



Capítulo 8



Introducción a la síntesis cinemática: métodos analíticos gráficos y lineales

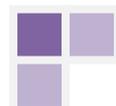
.1 INTRODUCCIÓN

Ampère definió la cinemática como "el estudio del movimiento de los mecanismos y de los métodos para crearlos". La primera parte de esta definición se relaciona con el *análisis* cinemático. Dado cierto mecanismo, las características de movimiento de sus componentes se determinan por análisis cinemático (descrito en el capítulo 3). El enunciado de la tarea de análisis contiene las dimensiones del mecanismo más importantes, las interconexiones de sus eslabonamientos y la especificación del movimiento de entrada o del método de accionamiento. El objetivo es encontrar los desplazamientos, velocidades, aceleraciones, choque o aceleramiento (segunda aceleración) y tal vez aceleraciones superiores de los diversos miembros, así como las trayectorias descritas y los movimientos realizados por ciertos elementos. En pocas palabras, *en el análisis cinemático determinamos el rendimiento de un mecanismo dado*. La segunda parte de la definición de Ampère se puede parafrasear de dos maneras:

- 1.El estudio de los métodos para crear un movimiento dado por medio de mecanismos.
- 2.El estudio de los métodos para crear mecanismos que tengan un movimiento dado.

En cualquiera de las dos versiones, se da el *movimiento* y se debe encontrar el mecanismo. Ésta es la esencia de la *síntesis cinemática*. Así, la síntesis cinemática se ocupa del *diseño sistemático de mecanismos para un rendimiento dado*.

Las áreas de síntesis se pueden agrupar en dos categorías (véase también el apéndice del capítulo):





1. *Síntesis de tipo*. Dado el rendimiento requerido, ¿qué tipo de mecanismo será adecuado? (¿Trenes de engranajes? ¿Eslabonamientos? ¿Mecanismos de leva?) Además, ¿cuántos eslabonamientos deberá tener el mecanismo? ¿Cuántos grados de libertad se requieren? ¿Qué configuración es deseable?, etcétera. Las deliberaciones relacionadas con el número de eslabonamientos y grados de libertad a veces se consideran dentro del ámbito de una subcategoría de la síntesis de tipo llamada *síntesis de números*, en la cual Gruebler fue pionero (véase el capítulo 1). Una de las técnicas de síntesis de tipo que utiliza el concepto de "eslabonamiento asociado" se describe en la sección 8.3.

2. *Síntesis dimensional*. La mejor forma de describir la segunda categoría principal de la síntesis cinemática es expresando su objetivo:

La síntesis dimensional busca determinar las dimensiones significativas y la posición inicial de un mecanismo de un tipo preconcebido para una tarea especificada y un rendimiento prescrito.

El término de *dimensiones significativas* o principales se refiere a las longitudes de los eslabonamientos o a las distancias pivote-pivote de eslabonamientos binarios, ternarios, etc., al ángulo entre palancas de una manivela de campana, a las dimensiones de contorno de levas, diámetros de seguidores de leva, excentricidades, relaciones de engranes, y demás (figura 8.1).

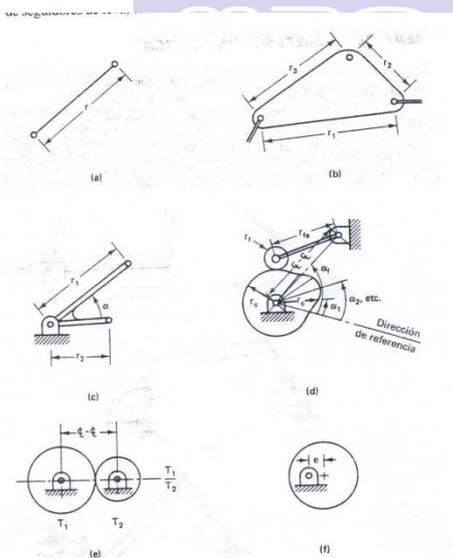
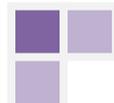


Figura 8.1 Dimensiones significativas; (a) eslabón binario; tiene una sola longitud (b): eslabón ternario: tres longitudes, dos longitudes y un ángulo, o una longitud y dos ángulos; (c) manivela de campana: igual que para el eslabón ternario; (d) leva y rodillo seguidor; distancia a la línea de centro, longitud del brazo seguidor r_{fs} , radio del seguidor, r_f y un número infinito de distancias radiales a la superficie de la leva, r_{θ} , con ángulos α_1, α_2 , etc., especificados a partir de una dirección de referencia; (e) par de engranes; distancia a la línea de centros y razón de dientes de los engranes, (f) excéntrico: sólo excentricidad (se trata de un eslabonamiento binario).

La configuración o *posición inicial* suele especificarse mediante una posición angular de un eslabonamiento de entrada (como una manivela impulsora) con respecto





al eslabonamiento fijo o marco de referencia, o la distancia lineal de un bloque deslizando a partir de un punto en su eslabonamiento guía (figura 8.2).

Un mecanismo de tipo preconcebido puede ser un deslizador-manivela, un eslabonamiento de cuatro barras, una leva con un seguidor plano, o un eslabonamiento más complejo con cierta configuración definida topológica pero no dimensionalmente (cinco barras con engranes, eslabonamiento Stevenson o Watt de seis barras, etc.), como se muestra en la figura 8.3.

8.2 TAREAS DE LA SÍNTESIS CINEMÁTICA

Recordemos lo dicho en el capítulo 1 respecto a que la síntesis cinemática tiene tres tareas usuales: generación de función, de trayectoria y de movimiento.

En la generación de función es preciso correlacionar la rotación o el movimiento deslizando de los eslabonamientos de entrada y de salida. La figura 8.4 es una gráfica de una función arbitraria $v=f(x)$. La tarea de síntesis cinemática puede ser diseñar un eslabonamiento que correlacione la entrada y la salida de modo tal que cuando la entrada se mueva una distancia x la salida se mueva $y=f(x)$ para el intervalo $x_0 < x < x_n + l$. Los valores del parámetro.

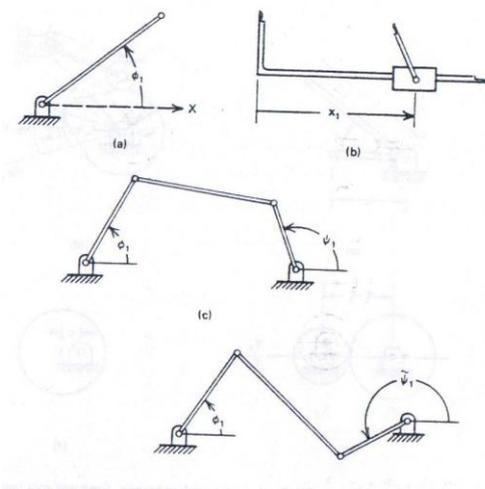
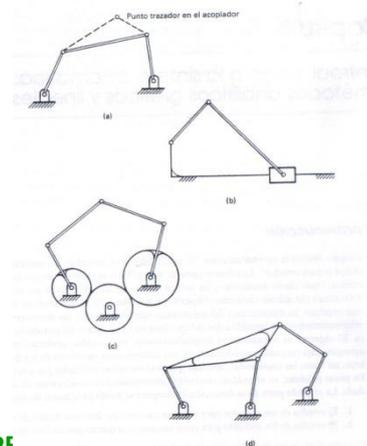


Figura 8.2 Configuración o posición inicial: (a) posición inicial de una manivela; (b) posición inicial de un deslizador; (c) la posición inicial de un eslabonamiento de cuatro barras requiere dos ángulos de manivela, porque un ángulo de manivela deja dos posibilidades para la otra manivela como se muestra en la figura 8.2 (d).

Figura 8.3 Algunos mecanismos de tipo preconcebido: (a) eslabonamiento de cuatro barras; (b) deslizador-manivela; (c) eslabonamiento de cinco barras con engranes; (d) Mecanismo Stephenson III de seis eslabones.



independiente, x_1, x_2, \dots, x_n corresponden a *puntos de precisión* prescritos P_1, P_2, \dots, P_n en la función $y = f(x)$ en un intervalo de x entre x_0 y x_{n+1} . En el caso de entrada y salida giratorias, los ángulos de rotación ϕ y Ψ (figura 8.5a) son los análogos lineales de x y y , respectivamente. Cuando la entrada gira a un valor del parámetro independiente x , el mecanismo en la "caja negra" hace que el eslabonamiento de salida gire al valor correspondiente de la variable dependiente $y = f(x)$. Esto puede considerarse como el caso sencillo de un computador analógico mecánico.

El subíndice j indica la j -ésima posición prescrita del mecanismo; el subíndice 1 se refiere a la *primera* posición prescrita (la *inicial*) del mecanismo, y $\Delta\phi, \Delta r, \Delta\phi$ y Δy son los

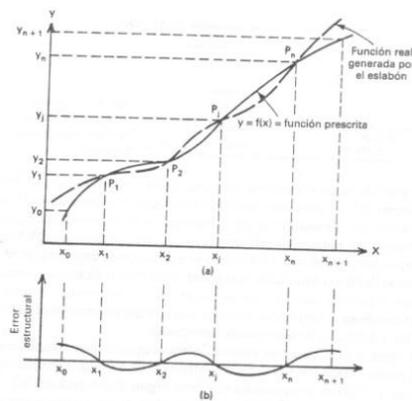


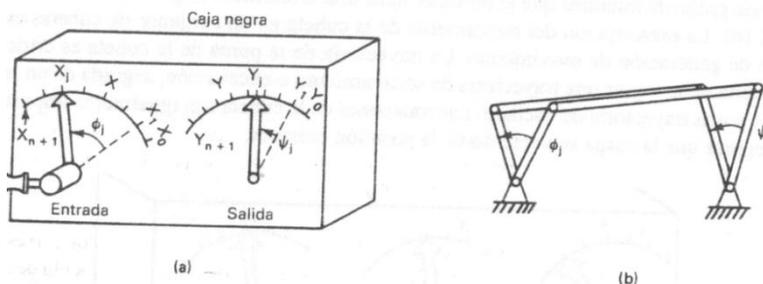
Figura 8.4 síntesis de generación de función: (a) función ideal y función generada; (b) error estructural.

Intervalos deseados de las variables respectivas ϕ, x, Ψ y $y(p, \text{ej.}, \Delta x = |X_{n+1} - X_0|, \Delta\phi = |\phi_{n+1} - \phi_0|$, etc. Puesto que existe una relación lineal entre los cambios angular y lineal.

$$\frac{\phi_1 - \phi_1^0}{x_j - x_1} = \frac{\Delta\phi}{\Delta x} \quad (8.1)$$

donde ϕ_1 , es el nivel de referencia para ϕ y, por tanto $\phi_1 = 0$. Se sigue que

Figura 8.5 Mecanismo generador de función; (a) vista exterior; (b) diagrama del mecanismo interior.





$$\phi_j = \frac{\Delta\phi}{\Delta x} (x_j - x_1)$$



$$\phi_\psi = \frac{\Delta\psi}{\Delta x} (y_j - y_1) \tag{8.2}$$

Estas relaciones también pueden escribirse así:

$$\phi_j = R_\phi (x_j - x_1) \tag{8.3}$$

$$\phi_\psi = R_\psi (y_j - y_1) \tag{8.4}$$

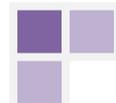
donde R_ϕ y R_ψ son los *factores de escala* en grados por unidad de variable definidos por

$$R_\phi = \frac{\Delta\phi}{\Delta x} \tag{8.5}$$

$$R_\psi = \frac{\Delta\psi}{\Delta x} \tag{8.6}$$



El eslabonamiento de cuatro barras no puede generar sin errores una función arbitraria y sólo puede coincidir con la función en un número limitado de puntos de precisión (véase la figura 8.4a); no obstante, se le utiliza ampliamente en la industria en aplicaciones en las que no es necesaria una alta precisión en muchos puntos, porque es fácil de construir y de mantener. El número de puntos de precisión que se emplean en la síntesis dimensional del eslabonamiento de cuatro barras generalmente varía entre dos y cinco.* Muchas veces es deseable espaciar los puntos de precisión a lo largo del intervalo de la función con objeto de minimizar el *error estructural* del eslabonamiento. El error estructural se define como la diferencia entre la función generada (lo que el



eslabonamiento realmente produce) y la función prescrita para cierto valor de la variable de entrada (véase la figura 8.4b).

Cabe señalar que el primer punto de precisión ($J = 1$) no está al principio del intervalo (véase la figura 8.4). La razón es que se desea reducir los valores extremos del error estructural. También es evidente por la ecuación (8.1) que los ángulos de rotación se miden a partir de la primera posición (p. ej., $\phi_1 = 0$). En la sección 8.10 analizaremos el espaciamiento óptimo de los puntos de precisión para minimizar el error estructural.

El la figura 8.6 se muestra un diagrama no a escala de los eslabonamientos de entrada y salida de un mecanismo generador de función de cuatro barras en cuatro posiciones de precisión, e ilustra la relación entre X_j y ϕ_j , así como entre y_j y Ψ_j . Las técnicas de síntesis dimensional que describiremos más adelante en este capítulo nos enseñarán a utilizar tales datos de puntos de precisión para la síntesis de eslabonamientos de cuatro barras y otros mecanismos de generación de función.

La "caja negra" de la figura 8.5a podría contener diversos mecanismos diferentes. En este caso, la figura 8.5b muestra un generador de función de eslabonamiento de cuatro barras. En la figura 8.7 se muestra esquemáticamente un ejemplo representativo de generador de función. Un eslabonamiento de cuatro barras conecta un seguidor de leva, impulsado por la leva, a una barra de tipo de un mecanismo de máquina de escribir. Aquí debemos mover el tipo, primero con ángulos más pequeños y luego más grandes por incremento de rotación de la entrada, a fin de lanzar el tipo contra el rodillo de la platina causando un impacto. Otra aplicación

*Es posible la síntesis de generación de función con hasta siete puntos de precisión y la síntesis de generación de trayectoria con hasta nueve puntos de precisión, pero generalmente requieren métodos de síntesis numéricos en lugar de los de forma cerrada, que son preferibles.

