

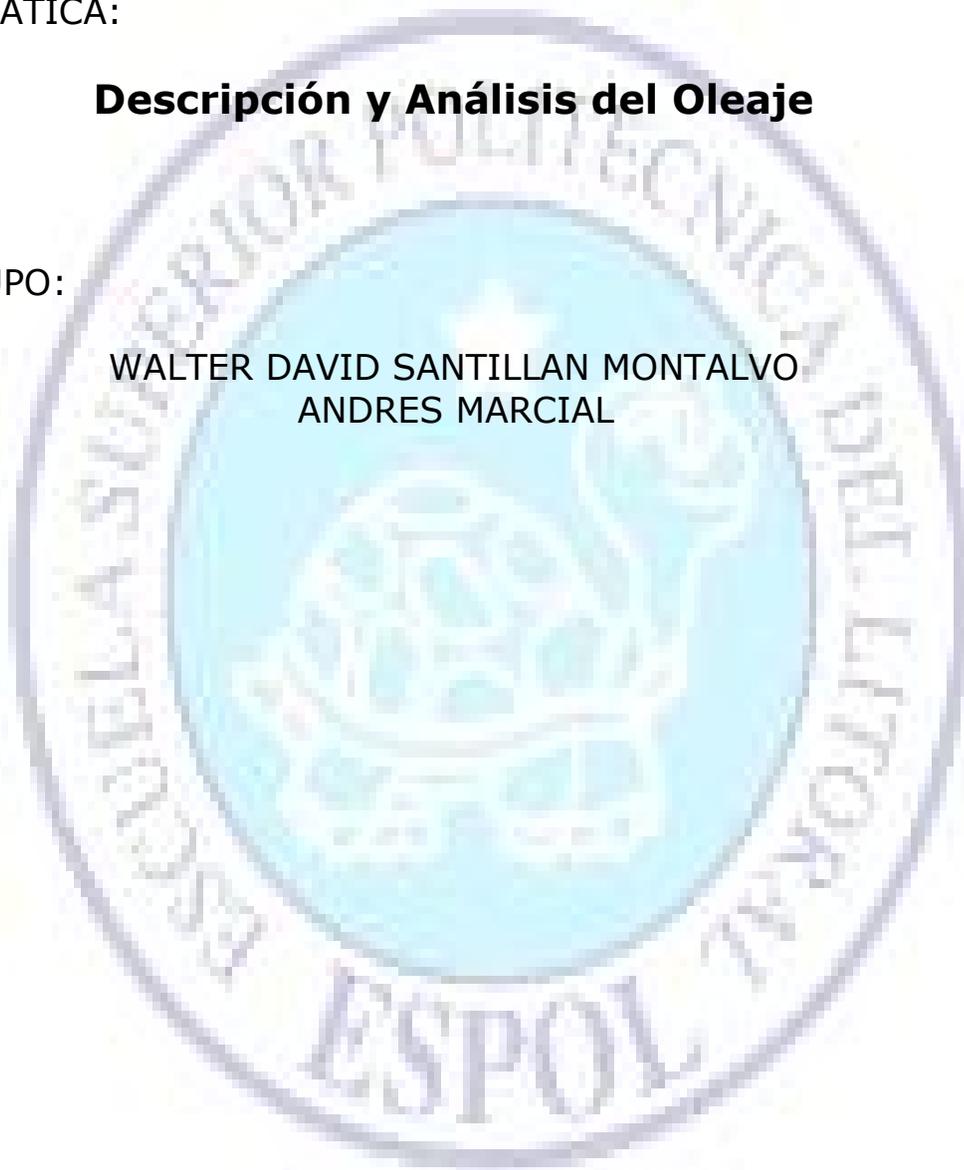
PROYECTO DE ALGEBRA LINEAL

TEMATICA:

Descripción y Análisis del Oleaje

GRUPO:

WALTER DAVID SANTILLAN MONTALVO
ANDRES MARCIAL



Introducción

El fenómeno del oleaje es un fenómeno natural del Ecuador y de muchos paises costeros en donde se lo viene analizando mucho tiempo atrás.

El objetivo de entender a cabalidad el comportamiento de un oleaje es el de saber su frecuencia e intensidad para que no afecte al turismo y no haya daños tanto materiales como humanos. Por ejemplo al referimos a la pesca, es muy peligroso llevar a cabo esta actividad ya que las olas tienen mayor tamaño y aparecen con mas fuerzas de lo normal y los mas importante una tras otra de manera inusual.

Para facilitar el trabajo se necesita un modelo matemático que se acerque a la realidad y que nos brinde en lo más posible datos exactos.

Se sabe de antemano que antes de referirnos a cualquier modelo matemático necesitamos una investigación previa.

Este producto, el modelo, tiene la característica que nunca será final ya que siempre estará sujeto a pruebas continuas de comparación con los hechos reales observados mediante diferentes métodos y técnicas.

Mientras mayor sea nuestra capacidad de observación (tanto en escalas espacial como temporales), más podremos saber del fenómeno en cuestión y podremos validar o rechazar el modelo propuesto.

Una forma de construir un modelo es el de analizar el comportamiento (o evolución espacial o temporal) de las variables observadas que se suponen caracterizan el fenómeno (desplazamiento, temperatura, densidad, etc.) y tratar de reproducir este comportamiento mediante una fórmula o expresión matemática sencilla cuya evolución espacial o temporal sea similar (o se asemeje) a la del fenómeno de interés.

