

# Curso de Geometría para: Profesores en Matemática



**Profesor:** Carlos Raúl Söhn

“Se que existe un creador por que lo veo en la geometría.”

Prof. Carlos Raúl Söhn

## Introducción

Este curso fue elaborado con el fin de crear nuevas formas de enseñar la geometría utilizando una didáctica constructivista significativa. El curso parte de lo concreto y termina en lo abstracto, logrando una movilización cognitiva significativa que se funda en la motivación creada. No hay duda que la geometría tiene su propio encanto y muchos docentes no saben como manejarla y utilizarla para lograr la motivación. Este curso enseña como crear la motivación logrando que el alumno quede encantado con la geometría.

El curso fue diseñado para Profesores en Matemática y se utilizó todas las herramientas posibles que nos brinda las nuevas tecnologías de la información y la comunicación.

Primera parte: Cuerpos Geométricos: Fórmulas para calcular el volumen. [Guía de actividades 1](#). [Guía de actividades resueltas 1](#).

Segunda parte: Cuerpos Geométricos: Una forma diferente para construirlos. [Guía de actividades 2](#). [Guía de actividades resueltas 2](#).

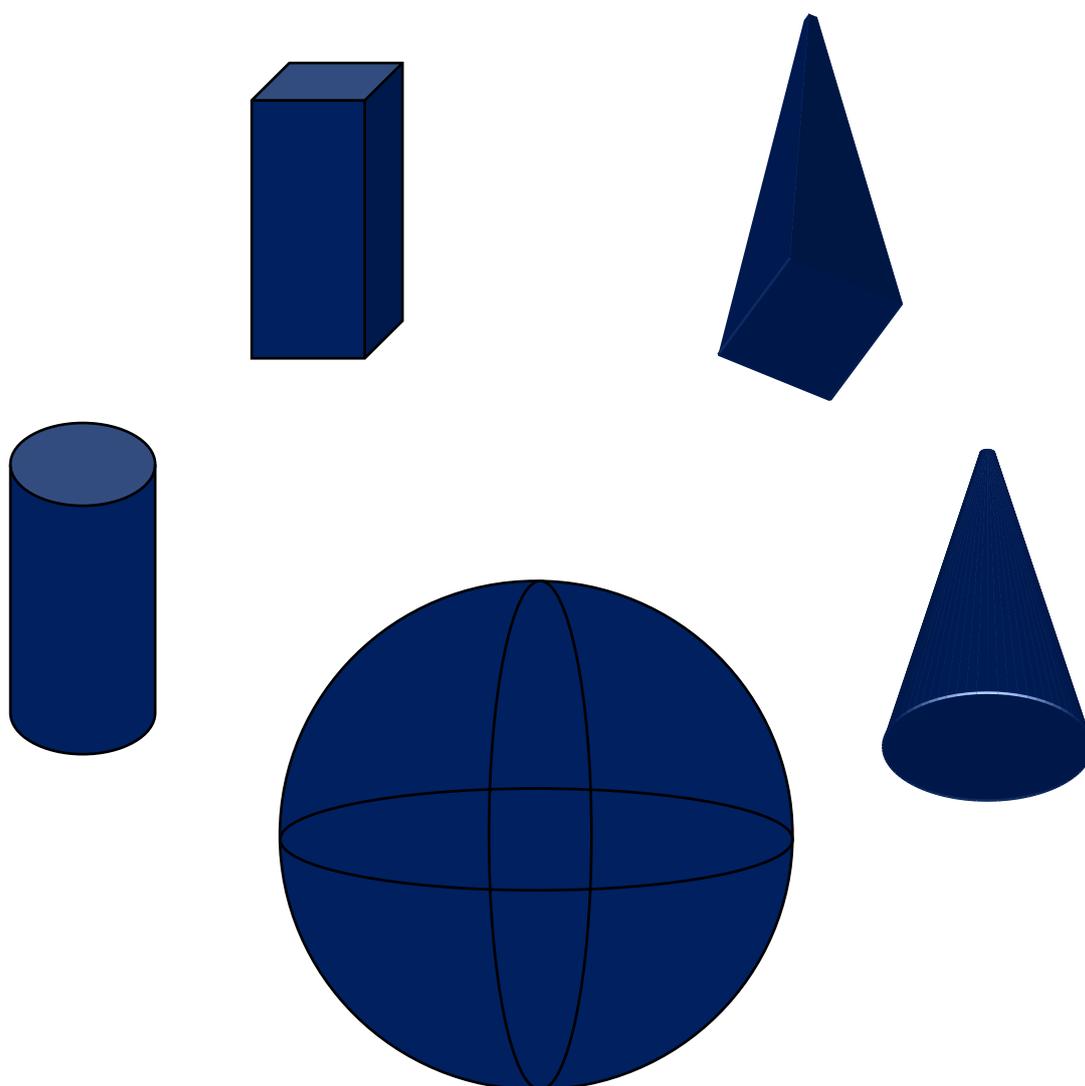
## Agradecimientos

A la Profesora Ana María García, por su compromiso en la enseñanza de la didáctica constructivista que marco a fuego en mí ser, y a la Profesora Noemí Tessio que me enseñó como usar las nuevas tecnologías de la información y la comunicación en educación.

## Primera parte

### Cuerpos Geométricos:

### Fórmulas para calcular el volumen



“La Matemática es el lenguaje del creador.”

Prof. Carlos Raúl Söhn

## **Guía de actividades**

### **Actividad Nº 1**

Observar atentamente los vídeos educativos.

### **Actividad Nº 2**

Construir un prisma de base rectangular cuadrada con las siguientes medidas: base 5 cm, altura 10 cm. Calcular el área y el volumen.

### **Actividad Nº 3**

Construir una pirámide de base rectangular cuadrada con las siguientes medidas: base 5 cm, altura 10 cm. Calcular el área y el volumen.

### **Actividad Nº 4**

Construir un cilindro con las siguientes medidas: radio 2,5 cm, altura 10 cm. Calcular el área y el volumen.

### **Actividad Nº 5**

Construir un cono con las siguientes medidas: radio 2,5 cm, altura 10 cm. Calcular el área y el volumen.

### **Actividad Nº 6**

Conseguir una pelota de goma de cualquier medida. Construir un cono con las siguientes medidas: radio de la base el radio de la pelota, altura el radio de la pelota. Verificar lo visto en video educativo y calcular el área y el volumen del cono y de la esfera.

### **Actividad Nº 7**

Construir un cilindro con las siguientes medidas: radio de la base el radio de la pelota, altura el radio de la pelota. Calcular el área y el volumen y observar si existe alguna relación con los valores del área y el volumen de la esfera.

Si tiene alguna duda en la realización de las actividades, no dude en recurrir a la [guía de actividades resueltas](#).

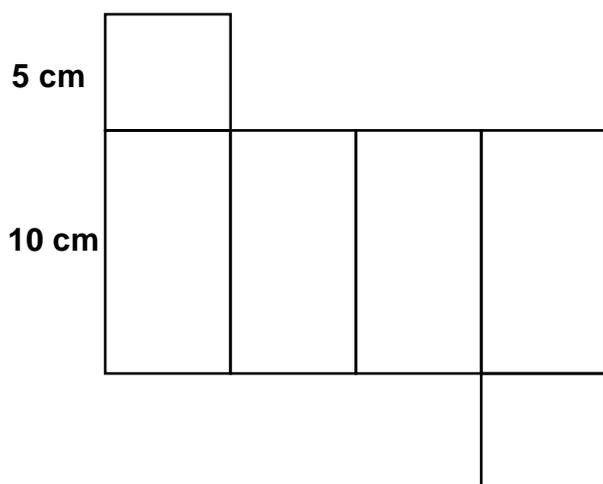
## Guía de actividades resueltas

### Realización de la Actividad N° 1

Luego de haber observado atentamente los vídeos educativos los docentes tienen que realizar las actividades planteadas.

### Realización de la Actividad N° 2

Para construir el prisma se debe utilizar el siguiente procedimiento.

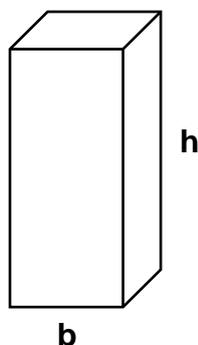


Calculamos el área.

$$A_{\text{Prisma}} = 2.5.5 + 4.5.10$$

$$A_{\text{Prisma}} = 250 \text{ cm}^2$$

Calculamos el volumen utilizando la fórmula.



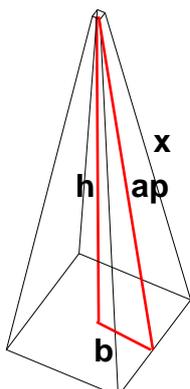
$$V_{\text{Prisma}} = A_{\text{base}} \cdot h$$

$$V_{\text{Prisma}} = 5.5.10$$

$$V_{\text{Prisma}} = 250 \text{ cm}^3$$

### Realización de la Actividad N° 3

Para construir la pirámide se tiene que aplicar el [teorema de Pitágoras](#) para poder hallar la **ap** y **x**.



$$h = 10 \text{ cm}$$

$$b = 2,5 \text{ cm}$$

$$x = \sqrt{112,5}$$

$$x = 10,61 \text{ cm}$$

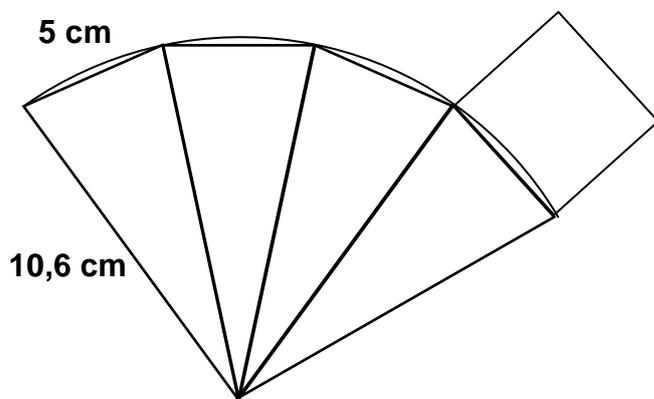
$$ap^2 = 10^2 + 2,5^2$$

$$ap = \sqrt{106,25}$$

$$ap = 10,31 \text{ cm}$$

$$x^2 = 10,31^2 + 2,5^2$$

Para construir la pirámide se debe utilizar el siguiente procedimiento, utilizando compás.

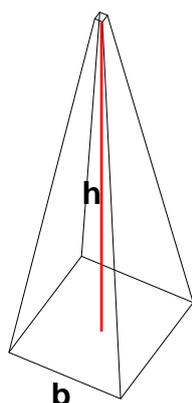


**Calculamos el área.**

$$A_{\text{Pirámide}} = 5 \cdot 5 + 4 \cdot \frac{5 \cdot 10,31}{2}$$

$$A_{\text{Pirámide}} = 128,08 \text{ cm}^2$$

Para calcular el volumen de la pirámide utilizamos la fórmula.