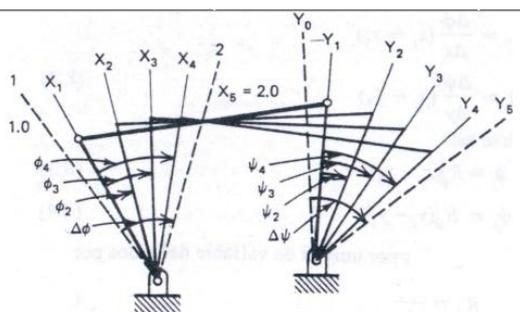
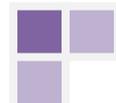


Figura 8.6 Diagrama no a escala de un mecanismo de cuatro barras generador de función con cuatro posiciones de precisión de los eslabones de entrada y de salida x_i y y_i $i = 1, 2, 3, 4$, dentro del intervalo $\Delta x = X_5 - x_0$ y $\Delta y = y_5 - y_0$. Las rotaciones de entrada ϕ y de salida ψ son los análogos de las variables independiente y dependiente x y y , respectivamente.

de la generación de función sería un motor en el que las relaciones de mezclado combustible-oxidante podrían variar según la función $y = y(x)$. Aquí ϕ podría controlar la válvula de combustible mientras que ψ controlaría la válvula de oxidante. Las características de flujo de las válvulas y la relación requerida con diversas tasas de combustible determinarían la relación funcional por generar. Un ejemplo más es un



eslabonamiento para correlacionar las posiciones de dirección de las ruedas delanteras de un vehículo para todo terreno con la velocidad relativa a la que debe girar cada rueda de transmisión independiente con el fin de evitar derrapamientos. En este caso, la manivela de entrada está conectada al brazo de dirección, mientras que la salida ajusta un potenciómetro que controla la velocidad relativa de las dos ruedas de tracción.

Los generadores de función mecánicos también pueden ser del tipo que se muestra en la figura 8.8, en la que un desplazamiento *rectilíneo* puede ser el análogo lineal de una variable y la rotación de la manivela puede ser el análogo rotacional de otra variable relacionada funcionalmente. Como se ilustra en la figura 8.9, un generador de función puede tener más de un grado de libertad; una variable de salida puede ser función de dos o más entradas. Por ejemplo, un eslabonamiento de este tipo podría servir para simular la suma, multiplicación, o cualquier otra correlación funcional algebraica o trascendental de varias variables. En la figura 8.10 se muestra un mecanismo generador de función con seis eslabonamientos y un solo grado de libertad, en el que dos mecanismos de cuatro eslabonamientos se unen en serie. El objetivo de este eslabonamiento es proporcionar una medida de la velocidad del flujo a través del vertedero donde la entrada es la traslación vertical x del nivel del agua.

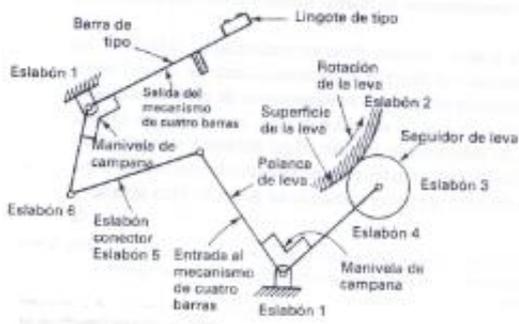
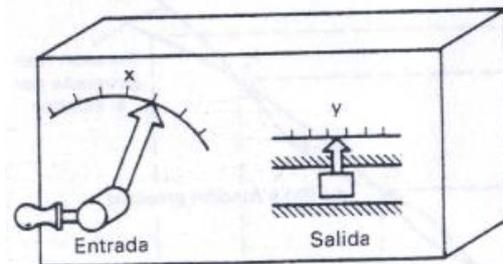
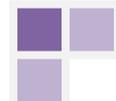


Figura 8.7 Mecanismo de cuatro barras empleado como mecanismo de impresión de impacto en una máquina de escribir eléctrica.

Figura 8-8 Generador de función con entrada giratoria y salida traslacional, análogos de las variables independiente y dependiente de la función $y=(x)$.



En la *generación de trayectoria*, un punto de un "eslabonamiento flotante" (no conectado directamente al eslabonamiento fijo) debe trazar una trayectoria definida respecto al marco de referencia fijo. Si los puntos de la trayectoria han de estar correlacionados con el tiempo o con las posiciones del eslabonamiento de entrada, la tarea se denomina *generación de trayectoria con temporización prescrita*. Un ejemplo de generación de





trayectoria es un eslabonamiento de cuatro barras diseñado para lanzar una pelota de béisbol o de tenis. En este caso, la trayectoria del punto P sería tal que se recogería una pelota en una posición prescrita y se entregaría la pelota siguiendo una trayectoria prescrita con una temporización prescrita para alcanzar una velocidad y dirección de lanzamiento apropiadas.

En la figura 8.11 se desea un eslabonamiento cuyo eslabón flotante contenga un punto P tal que el punto P trace $y=f(x)$ al girar la manivela de entrada. Ejemplos típicos son aquellos en los que $y=f(x)$ es la trayectoria que debe seguir el ojo guía del hilo en una máquina de coser (fig. 8.12) o la trayectoria para adelantar la película en una cámara de cine (figura 8.13). Diversos mecanismos de línea recta, como los eslabonamientos de Watt y de Robert, son ejemplos de una clase especial de generador de trayectoria (véase la figura 8.14) en la que relaciones geométricas aseguran la generación de segmentos de línea rectos dentro del ciclo de movimiento del eslabonamiento.

La *generación de movimiento o conducción de cuerpo rígido* requiere que todo un cuerpo sea guiado a través de una secuencia de movimiento prescrita. El cuerpo que se va a guiar por lo regular es una parte de un eslabonamiento flotante. En la figura 8.15 no sólo está prescrita la trayectoria del punto P , sino también las rotaciones α_j del vector Z incorporado en el cuerpo en movimiento. Las rotaciones de entrada correspondientes podrían estar prescritas o no. Por ejemplo, el vector Z podría representar un eslabonamiento portador en maquinaria automática donde un punto simado en el eslabonamiento portador (la punta de Z) tiene una trayectoria prescrita mientras que el portador tiene una orientación angular prescrita (véase la figura 8.16). La prescripción del movimiento de la cubeta en un cargador de cubetas es otro ejemplo de generación de movimiento. La trayectoria de la punta de la cubeta es crítica, ya que la punta debe seguir una trayectoria de socavamiento o excavación, seguida de un levantamiento y una trayectoria de vaciado. Las rotaciones de la cubeta son igualmente importantes para asegurar que la carga se vacíe desde la posición correcta.

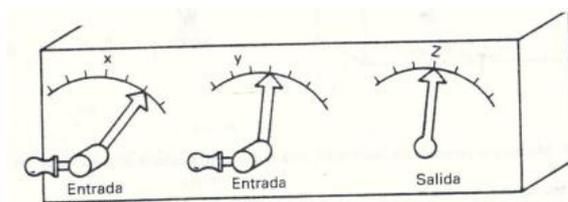
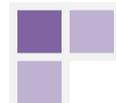


Figura 8.9 Generador de función con dos grados de libertad para generar la función $z=f(x, y)$.



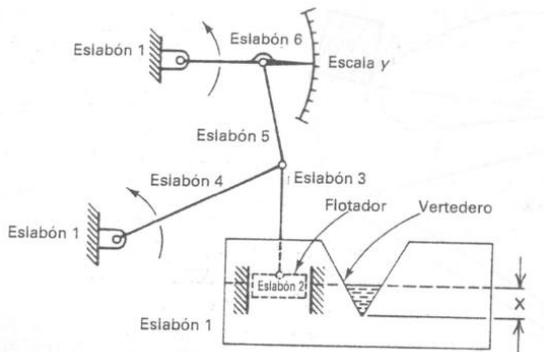


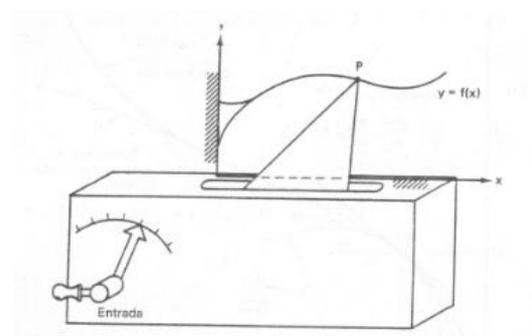
Figura 8.10 Mecanismo indicador de velocidad de flujo, $y = K_1 + xK_2$ donde K_1 y K_2 son constantes.

Puesto que un eslabonamiento tiene un número finito de dimensiones significativas, el diseñador sólo puede prescribir un número finito de *condiciones de precisión*; es decir, sólo podemos *prescribir el rendimiento* de un eslabonamiento en un número finito de *puntos de precisión*. Hay tres métodos para especificar el *rendimiento prescrito* de un mecanismo: *aproximación de primer orden o puntual*, *aproximación de orden superior* y *aproximación punto-orden combinada*.*

En la *aproximación de primer orden* para la generación de funciones y trayectorias se especifican puntos discretos de la función o trayectoria prescrita (o ideal). Recuerde que en la figura 8.4a se mostraron los puntos de precisión P_1 , a P_n de la función ideal. El mecanismo sintetizado generará una función que coincidirá con la función ideal en los puntos de precisión, pero que generalmente se apartará de la función ideal entre dichos puntos (figura 8.4b).

El *error estructural* en la generación de trayectorias puede definirse como el vector de la trayectoria ideal a la generada perpendicular a la trayectoria ideal, o bien como el vector entre puntos correspondientes de una trayectoria ideal y una generada, tomados en el mismo

Figura 8.11 Un eslabonamiento generador de trayectoria.



*Es posible la generación aproximada (no precisa) de un mayor número de condiciones presentas utilizando métodos de mínimos cuadrados o de programación no lineal. Sin embargo, éstos son procedimientos numéricos, no soluciones de forma cerrada.

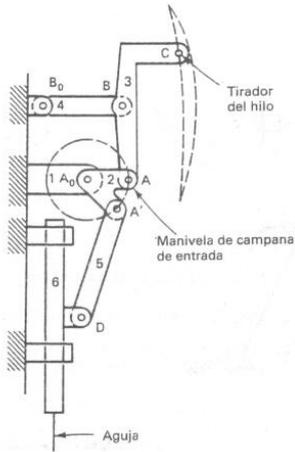


Figura 8.12 En una máquina de coser, una entrada (manivela de campana 2) impulsa un generador de trayectoria (mecanismo de cuatro barras, 1, 2, 3,4) y un deslizador-manivela generador de función (1, 2, 5, 6). El primero genera la trayectoria de la guía de hilo C y el segundo genera el movimiento rectilíneo de la aguja, cuya posición es función de la rotación de la manivela.

valor de la variable independiente. Se emplea la segunda definición cuando hay temporización prescrita. En la generación de movimiento habrá que analizar tanto una trayectoria como una curva de error estructural angular.

En algunos casos se desea un mecanismo para generar no sólo una posición sino también la velocidad, aceleración, choque, etc, en una o más posiciones (véase la figura 8.17). Por ejemplo, la hoja de un cortador que debe cortar un rollo de papel en hojas mientras el rollo está en movimiento no sólo tendría que igualar la posición correcta en el instante del corte,

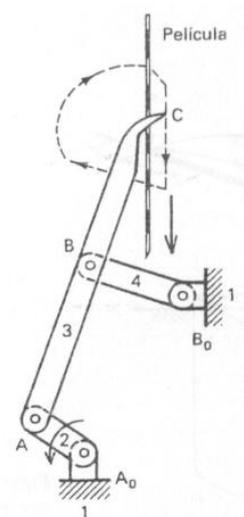


Figura 8.13 El mecanismo de avance de película para una cámara o proyector de cine genera el camino del punto C en función del ángulo de rotación de la manivela 2.

Figura 8.14 Mecanismos de línea recta, (a) Mecanismo de Watt: movimiento rectilíneo aproximado descrito por el punto P ; $AP/PB = BB_0/AA_0$; (b) mecanismo de Robert: movimiento rectilíneo aproximado trazado por el punto P ; $A_0A=AP = PB = BB_0$, $A_0B_0 = 2AB$; (c) el mecanismo Scott-Russele produce un movimiento rectilíneo exacto trazado por el punto P . Observe la equivalencia con el movimiento de Cardan; $A_0A = AB = AP$.

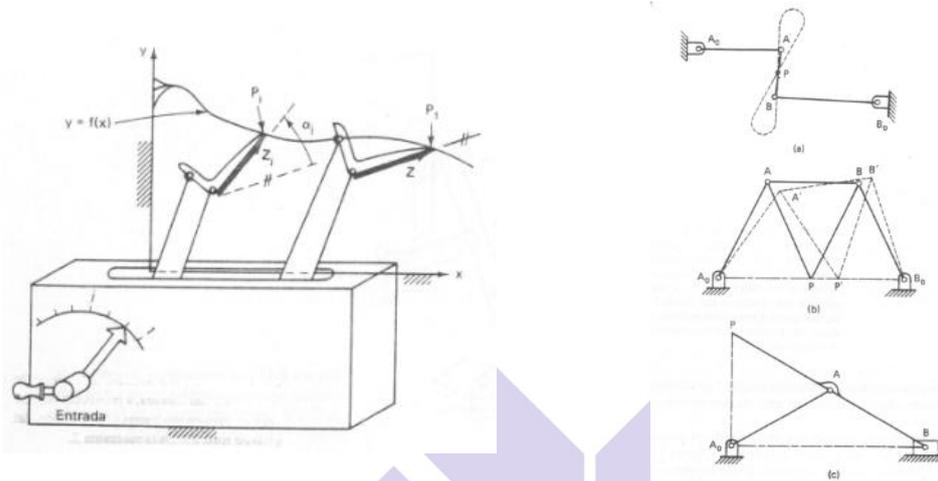


Figura 8.15 Mecanismo generador de movimiento.