Normalmente la descripción y el análisis del oleaje se efectúa empleando la técnica del análisis espectral la cual aunque es muy convencional, su desarrollo y aplicación no es tan sencillo. Sin embargo, esta técnica puede comprenderse y aplicarse mejor utilizando conceptos del álgebra lineal.

RESUMEN

Podemos hablar de un oleaje cuando observamos una sucesión continuas de olas.

Uno de los rasgos más sobresalientes del fenómeno del oleaje es su periodicidad, característica que podemos apreciar cuando vemos la sucesión de una ola tras otra después de transcurrido cierto tiempo (o período) entre ellas. Sin embargo, observando con más cuidado, podemos notar que en esta sucesión de olas, ninguna de ellas es igual a las demás.

Para esto podemos describir el oleaje observado suponiendo que éste está compuesto por una superposición de ondas senoidales .

El resultado de este análisis es un "espectro de olas", que una amplitud (o altura) a cada una de las frecuencias de las componentes del oleaje observado y se puede visualizar en una gráfica de amplitud de la componente versus su frecuencia.

Desde el punto de vista del álgebra lineal, estas amplitudes no son mas que los coeficientes de un conjunto de vectores que se combinan linealmente para dar un vector resultante.

MODELIZACION

En esta parte del documento es donde vamos a explicar detenidamente el análisis del oleaje y a la vez a encontrar el tan mencionado modelo matemático que hemos hecho referencia.

A un oleaje después de algunas observaciones hemos llegado a la conclusión de que se lo puede tratar como una superposición de ondas senoidales, es decir componentes senoidales cada una con amplitud y frecuencia específica. Para facilitar la descripción se escogen las frecuencias de estas componentes de tal manera que sean múltiples de una frecuencia fundamental $f=1/T$, donde T es la longitud (o duración) de la serie de tiempo.

Desde el punto de vista del algebra lineal las amplitudes no son mas que los coeficientes de un conjunto de vectores que se combinan linealmente para dar un vector resultante.

En este caso, el conjunto de vectores lo forman el conjunto de las funciones senoidales componentes y el vector resultante es la serie de tiempo del oleaje observado.

El método del álgebra lineal consiste en encontrar el vector de coeficientes **C** tales que la combinación lineal de nuestras componentes nos produzcan o generen el vector **z** más "cercano" o parecido al observado, en nuestro caso, a la serie de tiempo observada **Z**.

Esto se hace escogiendo una base (conjunto de vectores linealmente independientes) **A** y resolver el sistema $\mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{C} = \mathbf{A}^T \mathbf{Z}$.

La solución es entonces

$$\mathbf{C} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{Z}$$

Cuando se trata de modelar el oleaje como una suma de "n" componentes senoidales, la matriz **A** tiene la siguiente forma:

$$\begin{pmatrix} 1 & \text{sen}(w_1 t_1) & \text{sen}(w_2 t_1) & \text{sen}(w_3 t_1) & \dots & \text{sen}(w_n t_1) \\ 1 & \text{sen}(w_1 t_2) & \text{sen}(w_2 t_2) & \text{sen}(w_3 t_2) & \dots & \text{sen}(w_n t_2) \\ 1 & \text{sen}(w_1 t_3) & \text{sen}(w_2 t_3) & \text{sen}(w_3 t_3) & \dots & \text{sen}(w_n t_3) \\ 1 & \text{sen}(w_1 t_4) & \text{sen}(w_2 t_4) & \text{sen}(w_3 t_4) & \dots & \text{sen}(w_n t_4) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & \text{sen}(w_1 t_m) & \text{sen}(w_2 t_m) & \text{sen}(w_3 t_m) & \dots & \text{sen}(w_n t_m) \end{pmatrix}$$

Donde $w_k = 2\pi k/T$,

Mientras que **Z** es el vector de los datos (o serie de tiempo)

$$[Z_1 \ Z_2 \ Z_3 \ \dots \ Z_m]$$

Donde "m" es la cantidad de datos.

Así, el oleaje observado $\mathbf{Z}(\mathbf{t})$ puede ser modelado mediante
 $Z(t_i) = c_1 \text{sen}(w_1 t_i) + c_2 \text{sen}(w_2 t_i) + c_3 \text{sen}(w_3 t_i) + \dots + c_n \text{sen}(w_n t_i)$
Para $i=1,2,3,\dots,m$.

Se dice entonces que $c_1, c_2, c_3, \dots, c_n$ son los escalares que multiplicados por los vectores $\text{sen}(wt)$ nos da como resultado el vector $Z(t_i)$, en donde se puede ver claramente que lo que tenemos es una combinación lineal.

CONCLICIONES

EL vector $Z(t_i)$ actúa como un vector en función del tiempo, esto nos lleva a pensar de que estamos hablando de una función, pero la estructura tiene una clara forma de una combinación lineal, además se lo ve como una serie de tiempo y no como una función. Ya que las olas tienen una forma senoidal, se utiliza al $\text{sen}()$ como un vector para poder armar nuestra matriz.

Existen otros métodos para analizar el oleaje, pero nos damos cuenta que con el algebra también es factible obtener resultados confiables.

El algebra lineal también nos ayuda a estudiar el movimiento de los tiburones, pero eso es otra historia.