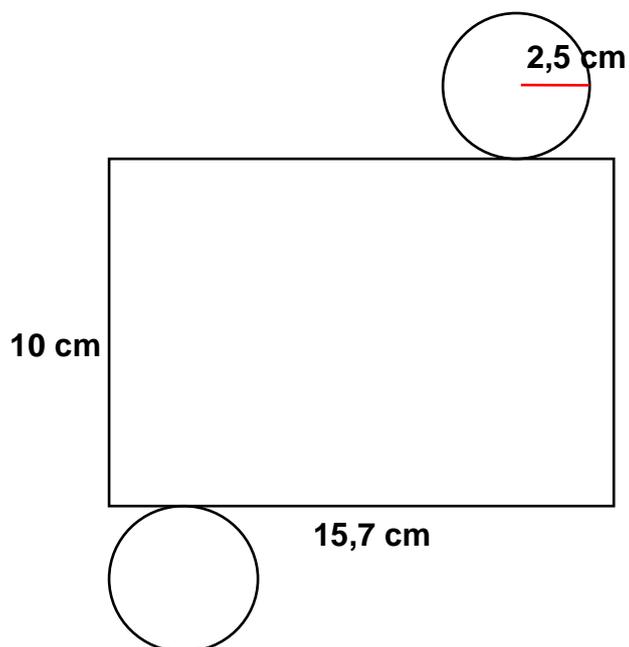
$$V_{\text{Pirámide}} = \frac{A_{\text{base}} \cdot h}{3}$$

$$V_{\text{Pirámide}} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 10}{3}$$

$$V_{\text{Pirámide}} = 83,33 \text{ cm}^3$$

#### Realización de la Actividad N° 4

Para construir el cilindro se debe utilizar el siguiente procedimiento.



$$\text{Perímetro del círculo} = 2 \cdot \pi \cdot r$$

$$\text{Perímetro del círculo} = 2 \cdot \pi \cdot 2,5$$

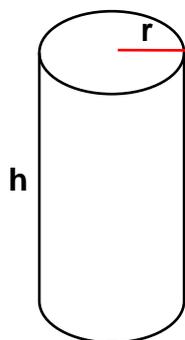
$$\text{Perímetro del círculo} = 15,71 \text{ cm}$$

**Calculamos el área.**

$$A_{\text{Cilindro}} = 2 \cdot \pi \cdot 2,5^2 + 15,71 \cdot 10$$

$$A_{\text{Cilindro}} = 196,35 \text{ cm}^2$$

Una vez construido el cilindro, se utiliza la fórmula para calcular el volumen.



$$V_{\text{Cilindro}} = A_{\text{base}} \cdot h$$

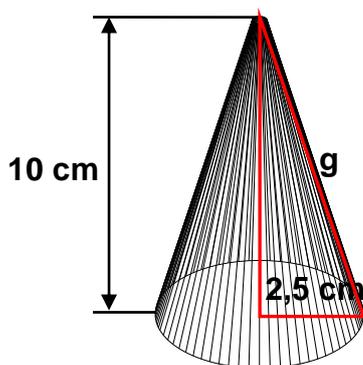
$$V_{\text{Cilindro}} = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$V_{\text{Cilindro}} = \pi \cdot 2,5^2 \cdot 10$$

$$V_{\text{Cilindro}} = 196,35 \text{ cm}^3$$

### Realización de la Actividad N° 5

Para construir el cono se tiene que aplicar el [teorema de Pitágoras](#) para poder hallar la generatriz.

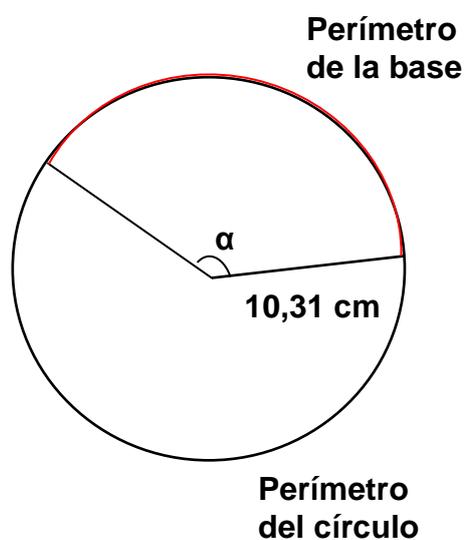


$$g^2 = 10^2 + 2,5^2$$

$$g = \sqrt{106,25}$$

$$g = 10,31 \text{ cm}$$

Una vez calculada la generatriz, se debe calcular el ángulo del sector circular utilizando proporciones.



$$\text{Perímetro de la base} = 2 \cdot \pi \cdot r$$

$$\text{Perímetro de la base} = 2 \cdot \pi \cdot 2,5$$

$$\text{Perímetro de la base} = 15,71 \text{ cm}$$

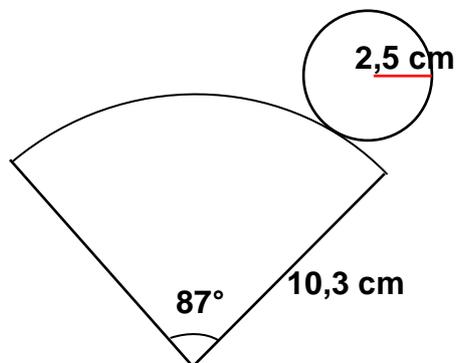
$$\text{Perímetro del círculo} = 2 \cdot \pi \cdot 10,31$$

$$\text{Perímetro del círculo} = 64,77 \text{ cm}$$

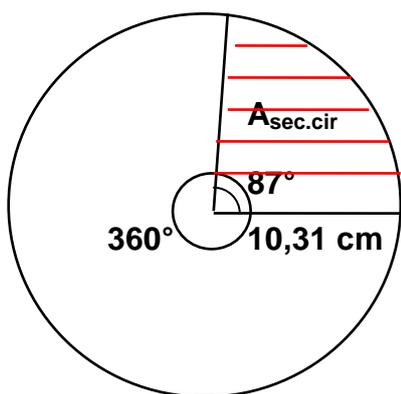
$$\frac{\alpha}{\text{Perímetro de la base}} = \frac{360^\circ}{\text{Perímetro del círculo}}$$

$$\alpha = \frac{15,71 \cdot 360^\circ}{64,77} = 87^\circ 18' 46''$$

Para construir el cono se debe utilizar el siguiente procedimiento, utilizando compás y transportador.



Para calcular el área lateral del cono se debe utilizar proporciones, luego calculamos el área total.



$$\frac{A_{\text{sec.cir}}}{87^{\circ}18'46''} = \frac{\pi \cdot 10,31^2}{360^{\circ}}$$

$$A_{\text{sec.cir}} = \frac{\pi \cdot 10,31^2 \cdot 87^{\circ}18'46''}{360^{\circ}}$$

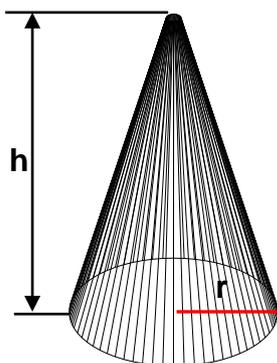
$$A_{\text{sec.cir}} = 80,96 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{Cono}} = A_{\text{base}} + A_{\text{lateral}}$$

$$A_{\text{Cono}} = \pi \cdot 2,5^2 + 80,96$$

$$A_{\text{Cono}} = 100,59 \text{ cm}^2$$

Una vez construido el cono, se utiliza la fórmula para calcular el volumen.



$$V_{\text{Cono}} = \frac{A_{\text{base}} \cdot h}{3}$$

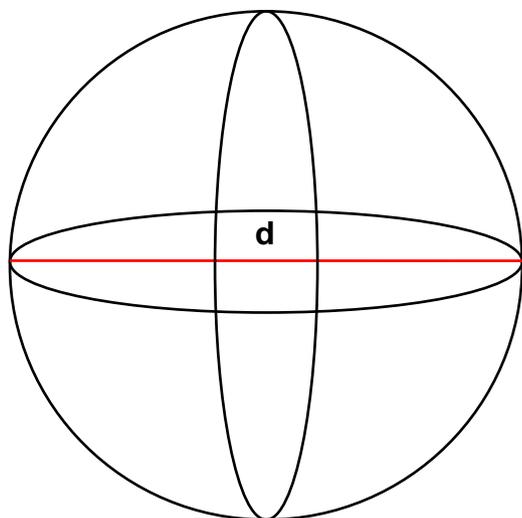
$$V_{\text{Cono}} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$$

$$V_{\text{Cono}} = \frac{\pi \cdot 2,5^2 \cdot 10}{3}$$

$$V_{\text{Cono}} = 65,45 \text{ cm}^3$$

**Realización de la Actividad N° 6**

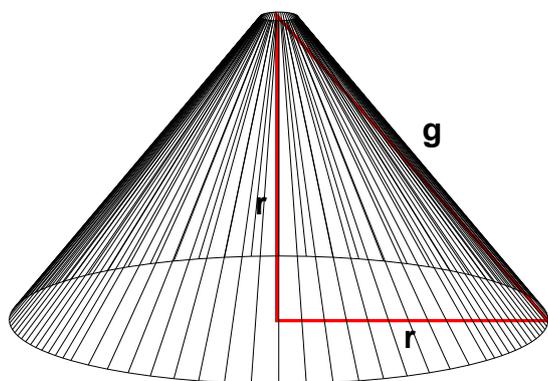
Cortamos la esfera y medimos el diámetro interior.



En mi caso el diámetro interior de la esfera es:

**d=9,8 cm**

Para construir el cono se tiene que aplicar el [teorema de Pitágoras](#) para poder hallar la generatriz.



$$g^2 = r^2 + r^2$$

$$g = \sqrt{2 \cdot r^2}$$

$$g = r \cdot \sqrt{2}$$

$$g = 4,9 \cdot \sqrt{2}$$

**g=6,93 cm**

Calculemos el volumen.

$$V_{\text{Cono}} = \frac{A_{\text{base}} \cdot h}{3}$$

$$V_{\text{Cono}} = \frac{\pi \cdot 4,9^2 \cdot 4,9}{3}$$

**$V_{\text{Cono}} = 123,20 \text{ cm}^3$**

Una vez calculada la generatriz, se debe calcular el ángulo del sector circular utilizando proporciones como realizamos en la actividad N° 5.

$$\frac{\alpha}{\text{Perímetro de la base}} = \frac{360^\circ}{\text{Perímetro del círculo}}$$

$$\alpha = \frac{30,79 \cdot 360^\circ}{43,54}$$

**$\alpha = 254^\circ 33' 30,3''$**

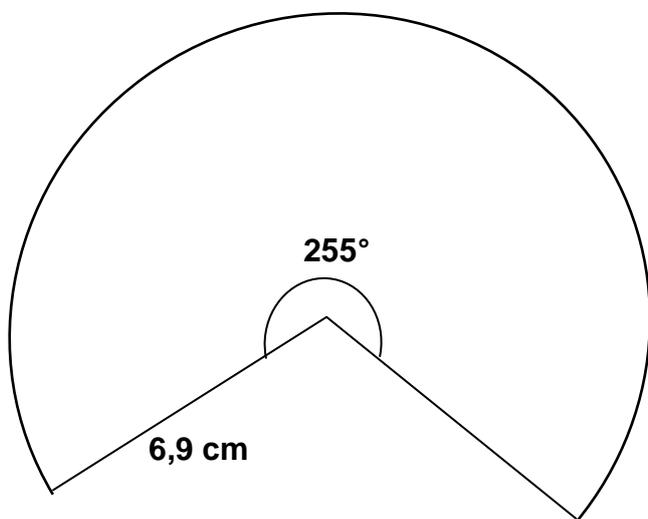
**Perímetro de la base =  $2 \cdot \pi \cdot 4,9$**

**Perímetro de la base = 30,79 cm**

**Perímetro del círculo =  $2 \cdot \pi \cdot 6,93$  cm**

**Perímetro del círculo = 43,54 cm**

Construimos el cono sin la base.



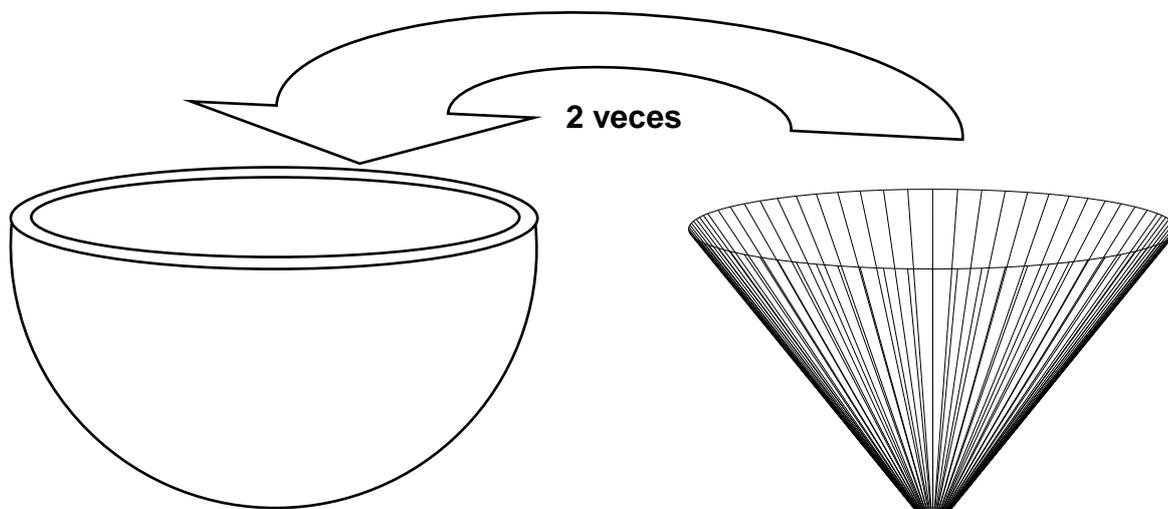
Calculemos el área.

$$A_{\text{Cono}} = A_{\text{base}} + A_{\text{lateral}}$$

$$A_{\text{Cono}} = \pi \cdot 4,9^2 + \frac{\pi \cdot 6,93^2 \cdot 254^{\circ}33'30,3''}{360^{\circ}}$$

$$A_{\text{Cono}} = 90,82 \text{ cm}^2$$

Una vez construido el cono, verificamos cuantas veces entra el volumen del cono en media esfera.