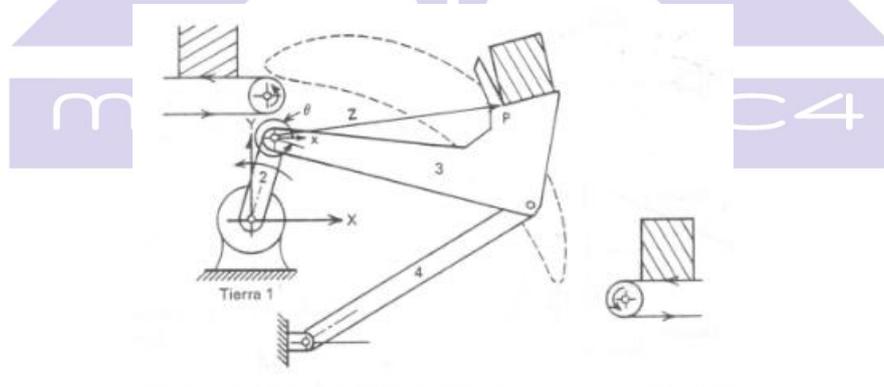
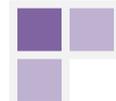


Figura 8.16 Mecanismo portador de una máquina de ensamblado.

sino también varias derivadas en esa posición para efectuar un corte recto y preservar el filo de la hoja. Para la *aproximación de orden superior*, la primera derivada, dy/dx , prescribe la pendiente de la función (o trayectoria) en ese punto; la segunda derivada, d^2y/dx^2 , implica prescribir el radio de curvatura; la tercera derivada, d^3y/dx^3 , prescribe la tasa de cambio de la curvatura; y así sucesivamente (véase la sección 8.24).

La combinación de las aproximaciones de punto y de orden se denomina *aproximación punto-orden* o *aproximación por puntos de precisión con múltiples*



separaciones [157]. Por ejemplo, podríamos querer prescribir una posición y una velocidad en un punto de precisión, sólo una posición en un segundo punto de precisión y una posición y una velocidad en un tercer punto. En la figura 8.18 se muestra una aplicación semejante en la que se busca un mecanismo

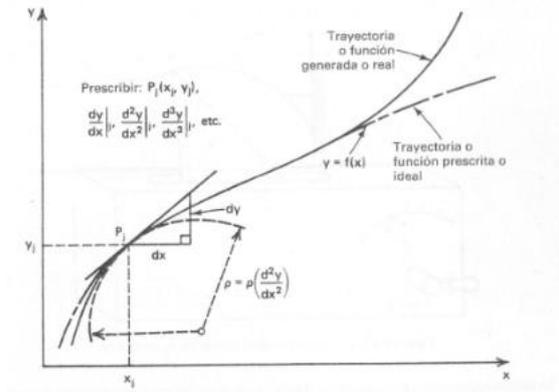


Figura 8.17 Aproximación de orden superior a una función o trayectoria.

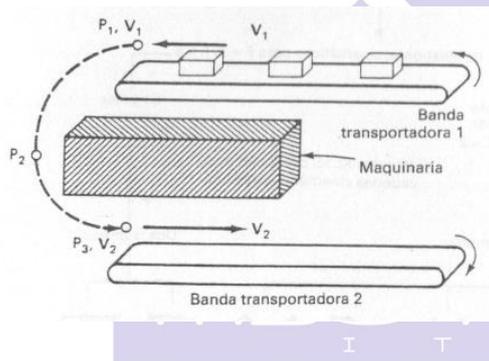
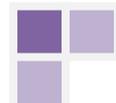


Figura 8.18 Aproximación de punto-orden para la generación de trayectorias. Aquí hay cinco condiciones prescritas: tres puntos de trayectoria y velocidades en dos de ellos, lo que equivale a dos posiciones prescritas infinitesimalmente cercanas en P_1 y P_2 .

que tome un artículo de la banda transportadora 1 que avanza a una velocidad V_1 y depositarlo en la banda transportadora 2 que se mueve con velocidad V_2 , habiendo atravesado el espacio intermedio con objeto de evitar ciertos componentes de maquinaria. Una aplicación típica de esto ocurre en la encuadernación, donde pliegos con signatura (secciones de 32 o 64 páginas) de un libro de la banda transportadora 1 se deben apilar en la banda 2 para formar el libro completo (véase la figura 6.34).

La síntesis cinemática se ha definido aquí como una combinación de síntesis de tipo y dimensional. Casi todo el resto del presente capítulo se dedica a la síntesis dimensional. Sin embargo, antes de pasar a este tema presentaremos uno de los métodos para descubrir de forma creativa los tipos de eslabonamientos apropiados para una tarea prescrita. El método se basa en modelos estructurales o eslabonamientos asociados. En el apéndice del capítulo se presenta un estudio de caso de síntesis de tipo utilizando otro método.



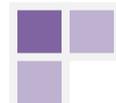


8.3 SÍNTESIS DE TIPO [160][†]

La síntesis de tipo busca predecir cuál combinación de topología de eslabonamientos y tipo de juntas puede ser la mejor para resolver una tarea dada. Con frecuencia, un diseñador bisoño puede optar por una solución que meramente satisface los requisitos, ya que al parecer no existe ningún método para encontrar una solución "óptima". Muchos diseñadores experimentados realizan una forma rudimentaria de síntesis de tipo, a veces sin percatarse de ello. Estos expertos poseen un "instinto" innato que les permite saber qué tipos de eslabonamientos funcionarán y cuáles no; tal capacidad se desarrolla sólo después de diseñar eslabonamientos durante muchos años y es difícil de comunicar a los ingenieros jóvenes. Muchas veces la síntesis de tipo se pasa por alto por ignorancia o porque el diseñador no estaba consciente de las relaciones requeridas entre la forma y la función del eslabonamiento. Cuando esto sucede, podría escogerse un eslabonamiento incapaz de satisfacer los requisitos del problema. Un ejemplo sería escoger una topología de eslabonamientos con un solo grado de libertad para una tarea con dos grados de libertad. Éste sería un error costoso, ya que ninguna selección de dimensiones o tipos de articulaciones produciría una solución viable. Además de ser relativamente desconocida, la síntesis de tipos es difícil de aplicar porque los principios no están tan bien definidos como los de la síntesis dimensional y, por tanto, casi nunca se aprovecha al máximo el potencial de utilidad de esta técnica.

La síntesis de tipos consta de muchos pasos identificables. Por ejemplo, podrían considerarse las siguientes preguntas en el orden en que se listan. El grado de libertad conoce a partir del problema.

1. ¿Cuántos eslabones y juntas se requieren para un grado de libertad deseado?
2. ¿Cuáles son los tipos de eslabones y cuántos de cada uno se necesitan para este juego de eslabonamientos?
3. ¿Cuántos juegos de eslabones diferentes satisfacen los grados de libertad deseados?
4. ¿Cuántas topologías de eslabonamiento se pueden formar a partir de estos juegos de eslabonamientos?
5. ¿Cuántas topologías únicas hay para escoger?
6. ¿De cuántas formas se puede escoger un eslabón de tierra para cada topología?
7. ¿Cómo podemos predecir si algunas inversiones topológicas son inherentemente mejores que todas las demás para las tareas en cuestión?
8. ¿De cuántas formas podemos distribuir en el eslabonamiento los tipos específicos de juntas necesarias para efectuar la tarea?
9. ¿Cuántos eslabones diferentes podrían servir de impulsor de entrada?





La síntesis de tipos se puede subdividir en síntesis topológica, análisis topológico y síntesis numérica [117]. Las preguntas 1 a 3 constituyen la síntesis numérica, las preguntas 4 a 6 son la síntesis topológica y las preguntas 7 a 9 son típicas del análisis topológico. En la figura 8.19 se listan las divisiones de la síntesis de tipos y se muestra el lugar que ocupa el campo en la cinemática.

El primer paso de la síntesis de tipo es determinar el número y el tipo de los eslabones necesarios para formar eslabonamientos con el grado de libertad correcto. Esto puede hacerse utilizando una forma modificada de la ecuación de Gruebler (véase el capítulo 1, Ec. 8.7). La solución de esta ecuación determina que todos los juegos de eslabones de orden superior (que son más largos que los binarios) satisfacen el grado deseado de libertad.

$$n - (F + 3) = T + 2Q + 3P + \dots \quad (8.7)$$

donde n = número total de eslabones en un mecanismo

B = número de eslabones binarios*

T = número de eslabones ternarios

Q = número de eslabones cuaternarios P = número de eslabones pentagonales

F = el grado de libertad requerido para efectuar la tarea deseada

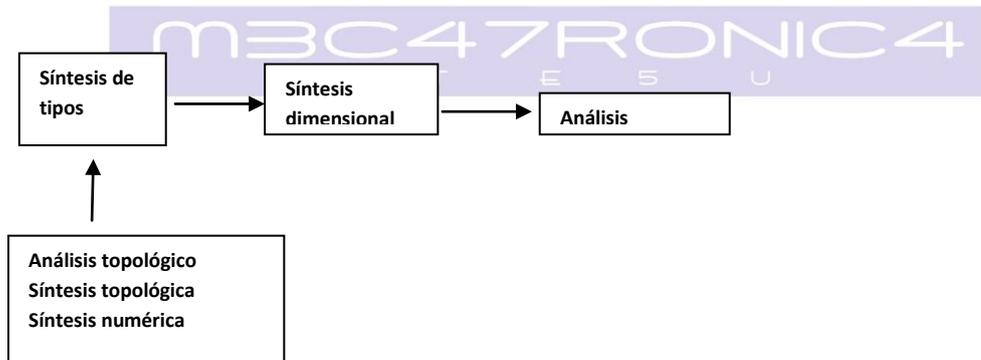
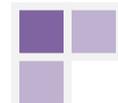


Figura 8.19 El campo de la síntesis de tipos dentro de la cinemática.

Cada conjunto de eslabones de orden superior se combina con el número necesario de eslabones binarios para sumar el número de eslabones requerido por la ecuación de Gruebler para el mecanismo. Cada conjunto de n eslabones se conoce como *solución cinemática de conjunto de eslabones* (KLSS, *kinematic link set solution*). Hay métodos





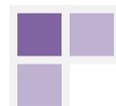
para generar estas soluciones exhaustivamente y para determinar *a priori* qué valor debe tener la cuenta final para cualquier combinación de número de eslabones y grados de libertad [160].

La colección de eslabones que constituye cada KLSS se ensambla para formar figuras usando juntas de pasador en todos los puntos de conexión de eslabones. Estas figuras definen la estructura topológica de los eslabonamientos formados a partir de este conjunto y se denominan *isómeros*. Se garantiza que estos isómeros tienen el grado de libertad global deseado. Cada isómero obtenido a partir de todas las soluciones de conjunto de eslabones cinemáticas para un grado de libertad deseado y un número de eslabones se denomina *cadena cinemática básica* (BKC, *basic kinematic chain*). Es importante contar con un conjunto completo de BKC. Este objetivo ha atraído gran atención desde hace muchos años [32, 162-164]. Se debe tener cuidado al formar estas estructuras topológicas de excluir las BKC "malas", aquellas que no satisfacen el criterio de *distribución de grados de libertad*. Este criterio exige que una cadena cinemática no tenga embebida una subcadena con libertad cero. Semejante cadena sería una versión innecesariamente compleja de una más sencilla, y se deberá eliminar antes de continuar. Todas las KLSS, excepto las que describen los mecanismos de cadena binarios, tienen algunos isómeros malos. Se puede predecir cuál KLSS producirá sólo isómeros malos, pero descubrir los isómeros útiles en la KLSS restante puede ser tedioso. Por ejemplo, las cadenas de seis barras con un grado de libertad tienen dos soluciones de conjunto de eslabones cinemáticas. Ninguno de los isómeros de un conjunto satisface el criterio de distribución de grados de libertad y se degeneran para dar otros eslabonamientos, mientras que un tercio de los isómeros de la segunda KLSS satisface el criterio. Estos isómeros se deben verificar individualmente.

El siguiente paso es generar todas las *inversiones topológicas* de una BKC dada. Éstas se forman fijando a tierra cada eslabón de una BKC, uno por uno, y determinar cuáles de los mecanismos resultantes son topológicamente únicos. Por ejemplo, un Watt I es topológicamente diferente de un Watt II y podría realizar diferentes tareas, como se mencionó en el capítulo 1.

Existen pocos métodos para determinar cuál inversión topológica es idónea para una tarea dada. Una técnica fructífera se denomina *concepto de eslabonamiento asociado*, y se presenta en la subsección siguiente.

Los últimos tres pasos determinan cómo se pueden escoger impulsores y diferentes tipos de juntas y distribuirse dentro del mecanismo. En la figura 8.20 se bosqueja todo el procedimiento anterior para el caso de un eslabonamiento de seis barras con un grado de libertad. En este punto se han determinado la topología y los pares de juntas para un mecanismo y lo único que falta es realizar una síntesis dimensional.



El concepto de eslabonamiento asociado

El *concepto de eslabonamiento asociado* fue desarrollado por R. C. Johnson y K. Towligh [91, 92] como un estímulo para la creatividad. Un ingeniero armado con esta técnica deberá poder generar muchos mecanismos para una tarea específica. Las reglas de diseño se traducen a sus equivalentes topológicos (pasos 6, 8 y 9 de la lista anterior) y se escogen BKC apropiadas (paso 5). El método consiste en el siguiente procedimiento:

1. La determinación de reglas que deben satisfacerse para la selección de un "eslabonamiento asociado" apropiado. Estas reglas se deducen observando la aplicación de diseño específica.

