidad efectiva de estados para la banda de valencia}$$

$$\eta_p = \frac{E_v - E_F}{k_{\beta} T}$$

Los huecos ligeros tienen masa efectiva m_{pl} y los huecos pesados tienen masa efectiva m_{ph}

Así para la banda de huecos, la densidad efectiva de estados está dada por:

$$N_{vl} = 2 \left[\frac{m_{pl} k_{\beta} T}{2\pi \hbar^2} \right]^{\frac{3}{2}} \quad N_{vh} = 2 \left[\frac{m_{ph} k_{\beta} T}{2\pi \hbar^2} \right]^{\frac{3}{2}}$$

Así:

$$N_V = N_{Vl} + N_{Vh} = 2 \left[\frac{m_{ph} k_\beta T}{2\pi\hbar^2} \right]^{\frac{3}{2}} + 2 \left[\frac{m_{pl} k_\beta T}{2\pi\hbar^2} \right]^{\frac{3}{2}} = \left[m_{ph}^{\frac{3}{2}} + m_{pl}^{\frac{3}{2}} \right]^{\frac{2}{3}} \text{ densidad de estados de masa efectiva}$$

CONCENTRACIONES DE ELECTRONES Y HUECOS.

Cuando el nivel de Fermi, E_F , está en el *gap* de energía y $E_C - E_F, E_F - E_V$ es más grande que varias energías $k_\beta T$, el semiconductor se dice que es **fuertemente intrínseco**.

Cuando $E_C - E_F > 3k_\beta T$

$$F_{\frac{1}{2}} \left[\frac{E_F - E_C}{k_\beta T} \right] \approx e^{\frac{E_F - E_C}{k_\beta T}}$$

De donde $n = N_C e^{\frac{E_F - E_C}{k_\beta T}}$

Y si $E_F - E_C > 3k_\beta T$

$$p = N_V e^{\frac{E_V - E_F}{k_\beta T}}$$

- Como puede verse las concentraciones n y p en un semiconductor no degenerado son mucho más pequeños que la densidad efectiva de estados, N_c y N_v , en la banda de conducción y de valencia respectivamente.
- Cuando el nivel de Fermi en la banda de conducción es $E_F - E_c > 3k_\beta T$ o el nivel de Fermi en la banda de valencia es $E_V - E_F > 3k_\beta T$ el semiconductor es llamado *Degenerado*.
- Para un semiconductor degenerado tipo

$$F_{\frac{1}{2}} \approx \frac{4}{\sqrt[3]{\pi}} \left(\frac{E_F - E_c}{k_\beta T} \right)^{\frac{3}{2}} \quad n \approx \frac{1}{3\pi^2} \left[\frac{2m_{dn} (E_F - E_c)}{\hbar^2} \right]^{\frac{3}{2}}$$

Y para un tipo

$$p \approx \frac{1}{3\pi^2} \left[\frac{2m_{dp} (E_V - E_F)}{\hbar^2} \right]^{\frac{3}{2}}$$

- Nivel de Fermi para un semiconductor degenerado

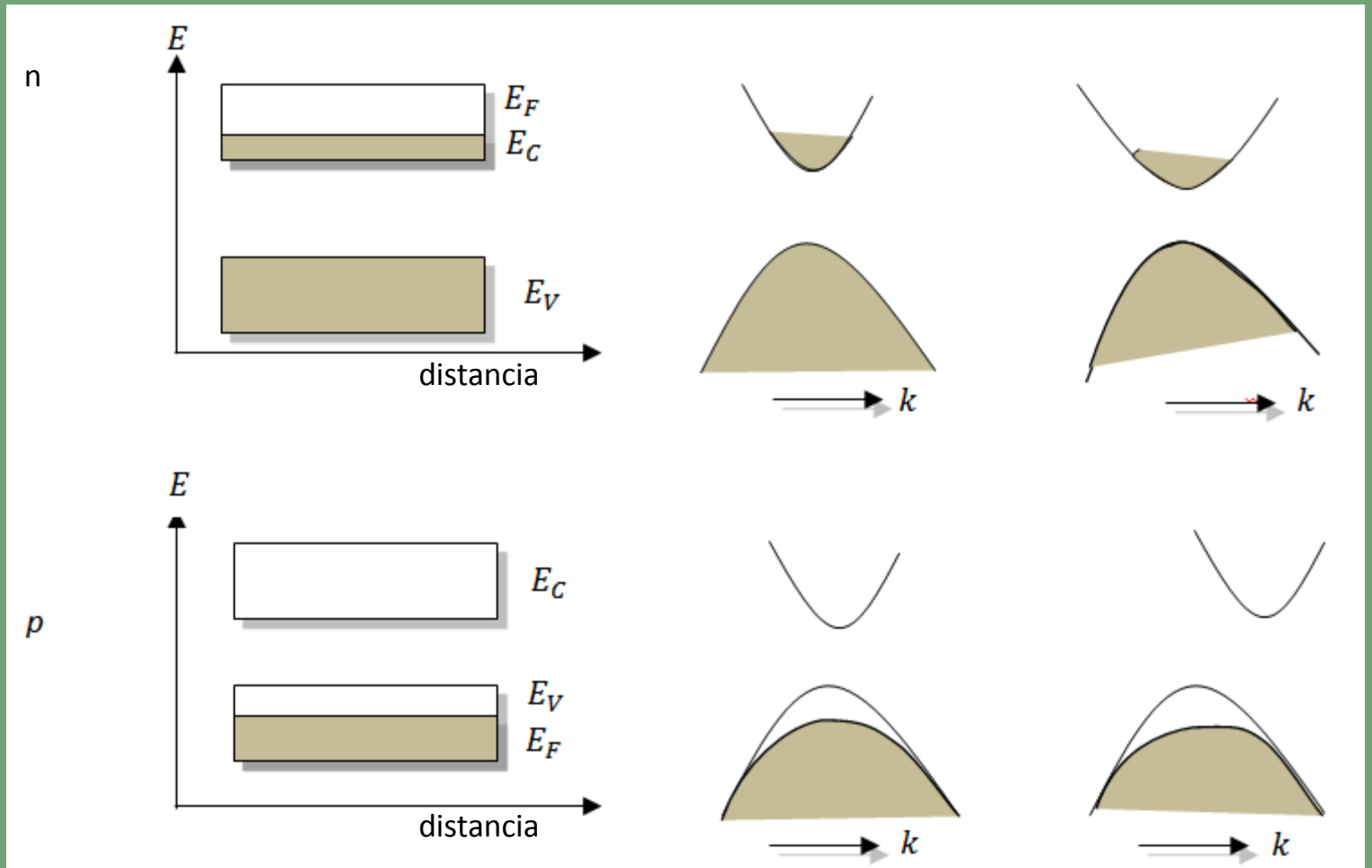
Tipo n

$$E_F - E_c = \frac{\hbar^2 (3\pi^2 n)^{\frac{2}{3}}}{2m_{dn}}$$

Tipo p

$$E_V - E_F = \frac{\hbar^2 (3\pi^2 p)^{\frac{2}{3}}}{2m_{dp}}$$

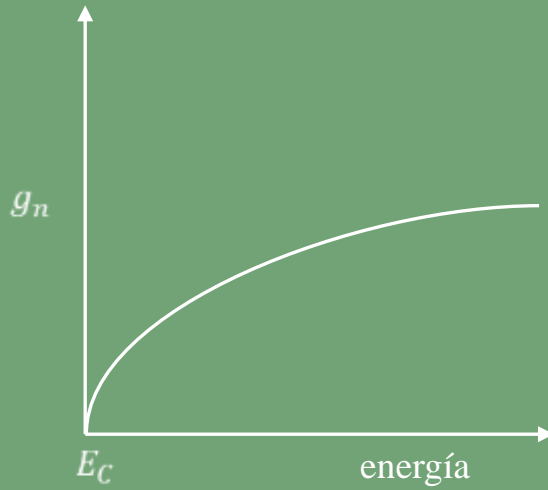
CONCENTRACIÓN DE ELECTRONES Y HUECOS.