Si todo salió bien tendría que entrar 2 veces en media esfera, por lo tanto tendría que entrar 4 veces en la esfera. Calculamos el volumen de la esfera utilizando la fórmula.

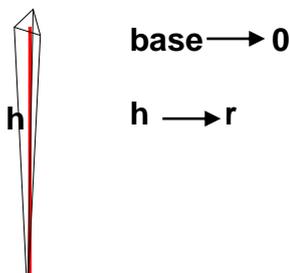
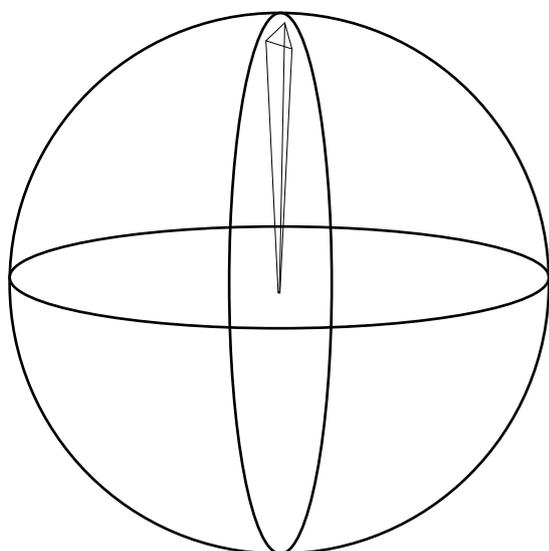
$$V_{\text{Cono}} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot r}{3}$$

$$V_{\text{Esfera}} = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3}$$

$$V_{\text{Esfera}} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 4,9^3}{3}$$

$$V_{\text{Esfera}} = 492,81 \text{ cm}^3$$

Para calcular el área de la esfera tenemos que utilizar [cálculo infinitesimal](#). Imaginemos la esfera dividida en infinitas pirámides de cualquier base concéntricas.



Imaginamos que la base tiende a 0, por lo tanto la h tiende al r de la esfera.

Si sumamos el volumen de las infinitas pirámides tendríamos el volumen de la esfera.

$$V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_n = V_{\text{Esfera}} \text{ donde } n \rightarrow \infty \text{ sabemos que } V_{\text{Esfera}} = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3}$$

Sabemos que el volumen de una pirámide es:  $V_{\text{Pirámide}} = \frac{A_{\text{base}} \cdot h}{3}$  pero como  $h \rightarrow r$

Entonces  $V_{\text{Pirámide}} = \frac{A_{\text{base}} \cdot r}{3} = \frac{1}{3} \cdot r \cdot A_{\text{base}}$  entonces el  $V_{\text{Esfera}}$  es

$$\frac{1}{3} \cdot r \cdot A_{\text{base1}} + \frac{1}{3} \cdot r \cdot A_{\text{base2}} + \frac{1}{3} \cdot r \cdot A_{\text{base3}} + \dots + \frac{1}{3} \cdot r \cdot A_{\text{basen}} = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3} \text{ donde } n \rightarrow \infty$$

Podemos sacar factor común y nos quedaría.

$$\frac{1}{3} \cdot r \cdot (A_{\text{base1}} + A_{\text{base2}} + A_{\text{base3}} + \dots + A_{\text{basen}}) = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3} \text{ donde } n \rightarrow \infty$$

$$\frac{1}{3} \cdot r \cdot A_{\text{Esfera}} = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3} \text{ despejando nos quedaría } A_{\text{Esfera}} = \frac{3 \cdot 4 \cdot \pi \cdot r^3}{3 \cdot r} \text{ simplificamos}$$

Finalmente el área de la esfera nos queda.

$A_{\text{Esfera}} = 4 \cdot \pi \cdot r^2$

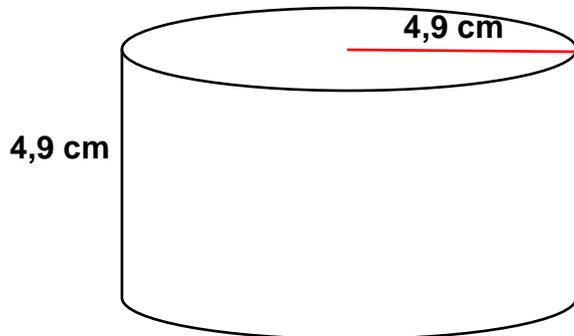
Calculemos el área de la esfera utilizando la fórmula.

$$A_{\text{Esfera}} = 4 \cdot \pi \cdot 4,9^2$$

$A_{\text{Esfera}} = 301,71 \text{ cm}^2$

**Realización de la Actividad N° 7**

Una vez construido el cilindro, calculamos el área y el volumen.



$$A_{\text{Cilindro}} = 2 \cdot A_{\text{base}} + A_{\text{lateral}}$$

$$A_{\text{Cilindro}} = 2 \cdot \pi \cdot 4,9^2 + 2 \cdot \pi \cdot 4,9 \cdot 4,9 = 4 \cdot \pi \cdot 4,9^2$$

$$A_{\text{Cilindro}} = 301,71 \text{ cm}^2 \rightarrow \text{igual } A_{\text{Esfera}}$$

$$V_{\text{Cilindro}} = A_{\text{base}} \cdot h$$

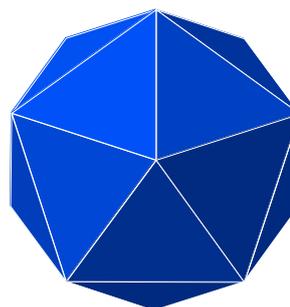
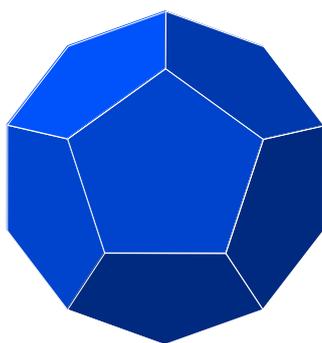
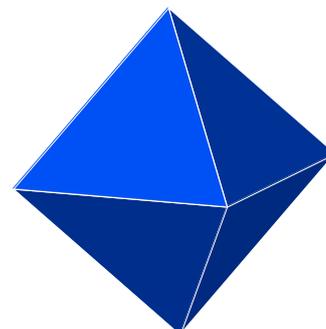
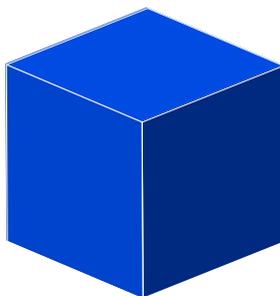
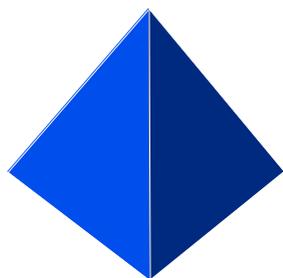
$$V_{\text{Cilindro}} = \pi \cdot 4,9^2 \cdot 4,9 = \pi \cdot 4,9^3$$

$$V_{\text{Cilindro}} = 369,61 \text{ cm}^3 \rightarrow \text{igual } \frac{3}{4} \cdot V_{\text{Esfera}}$$

## Segunda parte

### Cuerpos Geométricos:

#### Una forma diferente para construirlos



“La Matemática nace con el creador y se esconde en nuestra mente.”

Prof. Carlos Raúl Söhn

## Guía de actividades

### Actividad Nº 1

Observar atentamente los vídeos educativos.

### Actividad Nº 2

Construir un prisma de base triangular equilátera con las siguientes medidas: base 10 cm, altura 20 cm. Calcular el área y el volumen.

### Actividad Nº 3

Construir un prisma de base rectangular cuadrada con las siguientes medidas: base 10 cm, altura 20 cm. Calcular el área y el volumen.

### Actividad Nº 4

Construir una pirámide de base triangular equilátera con las siguientes medidas: base 10 cm, aristas laterales 20 cm. Calcular el área y el volumen.

### Actividad Nº 5

Construir una pirámide de base rectangular cuadrada con las siguientes medidas: base 10 cm, aristas laterales 20 cm. Calcular el área y el volumen.

### Actividad Nº 6

Construir los cinco cuerpos regulares con cualquier medida de arista y completar el siguiente cuadro.

Nombre	Cant. de caras	Cant. de vértices	Cant. de aristas

Luego trata de hallar alguna relación entre la cantidad de caras, vértices y aristas.

### Actividad Nº 7

Calcular el área y el volumen de los cinco cuerpos regulares, con cualquier medida de arista.

Si tiene alguna duda en la realización de las actividades, no dude en recurrir a la [guía de actividades resueltas](#).

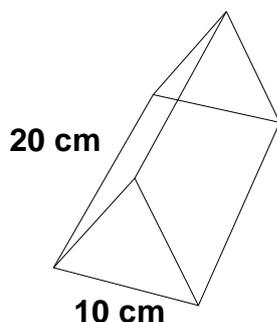
## Guía de actividades resueltas

### Realización de la Actividad Nº 1

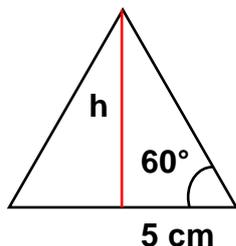
Luego de haber observado atentamente el vídeo educativo los docentes tienen que realizar las actividades planteadas.

### Realización de la Actividad Nº 2

Luego de construir el prisma de base triangular equilátera utilizando los clips y sorbetes.



Una vez construido el prisma, se utiliza el siguiente procedimiento para calcular el área. Primero se calcula el área de la base aplicando [razones trigonométricas](#).



Sabemos que en todo triángulo equilátero sus ángulos interiores valen  $60^\circ$

$$\tan 60^\circ = \frac{h}{5}$$

$$A_{\text{base}} = \frac{b \cdot h}{2}$$

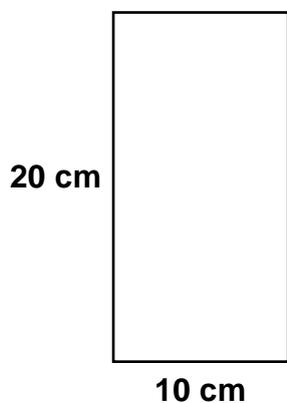
$$h = 5 \cdot \tan 60^\circ$$

$$A_{\text{base}} = \frac{10 \cdot 8,66}{2}$$

$$h = 5 \cdot 8,66 \text{ cm}$$

$$A_{\text{base}} = 43,30 \text{ cm}^2$$

Calculamos el área lateral.



$$A_{\text{lateral}} = b \cdot h$$

$$A_{\text{lateral}} = 10 \cdot 20$$

$$A_{\text{lateral}} = 200 \text{ cm}^2$$

Entonces el área total sería.

$$A_{\text{Prisma}} = 2 \cdot A_{\text{base}} + 3 \cdot A_{\text{lateral}}$$

$$A_{\text{Prisma}} = 2 \cdot 43,30 + 3 \cdot 200$$

$$A_{\text{Prisma}} = 686,60 \text{ cm}^2$$

Para calcular el volumen aplicamos la fórmula.