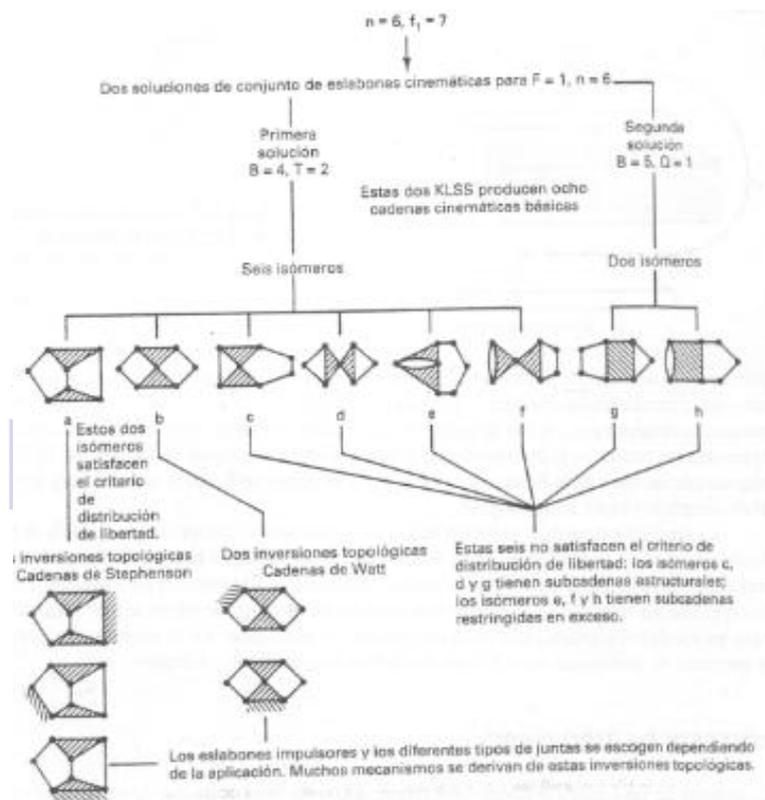
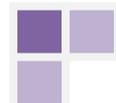


Figura 8.20 Demostración de síntesis de tipos para cadenas de seis barras y un grado de libertad.

2. La aplicación de eslabonamientos asociados adecuados a la síntesis de diferentes tipos de dispositivos. (Véanse en la tabla 1.2 las juntas de par inferior equivalentes para igualar la velocidad de conexiones de par superior.)





Esta técnica de aplicar la síntesis numérica al diseño creativo de dispositivos prácticos se ilustrará con varios ejemplos.

Síntesis de algunos mecanismos deslizantes. Supongamos que nos interesa deducir tipos de mecanismos para impulsar un deslizador con traslación rectilínea a lo largo de una trayectoria fija en una máquina. Daremos por hecho que el eje impulsor está fijo con respecto a la traslación y que debe girar con rotación unidireccional. Además, supondremos que el deslizador debe tener un movimiento recíprocante.

Una regla básica para este ejemplo es que un eslabonamiento asociado adecuado debe tener un solo grado de libertad ($F = +1$) cuando un eslabón está fijo. Comencemos con la cadena

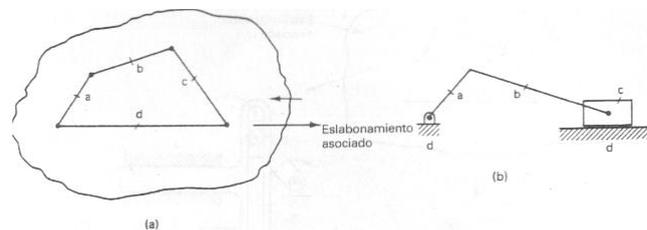
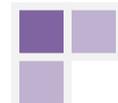


Figura 8.21 Mecanismo de deslizador-manivela y su eslabonamiento asociado; (a) cadena de cuatro barras; (b) mecanismo de deslizador manivela.

de eslabonamiento asociada menos complicada (que es la de cuatro barras) ya que la sencillez es un objetivo de diseño obvio (figura 8.21a). El eslabonamiento asociado de cuatro barras tiene cuatro articulaciones revolutas. Si una de las revolutas (la articulación **c-d**) es sustituida por un deslizador, el mecanismo de deslizador-manivela se obtiene como se muestra en la figura 8.21b.

Aumentando el grado de complejidad, se considera a continuación una cadena Stephen-son de seis barras (en la que los eslabones ternarios no están conectados directamente) como eslabonamiento asociado adecuado (figura 8.22a). Variando la posición del deslizador, creamos los mecanismos de deslizador de las figuras 8.22b a 8.22f, diferentes del deslizador manivela de la figura 8.21. Por último, en la figura 8.23, a partir de una cadena Watt de seis barras (en la que los eslabones ternarios están conectados directamente) deducimos sólo un mecanismo nuevo (figura 8.23b) que tiene el mismo grado de complejidad que los de la figura 8.22; las figuras 8.23c a 8.23e son meramente deslizadores-manivelas con una diada pasiva adicional. Así, podemos deducir cinco mecanismos diferentes de seis eslabones, cada uno con **una sola** junta deslizante, para este problema.

Éste procedimiento general podría extenderse a otros eslabonamientos adecuados de mayor complejidad, incluidos los que contienen *pares superiores**. Así, podemos incorporar levas y pivotes deslizantes en las derivaciones de diferentes tipos de



mecanismos, como los que se ilustran en la figura 8.24, derivados de la cadena de cuatro barras como eslabonamiento asociado.

Síntesis de algunos mecanismos de engrane-leva. En la figura 8.25 se muestra un conjunto típico de engranes acoplados con dos dientes típicos en contacto. En el instante de la observación, el conjunto de engranes es equivalente a una cadena cuádrlica hipotética (véase la tabla 12.). Por tanto, como se muestra en la figura 8.25, un conjunto de engranes acoplados tiene una cadena de cuatro barras como eslabonamiento asociado. Las reglas básicas para determinar el adecuado eslabonamiento asociado que interviene en la síntesis de un mecanismo que contenga un juego de engranes acoplados son las siguientes:

1. 1.- el numero de grados de libertad con un eslabón fijo debe ser de $F = +1$.
2. 2.- el eslabonamiento debe contener al menos un circuito cerrado con cuatro lados. La razón es que el conjunto de engranes acoplados corresponde a un circuito cerrado de Cuatro lados que contiene dos centros de rotación, $R_{p/f}$ y $R_{g/f}$ dos puntos base, B_p y B_g que son los centros instantáneos entre el engrane p y el acoplador ficticio C y el engrane

*En la sección 6.10 se describe esta técnica aplicada a eslabonamientos modulados por leva.

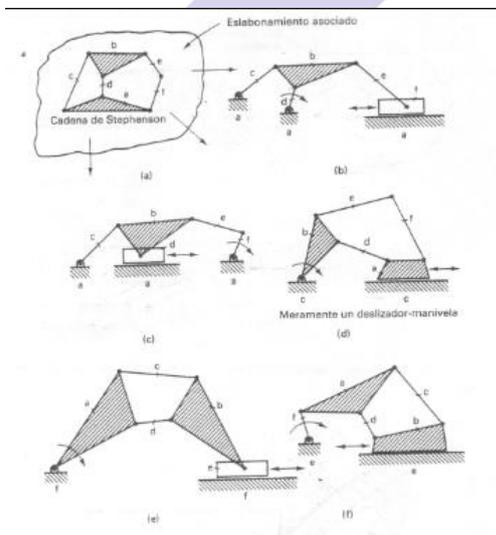
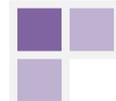


Figura 8.22 Mecanismos de deslizador derivados de la cadena de seis barras de Stephenson como eslabonamiento asociado. Observe que en (d) sólo se muestra un deslizador manivela con eslabones redundantes (superfluos), ya que la diada pasiva consiste en los eslabones *e* y *f*.

g y C, respectivamente. En el conjunto de engranes, el acoplador C es sustituido por el contacto de par superior entre los perfiles de dientes. Por tanto, B_p y B_g coinciden con los centros de curvatura de los perfiles de diente de evolvente respectivos en su punto de contacto. Al recorrer este ciclo cerrado de cuatro lados, se debe pasar en sucesión por los dos centros de rotación: *RRBB* en lugar de *RBRB*.



3. El circuito cerrado de cuatro lados debe contener al menos un eslabón binario. La razón es que en el circuito cerrado de cuatro lados el eslabón que conecta los dos puntos base debe ser binario. Esto es obvio porque los puntos base de los engranes acoplados son instantáneos y están unidos por una biela hipotética en la cadena cuádrlica equivalente.

Supongamos que es necesario diseñar un mecanismo de engranes para impulsar un deslizador con movimiento arbitrario a lo largo de vías fijas en una máquina. Supongamos que el eje impulsor debe tener rotación unidireccional y que el deslizador debe tener un movimiento reciprocante. Un posible diseño sería el mecanismo que se muestra en la figura 8.26,

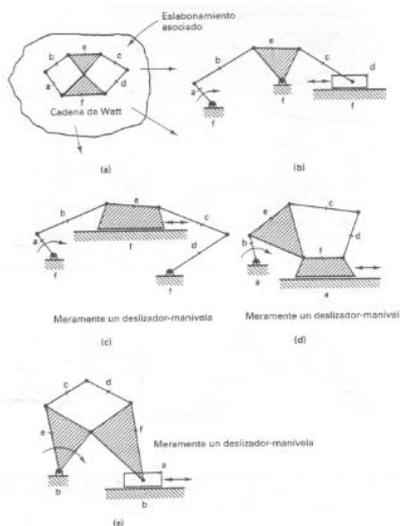
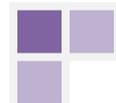


Figura 8.23 Mecanismos de deslizador derivados de la cadena de Watt: seis barras como eslabonamiento asociado.



donde la leva impulsora proporciona el movimiento arbitrario y un engrane con cremallera impulsan el deslizador. En la figura 8.27 se muestra un eslabonamiento equivalente para este mecanismo junto con su eslabonamiento asociado. Por cierto, un engrane con cremallera es un tipo de engrane especial con un punto base y un centro de rotación en el infinito.

La sencillez en el diseño es un objetivo práctico que vale la pena tener presente. Supongamos que nos interesa explorar diferentes tipos de mecanismos más sencillos, para el problema básico descrito en el párrafo anterior (suponiendo que se utilizarán una leva, un seguidor, un engrane y una cremallera para impulsar el deslizador). El eslabonamiento asociado más sencillo, adecuado para esta aplicación sería una cadena de Watt o bien una cadena de Stephenson. De estas cadenas se derivan tres tipos de mecanismos diferentes (figuras 8.28 y 8.29), donde la figura 8.29c requeriría un eje flexible para impulsar la leva.



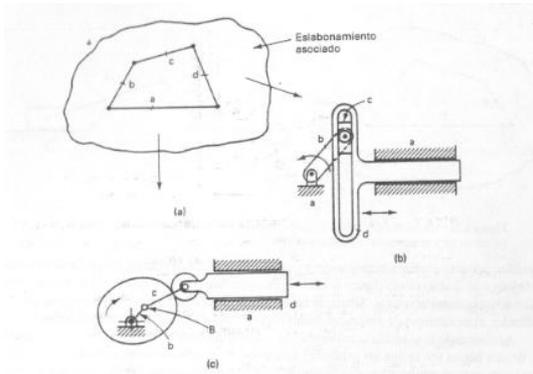


Figura 8.24 Derivación de algunos mecanismos de deslizador que contienen levas y pivote, deslizantes a partir de la cadena de cuatro barras como eslabonamiento asociado. Adviértase que el punto B es el centro de curvatura del contorno de leva en el punto de contacto de la leva; (a) cadena de cuatro barras; (b) yugo escocés; (c) leva de disco con seguidor en traslación.

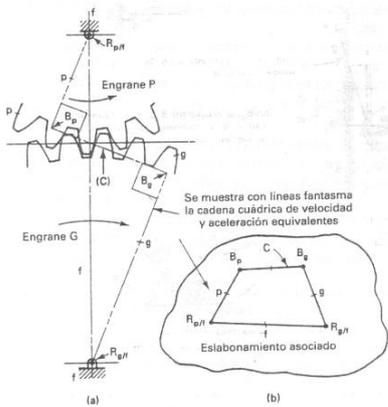


Figura 8.25 Juego de engranes acoplados con su eslabonamiento asociado. B_g y B_p son los centros de curvatura de las evolventes en el punto de contacto del engrane G y el engrane P , respectivamente; (a) par de engranes; (b) eslabonamiento asociado.

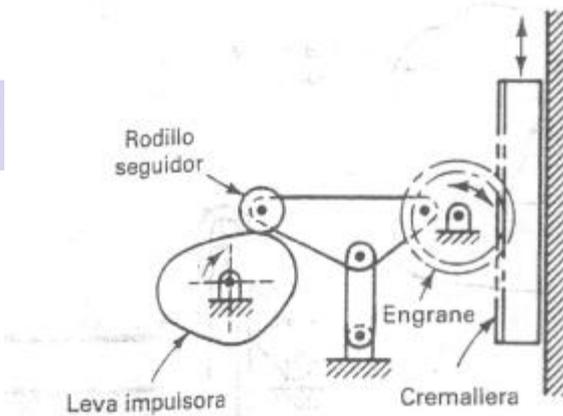
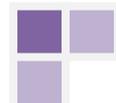


Figura 8.26 Mecanismo de deslizador con leva y engrane.

Síntesis de algunos mecanismos que ejercen fuerzas. Kurt Hain [83] ha aplicado la síntesis de número al diseño de frenos diferenciales y mecanismos de sujeción diferenciales reconociendo la analogía con las estructuras pre cargadas. Esta analogía muestra que, para la síntesis de dispositivos que ejercen fuerzas internas en general, un eslabonamiento asociado adecuado debe tener $F = -1$ para el número de grados de libertad con un eslabón fijo. Además, las *fuerzas* ejercidas por el dispositivo sobre la



pieza de trabajo corresponden a *eslabones binarios* en el eslabonamiento asociado, reconociendo que un eslabón binario es un miembro de dos fuerzas. Apliquemos esta técnica a la síntesis de dos dispositivos prácticos. Primero exploraremos diferentes tipos de tijeras de palanca compuesta, y luego varios tipos de remachadores de yugo.

Síntesis de tijeras de palanca compuesta. Se deben diseñar tijeras de palanca compuesta y construcción sencilla para cortar materiales duros con un esfuerzo relativamente pequeño. La fuerza accionadora se designa con P y la fuerza de resistencia con F_r . Supondremos.