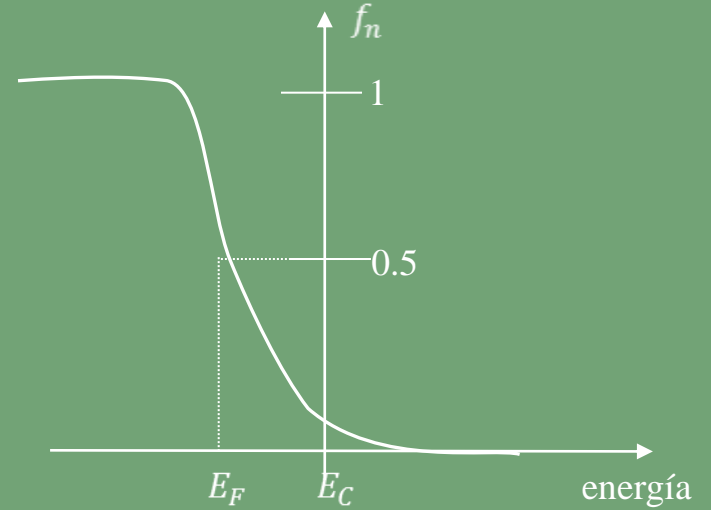
Tipo n

Densidad de estados

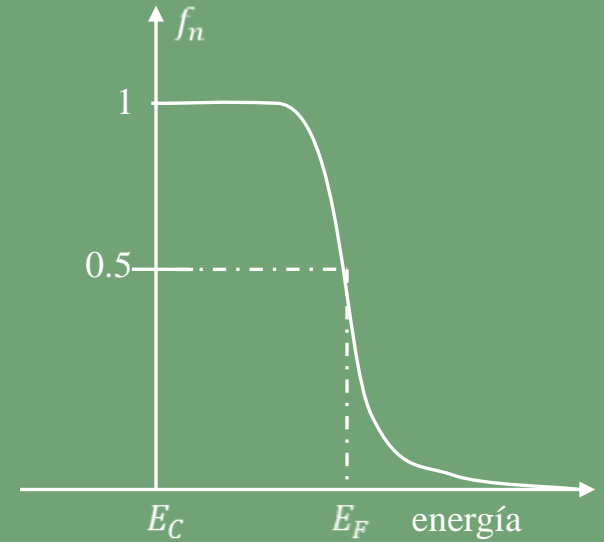
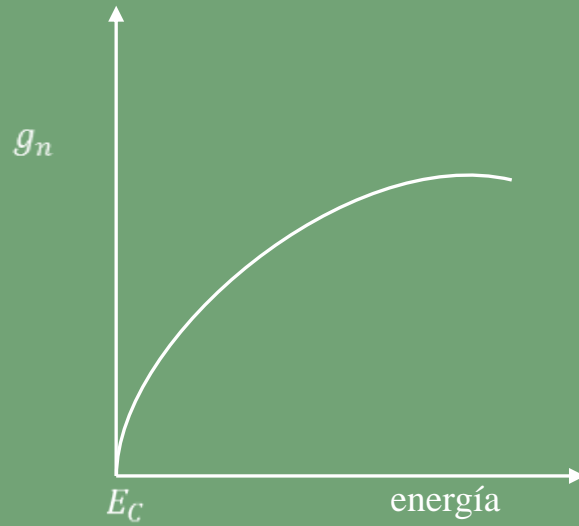
No degenerado



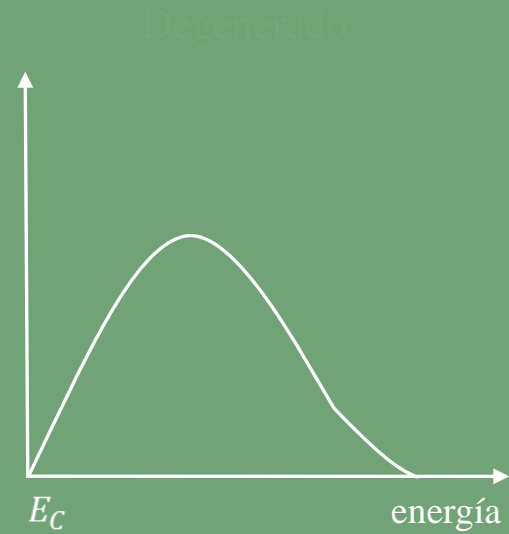
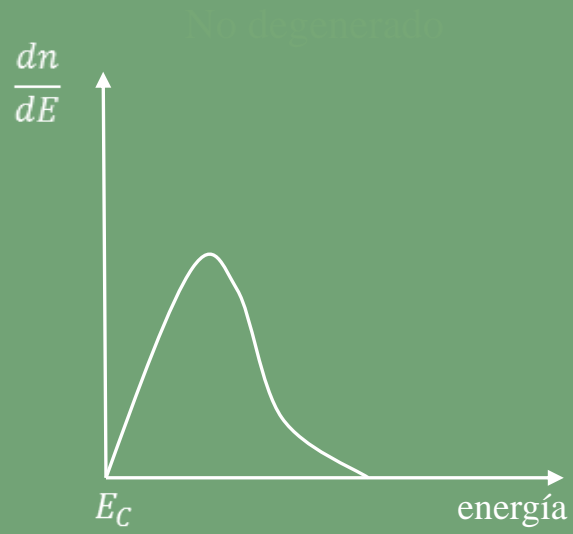
Función de distribución



Degenerado

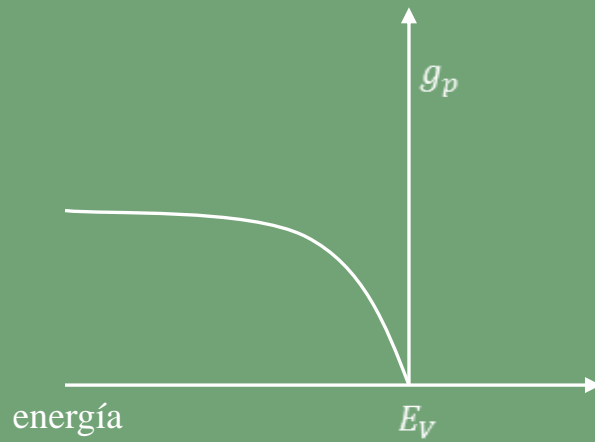


Densidad de electrones por unidad de energía (tipo n)

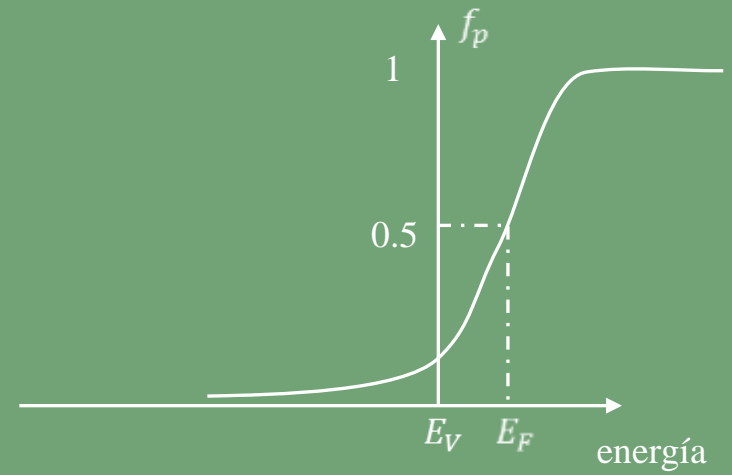


Tipo p

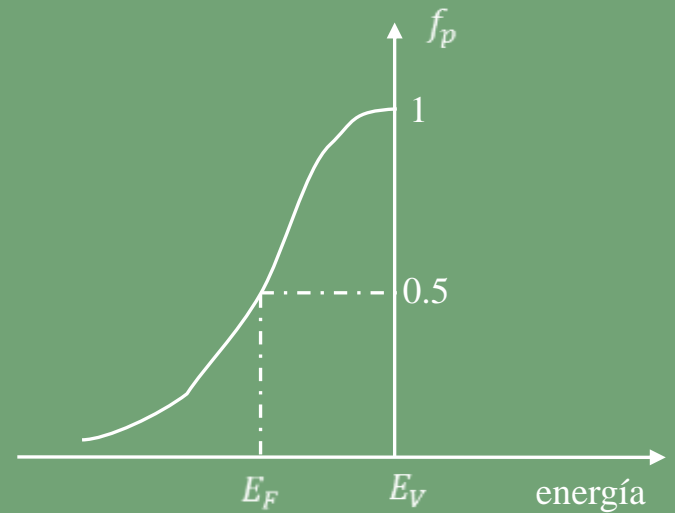
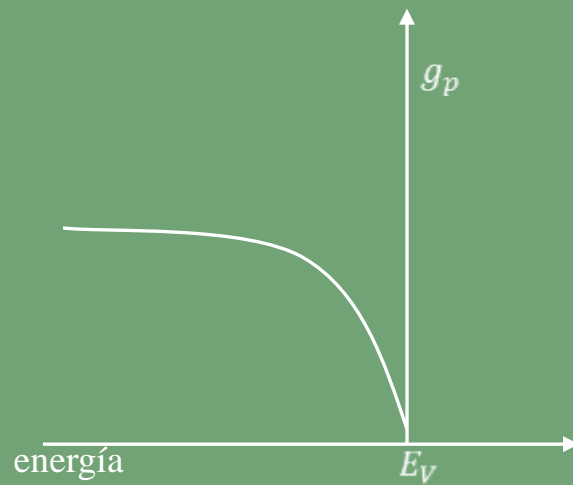
Densidad de estados



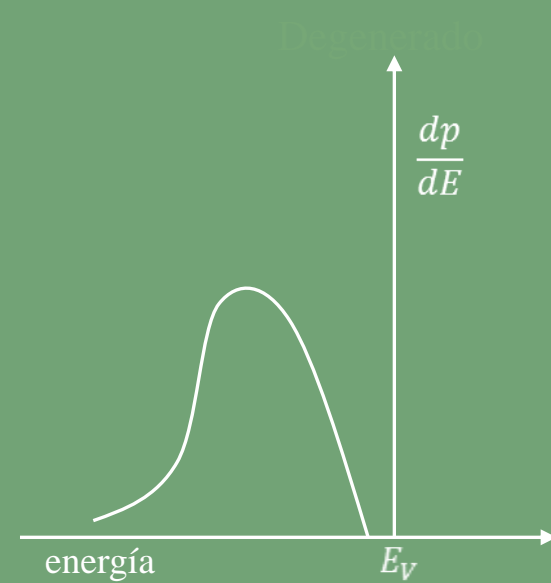
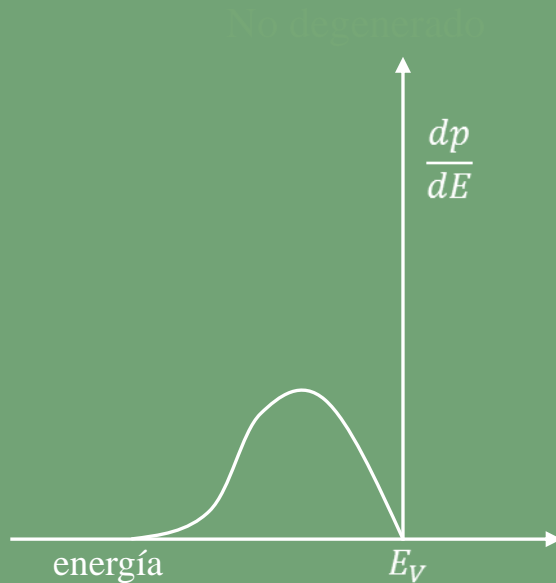
Función de distribución



Degenerado



Densidad de electrones por unidad de energía (tipo p)



Para un semiconductor no degenerado

$$np = N_c N_V e^{-\frac{E_g}{k_B T}}$$

$$\text{donde } E_g = E_C - E_V$$

Es la energía gap. Esta ecuación se puede reescribir

$$np = n_i^2 \quad \leftarrow \text{Ley de acción – masa}$$

Donde

$$n_i = (N_c N_V)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{E_g}{2k_B T}} \quad \leftarrow \text{Concentración intrínseca de portadores}$$

- El producto np para un semiconductor no degenerado es independientemente del nivel de Fermi y está determinado por la densidad de estados en la banda de valencia y conducción, la energía gap y la temperatura.