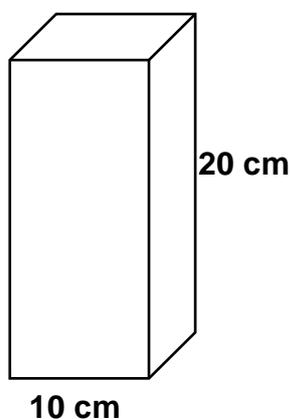
$$V_{\text{Prisma}} = A_{\text{base}} \cdot h$$

$$V_{\text{Prisma}} = 43,30 \cdot 20$$

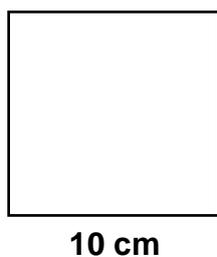
$$V_{\text{Prisma}} = 866,03 \text{ cm}^3$$

### Realización de la Actividad N° 3

Luego de construir el prisma de base rectangular cuadrada utilizando los clips y sorbetes.



Calculamos el área de la base que es un cuadrado.

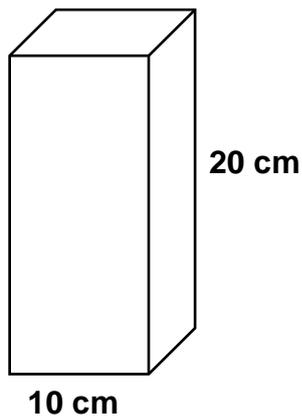


$$A_{\text{base}} = b \cdot h$$

$$A_{\text{base}} = 10 \cdot 10$$

$$A_{\text{base}} = 100 \text{ cm}^2$$

Luego calculamos el área total ya sabiendo el área lateral de la actividad anterior.



$$A_{\text{Prisma}} = 2 \cdot A_{\text{base}} + 4 \cdot A_{\text{lateral}}$$

$$A_{\text{Prisma}} = 2 \cdot 100 + 4 \cdot 200$$

$$A_{\text{Prisma}} = 1000 \text{ cm}^2$$

Calculamos el volumen aplicando la fórmula.

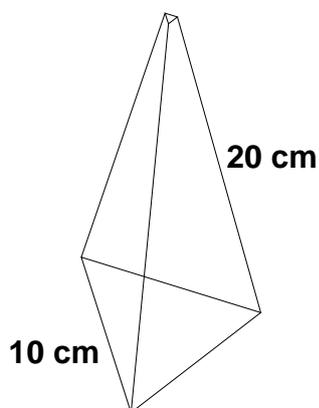
$$V_{\text{Prisma}} = A_{\text{base}} \cdot h$$

$$V_{\text{Prisma}} = 100 \cdot 20$$

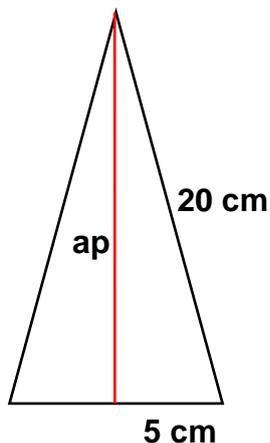
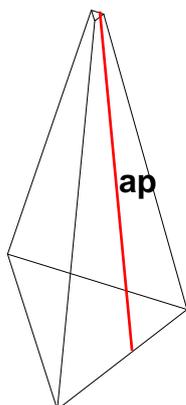
$$V_{\text{Prisma}} = 2000 \text{ cm}^3$$

#### Realización de la Actividad N° 4

Luego de construir la pirámide de base triangular equilátera utilizando los clips y sorbetes.



Para calcular el área lateral tenemos que hallar la apotema utilizando el [teorema de Pitágoras](#).



$$20^2 = ap^2 + 5^2$$

$$ap^2 = 20^2 - 5^2$$

$$ap = \sqrt{375}$$

$$ap = 19,36 \text{ cm}$$

$$A_{\text{lateral}} = \frac{10 \cdot 19,36}{2}$$

$$A_{\text{lateral}} = 96,82 \text{ cm}^2$$

Para calcular el área total usamos el área de la base que calculamos en la actividad 2.

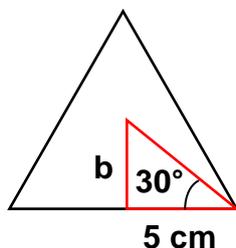
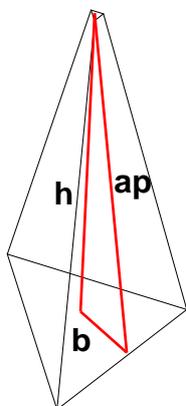
$$A_{\text{Pirámide}} = A_{\text{base}} + 3 \cdot A_{\text{lateral}}$$

$$A_{\text{Pirámide}} = 43,30 + 3 \cdot 96,82$$

$$A_{\text{Pirámide}} = 333,78 \text{ cm}^2$$

**Universidad Tecnológica Nacional – Licenciatura en Tecnología Educativa**

Para poder calcular el volumen primero tenemos que hallar **h** utilizando el [teorema de Pitágoras](#), pero antes tenemos que hallar el valor **b** utilizando [razones trigonométricas](#).



$$\tan 30^\circ = \frac{b}{5}$$

$$b = 5 \cdot \tan 30^\circ$$

$$b = 2,89 \text{ cm}$$

$$ap^2 = h^2 + b^2$$

$$h^2 = 19,36^2 - 2,89^2$$

$$h = \sqrt{366,67}$$

$$h = 19,15 \text{ cm}$$

Calculamos el volumen utilizando la fórmula.

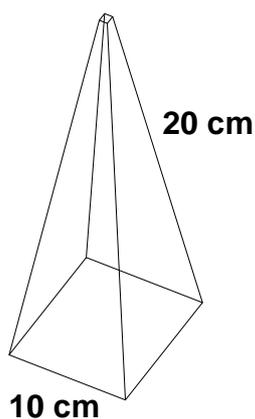
$$V_{\text{Pirámide}} = \frac{A_{\text{base}} \cdot h}{3}$$

$$V_{\text{Pirámide}} = \frac{43,30 \cdot 19,15}{3}$$

$$V_{\text{Pirámide}} = 276,39 \text{ cm}^3$$

**Realización de la Actividad N° 5**

Luego de construir la pirámide de base rectangular cuadrada utilizando los clips y sorbetes.



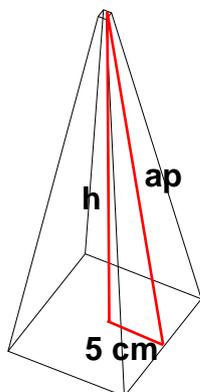
Calculamos el área total utilizando los datos obtenidos de las actividades 3 y 4.

$$A_{\text{Pirámide}} = A_{\text{base}} + 4 \cdot A_{\text{lateral}}$$

$$A_{\text{Pirámide}} = 100 + 4 \cdot 96,82$$

$$A_{\text{Pirámide}} = 487,30 \text{ cm}^2$$

Para poder calcular el volumen tenemos que hallar la altura utilizando el [teorema de Pitágoras](#) y usamos la apotema hallada en la actividad 4.



$$ap^2 = h^2 + 5^2$$

$$h^2 = 19,36^2 - 5^2$$

$$h = \sqrt{350}$$

$$h = 18,71 \text{ cm}$$

Calculamos el volumen utilizando la fórmula.

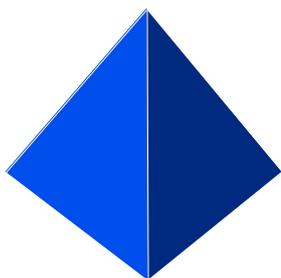
$$V_{\text{Pirámide}} = \frac{A_{\text{base}} \cdot h}{3}$$

$$V_{\text{Pirámide}} = \frac{100 \cdot 18,71}{3}$$

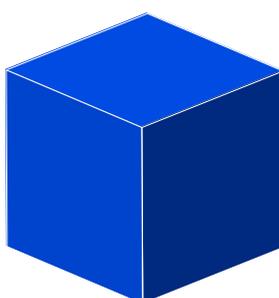
$$V_{\text{Pirámide}} = 623,61 \text{ cm}^3$$

### Realización de la Actividad N° 6

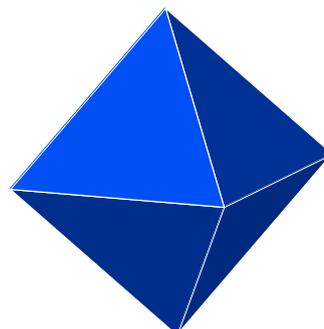
Luego de construir los cinco cuerpos regulares utilizando los clips y sorbetes, con cualquier medida de arista.



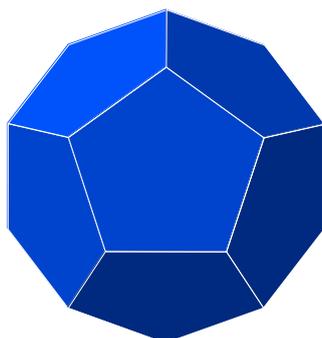
**Tetraedro**



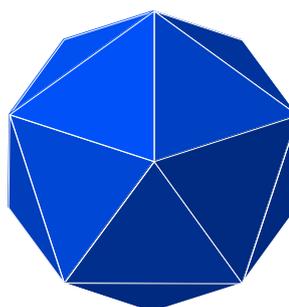
**Hexaedro**



**Octaedro**



**Dodecaedro**



**Icosaedro**

Para completar el cuadro no hay duda que tenemos que contar las caras, vértices y aristas.

Nombre	Cant. de caras	Cant. de vértices	Cant. de aristas
Tetraedro	4	4	6
Hexaedro	6	8	12
Octaedro	8	6	12
Dodecaedro	12	20	30
Icosaedro	20	12	30

Si observamos atentamente y realizamos el siguiente cálculo hallaremos una relación:

**Cant. de caras+Cant. de vértices-Cant. de aristas= Número constante**

**Tetraedro  $4+4-6=2$**

**Hexaedro  $6+8-12=2$**

**Octaedro  $8+6-12=2$**

**Dodecaedro  $12+20-30=2$**

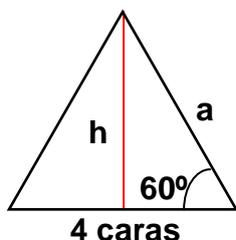
**Icosaedro  $20+12-30=2$**

Como observarán siempre da como resultado el valor 2, esta relación se llama [fórmula de Euler](#).

**Realización de la Actividad Nº 7**

Calculemos el área del tetraedro, considerando que la medida de la arista de la cara que es un triángulo equilátero pueden ser cualquiera, la llamaremos a.

Hallamos la h aplicando [razones trigonométricas](#).



$$\text{sen}60^\circ = \frac{h}{a}$$

$$h = a \cdot \text{sen}60^\circ$$

$$h = \frac{a \cdot \sqrt{3}}{2}$$

$$A_{\text{cara}} = \frac{b \cdot h}{2}$$

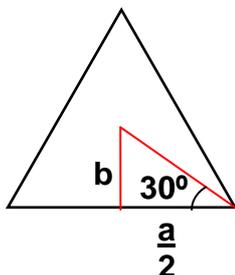
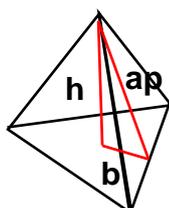
$$A_{\text{cara}} = \frac{a \cdot a \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot 2} = \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

$$A_{\text{tetraedro}} = \frac{4 \cdot a^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

$$A_{\text{tetraedro}} = a^2 \cdot \sqrt{3}$$

Para calcular el volumen tenemos que hallar la h.

Primero tenemos que calcular el valor b aplicando [razones trigonométricas](#).