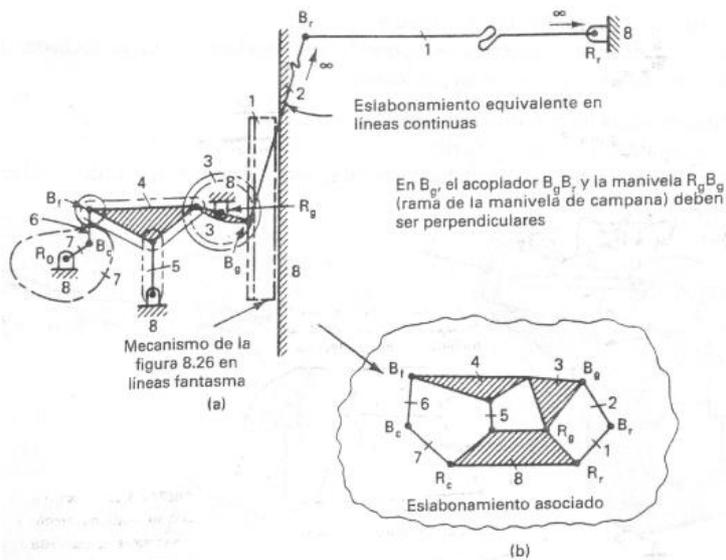


Figura 8.27 Mecanismo de deslizador de la figura 8.26 con eslabón equivalente (a) y el eslabonamiento asociado (b) del cual se derivó.

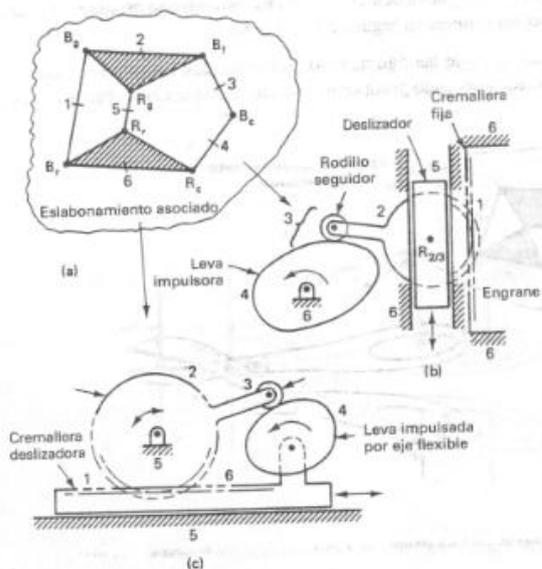


Figura 8.28 Mecanismo leva-engrane deslizador derivado de la cadena de Watt.

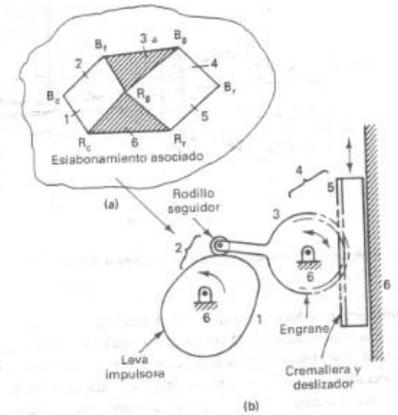
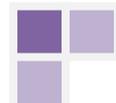


Figura 8.29 Mecanismos de leva-engrane-deslizador derivados de la cadena de Stephenson.



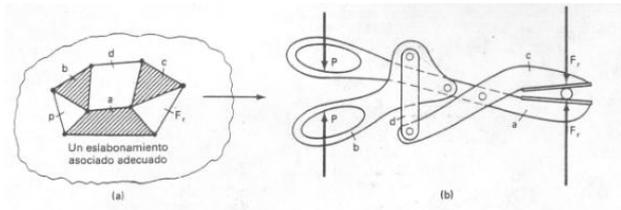


Figura 8.30 Síntesis de tijeras de palanca compuesta a partir de un eslabonamiento asociado adecuado.

que las tijeras de palanca compuesta se deben operar a mano y deben ser portátiles. Por tanto, no habrá eslabón de tierra en la construcción. Sin embargo, se requiere una alta amplificación de la fuerza en el dispositivo. Por tanto, en el eslabonamiento asociado los eslabones binarios P y F_r no deben estar conectados por un solo eslabón; de lo contrario, el tipo de construcción de palanca simple produciría una amplificación de fuerza relativamente baja.

En resumen, las reglas o requisitos para un adecuado eslabonamiento asociado que aplicar a la síntesis de tijeras de palanca compuesta son:

1. $F = -1$
2. Debe haber, por lo menos, dos eslabones binarios a causa de las dos fuerzas P y F_r .
3. Los dos eslabones binarios P y F_r no deben estar conectados al mismo eslabón, porque en ese caso las tijeras serían simples en lugar de compuestas.

Los eslabonamientos asociados de las figuras 8.30, 8.31 y 8.32 satisfacen los requisitos. Cada eslabonamiento asociado adecuado produce un mecanismo diferente para las tijeras de palanca compuesta.

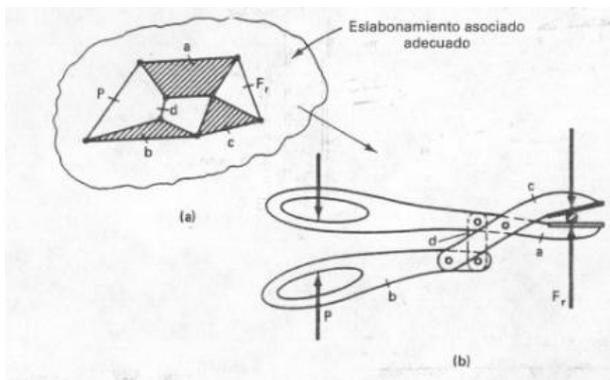
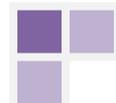


Figura 8.31 Síntesis de tijeras de palanca compuesta a partir de un eslabonamiento asociado adecuado.



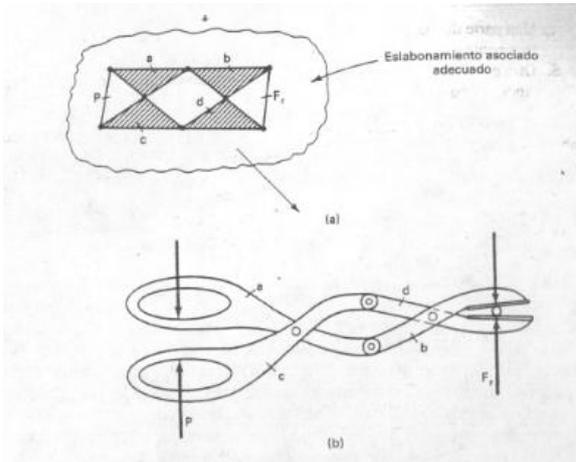


Figura 8.32 Diseño diferente derivado de otro eslabonamiento asociado adecuado para tijeras de palanca compuesta.

Síntesis de remachadores de yugo. En la figura 8.33 se muestra la configuración de un diseño de remachador de yugo existente [91]. Apliquemos la síntesis numérica a la creación de otros tipos de diseños de remachador de yugo.

Las características siguientes se suponen como requisitos de **un** remachador de yugo apropiado para nuestra aplicación en particular:

1. Características de construcción sencillas.
2. Es una unidad autónoma y portátil.
3. Hay una alta amplificación de fuerza entre el pistón de potencia y el dado del remache.

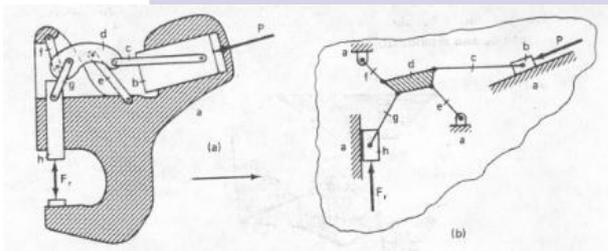


Figura 8.33 Remachador de yugo existente (a) y el eslabonamiento acodado equivalente en el inserto (b).

4. Una parte del dado de remache de dos partes y el cilindro de potencia neumático, relativamente grande, están fijos al eslabón del bastidor.
5. Otra parte del dado de remache y el pistón de potencia deben deslizarse respecto al eslabón del bastidor.



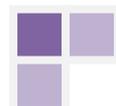
A partir del diseño de remachador de yugo existente de la figura 8.33 deducimos el eslabonamiento plano asociado conjuntas de pasador sencillas como se muestra en la figura 8.34. Si aplicamos la ecuación de Gruebler (capítulo 1) al eslabonamiento de la figura 8.34 obtenemos $F = -1$, que era lo esperado, ya que este valor de F es característico del eslabonamiento asociado para cualquier dispositivo que ejerce fuerzas internas: $F = 3(n - 1) - 2f_1$. Cabe señalar que $n = 10$, incluyendo los eslabones binarios que representan P y F_r y que conectan a con b , y a con h , respectivamente. Adviértase también que el número de juntas de pasador, f_1 , es de 14. Por tanto,

$$F = 3(10 - 1) - 2(14) = -1$$

En la síntesis de nuevas configuraciones para remachadores de yugo será necesario invertir el procedimiento que acabamos de ilustrar al ir de la figura 8.33 a la figura 8.34. Así, primero será necesario seleccionar un eslabonamiento asociado adecuado para un nuevo diseño de remachador de yugo. Mediante un estudio minucioso de las figuras 8.33 y 8.34, y por una consideración de las características deseables de un remachador de yugo apropiado (lista anterior), obtenemos las siguientes reglas o requisitos para un eslabonamiento asociado adecuado:

1. $F=-1$.
2. Debe haber por lo menos dos eslabones binarios (para P y F_r).
3. Los eslabones binarios correspondientes a P y F_r deben estar conectados al mismo eslabón en un extremo, que es el eslabón del bastidor, y a diferentes eslabones ternarios por el otro extremo. Esto asegura una construcción sencilla del eslabonamiento con una am-pl ideación alta de la fuerza entre el juego de dados del remache y el pistón de potencia.
4. El eslabón del bastidor debe ser por lo menos un eslabón cuaternario para P , F_r y dos juntas deslizantes de par inferior para el dado del remache y el pistón de potencia.
5. Los diferentes eslabones ternarios mencionados en el requisito 3 deben estar conectados al eslabón del bastidor, ya que el pistón de potencia y el dado del remache deben tener una conexión deslizante de par inferior con el eslabón del bastidor.

Puesto que la sencillez de construcción es una característica con importancia práctica, el eslabonamiento asociado, más sencillo, del inserto de la figura 8.35a es una opción adecuada. A partir de este eslabonamiento asociado se deriva el sencillo remachador de tipo acodado.



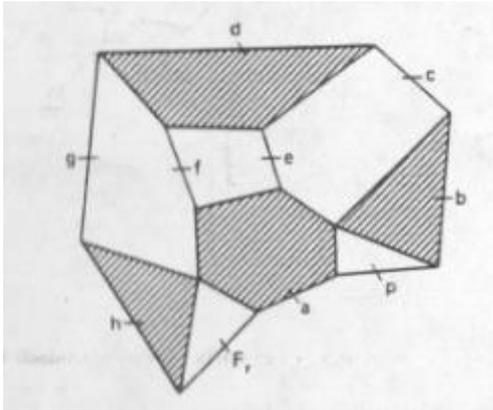


Figura 8.34 Eslabonamiento asociado para el remachador de yugo existente de la figura 8.33.

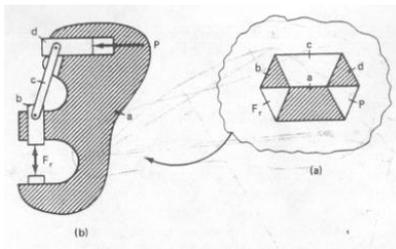


Figura 8.35 Remachador sencillo tipo acodado; (a) eslabonamiento asociado; (b) el mecanismo derivado de (a).

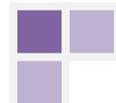
El método de eslabonamiento asociado para la síntesis de tipos es una de las técnicas útiles empleadas para sintetizar *tipos* de mecanismos. A veces se utilizan métodos de análisis similares en casos de patentes para determinar si un dispositivo es del mismo tipo que otros o de un tipo distinto. Otro método de síntesis de tipos se describe en el apéndice del capítulo a guisa de estudio de caso.

Cabe señalar que todavía no se ha dicho nada acerca de las dimensiones reales de estos mecanismos cuyo tipo se sintetizó. Las dimensiones específicas controlarán los movimientos relativos y las características de transmisión de fuerza de los ejemplos anteriores.

HERRAMIENTAS DE SÍNTESIS DIMENSIONAL

Las dos herramientas básicas de la síntesis dimensional son la construcción geométrica y el cálculo analítico (matemático).

Los métodos de síntesis *geométricos* o gráficos ofrecen al diseñador un procedimiento de diseño relativamente rápido y directo. Las técnicas gráficas tienen limitaciones de exactitud a causa del error de dibujo, el cual a veces es crítico, y podría ser necesario repetir muchas veces la construcción geométrica para obtener resultados apropiados a causa de la complejidad de la resolución.



Los métodos de síntesis *analíticos* son adecuados para el cálculo automático y tienen las ventajas de exactitud y repetitividad. Una vez que un mecanismo se modela matemáticamente y se codifica para una computadora, es fácil manipular los parámetros del mecanismo para crear nuevas soluciones sin programación adicional. Aunque en este texto hacemos hincapié en la síntesis analítica, es importante tener experiencia en las técnicas gráficas para utilizarlas en las fases iniciales de la síntesis cinemática. En las siguientes secciones presentamos una reseña de los enfoques geométricos útiles antes de pasar a la síntesis analítica.

SÍNTESIS GRÁFICA - GENERACIÓN DE MOVIMIENTO: DOS POSICIONES PRESCRITAS [139]

Supongamos que nos interesa conducir un eslabón en un mecanismo de modo tal que asuma varias posiciones distintas (con separación finita) arbitrariamente prescritas. Para dos posiciones de generación de movimiento, esto puede lograrse mediante rotación simple (figura 8.36) alrededor de un centro de rotación adecuado. Este *polo*, P_{12} , se encuentra gráficamente.