- La ley de acción – masa es válida en equilibrio térmico.

- Si se quiere realizar una estimación aproximada de la dependencia de n_i con respecto a E_g , asumamos que $m_n = 0.3m_e$ y $m_p = 0.6m_e$ con los que podremos calcular N_c y N_v tenemos que

$$n_i = 1.34 \times 10^{21} \cdot T^{\frac{3}{2}} (\text{K}) \cdot e^{-\frac{E_g}{2k_\beta T}} (m^{-3})$$

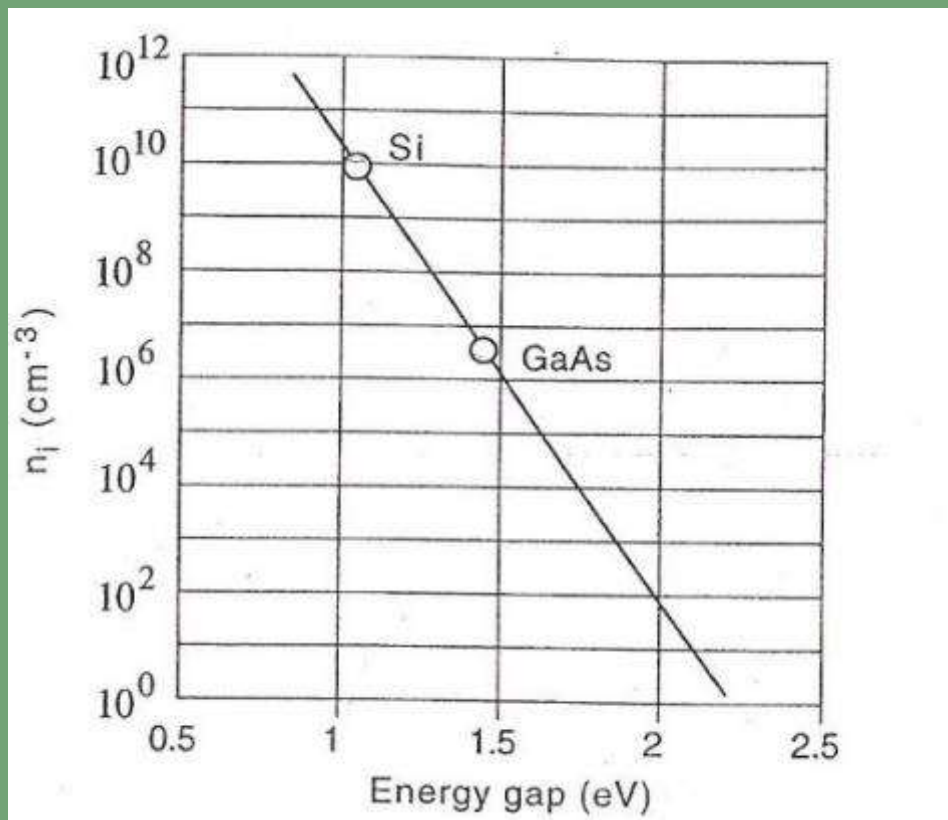
- Para 300 K, la gráfica de esta ecuación se muestra en la figura siguiente. (para Si $E_g = 1.11$ eV, para GaAs $E_g = 1.42$ eV)

- Algunas constantes importantes

$$h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

$$\hbar = 1.054 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

$$k_\beta = 1.7806 \times 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} = 8.6133 \times 10^{-5} \frac{\text{eV}}{\text{K}}$$



- La concentración de portadores es pequeña comparada con la concentración de electrones de valencia en un semiconductor (10^{23} cm^{-3})
- De la ley de acción-masa, tenemos $n_p \sim \{10^7 - 10^{10}\}$

SEMICONDUCTORES INTRÍNSECOS, DOPADOS Y COMPENSADOS.

Donadores y Aceptores.

- En un semiconductor puro neutral, la concentración de electrones cargados negativamente debe ser igual a los huecos cargados positivamente, en este caso se dice que es **intrínseco**.

- Como $n = p$ entonces

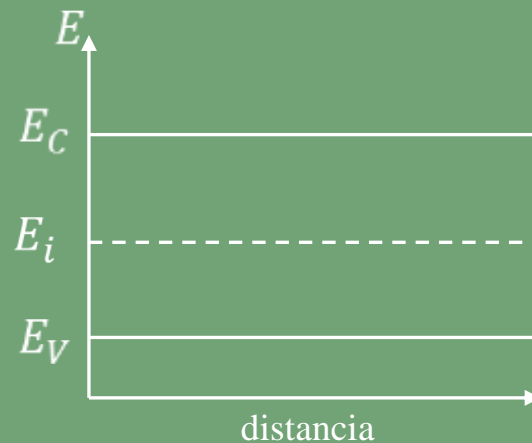
$$n = p = n_i = (N_c N_v)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{E_g}{2k_\beta T}}$$

Y el nivel de Fermi es llamado **Nivel de Fermi intrínseco** (E_i)

$$E_i = \frac{N_c + N_v}{2} + \frac{3}{4} k_\beta T \ln \left(\frac{m_{dp}}{m_{dn}} \right) = E_c - \frac{E_g}{2} + \frac{3}{4} k_\beta T \ln \left(\frac{m_{dp}}{m_{dn}} \right)$$

Donde $E_g \sim 1$ eV y $k_\beta T \sim 26$ eV a temperatura ambiente (300 K).

- Como son cantidades pequeñas, E_i queda aproximadamente a la mitad del gap.



Cuando se introducen en un semiconductor dopantes:

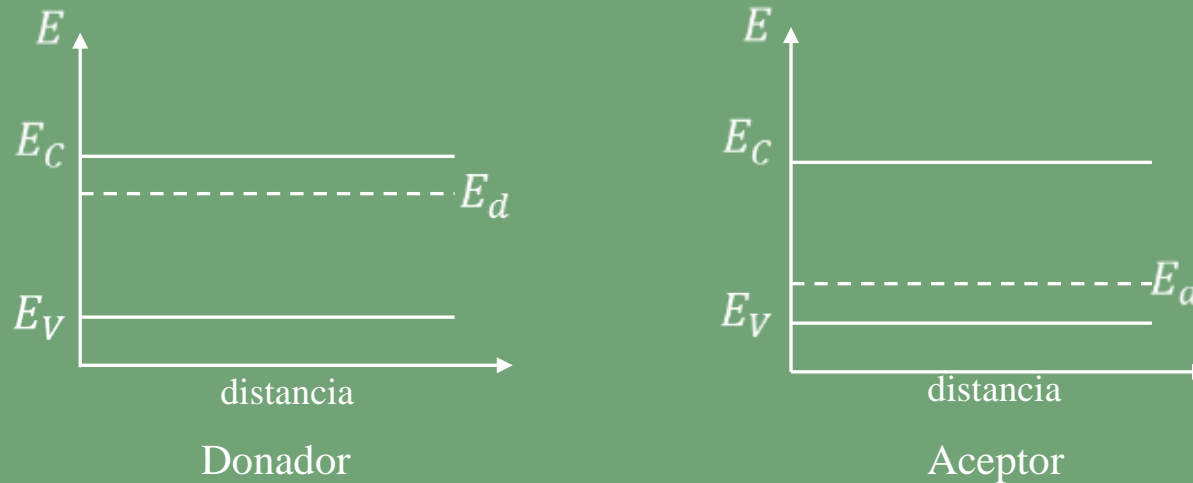
Donadores (tipo n, electrones) o aceptores (tipo p, huecos) se les llama **semiconductores extrínsecos**.

Para el Silicio los donadores o impurezas introducen niveles de energía dentro del gap muy cercanas al mínimo de la banda de conducción. Estos son Antimonio (Sb), Fósforo (P), y Arsénico (As)

Un donador es neutral cuando ocupado por un electrón después de donado a la banda de conducción queda cargado positivamente.

Para el silicio los aceptores son Boro (B), Aluminio (Al), Galio (Ga) y Indio (In) ya que pierde un electrón de valencia para formar 4 enlaces con un vecino de silicio cercanos. Así el átomo provee un nivel vacío disponible de energía por un electrón, crea un hueco.

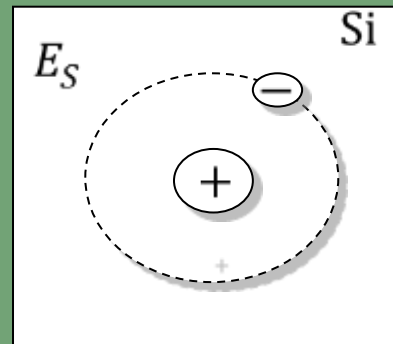
- Los niveles de energía de los aceptores superficiales están arriba y cerca del máximo de la banda de valencia. Un aceptor está negativamente cargado cuando es ocupado por un electrón y se hace neutral después de aceptar un electrón de la banda de valencia.



