

**Cálculo de las raíces reales de  
Ecuaciones Algebraicas y Trascendentes  
con la TI Voyage 200**

**Fermí Vilà**

### Método de las Cuerdas o Regla de las Partes Proporcionales o de la “Regula Falsi”

Queremos resolver  $f(x)=0$

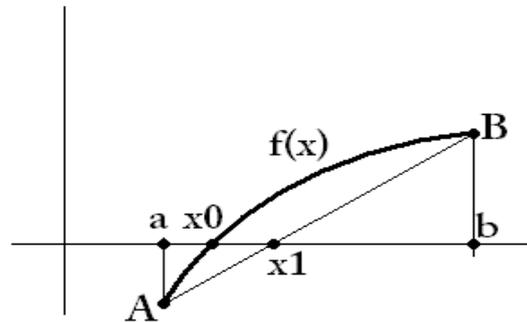
Supongamos:  $f(a)f(b)<0$  con  $a<b$

Gráficamente, tenemos:

Siendo  $x_0$  la raíz buscada y  $x_1$  una primera aproximación, por el hecho de considerar la cuerda  $AB$ , por esta razón se denomina *método de las cuerdas*.

$$A=(a, f(a))$$

$$B=(b, f(b))$$



Ecuación de la recta AB:  $y - f(a) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}(x - a)$ , su punto de corte con el eje de abscisas será:  $(x_1, 0)$ , es decir:

$$-f(a) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}(x_1 - a), \text{ despejando } x_1 \text{ tendremos: } x_1 = a - \frac{(b - a)f(a)}{f(b) - f(a)}$$

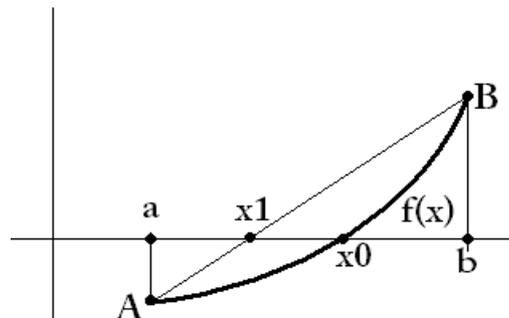
A partir de aquí basta repetir el proceso:

Una segunda aproximación “ $x_2$ ” será:  $x_2 = a - \frac{(x_1 - a)f(a)}{f(x_1) - f(a)}$ , es decir el nuevo valor de “ $b$ ” es “ $x_1$ ”.

Hemos de tener en cuenta que en el caso:

La aproximación “ $x_2$ ” sería:

$$x_2 = x_1 - \frac{(b - x_1)f(x_1)}{f(b) - f(x_1)}$$



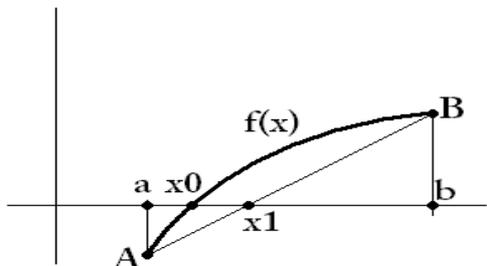
Resumiendo, el “Método de las Cuerdas”, para determinar las raíces de una ecuación, consiste en lo siguiente:

Queremos resolver la ecuación:  $f(x)=0$

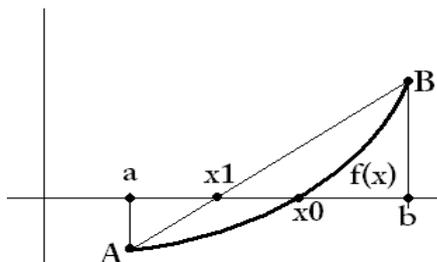
1º) Hemos de encontrar un cambio de signo en la función, es decir: los valores “a” y “b” tales que:  
 $f(a)f(b)<0$  con  $a<b$

2º) Pueden darse dos casos:

**Caso 1**



**Caso 2**



3º) Calculamos las diferentes aproximaciones a la raíz “x0” buscada, de la siguiente forma:

**Caso 1**

$$x1 = a - \frac{(b-a)f(a)}{f(b)-f(a)}$$

$$x2 = a - \frac{(x1-a)f(a)}{f(x1)-f(a)}$$

$$x3 = a - \frac{(x2-a)f(a)}{f(x2)-f(a)}$$

etc ...