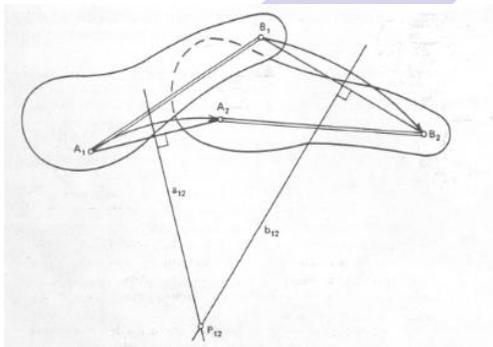
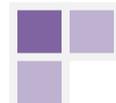


Figura 8.36 Se puede llegar de una a otra de dos posiciones coplanarias prescritas de un cuerpo rígido por rotación alrededor del polo P_{12} .

Mediante las normales medias a_{12} y b_{12} a los segmentos de línea que conectan dos posiciones correspondientes de cada uno de los puntos A y B, a saber, A_1 , A_2 y B_1 , B_2 .

Si sucede que el polo P_{12} se sale del bastidor de la máquina, podríamos usar un eslabonamiento de cuatro barras para guiar el eslabón AB desde la posición 1 a la posición 2 (figura 8.37). Dos pivotes fijos, cada uno de ellos en cualquier punto a lo largo de las dos normales medias, cumplen con este objetivo. La construcción es la siguiente:

Dibuje la bisectriz perpendicular (o normal media) a $A_1 A_2$, la primera y segunda posiciones del punto circular A_y así llamada porque es posible trazar un arco circular que pase por sus posiciones correspondientes. Cualquier punto a lo largo de esta normal media, digamos A_0 , es un posible pivote fijo o punto central, conjugado con el punto





circulara. Un eslabón entre un punto central y un punto circular guiará A desde A_1 , hasta A_2 . A continuación se repite esta construcción para otro punto circular B, a fin de obtener B_Q .



En la figura 8.37 se muestra uno de los posibles eslabonamientos de cuatro barras que actuarán como generador de movimiento para dos posiciones. Cabe señalar que la construcción de cada par punto circular-punto central implicó *tres decisiones libres*. Para dos posiciones prescritas, se puede escoger un punto circular A en cualquier lugar del plano o de su extensión, localizado por dos coordenadas independientes a lo largo de los ejes x y y de un sistema cartesiano fijo en el cuerpo en movimiento, y el punto central conjugado se puede escoger en cualquier punto a lo largo de la normal media de sus posiciones correspondientes. Por tanto, en el caso ideal hay *tres* conjuntos infinitos de soluciones (para cada par de punto central y punto circular) para construir un eslabonamiento de cuatro barras. Por ejemplo, si toda la normal media a_{12} representa posiciones no deseables para pivotes fijos, podemos unir rígidamente el punto C a A y B mediante un triángulo en el plano del eslabón móvil (o "flotante") y utilizar C como pasador de manivela. En la figura 8.38 se muestra la construcción que produce un eslabonamiento alternativo sustituyendo el eslabón A_1A_0 de la figura 8.37 por C_1C_0 .

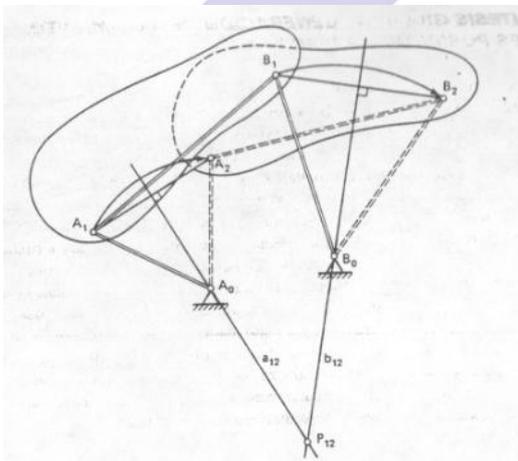
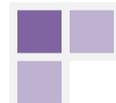
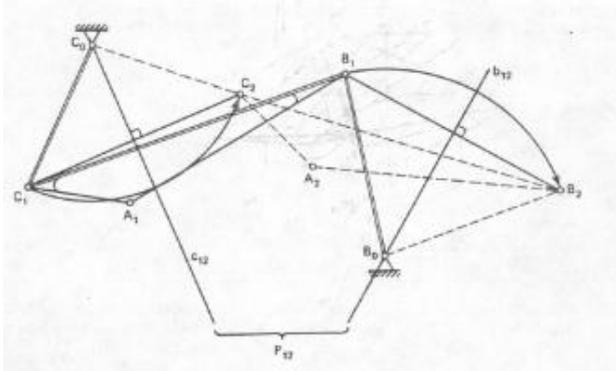


Figura 8.37 Síntesis gráfica de dos posiciones de un mecanismo generador de movimiento de cuatro barras. Los pivotes fijos A_0 y B_0 pueden estar en cualquier punto a lo largo de las normales medias entre A_1A_0 y B_1B_2 , respectivamente.



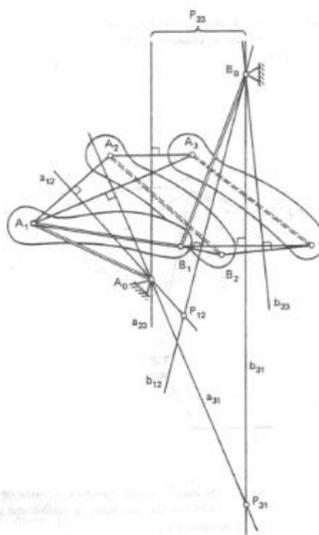


8.38 Si la normal media de A_1A_2 no contiene lugares apropiados para el pivote de tierra A_0 y se puede localizar otro punto C en el cuerpo en movimiento. Entonces, es posible que la normal media de C_1C_2 produzca un pivote de tierra apropiado C_0 .

8.6 SÍNTESIS GRÁFICA - GENERACIÓN DE MOVIMIENTO: TRES POSICIONES PRESCRITAS

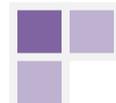
Consideremos ahora tres posiciones arbitrarias de un plano, A_1B_1 , A_2B_2 y A_3B_3 (figura 8.39). Habrá tres polos asociados a estas posiciones, P_{12} , P_{23} y P_{31} (adviértase que $P_{ij} = P_{ji}$). Aquí, los polos ya no pueden usarse como pivotes fijos, ni siquiera si están accesibles, porque cada uno haría pasar a AB por sólo dos de las tres posiciones prescritas.

Se escogen dos puntos circulares A y B y se localizan sus tres posiciones correspondientes. Se repite dos veces la construcción de normales medias de la sección anterior para el punto A (a_{12} y a_{23}). Puesto que el punto central para cada par de dos posiciones puede quedar en cualquier lugar a lo largo de su normal media, la intersección de las dos normales medias define el punto central común A_0 de las tres posiciones. En la figura 8.39 se muestra el mecanismo de cuatro barras único que se obtiene de la síntesis para los puntos circulares escogidos A y B . Observe, empero, que existen *dos conjuntos infinitos* de posibilidades para la posición de cada punto circular (x_a y y_a para A) y, por tanto, para cada par punto central-punto circular.



En las secciones siguientes se ilustra la forma de construir generadores de trayectorias y de funciones de cuatro barras para tres posiciones. Se utiliza la misma técnica de intersección de las bisectrices perpendiculares, pero sólo después de efectuarse una inversión cinemática. En las próximas secciones se describen estos procedimientos.

Figura 8.39 Mecanismo de cuatro barras sintetizado geoméricamente (gráficamente) que guía el cuerpo AB de modo que pase por tres posiciones prescritas, A_1B_1 , A_2B_2 y A_3B_3 .



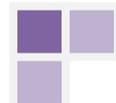


8.7 SÍNTESIS GRÁFICA PARA GENERACIÓN DE TRAYECTORIAS: TRES POSICIONES PRESCRITAS [105]

Se efectúa una construcción muy similar para la síntesis gráfica de un generador de trayectorias de cuatro barras para tres posiciones. Diseñemos un mecanismo de cuatro barras de modo que un punto de trayectoria P en el eslabón acoplador pase por tres posiciones seleccionadas, P_1, P_2 y P_3 (figura 8.40).

Al diseñar para tres posiciones prescritas, las posiciones de A_0 y B_0 (que definen la longitud e inclinación del eslabón fijo) son opciones libres. Además, la longitud de la manivela de entrada y la distancia entre A y P son arbitrarias (al aumentar el número de posiciones de diseño, se imponen restricciones a algunas de estas opciones libres). La construcción es la siguiente (figura 8.40):

1. Después de escoger los puntos de trayectoria prescritos, P_1, P_2 y P_3 , seleccione posiciones para los pivotes fijos, pivotes centrales A_0 y B_0 , estableciendo el eslabón fijo.
2. Escoja una longitud para la manivela y trace la trayectoria de A (un círculo). Escoja el punto para A (posición de A para la posición P_1).
3. Una vez establecida la longitud de AP , localice A_2 y A_3 . A, P y B son todos puntos sobre el acoplador y, por tanto, tienen las mismas separaciones entre sí en todas las posiciones.
4. La posición de B se encuentra mediante una inversión cinemática (véase la sección 3.1). Esto se logra fijando el acoplador en la posición 1. El resto del mecanismo, incluido el bastidor, debe moverse de modo que el mismo movimiento relativo exista entre todos los eslabones de esta inversión así como de la disposición original. Las posiciones relativas de B_0 respecto a la posición 1 del acoplador se obtienen mediante la construcción que se muestra en la figura 8.41 como sigue (véanse las figuras 8.40 y 8.41). Gire A_0 alrededor de A_1 una distancia angular $(a_2 - a_1)$ (donde $a_2 = \sphericalangle A_0A_2P_2$ y $a_1 = \sphericalangle A_0A_2P_1$ de la figura 8.40) para llegar a A'_0 . Dibuje un arco alrededor de A'_0 con radio A_0B_0 . Trace un arco alrededor de P_1 con radio $\overline{P_2B_0}$ medido en la figura 8.40. La intersección de estos dos arcos sitúa a B'_0 . La construcción de B''_0 (no se muestra) sigue el mismo procedimiento con A''_0 [girado alrededor de A_1 desde A_0 una distancia angular $(a_3 - a_1)$] como centro de un arco con radio $\overline{A_0B_0}$ y con $\overline{P_3B_0}$ como radio de un segundo arco desde el centro P_1 .
5. Trace bisectrices perpendiculares a las líneas $B_0B'_0$ y $B'_0B''_0$. El punto de intersección sitúa B_1 como centro del círculo que pasará por las tres posiciones relativas de B_0 : B_0, B'_0



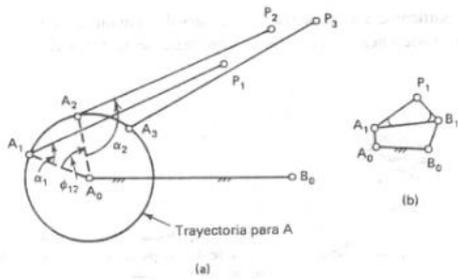


Figura 8.40 Diseño de tres posiciones de un mecanismo generador de trayectoria, (a) Disposición inicial que indica los parámetros de diseño; (b) diagrama del mecanismo deseado.

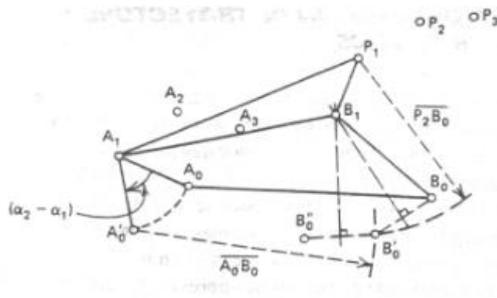
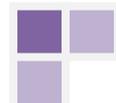


Figura 8.41 Diseño de generador de trayectorias de tres posiciones. Inversión para situar B1.

6. Dibuje el mecanismo en las tres posiciones para verificar el diseño (figura 8.42). Si el diseño no es satisfactorio, se pueden repetir estos pasos escogiendo diferentes A_0 , B_0 y A_1 .

Cabe señalar que idealmente hay seis conjuntos infinitos de eslabonamientos de cuatro barras que realizan esta tarea de generación de trayectoria, ya que la posición de A_0 (coordenadas x y y) y los vectores $\overrightarrow{A_0B_0}$ y $\overrightarrow{A_0A_1}$ se escogieron arbitrariamente en el plano de referencia fijo. Esto equivale a *tres conjuntos infinitos* de soluciones para cada lado del eslabonamiento generador de trayectorias, en comparación con dos conjuntos infinitos de soluciones para la generación de movimientos. Si el objetivo es generar trayectorias con temporización prescrita (es decir, rotaciones prescritas del eslabón de entrada ϕ_{12} y ϕ_{13} correlacionadas con los puntos de trayectoria), hay dos conjuntos infinitos de soluciones para cada lado, o un total de cuatro conjuntos infinitos para los eslabonamientos de cuatro barras, como se muestra en la sección siguiente.

Debemos señalar aquí un punto importante que es pertinente para todas las técnicas gráficas. En el paso 5 de esta sección, la intersección de las bisectrices perpendiculares situó B_1 . Un pequeño error en las posiciones de B_0 , B'_0 o B''_0 produce un error amplificado en la posición de B_1 . De hecho, conforme las líneas $B_0B'_0$ y $B'_0B''_0$ se acercan al paralelismo, la amplificación del error es muy grande. El diseñador debe estar consciente de estas desventajas inherentes a la construcción gráfica.