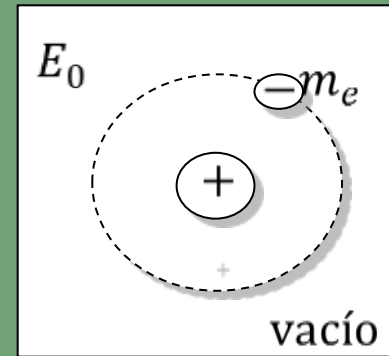
- Las energías $E_C - E_d$ para donadores y $E_a - E_V$ para aceptores son llamadas energías de ionización.
- Los donadores y aceptores más llamados **superficiales** cuando sus energías de ionización son más pequeñas o cercanas a la energía térmica $k_B T$.
- Los donadores y aceptores superficiales están cerca de ser totalmente ionizados, esto es, todas cercanas a ellos proporcionan electrones a la banda de conducción y huecos a la banda de valencia respectivamente.

- La siguiente figura muestra el modelo que puede ser usado para estimar la energía de ionización del donador $E_C - E_d$.

Modelo del átomo de hidrógeno.



Donador



Átomo de hidrógeno

Átomo de hidrógeno $E_n = \frac{E_B}{n^2} \quad n = 1, 2, \dots$

$$E_B = \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0 a_B} = \frac{m_e q^4}{32\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2}$$

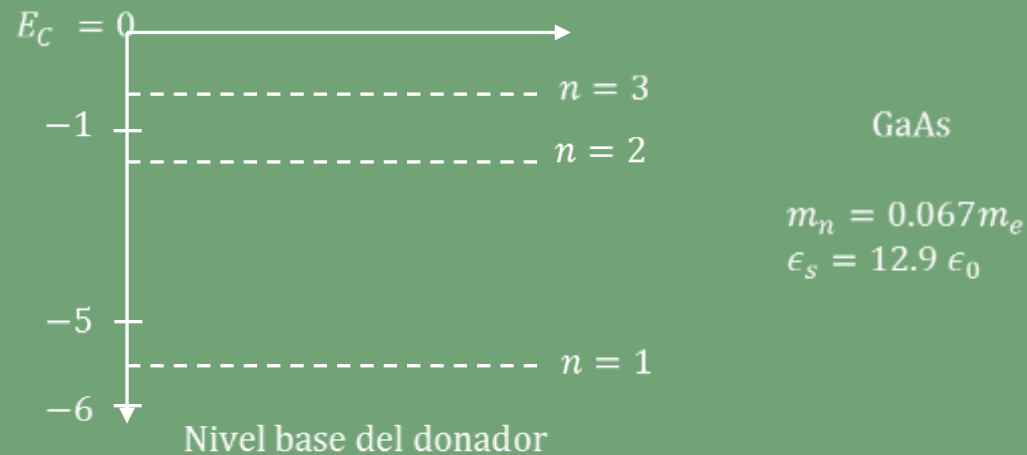
Energía de Bohr (E_B) = 13.6 eV = 2.18×10^{-18} J

$$a_B = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{m_e q^2}$$

Radio de Bohr (a_B) = 0.52917 Å

La energía del estado base está determinado por la energía de Bohr donde la permisividad del espacio libre es reemplazada por la permisividad dieléctrica del semiconductor y m_e es reemplazada por m_n (masa efectiva del electrón.)

$$E_C - E_d \approx \left[\frac{\epsilon_0}{\epsilon_s} \right]^2 \left[\frac{m_n}{m_e} \right] \frac{m_e q^4}{32 \pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2} \approx 13.6 \left[\frac{\epsilon_0}{\epsilon_s} \right]^2 \left[\frac{m_n}{m_e} \right] \text{ (eV)}$$



El radio también se modifica

$$a_{beff} = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{m_e q^2} \left[\frac{m_n}{m_e} \right] \left[\frac{\epsilon_0}{\epsilon_s} \right] \rightarrow a_{beff}(\text{\AA}) = 0.52917 \left[\frac{m_e}{m_n} \right] \left[\frac{\epsilon_s}{\epsilon_0} \right]$$

$$\text{GaAs} \quad a_{beff} = 102 \text{\AA}$$

- Para una concentración N_d de átomos donadores, la concentración de donadores ionizados (o vacíos) N_d^+ está dada por:

$$N_d^+ = \frac{N_d}{1 + g_d e^{\frac{E_F - E_d}{k_B T}}}$$

Donde E_d es el nivel de energía donador y g_d es llamado **factor de degeneración de donadores**. La razón de las concentraciones de vacíos N_d^+ y llenos ($N_d^0 = N_d - N_d^+$) es.

$$\frac{N_d^0}{N_d^+} = g_d e^{\frac{E_F - E_d}{k_B T}}$$

- Similarmente, para núcleos aceptores

$$\frac{N_a^-}{N_a^0} = \frac{1}{g_a} e^{\frac{E_F - E_a}{k_B T}}$$

donde E_a es el nivel de energía aceptor y g_a el factor de degeneración de aceptor.

$$E_a - E_V \approx \left[\frac{\epsilon_0}{\epsilon_s} \right]^2 \left[\frac{m_p}{m_e} \right] \frac{m_e q^4}{32 \pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2}$$

CONCENTRACIÓN DE ELECTRONES Y HUECOS.

- Un semiconductor uniforme en un campo eléctrico cero debe ser neutral ya que la carga eléctrica más un campo eléctrico. La posición del nivel de Fermi puede encontrarse de condición de neutralidad.

$$p + N_d^+ - N_a^- - n = 0$$

N_d^+ concentración de donadores ionizados
 N_a^- concentración de aceptores ionizados

- Cuando el semiconductor es dopado solamente por donadores $N_a^- = 0$ tenemos

$$n = p + N_d^+$$

- Ahora encontramos la concentración de electrones (n indica tipo de conductibilidad)

$$n_n = \frac{1}{2} \left(\sqrt{N_d^{+2} + 4n_i^2} + N_d^+ \right)$$

- Para los donadores ionizados superficiales $N_d^+ \approx N_d$ así que:

$$n_n \approx \frac{1}{2} \left(\sqrt{N_d^2 + 4n_i^2} + N_d \right)$$

- La concentración de huecos en un material tipo n es:

$$p_n = \frac{n_i^2}{n_n}$$

- En la mayoría de los casos en los semiconductores tipo n , $N_d^+ \approx N_d \gg n_i$ así que

$$n_n \approx N_d$$

$$p_n \approx \frac{n_i^2}{N_d}$$

$$E_F \approx E_C - k_\beta T \ln \left(\frac{N_c}{N_d} \right)$$

- Para un semiconductor tipo *P*, la condición de carga neutral es:

$$p = n + N_a^-$$

$$p_p = \frac{1}{2} \left(\sqrt{N_a^{-2} + 4n_i^2} + N_a^- \right)$$

- Cuando $N_a^- \approx N_a$

$$n_n \approx \frac{1}{2} \left(\sqrt{N_a^2 + 4n_i^2} + N_a \right)$$

- Cuando $N_a^- \approx N_a \gg n_i$

$$p_p \approx N_a$$

$$n_p \approx \frac{n_i^2}{N_a}$$

$$E_F \approx E_V + k_\beta T \ln \left(\frac{N_V}{N_a} \right)$$

(Valido solo para semiconductores no degenerados)

- Cuando ambos donadores y aceptores están presentes en un semiconductor se dice que esta **compensado**.

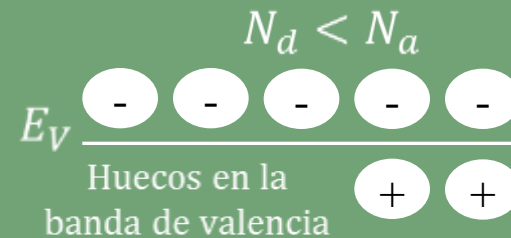
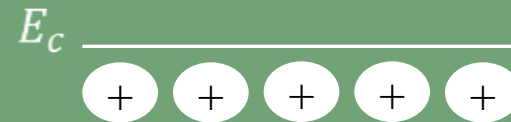
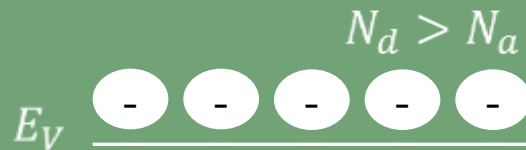
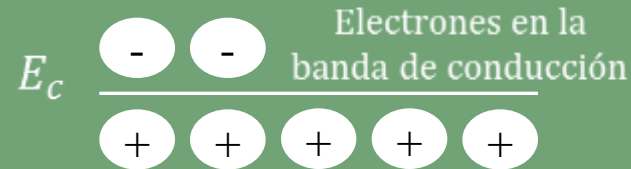
- En un semiconductor compensado, el **nivel de conductividad p o n** es determinada por la gran concentración de impurezas.

- Si , $N_d > N_a$ la densidad efectiva donador es

$$N_{aeff} = N_d - N_a$$

Si $N_a > N_d$

$$N_{def} = N_d - N_a$$



Si las impurezas están totalmente ionizadas podemos usar la ecuación P_p y n_n para concentración de portadores de n y p si sustituimos N_d por N_{def} y N_a por N_{aef}

La razón de compensación se define como:

$$k = \begin{cases} \frac{N_a}{N_d}, & N_a < N_d \\ \frac{N_d}{N_a}, & N_d > N_a \end{cases}$$

$k \approx 0.05$ o más grande

Ejemplo

- El silicio es dopado con átomos de fósforo (concentración 10^{16} átomos/cm⁻³) y átomos de Boro (5×10^{16} átomos/cm⁻³)

Calcule la concentración de electrones y huecos en este material a 600 K

$$C_F = 1 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3} \text{ (Fósforo} \rightarrow \text{Donador)}$$

$$C_B = 5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3} \text{ (Boro} \rightarrow \text{Aceptor)}$$

Como se puede ver, dado que el Boro es un aceptor, el material es tipo P.