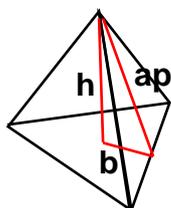


$$\text{tan}30^\circ = \frac{b}{\frac{a}{2}} = \frac{2 \cdot b}{a}$$

$$b = \frac{a \cdot \text{tan}30^\circ}{2} = \frac{a \cdot \text{sen}30^\circ}{2 \cdot \text{cos}30^\circ} = \frac{a \cdot \frac{1}{2}}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$b = \frac{a \cdot \sqrt{3}}{6}$$

Ya conocemos la **ap** que es la altura de la cara, tenemos que calcular la **h** aplicando el [teorema de Pitágoras](#).



$$ap = \frac{a \cdot \sqrt{3}}{2}$$

$$b = \frac{a \cdot \sqrt{3}}{6}$$

$$ap^2 = h^2 + b^2$$

$$h^2 = ap^2 - b^2$$

$$h^2 = \left(\frac{a \cdot \sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a \cdot \sqrt{3}}{6}\right)^2 = \frac{a^2 \cdot 3}{4} - \frac{a^2 \cdot 3}{36}$$

$$h = \sqrt{\frac{a^2 \cdot 2}{3}} = \frac{a \cdot \sqrt{6}}{3}$$

Calculamos el volumen del tetraedro aplicando la fórmula.

$$V = \frac{A_{\text{base}} \cdot h}{3}$$

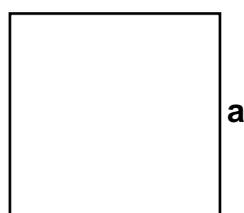
$$V = \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{3} \cdot \frac{a \cdot \sqrt{6}}{3}$$

$$V = \frac{a^3 \cdot 3 \cdot \sqrt{2}}{3 \cdot 4 \cdot 3}$$

$$V = \frac{a^3 \cdot \sqrt{2}}{12}$$

Calculamos el área del hexaedro, considerando que la medida de la arista de la cara que es un cuadrado pueden ser cualquiera, la llamaremos **a**.

Para calcular el área de una cara usamos la fórmula.



6 caras

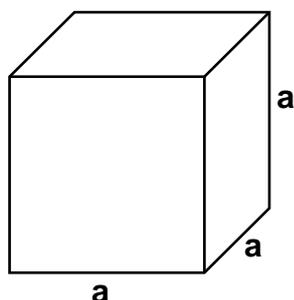
$$A_{\text{cara}} = b \cdot h$$

$$A_{\text{cara}} = a \cdot a$$

$$A_{\text{cara}} = a^2$$

$$A_{\text{hexaedro}} = 6 \cdot a^2$$

Calculamos el volumen del hexaedro aplicando la fórmula.



$$V = A_{\text{base}} \cdot h$$

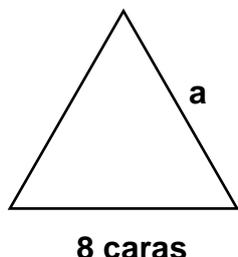
$$V = a^2 \cdot a$$

$$V = a^3$$

## Universidad Tecnológica Nacional – Licenciatura en Tecnología Educativa

Calculemos el área del octaedro, considerando que la medida de la arista de la cara que es un cuadrado pueden ser cualquiera, la llamaremos **a**.

Ya sabemos el área de la cara cuando calculamos el área del tetraedro.



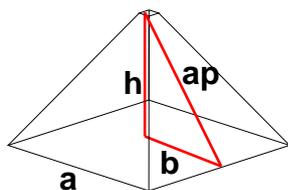
$$A_{\text{cara}} = \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

$$A_{\text{octaedro}} = \frac{8 \cdot a^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

$$A_{\text{octaedro}} = 2 \cdot a^2 \cdot \sqrt{3}$$

Calculemos el volumen teniendo en cuenta que son dos pirámides de base rectangular cuadradas iguales.

Primero tenemos que calcular la **h** utilizando el [teorema de Pitágoras](#), ya conocemos la **ap** y **b**.



$$ap = \frac{a \cdot \sqrt{3}}{2} \qquad b = \frac{a}{2}$$

$$ap^2 = h^2 + b^2$$

$$h^2 = \left(\frac{a \cdot \sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{a^2 \cdot 3}{4} - \frac{a^2}{4} = \frac{a^2 \cdot 2}{4} = \frac{a^2}{2}$$

$$h = \sqrt{\frac{a^2}{2}} = \frac{a \cdot \sqrt{2}}{2}$$

Calculamos el volumen del octaedro utilizando la fórmula y recordando que son dos pirámides.

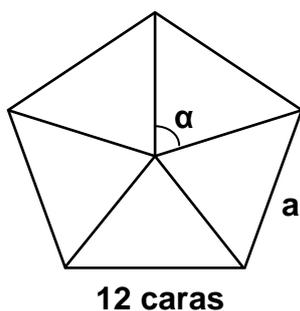
$$V = 2 \cdot \frac{A_{\text{base}} \cdot h}{3}$$

$$V = 2 \cdot \frac{a \cdot a \cdot a \cdot \sqrt{2}}{3 \cdot 2}$$

$$V = \frac{a^3 \cdot \sqrt{2}}{3}$$

Calculemos el área de dodecaedro, considerando que la medida de la arista de la cara que es un pentágono regular pueden ser cualquiera, la llamaremos **a**.

Como sabemos las caras son pentágonos regulares, podemos calcular el área dividiéndolo en triángulos isósceles.



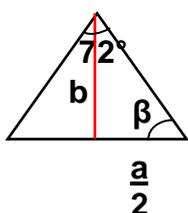
12 caras

Calculamos el ángulo  $\alpha$ .

$$\alpha = \frac{360^\circ}{5}$$

$$\alpha = 72^\circ$$

Calculamos el ángulo  $\beta$ , y luego el valor  $b$  aplicando [razones trigonométricas](#).



$$\beta = \frac{180^\circ - 72^\circ}{2}$$

$$\beta = 54^\circ$$

$$\tan 54^\circ = \frac{b}{\frac{a}{2}} = \frac{2 \cdot b}{a}$$

$$b = \frac{a \cdot \sin 54^\circ}{2 \cdot \cos 54^\circ}$$

Para poder calcular el  $\sin 54^\circ$  y  $\cos 54^\circ$  tenemos que usar el [teorema de Moivre](#).

$\cos n \cdot t + i \cdot \sin n \cdot t = (\cos t + i \cdot \sin t)^n$  en nuestro caso  $n$  tiene que valer 5 ya que  $5 \cdot t = 270^\circ$

Usando el [triángulo de Tartaglia](#) podemos desarrollar un binomio elevado a la quinta.

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & 1 & & & & \\ & & & & 1 & 2 & 1 & & \\ & & & & 1 & 3 & 3 & 1 & \\ & & & & 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \\ & & & & 1 & 5 & 10 & 10 & 5 & 1 \end{array}$$

$$(\cos t + i \cdot \sin t)^5 = \cos^5 t + 5 \cdot \cos^4 t \cdot i \cdot \sin t + 10 \cdot \cos^3 t \cdot i^2 \cdot \sin^2 t + 10 \cdot \cos^2 t \cdot i^3 \cdot \sin^3 t + 5 \cdot \cos t \cdot i^4 \cdot \sin^4 t + i^5 \cdot \sin^5 t$$

Sabemos que  $i^2 = -1$ ,  $i^3 = -i$ ,  $i^4 = 1$  y  $i^5 = i$  entonces nos queda:

$$(\cos t + i \cdot \sin t)^5 = \cos^5 t + 5 \cdot \cos^4 t \cdot i \cdot \sin t - 10 \cdot \cos^3 t \cdot \sin^2 t - 10 \cdot \cos^2 t \cdot i \cdot \sin^3 t + 5 \cdot \cos t \cdot \sin^4 t + i \cdot \sin^5 t$$

Separando lo real de lo imaginario nos queda:

$$(\cos t + i \cdot \sin t)^5 = \cos^5 t - 10 \cdot \cos^3 t \cdot \sin^2 t + 5 \cdot \cos t \cdot \sin^4 t + i \cdot (5 \cdot \cos^4 t \cdot \sin t - 10 \cdot \cos^2 t \cdot \sin^3 t + \sin^5 t)$$

Para poder escribir la parte real en función del  $\cos t$  y la parte imaginaria en función del  $\sin t$  realizamos lo siguiente:

$$(\cos t + i \cdot \sin t)^5 = \cos t \cdot (\cos^4 t - 10 \cdot \cos^2 t \cdot \sin^2 t + 5 \cdot \sin^4 t) + i \cdot \sin t \cdot (5 \cdot \cos^4 t - 10 \cdot \cos^2 t \cdot \sin^2 t + \sin^4 t)$$

Aplicamos [identidades trigonométricas](#) y nos queda de la siguiente forma:

$$(\cos t + i \cdot \sin t)^5 = \cos t \cdot [\cos^4 t - 10 \cos^2 t (1 - \cos^2 t) + 5(1 - \cos^2 t)^2] + i \cdot \sin t \cdot [5(1 - \sin^2 t)^2 - 10(1 - \sin^2 t) \sin^2 t + \sin^4 t]$$

Trabajamos un poco con la expresión y nos queda:

$$(\cos t + i \cdot \sin t)^5 = \cos t \cdot (\cos^4 t - 10 \cos^2 t + 10 \cos^4 t + 5 - 10 \cos^2 t + 5 \cos^4 t) + i \cdot \sin t \cdot (5 - 10 \sin^2 t + 5 \sin^4 t - 10 \sin^2 t + 10 \sin^4 t + \sin^4 t)$$

$$(\cos t + i \cdot \sin t)^5 = \cos t \cdot (16 \cos^4 t - 20 \cos^2 t + 5) + i \cdot \sin t \cdot (16 \sin^4 t - 20 \sin^2 t + 5)$$

$$(\cos t + i \cdot \sin t)^5 = 16 \cos^5 t - 20 \cos^3 t + 5 \cos t + i \cdot (16 \sin^5 t - 20 \sin^3 t + 5 \sin t)$$

De la siguiente expresión podemos deducir:

$$\cos 5t + i \cdot \sin 5t = (\cos t + i \cdot \sin t)^5 = 16 \cos^5 t - 20 \cos^3 t + 5 \cos t + i \cdot (16 \sin^5 t - 20 \sin^3 t + 5 \sin t)$$

$$\cos 5t = 16 \cos^5 t - 20 \cos^3 t + 5 \cos t$$

$$\sin 5t = 16 \sin^5 t - 20 \sin^3 t + 5 \sin t$$

Remplacemos  $t=54^\circ$ ,  $\cos t=x$  y  $\sin t=y$ ; nos quedaría:

$$\cos 270^\circ = 16x^5 - 20x^3 + 5x = 0$$

$$\sin 270^\circ = 16y^5 - 20y^3 + 5y = -1$$

$$16x^5 - 20x^3 + 5x = 0 \iff 16x^4 - 20x^2 + 5 = 0$$

Nos queda una bicuadrática que se puede resolver de la siguiente forma:

$$x_{1-2-3-4} = \pm \sqrt{\frac{20 \pm \sqrt{400 - 320}}{32}} = \pm \sqrt{\frac{20 \pm \sqrt{80}}{32}} = \pm \sqrt{\frac{20 \pm 4\sqrt{5}}{32}} = \pm \sqrt{\frac{10 \pm 2\sqrt{5}}{16}} \text{ para } t=54^\circ, \cos 54^\circ = \sqrt{\frac{10 - 2\sqrt{5}}{4}}$$

$$16y^5 - 20y^3 + 5y = -1 \iff 16y^5 - 20y^3 + 5y + 1 = 0$$

Utilizamos el [teorema de Gauss](#) para hallar una de las raíces.