**Caso 2**

$$x1 = a - \frac{(b-a)f(a)}{f(b)-f(a)}$$

$$x2 = x1 - \frac{(b-x1)f(x1)}{f(b)-f(x1)}$$

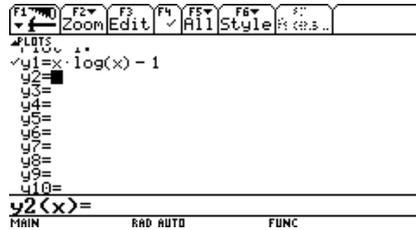
$$x3 = x2 - \frac{(b-x2)f(x2)}{f(b)-f(x2)}$$

etc ...

Resuelve por el método de la “Regula Falsi”, la ecuación:  $x \log(x) - 1 = 0$

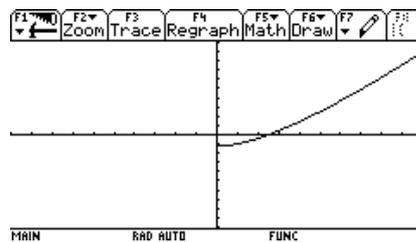
[APPS] – [Y= Editor]

Introducimos la función:



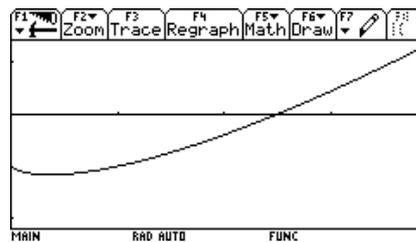
[APPS] – [Graph]

La representamos gráficamente:

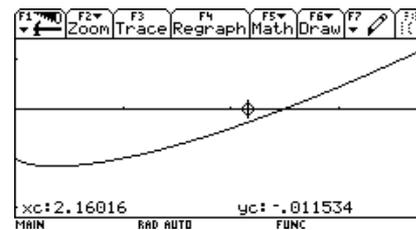


Con [F2] – ZoomBox

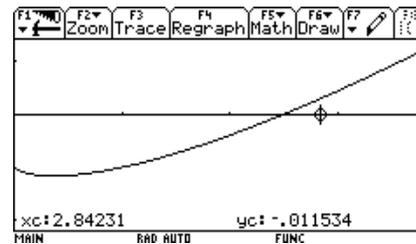
Mejoramos la visualización:



Movemos el cursor para localizar un valor de “a = 2.16”



Y una aproximación de “b = 2.84”



[APPS]- [Home]

Introducimos la primera aproximación “x1”:

<b>F1</b>	<b>F2</b> Algebra	<b>F3</b> Calc	<b>F4</b> Other	<b>F5</b> PrgmIO	<b>F6</b> Clean Up	
-----------	-------------------	----------------	-----------------	------------------	--------------------	--

$2.16 - \frac{(2.84 - 2.16) \cdot y_1(2.16)}{y_1(2.84) - y_1(2.16)} \rightarrow x1$	2.49408
$2.16 / (y_1(2.84) - y_1(2.16)) \rightarrow x1$	
MAIN                      RAD AUTO                      FUNC 1/30	

Y una segunda aproximación “x2”, ten en cuenta que se trata del “2º tipo”:

<b>F1</b>	<b>F2</b> Algebra	<b>F3</b> Calc	<b>F4</b> Other	<b>F5</b> PrgmIO	<b>F6</b> Clean Up	
-----------	-------------------	----------------	-----------------	------------------	--------------------	--

$2.16 - \frac{(2.84 - 2.16) \cdot y_1(2.16)}{y_1(2.84) - y_1(2.16)} \rightarrow x1$	2.49408
$x1 - \frac{(2.84 - x1) \cdot y_1(x1)}{y_1(2.84) - y_1(x1)} \rightarrow x2$	2.50579
$x1 - (2.84 - x1) \cdot y_1(x1) / (y_1(2.84) - y_1(x1))$	
MAIN                      RAD AUTO                      FUNC 2/30	