La concentración efectiva de aceptores es: $5 \times 10^{16} - 1 \times 10^{16} = 4 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$

Se puede decir que todos los aceptores están ionizados: $p \approx 4 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$

La concentración de electrones (la que se nos pide) se calcula de $n = \frac{n_i^2}{p}$, solo nos falta conocer n_i

A 600 K $k_B T = 0.02584 \text{ eV}$ (por libro)

$$n_i = (N_c N_V)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{E_g}{2k_B T}} \quad \text{Necesitamos conocer } N_c \text{ y } N_V$$

Exercício 1

$$N_c = 2 \left[\frac{m_n k_\beta T}{2\pi\hbar^2} \right]^{\frac{3}{2}} \quad N_v = 2 \left[\frac{m_p k_\beta T}{2\pi\hbar^2} \right]^{\frac{3}{2}}$$

Descreva os dados fornecidos

$$m_n = 0.3m_e$$

$$m_p = 0.6m_e$$

onde m_e é a massa do elétron livre, por tanto

$$N_c = 2.04 \times 10^{57}$$

$$N_v = 5.76 \times 10^{57}$$

Além disso sabemos $E_g = 1.1 \text{ eV}$

$$n_i = (N_c N_v)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{E_g}{2k_\beta T}} = \left((2.04 \times 10^{57})(5.76 \times 10^{57}) \right)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{1.1}{2(0.02584)}} \approx 10^{10} \text{ cm}^{-3}$$

Descreva os dados fornecidos para a segunda parte do exercício, onde $T = 600 \text{ K}$ e $m_n = m_p$

onde $m_n = m_p$ portanto

$$n_i = 10^{10} \left(\frac{600}{300} \right)^{\frac{3}{2}} e^{\frac{1.1}{2(0.02584)}} e^{-\frac{1.1}{2(0.05168)}} \approx 1.3 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$$

$$n = \frac{n_i^2}{p} = \frac{(1.3 \times 10^{15})^2}{4 \times 10^{16}} \approx 4.23 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$$

MOVILIDAD DE ELECTRONES Y HUECOS Y VELOCIDADES DE ARRASTRE.

- Los electrones y huecos (en la banda de conducción y banda de valencia) son capaces de moverse en un semiconductor.

- Ellos portan la unidad de carga elemental ($q = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$) son llamados fundamentalmente **portadores de carga o portadores libres**. En ausencia de campo eléctrico los portadores de carga experimentan movimiento término aleatorio caótico.

- La energía cinética promedio por movimiento térmico por electrón es $\frac{3}{2} k_{\beta} T$

- La velocidad térmica del electrón es:

$$\frac{m_n v_{thn}^2}{2} = \frac{3}{2} k_{\beta} T \quad \rightarrow \quad v_{thn} = \left(\frac{3 k_{\beta} T}{m_n} \right)^{\frac{1}{2}} \quad v_{thp} = \left(\frac{3 k_{\beta} T}{m_p} \right)^{\frac{1}{2}}$$

- Aunque tienen velocidad el promedio de movimiento es cero.
- La velocidad de arrastre de un electrón v_n causada por un campo eléctrico, se sobrepone a este movimiento térmico caótico.

- De la segunda ley de Newton

$$m_e \frac{d\vec{V}_n}{dt} = -q\vec{E} \quad \text{un electrón en un campo eléctrico}$$

- En un semiconductor se sustituye la masa efectiva

$$m_n \frac{d\vec{V}_n}{dt} = -q\vec{E} \quad \vec{V}_n \rightarrow \text{velocidad de arrastre}$$

- Pero hay colisiones causadas por vibraciones de átomos cercanos, impurezas e imperfecciones del cristal

$$m_n \frac{d\vec{V}_n}{dt} = -q\vec{E} - m_n \frac{\vec{V}_n}{\tau_{np}} \quad \tau_{np} \rightarrow \text{tiempo de relajación del momento del electrón}$$

- Para campos eléctricos bajos τ_{np} es independiente de \vec{E}
- Se define al **camino libre promedio** como el camino que recorre el electrón antes de chocar con otros núcleos o electrones

$$\lambda_n = V_{thn} \tau_{np}$$

$$\tau_{np} \sim 10^{-12} \text{ a } 10^{-14} \text{ s} \quad \lambda_n \sim 1500 \text{ Å a } T = 300 \text{ K}$$

- A bajas frecuencias $\omega \ll \frac{1}{\tau_{np}}$ y por tanto $\frac{d\vec{V}_n}{dt} \approx 0$ por lo que

$$q\vec{E} = -m_n \frac{\vec{V}_n}{\tau_{np}} \rightarrow \vec{V}_n = -\frac{q\tau_{np}}{m_n} \vec{E} = \mu_n \vec{E}$$

- Donde hemos definido μ_n , la **movilidad** del electrón. (El signo negativo indica el sentido opuesto al campo eléctrico)

$$\mu_n = \frac{q\tau_{np}}{m_n}$$

Ejemplo

- La movilidad del electrón en el GaAs a T= 77 K y T= 300 K es igual a $300,000 \frac{\text{cm}^2}{V_s}$ y $9,000 \frac{\text{cm}^2}{V_s}$ respectivamente. La masa efectiva del electrón (m_n) es $0.067 m_e$. Encuentre el camino promedio libre a esas temperaturas.

$$\tau_{np} = \frac{m_n \mu_n}{q}$$

$$\lambda_n = V_{thn} \tau_{np} = \left(\frac{3k_\beta T}{m_n} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{m_n \mu_n}{q} = (3k_\beta T m_n)^{\frac{1}{2}} \frac{\mu_n}{q}$$

$$\lambda_n(77 \text{ K}) = \left(3 \cdot 8.6133 \times 10^{-5} \cdot 77 \cdot 0.067 (9.11 \times 10^{-28}) \right)^{\frac{1}{2}} \frac{300,000}{1.602 \times 10^{-19}} = 2.67 \mu m$$

$$\lambda_n(300 \text{ K}) = \left(3 \cdot 8.6133 \times 10^{-5} \cdot 300 \cdot 0.067 (9.11 \times 10^{-28}) \right)^{\frac{1}{2}} \frac{300,000}{1.602 \times 10^{-19}} = 1,570 \text{ \AA}$$

- La densidad de corriente del electrón está dada por

$$\vec{j} = -qn\vec{V}_n = qn\mu_n\vec{E}$$

- El tiempo de relajación del momento está dado aproximadamente por

$$\frac{1}{\tau_{np}} \approx \frac{1}{\tau_{ii}} + \frac{1}{\tau_{ni}} + \frac{1}{\tau_{lattice}} + \dots$$

De donde

τ_{ii} = dispersión impurezas ionizadas

τ_{ni} = dispersión impurezas neutrales

$\tau_{lattice}$ = dispersión vibraciones de red

- Similarmente ocurre para huecos.
- Ya que a bajos campos eléctricos τ_{np} y m_n son independientes del campo eléctrico, la velocidad de arrastre del electrón v_n es proporcional al campo eléctrico.
- Para altos campos eléctricos, cuando los electrones ganan una energía considerable del campo eléctrico, τ_{np} y en ciertos casos m_n son funciones fuertemente ligadas a la energía del electrón, por ende, al campo eléctrico. Para este caso la ecuación de balance de energía queda

$$\frac{dE_n}{dt} = -q \vec{F} \cdot \vec{V}_n - \frac{E_n - E_0}{\tau_{nE}}$$

- τ_{np} y m_n son funciones de E_n
- Aquí E_n es la energía del electrón y $E_0 = \frac{3}{2} k_\beta T_0$ es la energía del electrón bajo equilibrio térmico, T_0 es la temperatura del semiconductor y τ_{nE} es el tiempo de relajación efectiva (10^{-11} a 10^{-13} s)

- Se introduce el término **energía del electrón** tal que $E_n = \frac{3}{2} k_\beta T_n$

$$\frac{dE_n}{dt} = 0 \rightarrow E_n = E_0 + q\tau_{nE} \vec{E} \cdot \vec{V}_n$$

$$T_n = T_0 + \frac{2}{3} \frac{q}{k_\beta} \tau_{nE} \vec{E} \cdot \vec{V}_n$$

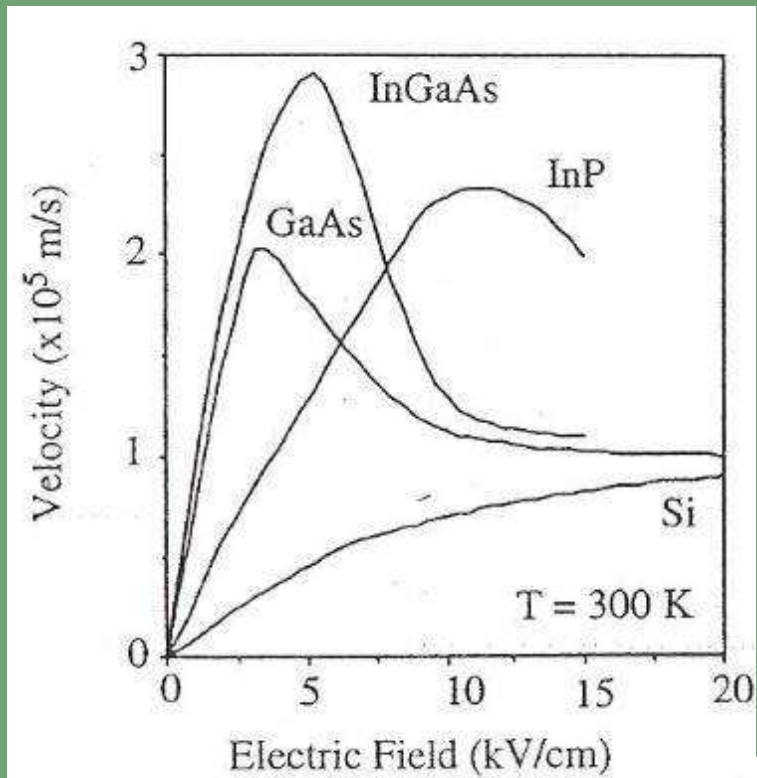
- Para campos eléctricos grandes $T_n \gg T_0$. En este caso los electrones son llamados **electrones calientes**.
- Los electrones calientes transfieren energía como vibraciones térmicas a la red cristalina, tales vibraciones pueden moldearse como oscilaciones armónicas con una cierta frecuencia.
- El electrón es acelerado en el campo eléctrico hasta que gana suficiente energía para excitar a la red