$16y^5 - 20y^3 + 5y + 1$  probemos dividirlo por  $y+1$ , aplicamos la [regla de Ruffini](#).

$$\begin{array}{r|rrrrrr} & 16 & 0 & -20 & 0 & 5 & 1 \\ -1 & & -16 & 16 & 4 & -4 & -1 \\ \hline & 16 & -16 & -4 & 4 & 1 & 0 \end{array}$$

Entonces  $y+1$  lo divide, la expresión nos quedaría:

$$(16y^5 - 20y^3 + 5y + 1) : (y+1) = 16y^4 - 16y^3 - 4y^2 + 4y + 1$$

$$16.y^4 - 16.y^3 - 4.y^2 + 4.y + 1 = 0$$

Trabajamos con la expresión para lograr expresarla como un trinomio cuadrado perfecto.

$$16.y^4 - 16.y^3 + 4.y^2 - 8.y^2 + 4.y + 1 = (4.y^2)^2 - 2 \cdot 4.y^2 \cdot 2.y + (2.y)^2 - 2 \cdot (4.y^2 - 2.y) + 1 = (4.y^2 - 2.y)^2 - 2 \cdot (4.y^2 - 2.y) \cdot 1 + 1^2 = (4.y^2 - 2.y - 1)^2 = 0 \iff 4.y^2 - 2.y - 1 = 0 \iff y_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 16}}{8} = \frac{2 \pm \sqrt{20}}{8} = \frac{2 \pm 2\sqrt{5}}{8}$$

Ya estamos en condiciones de calcular **b**.

$$b = \frac{a \cdot \sin 54^\circ}{2 \cdot \cos 54^\circ} = \frac{a \cdot \frac{1 + \sqrt{5}}{4}}{2 \cdot \frac{10 - 2\sqrt{5}}{4}} = \frac{a \cdot (1 + \sqrt{5})}{2 \cdot (10 - 2\sqrt{5})} = \frac{a}{2} \cdot \frac{(1 + \sqrt{5})^2}{(10 - 2\sqrt{5})} = \frac{a}{2} \cdot \frac{5 + 2\sqrt{5}}{5}$$

luego de varios pasos

$$A_{\text{cara}} = \frac{5 \cdot a \cdot a}{2 \cdot 2} \cdot \sqrt{\frac{5 + 2\sqrt{5}}{5}} = \frac{5 \cdot a^2}{4} \cdot \sqrt{\frac{5 + 2\sqrt{5}}{5}}$$

$$A_{\text{dodecaedro}} = \frac{12 \cdot 5 \cdot a^2}{4} \cdot \sqrt{\frac{5 + 2\sqrt{5}}{5}}$$

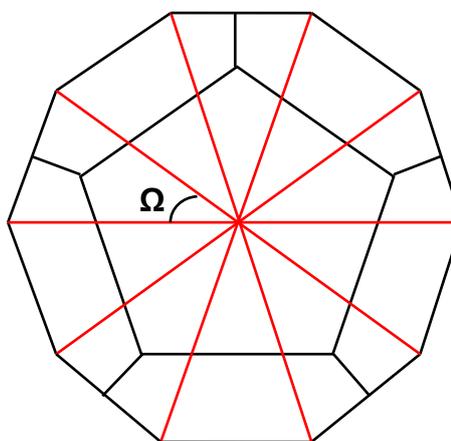
$$A_{\text{dodecaedro}} = 15 \cdot a^2 \cdot \sqrt{\frac{5 + 2\sqrt{5}}{5}}$$

Para poder calcular el volumen tenemos que imaginarnos el cuerpo cortado por la mitad y ejes concéntricos de la siguiente forma.

Calculamos el ángulo  $\Omega$  de la siguiente forma.

$$\Omega = \frac{360^\circ}{10}$$

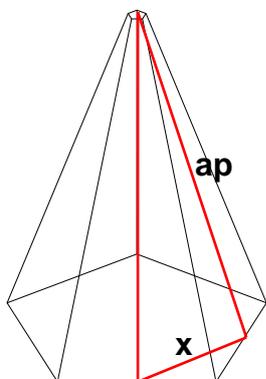
$$\Omega = 36^\circ$$



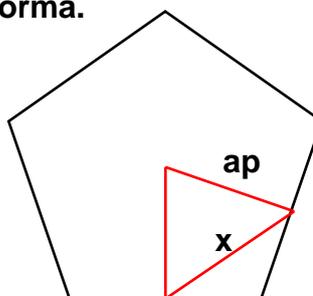
Cuerpo cortado por la mitad

**Universidad Tecnológica Nacional – Licenciatura en Tecnología Educativa**

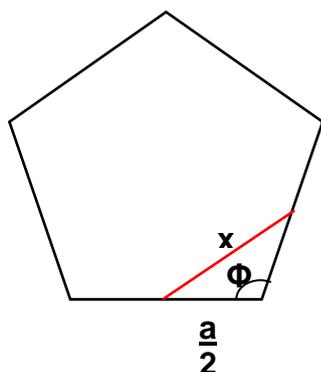
Imaginamos que el dodecaedro se puede dividir en 12 prismas de base pentagonal concéntricos, y nos imaginamos por donde pasan los ejes con respecto al prisma.



Observándolo desde arriba nos quedaría de la siguiente forma.



Calculamos el ángulo  $\Phi$ , y luego  $x$  aplicando el [teorema del coseno](#).



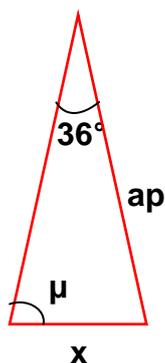
$$\begin{aligned} \Phi &= 2\beta \\ \Phi &= 2.54^\circ \\ \Phi &= 108^\circ \\ x^2 &= \frac{(a)^2}{2} + \frac{(a)^2}{2} - 2 \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \cos 108^\circ \\ x^2 &= \frac{a^2}{2} - \frac{a^2}{2} \cdot \cos 108^\circ \\ x^2 &= \frac{a^2}{2} \cdot (1 - \cos 108^\circ) \\ x^2 &= \frac{a^2}{2} \cdot (1 - \cos 2.54^\circ) \end{aligned}$$

Aplicando [identidades trigonométricas](#) el valor  $x$  nos quedaría:

$$x^2 = \frac{a^2}{2} \cdot [1 - (1 - 2 \cdot \sin^2 54^\circ)] = \frac{a^2}{2} \cdot (1 - 1 + 2 \cdot \sin^2 54^\circ) = \frac{a^2}{2} \cdot 2 \cdot \sin^2 54^\circ = a^2 \cdot \frac{(1 + \sqrt{5})^2}{4} = a^2 \cdot \frac{(1 + 2\sqrt{5} + 5)}{16}$$

$$x = \sqrt{\frac{a^2 \cdot (6 + 2\sqrt{5})}{16}} = \frac{a}{4} \sqrt{6 + 2\sqrt{5}}$$

Calculamos el ángulo  $\mu$ , y luego la  $ap$  aplicando el [teorema del seno](#).



$$\begin{aligned} \mu &= \frac{180^\circ - 36^\circ}{2} \\ \mu &= 72^\circ \\ \frac{ap}{\sin 72^\circ} &= \frac{4 \cdot \frac{a \sqrt{6 + 2\sqrt{5}}}{4}}{\sin 36^\circ} \\ ap &= \frac{\sin 72^\circ \cdot a \sqrt{6 + 2\sqrt{5}}}{\sin 36^\circ \cdot 4} \end{aligned}$$

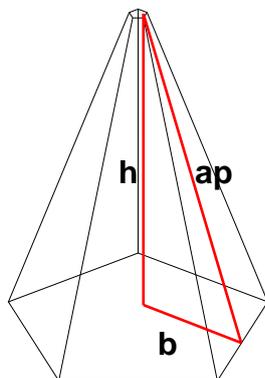
Sabemos por identidades trigonométricas que  $\text{sen}72^\circ = \text{sen}2 \cdot 36^\circ = 2 \cdot \text{sen}36^\circ \cdot \text{cos}36^\circ$  y que  $\text{cos}36^\circ = \text{sen}(90^\circ - 36^\circ) = \text{sen}54^\circ$

Entonces  $\text{sen}72^\circ = 2 \cdot \text{cos}54^\circ \cdot \text{sen}54^\circ$ , la ap nos quedaría:

$$ap = \frac{2 \cdot \text{sen}36^\circ \cdot \text{sen}54^\circ \cdot a \cdot \sqrt{6+2\sqrt{5}}}{\text{sen}36^\circ} = \frac{a \cdot \text{sen}54^\circ \cdot \sqrt{6+2\sqrt{5}}}{2} = \frac{a \cdot (1+\sqrt{5}) \cdot \sqrt{6+2\sqrt{5}}}{4} = \frac{a \cdot \sqrt{(1+\sqrt{5})^2 \cdot (6+2\sqrt{5})}}{8}$$

$$ap = \frac{a}{8} \cdot \sqrt{(6+2\sqrt{5})^2} = \frac{a}{8} \cdot (6+2\sqrt{5})$$

Calculamos la h del prisma aplicando el teorema de Pitágoras.



$$ap^2 = h^2 + b^2$$

$$h^2 = ap^2 - b^2$$

$$h^2 = \left[ \frac{a}{8} \cdot (6+2\sqrt{5}) \right]^2 - \left( \frac{a}{2} \cdot \sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{5}} \right)^2$$

$$h^2 = \frac{a^2}{64} \cdot (36+24\sqrt{5}+20) - \frac{a^2}{4} \cdot \frac{(5+2\sqrt{5})}{5} =$$

$$h^2 = \frac{a^2}{64} \cdot (56+24\sqrt{5}) - \frac{a^2}{20} \cdot (5+2\sqrt{5}) = a^2 \cdot \frac{(25+11\sqrt{5})}{40}$$

$$h = \sqrt{a^2 \cdot \frac{(25+11\sqrt{5})}{40}} = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{\frac{25+11\sqrt{5}}{10}}$$

Calculamos el volumen del dodecaedro utilizando la fórmula.

$$V = \frac{12 \cdot A \cdot \text{base} \cdot h}{3}$$

$$V = \frac{12 \cdot 5 \cdot a^3}{3 \cdot 4 \cdot 2} \cdot \sqrt{\frac{(5+2\sqrt{5}) \cdot (25+11\sqrt{5})}{5 \cdot 10}} = \frac{5 \cdot a^3}{2} \cdot \sqrt{\frac{235+105\sqrt{5}}{50}}$$

$$V = \frac{5 \cdot a^3}{2} \cdot \sqrt{\frac{47+21\sqrt{5}}{10}}$$

Calculemos el área del icosaedro, considerando que la medida de la arista de la cara que es un pentágono regular pueden ser cualquiera, la llamaremos  $a$ .



$$A_{\text{cara}} = \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

$$A_{\text{icosaedro}} = \frac{20 \cdot a^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

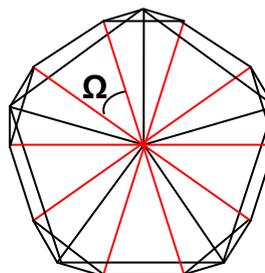
$$A_{\text{icosaedro}} = 5 \cdot a^2 \cdot \sqrt{3}$$

Para poder calcular el volumen tenemos que imaginarnos el cuerpo cortado por la mitad y ejes concéntricos de la siguiente forma.

Calculamos el ángulo  $\Omega$  de la siguiente forma.

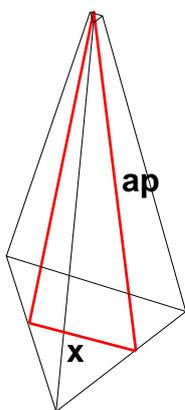
$$\Omega = \frac{360^\circ}{10}$$

$$\Omega = 36^\circ$$

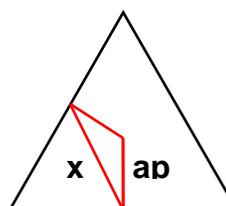


Cuerpo cortado por la mitad

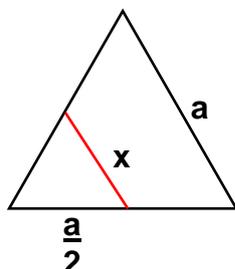
Imaginamos que el icosaedro se puede dividir en 20 prismas de base triangular equilátera concéntricos, y nos imaginamos por donde pasan los ejes con respecto al prisma.



Observándolo desde arriba nos quedaría de la siguiente forma.



Calculamos el valor de  $x$  aplicando proporciones.