Veamos el error que hacemos:

<b>F1</b>	<b>F2</b> Algebra	<b>F3</b> Calc	<b>F4</b> Other	<b>F5</b> PrgmIO	<b>F6</b> Clean Up	
-----------	-------------------	----------------	-----------------	------------------	--------------------	--

$2.16 - \frac{(2.84 - 2.16) \cdot y_1(2.16)}{y_1(2.84) - y_1(2.16)} \rightarrow x1$	2.49408
$x1 - \frac{(2.84 - x1) \cdot y_1(x1)}{y_1(2.84) - y_1(x1)} \rightarrow x2$	2.50579
$y_1(x2)$	-.000326
$y_1(x2)$	
MAIN                      RAD AUTO                      FUNC 3/30	

Otra aproximación:

<b>F1</b>	<b>F2</b> Algebra	<b>F3</b> Calc	<b>F4</b> Other	<b>F5</b> PrgmIO	<b>F6</b> Clean Up	
-----------	-------------------	----------------	-----------------	------------------	--------------------	--

$2.16 - \frac{(2.84 - 2.16) \cdot y_1(2.16)}{y_1(2.84) - y_1(2.16)} \rightarrow x1$	2.49408
$x1 - \frac{(2.84 - x1) \cdot y_1(x1)}{y_1(2.84) - y_1(x1)} \rightarrow x2$	2.50579
$y_1(x2)$	-.000326
$x2 - \frac{(2.84 - x2) \cdot y_1(x2)}{y_1(2.84) - y_1(x2)} \rightarrow x3$	2.50617
$x2 - (2.84 - x2) \cdot y_1(x2) / (y_1(2.84) - y_1(x2))$	
MAIN                      RAD AUTO                      FUNC 4/30	

Con un error:

<b>F1</b>	<b>F2</b> Algebra	<b>F3</b> Calc	<b>F4</b> Other	<b>F5</b> PrgmIO	<b>F6</b> Clean Up	
-----------	-------------------	----------------	-----------------	------------------	--------------------	--

$2.16 - \frac{(2.84 - 2.16) \cdot y_1(2.16)}{y_1(2.84) - y_1(2.16)} \rightarrow x1$	2.49408
$x1 - \frac{(2.84 - x1) \cdot y_1(x1)}{y_1(2.84) - y_1(x1)} \rightarrow x2$	2.50579
$y_1(x2)$	-.000326
$x2 - \frac{(2.84 - x2) \cdot y_1(x2)}{y_1(2.84) - y_1(x2)} \rightarrow x3$	2.50617
$y_1(x3)$	-.00001
$y_1(x3)$	
MAIN                      RAD AUTO                      FUNC 5/30	

Como la aproximación ya nos parece suficiente, editamos el valor de x3, para obtener más decimales:

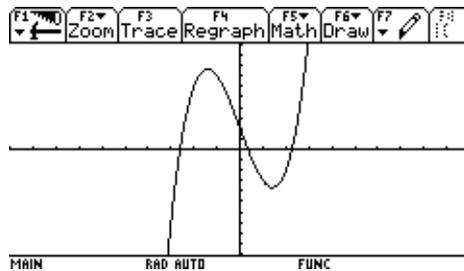
F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Other	PrmIO	Clean Up	
y1(2.84) - y1(2.16)					2.49408
■ x1 - $\frac{(2.84 - x1) \cdot y1(x1)}{y1(2.84) - y1(x1)} \rightarrow x2$					2.50579
■ y1(x2)					-.000326
■ x2 - $\frac{(2.84 - x2) \cdot y1(x2)}{y1(2.84) - y1(x2)} \rightarrow x3$					2.50617
■ y1(x3)					-.00001
<b>2.506171561825</b>					
MAIN					FUNC 5/30

Tenemos pues: **2.506171561825**, es la raíz buscada con un error de **-0.00001**.