$$\frac{m_n V_{nmax}^2}{2} = E_n - E_0 \approx \hbar \omega_l$$

- Donde $v_{n\ max}$ es la máxima velocidad de arrastre del electrón. Entonces ocurre el proceso de dispersión y los electrones pierden todo el exceso de energía y toda la velocidad de arrastre
- El promedio de la velocidad de arrastre $\left(v_n = \frac{v_{n\ max}}{2}\right)$ es entonces independiente del campo eléctrico

$$v_n \approx \sqrt{\frac{\hbar\omega_l}{2m_n}} = v_{sn}$$

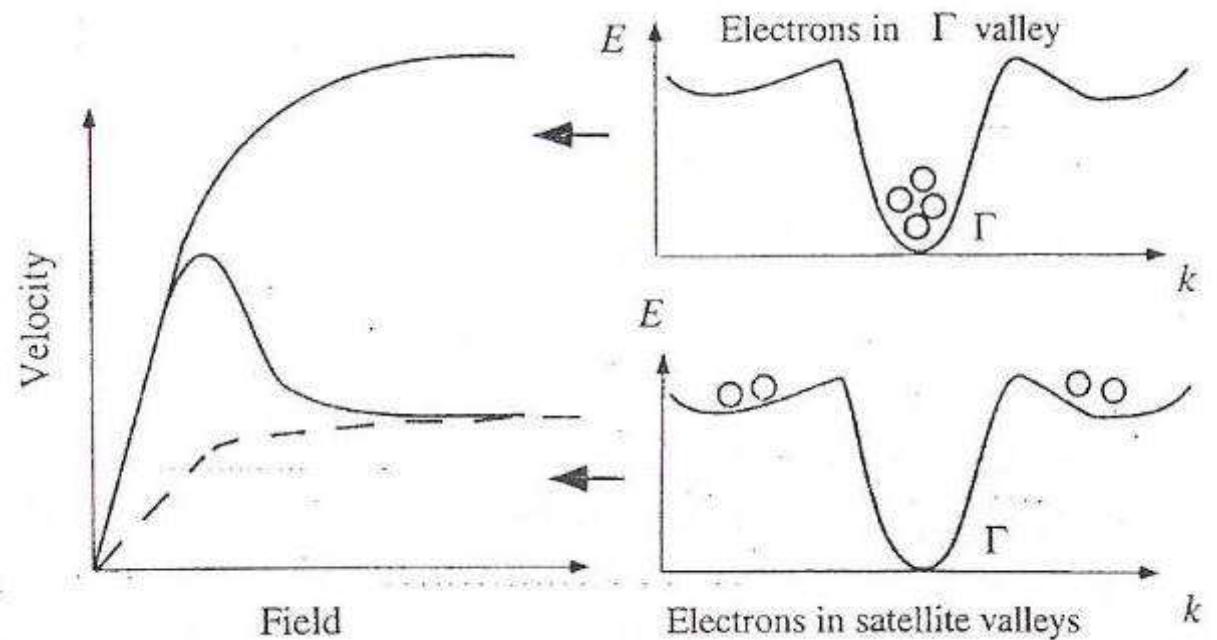
Donde v_{sn} es llamada **velocidad de saturación del electrón** $\left(v_{sn} \approx 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$ Así la velocidad de arrastre es casi constante para campos eléctricos altos



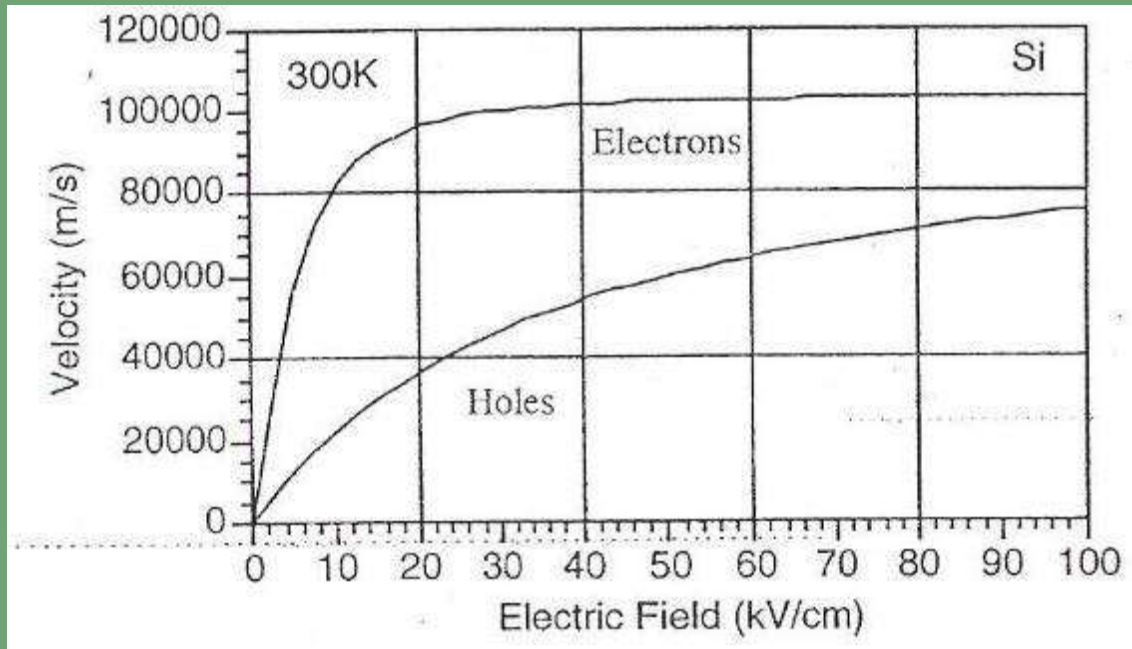
En algunos semiconductores vemos que

$$\mu_n = \frac{dV_n}{dF} < 0 \rightarrow E \uparrow, V_n \downarrow$$

Excepto en el Si.



Velocidad del electrón vs hueco en Si



La velocidad de huecos es considerablemente menor que la velocidad del electrón en casi todos los semiconductores

Fórmulas de velocidades de huecos y electrones

$$v_n = \frac{\mu_n E}{\sqrt{1 + \left(\frac{\mu_n E}{v_s}\right)^2}}$$

$$v_p = \frac{\mu_p E}{1 + \frac{\mu_p E}{v_s}}$$

Fórmulas de movilidads de huecos y electrones

$$\mu_n = \mu_{mn} + \frac{\mu_{on}}{1 + \left(\frac{N_T}{N_{cn}}\right)^v}$$

$$\mu_p = \mu_{mp} + \frac{\mu_{op}}{1 + \left(\frac{N_T}{N_{cp}}\right)^v}$$

$$\mu_{mn} = 88 \left(\frac{T}{300}\right)^{-0.57} \left[\frac{cm^2}{V_s}\right]$$

$$\mu_{mp} = 54 \left(\frac{T}{300}\right)^{-0.57} \left[\frac{cm^2}{V_s}\right]$$

$$\mu_{on} = 1250 \left(\frac{T}{300}\right)^{-2.33} \left[\frac{cm^2}{V_s}\right]$$

$$\mu_{op} = 407 \left(\frac{T}{300}\right)^{-2.33} \left[\frac{cm^2}{V_s}\right]$$

$$N_{cn} = 1.26 \times 10^{17} \left(\frac{T}{300}\right)^{2.4} [cm^{-3}]$$

$$N_{cp} = 2.35 \times 10^{17} \left(\frac{T}{300}\right)^{2.4} [cm^{-3}]$$

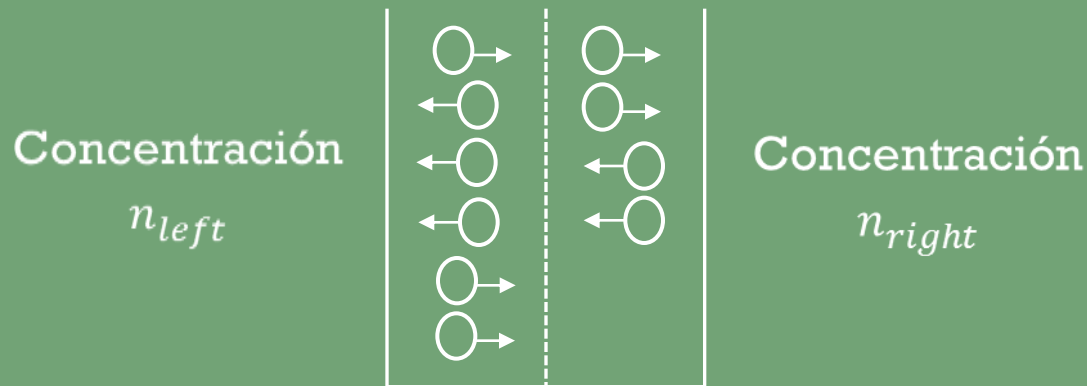
$$v = 0.88 \left(\frac{T}{300}\right)^{-0.146}$$

$$N_{cp} = \frac{2.4 \times 10^7}{1 + 0.8e^{\frac{T}{600}}} \frac{cm}{s}$$

$$N_T = N_a + N_d$$

DIFUSIÓN

- El proceso de difusión está relacionado con el movimiento térmico aleatorio.
- Para ilustrarlo usamos un modelo unidimensional simple que supone que los portadores deben moverse aleatoriamente de izquierda a derecha, con igual probabilidad.
- Consideremos las regiones adyacentes de longitud λ_x , donde $\lambda_x = v_{thn}\tau_{np}$ es el camino libre medio en la dirección x y v_{tx} es la componente x de la velocidad térmica de v_T . Supongamos que la región izquierda tiene más electrones que la derecha. En promedio la mitad de los electrones se moverá de izquierda a derecha y viceversa y entonces el **flujo neto de difusión** el cual tiende a igualar la concentración de electrones en las dos regiones