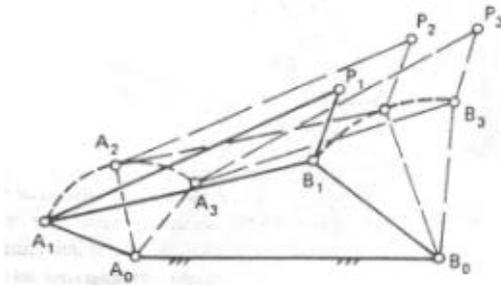




8.8 GENERACIÓN DE TRAYECTORIAS CON TEMPORIZACIÓN PRESCRITA: TRES POSICIONES PRESCRITAS

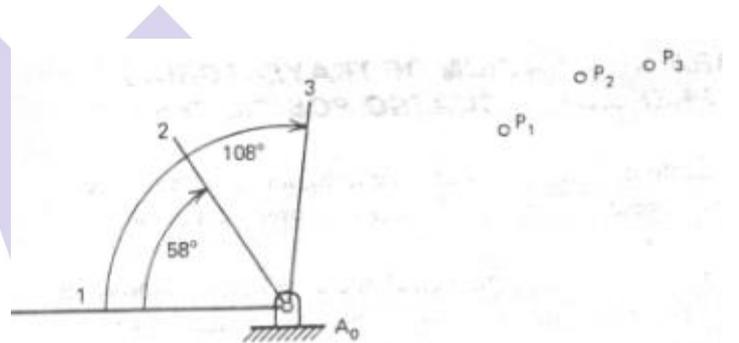


La construcción anterior debe modificarse para prescribir rotaciones de la manivela de entrada que deban corresponder a las posiciones de trayectoria prescritas. Se utilizará el mismo



8.42 Diseño de generador de trayectorias de tres posiciones. Verificación del mecanismo terminado.

Figura 8.43 Puntos de trayectoria prescritos y rotaciones de la manivela para la generación de trayectorias con temporización prescrita y tres puntos de precisión con separación finita.



Ejemplo de la figura 8.40, excepto que las rotaciones de la manivela de entrada están prescritas: 58° en sentido horario corresponde al movimiento del punto P desde P_1 hasta P_2 , y 108° en sentido horario, de P_1 a P_3 (véase la figura 8.43). La construcción, que se muestra en la figura 8.44, es la siguiente:

1. Escoja el pivote fijo del eslabón de entrada (A_0) respecto a los puntos de precisión de la trayectoria prescrita $P_1P_2P_3$ infinitos de opciones, uno para x y otro para y de A_0 .
2. Trace las líneas $\overline{P_2A_2}$ y $\overline{P_3A_0}$.
3. Invirtiendo el movimiento (fijando el eslabón de entrada A_0A que todavía no conocemos), gire $\overline{P_2A_0}$ 58° en sentido anti horario alrededor de A_0 , y $\overline{P_3A_0}$, 108° en sentido anti horario alrededor de A_0 , situando P'_2 y P'_3 .
4. Dibuje las líneas $\overline{P'_2P_1}$ y $\overline{P'_3P_1}$
5. La intersección de las bisectrices perpendiculares p'_{12} y p'_{13} sitúa A_1 la primera posición de A .
6. El resto de la construcción procede como se ilustra en la sección anterior. Así, la generación de trayectorias con temporización prescrita implica dos opciones



libres para el lado izquierdo del mecanismo de cuatro barras (las coordenadas x y y de A_0 respecto a P_1) y, por tanto, produce idealmente *dos conjuntos infinitos* de soluciones.

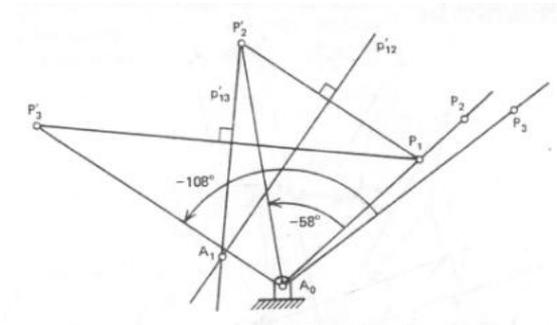


Figura 8.44 construcción gráfica a la posición inicial de la manivela A_0A_1 para el generador de trayectorias con los datos prescritos de la figura 8.43. La parte final de la síntesis geométrica del mecanismo de cuatro barras se lleva a cabo según las figuras 8.40 y 8.41. P_0A_0 no necesariamente pasa por P_1 .

8.9 SÍNTESIS GRÁFICA PARA GENERACIÓN DE TRAYECTORIAS (SIN TEMPORIZACIÓN PRESCRITA): CUATRO POSICIONES

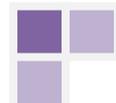
Se puede emplear un procedimiento de diseño similar al de la figura 8.41 para la generación de trayectorias (sin temporización prescrita) con cuatro puntos de precisión empleando el *método de reducción punto-posición* [83, 105].

El método de reducción punto-posición se basa en el hecho de que podemos dibujar un círculo que pase por tres puntos. Se determinan tres posiciones relativas distintas para un punto de un eslabón, y luego se traza un círculo que pase por esos puntos. El centro y el radio del círculo determinan la posición y las longitudes de los demás eslabones del mecanismo. En este método se pueden satisfacer hasta seis puntos de precisión [105]. Sin embargo, los parámetros de diseño se escogen de modo que algunas posiciones correspondientes de un punto de diseño, por lo regular una junta de pasador, coincidan, con lo que se reduce a tres el número total de posiciones distintas. Esto se demuestra en los diseños 1 y 2, en los que el número de posiciones distintas se reduce de cuatro a tres. Esto se logra situando ya sea el punto B_Q o el punto B en uno de los polos del acoplador. Presentaremos los diseños primero con B_Q en el polo y luego con B en el polo.

Diseño 1

La tarea. Diseñe un mecanismo de cuatro barras de modo que un punto P del acoplador pase por cuatro posiciones escogidas arbitrariamente en el orden P_1, P_2, P_3 y P_4 (figura 8.45). Sitúe el pivote fijo B_0 en uno de los polos del movimiento del acoplador. El procedimiento es el siguiente:

1. Escoja dos posiciones que se harán coincidentes en la inversión. Se escogieron las posiciones 1 y 4 para que B_0 se sitúe en el polo P_{14} . El polo se encuentra en la bisectriz perpendicular de la línea (cualquier punto cómodo sobre esta línea es



bueno). Esto determina el ángulo Ψ_{14} , la rotación del eslabón seguidor desde la posición 1 a la 4.

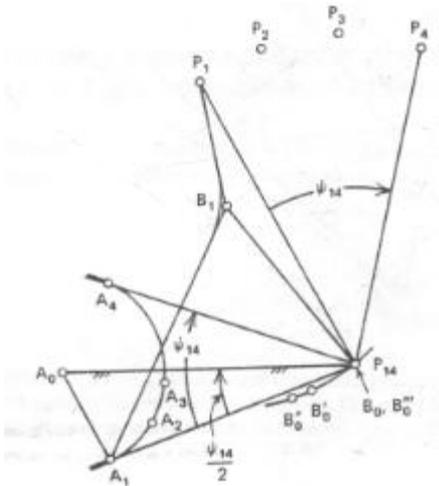
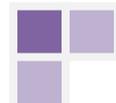


Figura 8.45 Diseño de cuatro posiciones. Disposición que muestra los parámetros y el procedimiento de diseño. Pivote en el polo.

2. Puesto que B_0 está en el polo P_{14} , podemos girar el acoplador alrededor de B_0 desde la posición 1 hasta la posición 4. Esto implica que A y B , que son puntos del acoplador, también deben girar el mismo ángulo Ψ_{14} alrededor de B_0 de la posición 1 a la 4.
3. Escoja una dirección para A_0B_0 y trace dos líneas que pasen por B_0 con ángulo $\pm \Psi_{14} / 2$ desde A_0B_0 (figura 8.45). A_1 y A_4 deben estar sobre estas líneas equidistantes respecto a B_0 .
4. Escoja posiciones para A_1 y A_0 . Esto establece A_0 y las longitudes de los eslabones fijo y de entrada, así como la distancia AP .
5. Localice A_2 y A_3 en el arco alrededor de A_0 con radio $A_0A_1 = A_0A_4$, tales que $P_2A_2 = P_3A_3 = P_1A_1$.
6. B_0 y B''_0 están situados en P_{14} . Fije el acoplador (una inversión cinemática) y determine la posición relativa de B_0 para las posiciones 2 y 3 (B'_0, B''_0), construyendo $\triangle A_1P_1B'_0 = \triangle A_2P_2B_0$ y $\triangle A_1P_1B''_0 = \triangle A_3P_3B_0$. El centro del círculo que pasa por B_0, B'_0 y B''_0 es B_1 . Esto establece las longitudes de los eslabones acoplador y de salida y finaliza el diseño.
7. En la figura 8.46 se muestra el mecanismo en las cuatro posiciones como verificación del diseño.

Entre las posiciones 3 y 4, la manivela de entrada gira más allá de B_4 , y luego gira de regreso a B_4 , hasta que el punto de trayectoria P finalmente coincide con la posición prescrita P_4 . Durante esta rotación hacia adelante y hacia atrás de la manivela de entrada, el punto P se sale de la trayectoria prescrita. Este comportamiento es característico de los diseños que se obtienen por los métodos de reducción punto-posición y podría no ser apropiado en algunas aplicaciones de generadores de trayectoria.



Diseño 2

La tarea. Diseñe un mecanismo de cuatro barras tal que el punto del acoplador P pase por las posiciones prescritas P_1, P_2, P_3 y P_4 en ese orden (figura 8.47). Localice el punto del acoplador B en un polo del acoplador. El procedimiento es el siguiente:

1. Sitúe arbitrariamente el polo P_{14} en la bisectriz perpendicular de la línea P_1P_4 . B_1 y B_4 estarán cosituados con P_{14} . El ángulo $P_1P_{14}P_4$ es Ψ_{14} .

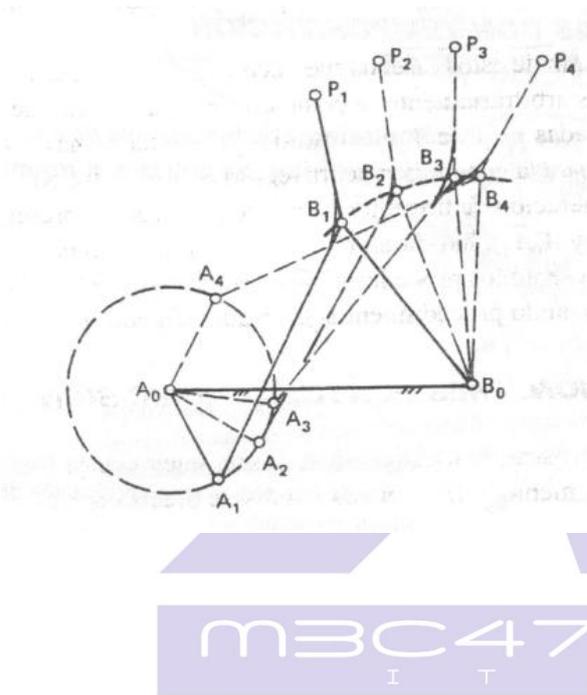
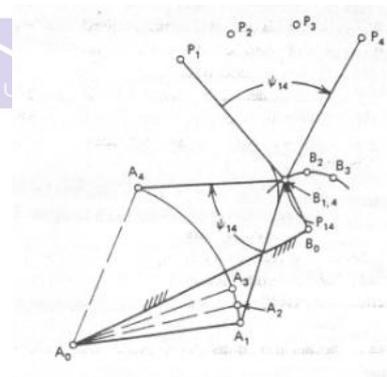
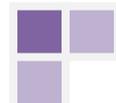


Figura 8.46 Diseño de cuatro posiciones. Verificación de los mecanismos terminados.

Figura 8.47 Síntesis geométrica de cuatro posiciones de un mecanismo generador de trayectorias con cuatro eslabones. La primera posición del punto acoplador, B_1 se escoge en el polo P_{14} . Método de reducción punto-posición.



2. Puesto que el triángulo acoplador ABP es rígido, el ángulo $A_1B_1P_1$ debe ser igual al ángulo $A_4B_4P_4$. Una vez ubicados B_1 y P_1 , se puede trazar una línea desde B_1 en una dirección arbitraria a fin de establecer un lugar geométrico para A_1 La distancia B_1A_1 es arbitraria.
3. Sitúe A_4 de modo que el ángulo $A_1B_1A_4 = \Psi_{14}$ en magnitud y sentido y $\overline{A_4B_1} = \overline{A_1B_1}$.
4. Escoja el pivote A_0 para el eslabón de entrada en la bisectriz del ángulo $A_1B_1A_4$. Así, $\overline{A_0A_1} = \overline{A_0A_4}$. Dibuje la trayectoria de arco circular de A desde A_1 hasta A_4 .





5. Sitúe A_2 de modo que, $\overline{A_2P_2} = \overline{A_1P_1}$. y A_3 de modo que $\overline{A_3P_3} = \overline{A_1P_1}$.
6. $\Delta A_1B_1P_1 = \Delta A_2B_1P_2 = \Delta A_3B_3P_3 = \Delta A_4B_4P_4$. Utilice esta información para localizar B_2
7. Puesto que B_1 y B_4 coinciden, se puede trazar un círculo que pase por B_1 , B_4 , B_2 y B_3 . El centro de este círculo es el pivote fijo B_0 . El radio es la longitud del eslabón de salida B_0B . Esto establece el mecanismo.

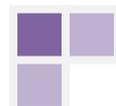


8.10 GENERADOR DE FUNCIÓN: TRES PUNTOS DE PRECISIÓN

Antes de describir el método de construcción geométrica para la síntesis de generación de funciones, presentaremos el espaciamiento óptimo de los puntos de precisión prescritos.

Chebyshev determinó que la mejor aproximación de eslabonamiento a una función ocurre cuando se ecualiza el valor absoluto del error estructural máximo entre los puntos de precisión y en ambos extremos del intervalo. Se utiliza espaciamiento de *Chebyshev* [86] de los puntos de precisión para minimizar el error estructural. Esta técnica, basada en polinomios de *Chebyshev* [28, 86], se emplea a menudo como "primera estimación", aunque sólo es aplicable en casos especiales (como en las funciones simétricas). Una vez finalizada la síntesis, se puede determinar el error estructural resultante del mecanismo, seguido de una evaluación y alteración de la colocación de los puntos de precisión para mejorar la exactitud del mismo. Dos técnicas para situar los puntos de precisión minimizando el error estructural son la *fórmula de reespaciamiento de Freudenstein* [72] y la técnica directa de espaciamiento óptimo de *Rose-Sandor* [134]. Ambas se basan en el hecho de que si reducimos el espacio entre puntos de precisión adyacentes también reducimos el error extremo entre ellos, y viceversa.