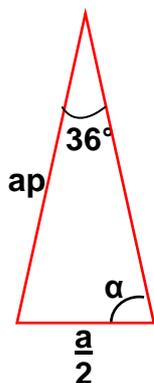


$$\frac{x}{a} = \frac{\frac{a}{2}}{a}$$

$$x = \frac{a \cdot a}{2 \cdot a}$$

$$x = \frac{a}{2}$$

Calculamos el ángulo  $\alpha$ , y luego la  $ap$  aplicando el [teorema del seno](#) e [identidades trigonométricas](#).



$$\alpha = \frac{180^\circ - 36^\circ}{2}$$

$$\alpha = 72^\circ$$

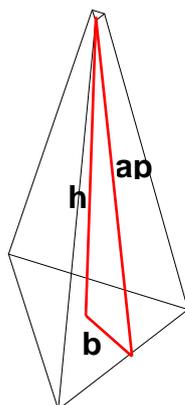
$$\frac{ap}{\sin 72^\circ} = \frac{\frac{a}{2}}{\sin 36^\circ}$$

$$ap = \frac{a \cdot \sin 72^\circ}{2 \cdot \sin 36^\circ}$$

$$ap = \frac{a \cdot \sin 2 \cdot 36^\circ}{2 \cdot \sin 36^\circ} = \frac{a \cdot 2 \cdot \sin 36^\circ \cdot \cos 36^\circ}{2 \cdot \sin 36^\circ} = a \cdot \sin 54^\circ$$

$$ap = a \cdot \frac{(1 + \sqrt{5})}{4}$$

Calculamos la  $h$  del prisma aplicando el [teorema de Pitágoras](#).



$$ap^2 = h^2 + b^2$$

$$h^2 = ap^2 - b^2$$

$$h^2 = \left[ a \cdot \frac{(1 + \sqrt{5})}{4} \right]^2 - \left( a \cdot \frac{\sqrt{3}}{6} \right)^2$$

$$h^2 = \frac{a^2 \cdot (6 + 2\sqrt{5})}{16} - \frac{a^2 \cdot 3}{36} = \frac{a^2 \cdot (7 + 3\sqrt{5})}{24}$$

$$h = \sqrt{\frac{a^2 \cdot (7 + 3\sqrt{5})}{24}} = \frac{a}{2} \sqrt{\frac{7 + 3\sqrt{5}}{6}}$$

Calculamos el volumen del icosaedro utilizando la fórmula.

$$V = \frac{20 \cdot A_{\text{base}} \cdot h}{3}$$

$$V = \frac{20 \cdot a^2 \cdot \sqrt{3} \cdot a}{3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} \cdot \sqrt{\frac{7+3\sqrt{5}}{6}} = \frac{5 \cdot a^3}{6} \cdot \sqrt{3 \cdot \frac{7+3\sqrt{5}}{6}}$$

$$V = \frac{5 \cdot a^3}{6} \cdot \sqrt{\frac{7+3\sqrt{5}}{2}}$$

### Planificación, diseño y ejecución

**Objetivo:** Realizar un curso sobre cuerpos geométricos relacionado con un blog educativo en cual están los documentos Web 2.0 que poseen las presentaciones Docs en los cuales se utilizan vídeos educativos. Se trata de partir de vídeos educativos significativos sobre cuerpos geométricos concretos. El contenido no es nuevo pero los vídeos educativos son muy entretenido y amenos que motivarán a los docentes a trabajar con cuerpos geométricos en forma concreta. Los docentes tienen que construir los cuerpos geométricos para poder resolver las actividades planteadas. Los docentes tienen que aplicar los contenidos previos adquiridos para lograr el objetivo fijado.

**Planteo:** Se plantean actividades diagramadas y secuenciadas, donde los docentes deben responder partiendo de la observación atenta del blog educativo debiendo justificar matemáticamente sus respuestas. Los vídeos educativos son el punto disparador para que los docentes construyan los cuerpos geométricos y puedan resolver las actividades planteadas. Dicho planteo es para Profesores en Matemática, donde los docentes tendrán que utilizar contenidos previos para poder resolver las actividades.

**Contenidos previos y herramientas:** Propiedades de prismas, propiedades de pirámides, propiedades de cilindro, propiedades de cono, propiedades de esfera, propiedades de los cinco cuerpos regulares, [razones trigonométricas](#), [teorema de Pitágoras](#), [cálculo infinitesimal](#), [teorema del seno](#), [teorema del coseno](#), [identidades trigonométricas](#), [teorema de Gauss](#), [regla de Ruffini](#), [triángulo de Tartaglia](#), [teorema de Moivre](#), ecuaciones de 1º grado con una incógnita, ecuaciones de 2º grado con una incógnita, polinomios, manejo de calculadora científica, relación entre unidades, relaciones entre volúmenes, manejo de Internet, lectura crítica, propiedades de triángulos, propiedades de cuadriláteros, propiedades de círculo, propiedades de sector circular, propiedades de polígonos regulares, medición, error de medición, cálculo de superficie, cálculo de volumen y aproximación de resultados. Las herramientas a utilizar son: tijera, regla, goma, lápiz, fibra, sorbetes, clips, compás, transportador, cartulina, láminas de acetato, cúter, pelota de goma, cinta adhesiva, arroz, abrochadora, pegamento y calculadora científica.

### Etapas y recursos del proyecto multimedia

Según [Consuelo Belloc](#) de la Universidad de Vigo, España, las etapas que se deben seguir son las siguientes:

1. Análisis
2. Diseño del Programa
3. Desarrollo del Programa
4. Experimentación y Validación del Programa
5. Realización de la Versión definitiva del programa
6. Elaboración del material complementario

#### 1. El Análisis

Según [Consuelo Belloc](#) se deben analizar cuestiones tales como:

- Las Características de los usuarios: está destinado a Profesores en Matemática. Los conocimientos previos necesarios para poder entender el proyecto son: propiedades de prismas, propiedades de pirámides, propiedades de cilindro, propiedades de cono, propiedades de esfera, propiedades de los cinco cuerpos regulares, [razones trigonométricas](#), [teorema de Pitágoras](#), [cálculo infinitesimal](#), [teorema del seno](#), [teorema del coseno](#), [identidades trigonométricas](#), [teorema de Gauss](#), [regla de Ruffini](#), [triángulo de Tartaglia](#), [teorema de Moivre](#), ecuaciones de 1º grado con una incógnita, ecuaciones de 2º grado con una incógnita, polinomios, manejo de calculadora científica, relación entre unidades, relaciones entre volúmenes, manejo de Internet, lectura crítica, propiedades de triángulos, propiedades de cuadriláteros, propiedades de círculo, propiedades de sector circular, propiedades de polígonos regulares, medición, error de medición, cálculo de superficie, cálculo de volumen y aproximación de resultados. Las herramientas a utilizar son: tijera, regla, goma, lápiz, fibra, sorbetes, clips, compás, transportador, cartulina, láminas de acetato, cúter, pelota de goma, cinta adhesiva, arroz, pegamento y calculadora científica.
- Las Características del entorno de aprendizaje: blog educativo con enlaces a las presentaciones Docs en los cuales se encuentran los vídeos educativos, las actividades a resolver y las actividades resueltas. La duración del curso está relacionada con el tiempo de dedicación del docente, o sea que es libre.
- Análisis del contenido: profundización práctica en la construcción de cuerpos geométricos, deducción de las fórmulas para calcular el volumen de cuerpos geométricos, cálculo de la superficie de cuerpos geométricos, cálculo del volumen de cuerpos geométricos.
- Análisis de los Requerimientos técnicos: computadoras que utilicen conexión a Internet con banda ancha. Para el armado del proyecto se necesitó un soft de edición y un soft de conversión de los vídeos educativos, herramientas Web 2.0, presentaciones Docs y blog. Se utilizó para editar los vídeos educativos el soft gratuito [Windows Movie Maker 2.0](#) y para convertir los vídeos educativos en formato flash se utilizó el soft gratuito [Koyote Free Video Converter 1.2](#), ambos programas son muy fáciles de manejar, posteriormente se subió los vídeos a [YouTube](#) para que todo el mundo los pueda ver y utilizar en educación. Las presentaciones Docs se armaron con [Docs de Google](#).

#### 2. Diseño del programa

En esta etapa se deben tener en cuenta tanto lo pedagógico como lo informático.

El diseño pedagógico del curso permitirá a establecer:

- Las líneas pedagógicas del curso: se tuvo en cuenta la [teoría de Ausubel](#), en la cual el concepto central que se desarrolla es el de aprendizaje significativo, entendiéndose por tal aquel que se relaciona con algún aspecto ya existente en la estructura cognitiva de un individuo y que sea relevante para el material que se intenta aprender; el aprendizaje significativo el proceso de construcción de significados es el elemento central de la enseñanza. El alumno aprende un

contenido cuando puede atribuirle un significado, cuando se construyen significados se pueden establecer conexiones entre lo que se aprende y lo que ya se conoce.

- El Diseño y la Selección de los contenidos: los contenidos estarían dentro de geometría espacial. La actividad a desarrollar por los docentes será de observación, construcción, cálculo, análisis y fundamentación. La evaluación será en forma autoevaluativa, y on line en los casos que surjan preguntas o inquietudes. La fuente del contenido estará implícito en blog educativo, que será el recurso multimedia.
- La Interactividad del programa: el vínculo estará estrechamente relacionado con el blog educativo. El diseño técnico esta estrechamente relacionado con el contenido que se quiere transmitir en base a lo significativo, con la utilización del blog educativo. Los docentes solo tiene que observar atentamente el blog educativo en el cual están las presentaciones Docs y los vídeos educativos y luego trabajar en la construcción de los cuerpos geométricos para su posterior cálculo, análisis y fundamentación, la cual podrán en el caso de dudas, disponer de las respuestas desarrolladas y fundamentadas o utilizar consultas on line.

### **3. Desarrollo del programa**

Para esta etapa se deben tener en cuenta los siguientes pasos:

- Desarrollo del prototipo: se fue filmando cada paso de lo que se quería transmitir y luego con la utilización de los soft de edición y conversión de los vídeos educativos se compagino el producto final acorde a los objetivos planteados. También se elaboró una guía de actividades secuenciadas con los vídeos educativos y una guía de actividades resueltas; todo fue compaginado utilizando un blog educativo en el cual están los documentos Web 2.0, las presentaciones Docs y los vídeos educativos.
- Elaboración de los recursos multimedia: los recursos multimedia utilizados para armar el blog, los documentos Web 2.0, las presentaciones Docs y los vídeos educativos no están al alcance de los docentes, los mismos fueron utilizados exclusivamente por mí persona para la confección de los documentos Web 2.0, las presentaciones Docs y los vídeos educativos y su posterior compaginación en un blog educativo. Solamente el blog educativo seria el medio multimedia que tendrán acceso los docentes, el cual esta estrechamente relacionado con el contenido que se quiere transmitir.
- Integración de los recursos multimedia: los docentes solo ven el producto final de la elaboración del blog educativo, o sea no participan en el armado del mismo, pero si pueden dejar sugerencias, observaciones, agregados, etc. Los recursos son utilizados únicamente por mí persona.

### **4. Experimentación y validación del programa**

Consiste simplemente en realizar una evaluación de los diferentes aspectos del prototipo, analizando la calidad de los mismos y su adecuación. Con el fin de controlar la calidad del blog educativo pueden realizarse diferentes tipos de evaluación:

- La evaluación analítica: los soft de edición y conversión de los vídeos educativos no están al alcance de los docentes ni tampoco la compaginación del blog educativo, solamente el blog educativo es el instrumento con el cual los docentes tiene que trabajar, el mismo es manejado por los docentes, realizando una lectura critica, teniendo en cuenta los tiempos de asimilación analítica particular de cada docente la cual puede variar ya que el tiempo es una variable que manejan los docentes.
- La evaluación experta: la evaluación fue realizada por mí persona ya que soy un experto en la especialidad, teniendo en cuenta los posibles problemas que se podían presentar, los cuales fueron varios y se pudieron resolver satisfactoriamente.

## Universidad Tecnológica Nacional – Licenciatura en Tecnología Educativa

- La evaluación por observación: la evaluación por observación no existió ya que nunca di un curso para docentes con la utilización de un blog educativo, pero se puede pronosticar que será de gran ayuda el blog educativo para cada docente en particular ya que el mismo propone una enseñanza constructivista significativa la cual se espera será transmitida por los docentes a sus alumnos.
- Evaluación experimental: la evaluación experimental con los docentes no existió, pero se puede esperar un éxito más que envidiable, por el nivel de significación y motivación que generará en los docentes.

### **5. Realización de la versión definitiva del programa**

Se puede decir que la versión definitiva del blog educativo y las actividades lograrán los objetivos fijados.

### **6. Elaboración del material complementario**

El material complementario al blog educativo es una guía de actividades secuenciadas con los vídeos educativos para el cálculo, análisis y fundamentación por parte de los docentes y una guía de actividades resueltas para apoyatura y autoevaluación.