Proceso de difusión

- La **densidad de corriente de electrones** (fluyendo de izquierda a derecha) puede calcularse como

$$j_{diff} = -\frac{q(N_{left} - N_{right})}{\tau_{np}} = \frac{q\lambda_x(N_{right} - N_{left})}{2\tau_{np}} = \frac{q\lambda_x\Delta n}{2\tau_{np}}$$

Donde $\Delta n = N_{right} - N_{left}$

$$N_{left} = \frac{\lambda_x n_{left}}{2} \quad N_{right} = \frac{\lambda_x n_{right}}{2}$$

Son los números de electrones que cruzan la frontera entre regiones en direcciones opuestas.

- Si λ_x es pequeña comparada con una distancia característica de la variación de la concentración de electrones $n(x)$ entonces

$$\Delta n = 2 \frac{dn}{dx} \lambda_x$$

Obtenemos

$$j_{diff} = q \frac{dn}{dx} \frac{\lambda_x^2}{\tau_{np}} = q D_n \frac{dn}{dx}$$

Y

$$D_n = \frac{k_\beta T \mu_n}{q} \quad (\text{Relación de Einstein})$$

Ejemplo: Las movilidades de electrones y huecos en Si a temperatura ambiente ($T=300\text{ K}$) son $1000 \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}}$ y $300 \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}}$ respectivamente. Calcule los coeficientes de difusión de electrones y huecos.

Solución

$$D_n = \frac{k_\beta T \mu_n}{q} = 0.02584 * 1000 \approx 25.8 \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}}$$

$$D_p = \frac{k_\beta T \mu_p}{q} = 0.02584 * 300 \approx 7.75 \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}}$$

- Bajo condiciones de equilibrio ($j=0$) un dopamiento no uniforme deja un campo eléctrico

$$E_{bi} = -\frac{k_\beta T}{qn} \frac{\partial n}{\partial x} \rightarrow \frac{\partial n}{\partial x} = -\frac{n}{k_\beta T} \frac{\partial E_c}{\partial x}$$

$E_{bi} \rightarrow$ Campo eléctrico Built-in (se aplica en Transistores BJT)

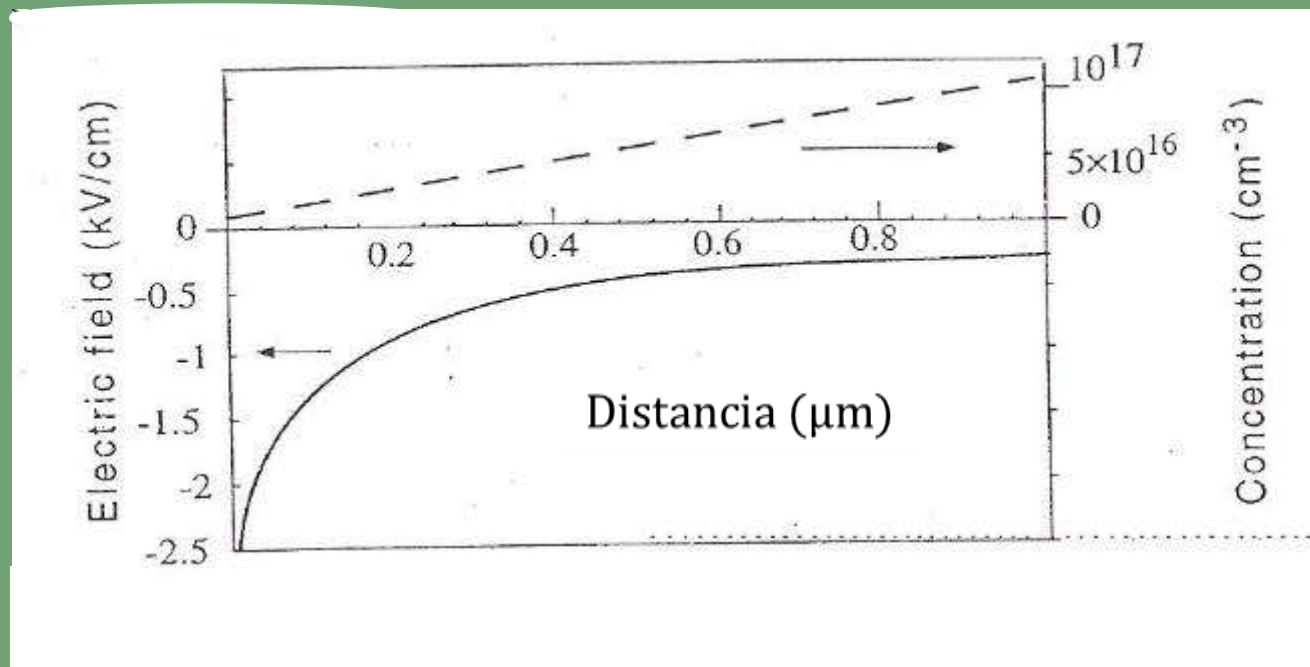
- Ejemplo: La concentración de electrones en un dispositivo de longitud 1 μm varía linealmente con la distancia desde 10^{16} cm^{-3} a $1.1 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$. Grafica el campo eléctrico built-in como una función de la distancia a $T = 300 \text{ K}$

Solución

Para un perfil lineal $n = n_0 + \Delta n \frac{x}{L}$ y el campo eléctrico built-in está dado por

$$E_{bi} = -\frac{k_B T}{q n} \frac{\partial n}{\partial x} = -\frac{k_B T}{\frac{n_0}{\Delta n} + \frac{x}{L} q L} = -0.258 \frac{1}{0.1 + x(\mu\text{m})} \left[\frac{\text{kV}}{\text{cm}} \right]$$

El signo negativo indica que el campo va en dirección negativa de x



Ecuaciones Básicas de Semiconductor

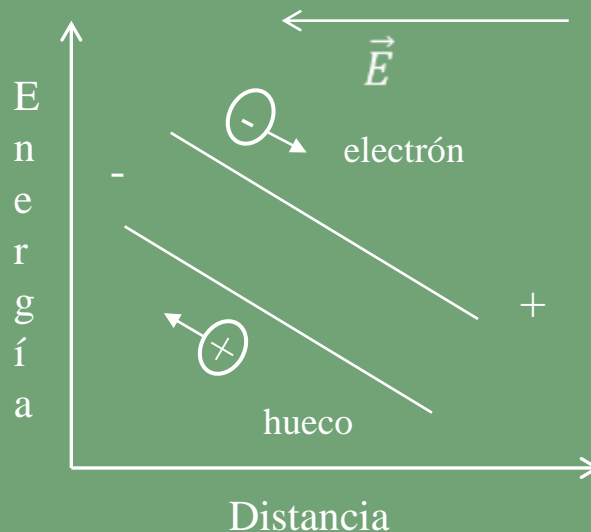
Modelo Difusión-Arrastre

El máximo de la banda de conducción y el máximo de la banda de valencia corresponden a energías potenciales de electrones y huecos respectivamente

$$E_c = -q\phi + cte$$

$$E_v = -q\phi - E_g + cte$$

Cuando un campo eléctrico es aplicado a un semiconductor, las bandas se «inclinan» y los electrones y huecos se mueven en direcciones opuestas creando una corriente eléctrica.



- En un campo eléctrico bajo, la densidad de corriente de arrastre para electrones y huecos están dados por la suma de la densidad de corriente de arrastre (αE) y la densidad de corriente de difusión ($\alpha \vec{\nabla} n$)

$$\vec{J}_n = q(n\mu_n\vec{E} + D_n\vec{\nabla}n)$$

$$\vec{J}_p = q(p\mu_p\vec{E} - D_p\vec{\nabla}p)$$

- En un semiconductor $\vec{\nabla}n = 0, \vec{\nabla}p = 0$ y estas ecuaciones se reducen a

$$\vec{J}_n = qn\mu_n\vec{E} = \sigma_n\vec{E}$$

$$\vec{J}_p = qp\mu_p\vec{E} = \sigma_p\vec{E}$$

- Así que la densidad de corriente total es

$$\vec{J} = \sigma\vec{E}$$

Donde $\sigma = \sigma_n + \sigma_p$

- La corriente eléctrica I está dada por

$$I = \frac{\sigma S}{L}EL = \frac{U}{R}$$

$$R = \frac{L}{\sigma S}$$

Donde

R= resistencia

S= sección de cruce

L= Longitud

U= voltaje aplicado

- Para campos eléctricos grandes, los portadores adquieren energía del campo eléctrico y la energía del portador es más grande que la energía térmica promedio $\frac{3}{2}k_B T$. Como una consecuencia, la velocidad de los electrones y los huecos no son proporcionalmente grandes al campo eléctrico cuando éste es alto.
- Los coeficientes de difusión dependen de \vec{E} .
- Ya que las velocidades de arrastre del electrón y el hueco dependen de \vec{E} , las siguientes ecuaciones fenomenológicas son frecuentemente usadas para modelar un dispositivo semiconductor.

$$\vec{J}_n = q[-nV_n(\vec{E}) + D_n(\vec{E})\vec{\nabla}n] \quad \text{Ecuaciones Difusión – Arrastre}$$

$$\vec{J}_p = q[pV_p(\vec{E}) - D_p(\vec{E})\vec{\nabla}p] \quad \text{Modelo Difusión – Arrastre}$$

Donde $V_n(\vec{E}), V_p(\vec{E}), D_n(\vec{E}), D_p(\vec{E})$ se suponen que son las mismas funciones del campo eléctrico como las obtenidas por condiciones de estado estable.