Existe una construcción sencilla para determinar el espaciamiento de *Chebyshev* como estimación inicial (véase la figura 8.48). Los puntos de precisión pueden situarse gráficamente; se traza un círculo cuyo diámetro es proporcional al intervalo del parámetro independiente (Δx). Luego se inscribe un polígono equilátero regular de $2n$ lados (donde n = número de puntos de precisión prescritos) en el círculo, de modo que dos lados del polígono queden verticales. Si dibujamos líneas perpendiculares al diámetro horizontal que pasen por cada esquina del polígono, estas líneas intersecarán el diámetro en puntos espaciados a distancias proporcionales al espaciamiento de *Chebyshev* de los puntos de precisión. Explicaremos este procedimiento con la ayuda de ejemplos.





Ejemplo 8.1

Determine el espaciamiento de Chebyshev de un eslabonamiento de cuatro barras que genera la función $y = 2x^2 - 1$, en el intervalo $1 \leq x \leq 2$, donde se prescribirán cuatro puntos de precisión ($n = 4$).

Solución El primer paso consiste en trazar un círculo con diámetro $\Delta x = x_{n+1} - x_0 = 2.0 - 1.0 = 1.0$. A continuación construimos un polígono de $2n = 8$ lados con dos lados verticales, como se muestra en la figura 8.48. Las esquinas del polígono, proyectadas verticalmente sobre el eje horizontal, son los puntos de precisión prescritos. Las mediciones realizadas sobre esta construcción geométrica dan

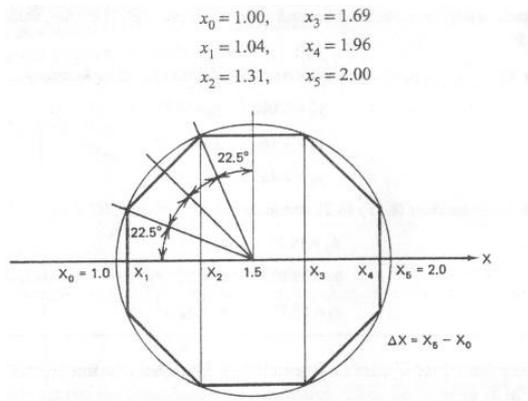


Figura 8.48 Espaciamiento de Chebyshev de cuatro puntos de precisión.

La construcción anterior para el espaciamiento de Chebyshev es equivalente a las siguientes fórmulas:

$$\Delta x_j = x_j - x_0 = \frac{1}{2} \Delta x \left[1 - \cos \left(\frac{\pi(2j - 1)}{2n} \right) \right], \quad j = 1, 2, \dots, n$$

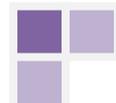
Y

$$x_j = x_0 + \Delta x_j \quad j = 1, 2, \dots, n$$

donde Δx_j es la distancia desde el principio del intervalo x hasta el j -ésimo punto de precisión.

$$\Delta x = x_{n+1} - x_0 = \text{intervalo en } x$$

$$j = \text{numero de punto de precisión } j = 1, 2, \dots, n$$





$n = \text{numero total de puntos de precision}$

Así, en este ejemplo,

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}(1) \left[1 - \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) \right] = 0.038$$

$$x_1 = 1.04$$

$$\Delta x_2 = 0.309, \quad \Delta x_3 = 0.691, \quad \Delta x_4 = 0.962,$$

De modo que:

$$x_2 = 1.31$$

$$x_3 = 1.69$$

$$x_4 = 1.96$$

Ejemplo 8.2

Dados los puntos de precisión de Chebyshev que se dedujeron en el ejemplo 8.1 y los intervalos de las rotaciones de los eslabones de entrada y de salida $\Delta\phi = 60^\circ$, $\Delta\Psi = 90^\circ$, calcular $\phi_2, \phi_3, \phi_4, \Psi_2, \Psi_3$ y Ψ_4 .

Solución El término se obtiene sustituyendo los valores de y_j en la función $y = 2x^2 - 1$:

$$y_0 = 1.00, \quad y_3 = 4.71$$

$$y_1 = 1.16, \quad y_4 = 6.68$$

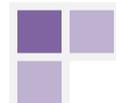
$$y_2 = 2A_3, \quad y_5 = 7.00$$

Utilizando las ecuaciones (8.1) y (8.2), donde $A_x = 1$, $A_y = 6$, $A_0 = 60^\circ$ y $A_y = 90^\circ$, tenemos

$$\phi_2 = 16.2^\circ \quad \Psi_2 = 19.1$$

$$\phi_3 = 39.0^\circ, \quad \Psi_3 = 53.3^\circ$$

$$\phi_4 = 55.2^\circ, \quad \Psi_4 = 82.8^\circ$$





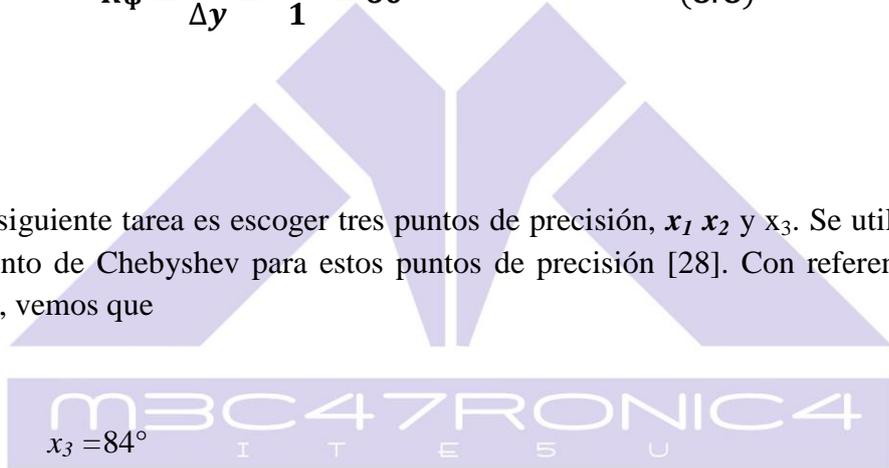
El procedimiento gráfico para la generación de funciones con tres puntos de precisión es muy similar al de generación de movimientos y trayectorias para el mismo número de puntos de precisión. Una vez más, se utiliza inversión cinemática y la intersección de normales medias. Se utilizará un ejemplo ilustrativo [39] para demostrar el método.

Se sintetizará un mecanismo que genere la función $y = \sin(x)$ para $0^\circ < x < 90^\circ$. El intervalo de entrada se escoge arbitrariamente como $\Delta\phi = 120^\circ$, y el de salida, como $\Delta\psi = 60^\circ$. En este caso, vemos que los factores de escala R_ϕ y R_ψ son

$$R_\phi = \frac{\Delta\phi}{\Delta x} = \frac{120^\circ}{90^\circ} = \frac{3}{4}$$

$$R_\psi = \frac{\Delta\psi}{\Delta y} = \frac{60^\circ}{1} = 60^\circ \quad (8.8)$$

La siguiente tarea es escoger tres puntos de precisión, x_1 , x_2 y x_3 . Se utilizará un espaciado de Chebyshev para estos puntos de precisión [28]. Con referencia a la figura 8.49, vemos que



$$x_0 = 0^\circ,$$

$$x_3 = 84^\circ$$

$$x_1 = 6^\circ,$$

$$x_4 = 90^\circ$$

$$x_2 = 45^\circ$$

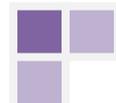
Las ecuaciones (8.3) y (8.4) nos dicen que

$$\phi_j = R_\phi (x_j - x_1)$$

$$\psi_j = R_\psi (x_j - x_1)$$

Así que

$$\phi_2 = \left(\frac{4}{3}\right) (45 - 6) = 52^\circ \quad \psi_2 = 60(0.7071 - 0.1045) = 36.16^\circ$$



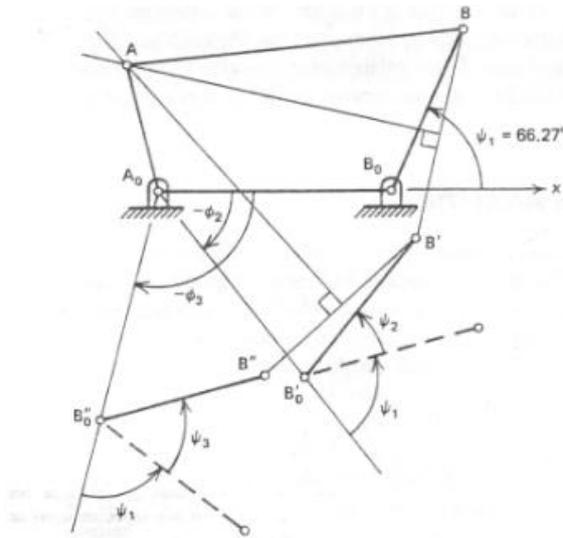


Figura 8.51 Aplicación de una inversión cinemática a la síntesis de generación de función de tres puntos de un mecanismo con cuatro barras.

punto de precisión puede generarse* con rotaciones (a partir de la primera posición) de -104° para el eslabón fijo alrededor de A_0 , situando B'_0 , y de 53.40° para el eslabón de salida alrededor de B'_0 , situando B'' .

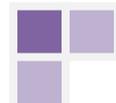
- Las líneas B_0B , B'_0B' , y B'_0B'' representan las posiciones de precisión reales del eslabón de salida relativo al eslabón de entrada. El centro del arco circular $B-B'-B''$ situará a A , que se obtiene por intersección de las bisectrices perpendiculares de B'' y $B''B'$ (véase la figura 8.51).

Hay *dos conjuntos infinitos* de soluciones en cada lado del mecanismo de cuatro barras para la generación de funciones con tres posiciones prescritas separadas por distancias finitas, ya que las posiciones de A_0 y B relativas a B_0 (cuatro parámetros), y por ende los eslabones de tierra y de salida, se escogieron arbitrariamente en la construcción.

Antes de pasar a los métodos analíticos, describiremos otra técnica de generación de funciones muy utilizada: el método de superposición.

8.11 EL MÉTODO DE SUPERPOSICIÓN

Otro método gráfico que se emplea a menudo en la síntesis cinemática (primordialmente para generación de funciones) es la técnica de superposición, que consiste en construir una parte de la solución de un problema en papel transparente y la otra parte en una hoja distinta. La transparencia (superposición) se coloca sobre la otra hoja y se realiza la





búsqueda moviendo la transparencia hasta hacer coincidir los puntos de precisión de la transparencia y de la otra hoja.

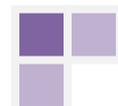


Podemos utilizar esta técnica para sintetizar mecanismos que implican de dos a cinco posiciones, aunque el procedimiento de resolución se vuelve más difícil a medida que aumenta el número de puntos de precisión requeridos. Demostraremos el método con un diseño de cinco puntos de precisión [39, 104]. Se debe diseñar un generador de función de cuatro barras para los puntos de precisión siguientes:

Número de punto de precisión	Rotación de manivela desde las posiciones iniciales (grados)	
	Entrada (horaria)	Salida (horaria)
1	0	0
2	$\phi_2 = 15^\circ$	$\Psi_2 = 2(r$
3	$\Phi_3 = 30^\circ$	$\Psi_3 = 35^\circ$
4	$\Phi_4 = 45^\circ$	$\Psi_4 = 50^\circ$
5	$\Phi_5 = 60^\circ$	$\Psi_5 = 60^\circ$

Método

1. En papel para calcar, dibuje las posiciones de la manivela de entrada y escoja longitudes para los eslabones de entrada y acoplador (véase la figura 8.52). Trace una familia de arcos circulares con sus centros en posiciones sucesivas de los pivotes de la manivela y un radio igual a la longitud del acoplador que se escogió arbitrariamente.
2. En una segunda hoja de papel (figura 8.53) dibuje las posiciones de la manivela de salida y agregue varios arcos para indicar las posibles longitudes del eslabón 4.



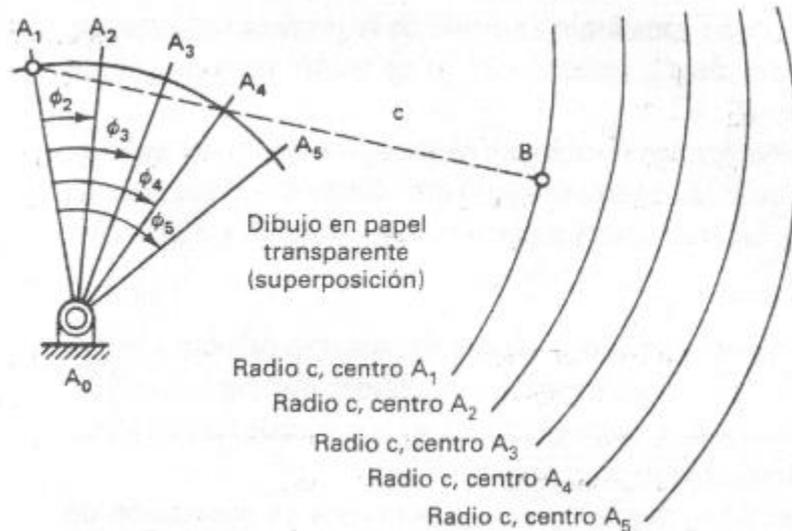


Figura 8.52 Técnica de superposición. Diseño de cinco posiciones. Lado de la manivela de entrada y biela.

4. Coloque el primer dibujo sobre el segundo y muévelo hasta que la familia de arcos de la figura 8.52 quede sobre las posiciones respectivas de la manivela de salida, como se muestra en la figura 8.54. esto establece las longitudes del eslabón de tierra y el eslabón de salida.

Podría ser necesario probar diferentes longitudes del eslabón acoplador para lograr una coincidencia entre la superposición de la figura 8.52 y el dibujo de la figura 8.53. Con práctica, este método deberá tener una exactitud de 1° .

Observe que los factores de escala ($\Delta\phi$, $\Delta\Psi$) y la longitud del acoplador son opciones libres aquí. Sin embargo, no se garantiza que exista una solución. No se trata de una solución de forma cerrada; es una técnica de prueba y error.