**Fichas de evaluación del proyecto****FICHA DE CATALOGACIÓN Y EVALUACIÓN DE LOS VÍDEOS**

[Pere Marqués-2001](#) (modificado por el Prof. Carlos Raúl Söhn)

**Títulos:** Cuerpos Geométricos: Fórmulas para calcular el volumen - Cuerpos Geométricos - versión 2008 – Español

**Idea/Autor/Diseño/Proyecto/Desarrollo/Realización/Ejecución/Guión/Musicalización/Compaginación/Efectos/Productor/Dirección:** Prof. Carlos Raúl Söhn - [carlosrsohn@hotmail.com](mailto:carlosrsohn@hotmail.com)

**Colección/Editorial:** Colección 2008 – Editorial Prof. Carlos Raúl Söhn – 2008 – Mar del Plata - Buenos Aires – Argentina

**Temática:** Matemática

**Objetivos explicitados en los vídeos o en la documentación:** Explicación y deducción de las fórmulas para calcular el volumen de cuerpos geométricos. - Técnica para la construcción de cuerpos geométricos utilizando clips y sorbetes.

**Contenidos que se tratan:** Fórmulas para calcular el volumen de cuerpos geométricos y relación entre volúmenes de cuerpos geométricos. - Explicación de construcción de cuerpos geométricos.

**Destinatarios:** Profesores en Matemática – Personas que quieran aprender contenidos sobre cuerpos geométricos - Contenidos previos: propiedades de prismas, propiedades de pirámides, propiedades de cilindro, propiedades de cono, propiedades de esfera, propiedades de los cinco cuerpos regulares, [razones trigonométricas](#), [teorema de Pitágoras](#), [cálculo infinitesimal](#), [teorema del seno](#), [teorema del coseno](#), [identidades trigonométricas](#), [teorema de Gauss](#), [regla de Ruffini](#), [triángulo de Tartaglia](#), [teorema de Moivre](#), ecuaciones de 1º grado con una incógnita, ecuaciones de 2º grado con una incógnita, polinomios, manejo de calculadora científica, relación entre unidades, relaciones entre volúmenes, manejo de Internet, lectura crítica, propiedades de triángulos, propiedades de cuadriláteros, propiedades de círculo, propiedades de sector circular, propiedades de polígonos regulares, medición, error de medición, cálculo de superficie, cálculo de volumen y aproximación de resultados.

**TIPOLOGÍA:** DOCUMENTAL – NARRATIVO – MONOTEMÁTICO – LECCIÓN TEMÁTICA – MOTIVADOR

**Breve descripción de de las secuencias de los vídeos:** Los primeros videos explican deductivamente las fórmulas para calcular el volumen de cuerpos geométricos. Los segundos videos explican como se puede construir cuerpos geométricos utilizando clips y sorbetes.

**Valores que potencia o presenta:** Motivación en los docentes por lo atractivo de la explicación deductiva de las fórmulas y la técnica de construcción.

**DOCUMENTACIÓN:** NINGUNA – MANUAL – GUÍA DE ACTIVIDADES – GUÍA DE ACTIVIDADES RESUELTAS – LINKS

**SERVICIO DE TELE INFORMACIÓN:** NINGUNO – SOLO CONSULTAS – TIPO CURSO – POR INTERNET

**REQUISITOS TÉCNICOS:** VHS – CD – DVD – INTERNET – WEB 2.0 – BLOG – PÁGINA WEB - [Windows Movie Maker 2.0](#) - [Koyote Free Video Converter 1.2](#) - [YouTube](#) – [Docs de Google](#)

<b>ASPECTOS FUNCIONALES. UTILIDAD</b>	EXCELENTE	ALTA	CORRECTA	BAJA
Eficacia (puede facilitar el logro de sus objetivos)	X			
Relevancia curricular de los objetivos que persigue	X			
Documentación (si tiene)	X			
<b>ASPECTOS TÉCNICOS, ESTÉTICOS Y EXPRESIVOS</b>	EXCELENTE	ALTA	CORRECTA	BAJA
Imágenes	X			
Textos, gráficos y animaciones	X			
Banda sonora (voces, música...)	X			
Contenidos (calidad, profundidad, organización)	X			
Estructura y ritmo (guión claro, secuenciación...)	X			
Planteamiento audiovisual (interacción entre elementos)	X			
<b>ASPECTOS PEDAGÓGICOS</b>	EXCELENTE	ALTA	CORRECTA	BAJA
Capacidad de motivación (atractivo, interés)	X			
Adecuación al usuario (contenidos, actividades)	X			
Planteamiento didáctico (organizadores, resumen...)	X			
<b>OBSERVACIONES</b>				
<p><b>Eficiencia, ventajas que comporta respecto de otros medios:</b> La gran motivación que genera en los docentes.</p> <p><b>Problemas e inconvenientes:</b> Los vídeos para poder subirlo a <a href="https://www.youtube.com">YouTube</a> se los tuvo que dividir en vídeos independientes. Graves problemas con las presentaciones Docs, se presentaron muchas incompatibilidades que con mucha paciencia se pudieron resolver.</p> <p><b>A destacar:</b> Motivación.</p>				
<b>VALORACIÓN GLOBAL</b>	EXCELENTE	ALTA	CORRECTA	BAJA
	X			

<b>ESPACIOS BLOG DE INTERÉS EDUCATIVO</b>				
<b>FICHA DE CATALOGACIÓN Y EVALUACIÓN CON PROPUESTA DIDÁCTICA</b>				
<a href="#">Pere Marqués-UAB/2001</a> (modificado por el Prof. Carlos Raúl Söhn)				
<b>Dirección URL:</b> <a href="http://carlosrsohn.blogia.com/">http://carlosrsohn.blogia.com/</a>				
<b>Título del espacio blog:</b> Curso de Geometría. Destinatarios: Profesores en Matemática – Español				
<b>Idea/Autor/Diseño/Proyecto/Desarrollo/Realización/Ejecución/Compaginación/Productor/ Dirección:</b> Prof. Carlos Raúl Söhn - <a href="mailto:carlosrsohn@hotmail.com">carlosrsohn@hotmail.com</a> – Mar del Plata – Buenos Aires - Argentina				
<b>Patrocinadores:</b> Universidad Tecnológica Nacional				
<b>TIPOLOGÍA:</b> TIENDA VIRTUAL - <u>TELEFORMACIÓN TUTORIZADA</u> - <u>BLOG TEMÁTICO</u> - PRENSA ELECTRÓNICA - BLOG DE PRESENTACIÓN - CENTRO DE RECURSOS - PORTAL - MATERIAL DIDÁCTICO ON LINE - ÍNDICE/BUSCADOR - ENTORNO DE COMUNICACIÓN				
<b>PROPÓSITO:</b> VENTA/DISTRIBUCIÓN - <u>INFORMAR</u> - <u>INSTRUIR</u> - REALIZAR TRÁMITES - COMUNICACIÓN INTERPERSONAL - <u>ENTRETENER/INTERESAR</u> – ALMACENAR ARCHIVOS				
<b>LIBRE ACCESO:</b> <input checked="" type="checkbox"/> SI <input type="checkbox"/> NO - <b>INCLUYE PUBLICIDAD:</b> <input checked="" type="checkbox"/> SI <input type="checkbox"/> NO - <b>ACCESO WAP:</b> <input type="checkbox"/> SI <input checked="" type="checkbox"/> NO				

**Presentación:** Blog educativo.

**Contenidos que se presentan:** Explicación deductiva de las fórmulas para el cálculo de volumen de cuerpos geométricos – Técnica de construcción de cuerpos geométricos

**Mapa de navegación:** [Guía de actividades 1](#) – [Guía de actividades 2](#) – [Guía de actividades resueltas 1](#) – [Guía de actividades resueltas 2](#) – [Teoría de Ausubel](#) – [Teorema de Pitágoras](#) - [Windows Movie Maker 2.0](#) – [Koyote Free Video Converter 1.2](#) - [YouTube](#) – [Docs de Google](#) - [Teorema de seno](#) – [Teorema del coseno](#) – [Cálculo infinitesimal](#) – [Razones trigonométricas](#) – [Fórmula de Euler](#) - [Identidades trigonométricas](#) - [Teorema de Gauss](#) - [Regla de Ruffini](#) - [Triángulo de Tartaglia](#) - [Teorema de Moivre](#)

**Destinatarios:** Profesores en Matemática que tenga interés sobre la deducción de las fórmulas para calcular el volumen de cuerpos geométricos y técnica de construcción - Personas que quieran aprender contenidos sobre cuerpos geométricos.

**Requisitos técnicos:** Internet – Navegador – Banda ancha

**Valores que potencia o presenta:** Explicación y deducción de las fórmulas para calcular el volumen de cuerpos geométricos. - Técnica para la construcción de cuerpos geométricos utilizando clips y sorbetes.

<b>ASPECTOS FUNCIONALES. UTILIDAD</b>	EXCELENTE	ALTA	CORRECTA	BAJA
Relevancia, interés de los contenidos y servicios que ofrece	X			
Facilidad de uso e instalación de los visualizadores	X			
Carácter multilingüe, al menos algunos apartados principales				X
Múltiples enlaces externos	X			
Canales de comunicación bidireccional		X		
Servicios de apoyo on-line	X			
Créditos: fecha de la actualización, autores, patrocinadores		X		
Ausencia o poca presencia de publicidad			X	
<b>ASPECTOS TÉCNICOS Y ESTÉTICOS</b>	EXCELENTE	ALTA	CORRECTA	BAJA
Entorno audiovisual: presentación, pantallas, sonido, letra	X			
Elementos multimedia: calidad, cantidad	X			
Calidad y estructuración de los contenidos	X			
Estructura y navegación por las actividades metáforas	X			
Hipertextos descriptivos y actualizados		X		
Ejecución fiable, velocidad de acceso adecuada		X		
Originalidad y uso de tecnología avanzada	X			
<b>ASPECTOS PSICOLÓGICOS</b>	EXCELENTE	ALTA	CORRECTA	BAJA
Capacidad de motivación, atractivo, interés	X			
Adecuación a los destinatarios de los contenidos, actividades	X			
<b>VALORACIÓN GLOBAL DEL BLOG</b>	EXCELENTE	ALTA	CORRECTA	BAJA
Calidad Técnica		X		
Atractivo	X			
Funcionalidad, utilidad	X			

### PROPUESTA DE APLICACIÓN DIDÁCTICA

**Posibles usuarios:**

- Profesores en Matemática.
- Cualquier persona que tenga interés en la geometría.

**Principales aportaciones educativas del blog:**

- Explicación deductiva de las fórmulas para el cálculo del volumen de cuerpos geométricos.
- Construcción de cuerpos geométricos utilizando clips y sorbetes.

**Actividades que realizarán los docentes en el blog:**

- Una guía de actividades relacionadas con el blog.

VALORACIÓN DE LA PROPUESTA DE APLICACIÓN DIDÁCTICA	EXCELENTE	ALTA	CORRECTA	BAJA
Capacidad de motivación, atractivo, interés	X			
Adecuación a los destinatarios de los contenidos, actividades	X			
Uso de recursos para buscar y procesar datos		X		
Uso de recursos didácticos: síntesis, organizadores	X			
Fomento de autoaprendizaje: iniciativa, toma de decisiones	X			
Enfoque aplicativo/creativo de las actividades		X		
Trabajo cooperativo			X	

### OBSERVACIONES

**Dificultades y limitaciones a considerar:** La conexión a Internet tendría que ser de banda ancha para poder ver Las presentaciones Docs y los vídeos educativos en forma más efectiva y rápida.

**Otros aspectos a destacar:** El blog cuenta con enlaces para dejar preguntas y comentarios.

**Otras páginas de contenido similar o complementario:**

[http://www.profesorenlinea.cl/swf/links/frame\\_top.php?dest=http%3A//www.profesorenlinea.cl/geometria/cuerposgeometricos.htm](http://www.profesorenlinea.cl/swf/links/frame_top.php?dest=http%3A//www.profesorenlinea.cl/geometria/cuerposgeometricos.htm)

[http://www.escueladigital.com.uy/geometria/5\\_cuerpos.htm](http://www.escueladigital.com.uy/geometria/5_cuerpos.htm)

[http://es.geocities.com/pacar\\_dana/ayupolied.htm](http://es.geocities.com/pacar_dana/ayupolied.htm)

<http://gtulloue.free.fr/Cabri3D/menu.html>

<http://mimosa.pntic.mec.es/clobo/geoweb/2eso.htm>

Profesor: Carlos Raúl Söhn  
DNI 16.411.987

Moreno 2550, 3 "O", Mar del Plata, Prov. de Buenos Aires (7600)

Tel. 0223 4956672

Email: [carlosrsohn@hotmail.com](mailto:carlosrsohn@hotmail.com)