- Este modelo de difusión y arrastre no describe lo que ocurre realmente . Es un modelo burdo.
- El campo eléctrico en si mismo depende de la distribución de cargas en el semiconductor (llamado **campo de carga**). La dependencia del campo eléctrico en la densidad del espacio de carga ρ está descrita por la ecuación de

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon}$$

Donde

$$\rho = q(N_d^+ - N_a^- - n + p) + q(p_t - n_t)$$

qp_t y qn_t son las densidades de carga de cualquier otra impureza cargada que esté presente en el semiconductor. Frecuentemente esas impurezas son despreciadas así que

$$\rho \approx q(N_d^+ - N_a^- - n + p)$$

- Para un semiconductor uniforme bajo condiciones de equilibrio térmico las relaciones son sencillas.

$$n \approx N_d^+ - N_a^- \quad p \approx \frac{n_i^2}{n} \quad \text{para tipo } n$$

- Pero los semiconductores rara vez son uniformes y usualmente operan bajo condiciones de no equilibrio.

- **Razón de Generación (G).**- Este proceso describe el fenómeno que ocurre cuando un fotón absorbido promueve un electrón de la banda de valencia hacia la banda de conducción, creando en ambas un electrón en la banda de conducción y un hueco en la banda de valencia (par **electrón-hueco**). Esta razón es igual a la concentración de pares electrón-hueco producidos en 1 segundo .

- **Razón de recombinación (R).**- Cuando un electrón de la banda de conducción cae hacia un espacio vacante en la banda de valencia , los pares electrón-hueco son destruidos. A este proceso se le llama Recombinación R que es igual a la concentración de pares electrón-hueco recombinados en 1 segundo.

- En un semiconductor uniforme

$$\frac{dp}{dt} = \frac{dn}{dt} = G - R$$

- En estado estacionario

$$G = R$$

- La razón de recombinación es

$$R = \frac{p_n - p_{no}}{\tau_{pl}}$$

Donde p_n es la concentración de portadores minoritarios (huecos) en un semiconductor tipo n, p_{no} es la concentración de huecos en equilibrio y τ_{pl} es el tiempo de recombinación o **vida media de los portadores**

$$p_n = p_{no} + G\tau_{pl}$$

- Para un semiconductor no uniforme

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{q} \vec{\nabla} \cdot \vec{J}_n + G - R$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{1}{q} \vec{\nabla} \cdot \vec{J}_p + G - R$$



Note que en un semiconductor no uniforme, el exceso de concentración de electrones o huecos debe existir aún cuando la razón de generación sea cero, los portadores adicionales vienen de fuera (por ejemplo, los contactos)

Ejemplo

Encuentre el perfil de campo eléctrico en un semiconductor tipo P con una movilidad de huecos $\mu = 100 \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}}$ y una concentración de huecos $p_0 = 10^{15} \text{cm}^{-3}$ con una densidad de corriente $j = 1 \frac{\text{A}}{\text{cm}^2}$. La región tipo P es cercana a una región altamente dopada (con $p_b = 10^{17} \text{cm}^{-3}$). (Una región altamente dopada es llamada una región p^+).

Depreciando la corriente de difusión y suponiendo que los huecos tienen una velocidad de arrastre $v_p = \mu_p \vec{E}$ donde \vec{E} es el campo eléctrico aplicado. El semiconductor tiene una permisividad dieléctrica $\epsilon_j = 10^{-10} \frac{\text{E}}{\text{m}}$

Solución

La concentración de huecos debe ser una función continua de la distancia. Esto quiere decir que $\frac{dp}{dx}$ debe ser finito en cualquier punto. Por lo tanto, la derivada de la concentración de huecos es finita en cualquier punto de la región de tipo P. Esto quiere decir que $\frac{dp}{dx}$ es finita en cualquier punto de la región de tipo P. Por lo tanto, la derivada de la concentración de huecos es finita en cualquier punto de la región de tipo P.

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{q} \vec{\nabla} \cdot \vec{J}_p + G - R$$

$$0 = -\frac{1}{q} \vec{\nabla} \cdot \vec{J}_p \rightarrow 0 = -\frac{1}{q} \frac{dj}{dx}$$

$$\begin{aligned} \text{pero } j &= qp\mu_p \vec{E} \\ (\vec{\nabla}_p &= 0, \vec{\nabla}_n = 0) \end{aligned}$$

$$\text{Así que } \frac{d}{dx} (q\mu_p \vec{E}) = 0 \quad q\mu_p \vec{E} = cte$$

Tenemos 2 incógnitas ρ y \vec{E} , pero la ecuación de Poisson dice

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon} \quad y \quad \rho = q(p - p_0) \quad [carga\ total]$$

$$\frac{d\vec{E}}{dx} = \frac{q(p - p_0)}{\epsilon_s}$$

Sustituyendo $p = \frac{j}{q\mu_p E}$

$$\frac{d\vec{E}}{dx} = \frac{q}{\epsilon_s} \left(\frac{j}{q\mu_p E} - p_0 \right) \quad \text{Ec. Diferencial con C.I. } E(0) = \frac{j}{q\mu_p P_p}$$

Introduciendo un campo adimensional $f = \frac{E}{E_0}$ y coordenadas adimensionales $t = \frac{x}{x_0}$

$$E_0 = \frac{j}{q\mu_0 P_0} \quad y \quad x_0 = \frac{\epsilon_s E_0}{q P_0}$$

$$\frac{df}{dt} = \frac{1-f}{f} \quad \frac{f}{1-f} df = dt$$

Ejemplo

La razón de generación G , en un semiconductor tipo n es uniforme e igual a $10^{20} \text{ cm}^{-3} \text{ s}^{-1}$. El semiconductor es dopado con donadores superficiales con concentración $N_d = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$. El tiempo de vida de un hueco es de $1 \mu\text{s}$.

¿Cuál es la concentración de electrones en el estado estable?

Solución

Los electrones y los huecos son generados en pares, el exceso de concentración de electrones y huecos Δn y Δp son iguales .

De la ecuación

$$p_n = p_{no} + G\tau_{pl}$$

$$\Delta p = G\tau_{pl} = 10^{20} \times 10^{-6} = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$$

Suponiendo que todos los donadores superficiales están ionizados tenemos

$$n = N_d + \Delta n = 1.1 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$$

Semiconductor Cuasi neutral

Cuando los electrones y huecos son generados en pares en un semiconductor uniforme, el semiconductor permanece neutral o cuasi neutral. Un ejemplo sería una pieza de semiconductor tipo n donde los portadores extras son generados por luz. Esta situación ocurre en un diodo semiconductor, en un transistor unión bipolar, en una celda solar y en otros dispositivos.

Aplicamos la ecuación básica de un semiconductor a un semiconductor cuasi neutral. Por simplicidad, consideremos una situación de estado estable.

$$\frac{1}{q} \frac{\partial j_n}{\partial t} + G - R = 0$$

$$\frac{1}{q} \frac{\partial j_p}{\partial t} + G - R = 0$$

Sustituyendo en la ecuación para densidad de corriente

$$D_n \frac{\partial^2 n_n}{\partial x^2} + \mu_n E \frac{\partial n_n}{\partial x} + \mu_n n_n \frac{\partial E}{\partial x} + G - R = 0$$

$$D_p \frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2} - \mu_p E \frac{\partial p_n}{\partial x} - \mu_p p_n \frac{\partial E}{\partial x} + G - R = 0$$

- Bajo la suposición que el semiconductor es un cuasi metal tenemos

$$n_n - n_{n0} \approx p_n - p_{n0}$$

- Ya que $\frac{\partial n_n}{\partial x} \approx \frac{\partial p_n}{\partial x}$ y $\frac{\partial^2 n_n}{\partial x^2} \approx \frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2}$ las ecuaciones se simplifican

$$D_a \frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2} - \mu_a E \frac{\partial p_n}{\partial x} + G - R = 0$$

- Donde

$$D_a = \frac{\mu_p p_n D_n + \mu_n n_n D_p}{\mu_n n_n + \mu_p p_n} \quad \text{Coeficiente de Difusión ambipolar}$$

$$\mu_a = \frac{\mu_p \mu_n (n_n - p_n)}{\mu_p p_n + \mu_n n_n} \quad \text{Movilidad ambipolar}$$

- Cuando $n_n \gg p_n$, $D_a \approx D_p$, $\mu_a \approx \mu_p$

$$D_p \frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2} - \mu_p E \frac{\partial p_n}{\partial x} + G - R = 0$$

Ecuación de Continuidad para portadores minoritarios (huecos) en una muestra tipo n bajo condiciones de estado estable y cuasi neutral