Resuelve por el método de la “Regula Falsi”, la ecuación:  $x^3 - 6x + 2 = 0$

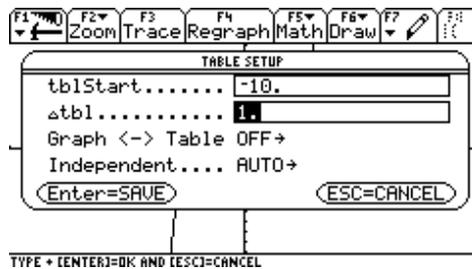
[APPS] – [Y = Editor]

Introducimos la función y la representamos gráficamente:

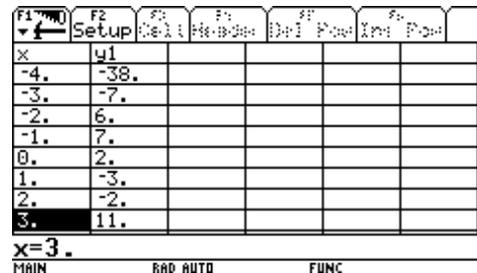


Está claro que tenemos tres raíces, vamos a acotarlas utilizando la opción [TBLSET][TABLE].

Accede a la configuración de la “tabla”, es decir: [TBLSET], y considera:

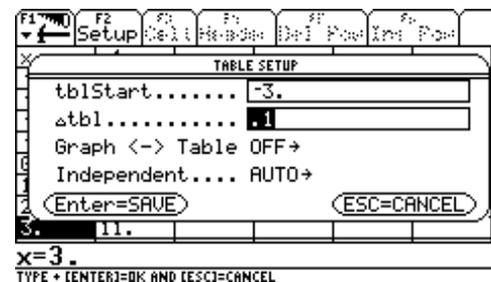


[TABLE]



Tenemos un cambio de signo entre -3 y -2, otro cambio entre 0 y 1, y un último cambio de signo entre 2 y 3.

Vamos a afinar más nuestra acotación; basta acceder de nuevo a [TBLSET] y considerar:



Observa:

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Setup	Calc	Mode	Del	Pol	Int
x	y1				
-2.8	-3.152				
-2.7	-1.483				
-2.6	.024				
-2.5	1.375				
-2.4	2.576				
-2.3	3.633				
-2.2	4.552				
-2.1	5.339				

x = -2.1  
MAIN      RAD AUTO      FUNC

Tenemos una raíz entre -2.7 y -2.6

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Setup	Calc	Mode	Del	Pol	Int
x	y1				
.2	.808				
.3	.227				
.4	-.336				
.5	-.875				
.6	-1.384				
.7	-1.857				
.8	-2.288				
.9	-2.671				

x = .9  
MAIN      RAD AUTO      FUNC

Otra raíz entre 0.3 y 0.4

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Setup	Calc	Mode	Del	Pol	Int
x	y1				
2.1	-1.339				
2.2	-.552				
2.3	.367				
2.4	1.424				
2.5	2.625				
2.6	3.976				
2.7	5.483				
2.8	7.152				

x = 2.8  
MAIN      RAD AUTO      FUNC

Y la tercera raíz se encuentra entre 2.2 y 2.3

Vamos a buscar la raíz entre a = -2.7 y b = -2.6

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clean Up	

$$-2.7 - \frac{(-2.6 + 2.7) \cdot y1(-2.7)}{y1(-2.6) - y1(-2.7)} \rightarrow x1$$

-2.60159

... -2.7) / (y1(-2.6) - y1(-2.7)) → x1

MAIN      RAD AUTO      FUNC 1/30

Busquemos una segunda aproximación, observa que nos encontramos en el primer caso, es decir la raíz buscada se encuentra entre “a” y “x1”:

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clean Up	

$$-2.7 - \frac{(-2.6 + 2.7) \cdot y1(-2.7)}{y1(-2.6) - y1(-2.7)} \rightarrow x1$$

-2.60159

$$-2.7 - \frac{(x1 + 2.7) \cdot y1(-2.7)}{y1(x1) - y1(-2.7)} \rightarrow x2$$

-2.60167

-2.7 - (x1 + 2.7) \* y1(-2.7) / (y1(x1) - y1(-2.7))

MAIN      RAD AUTO      FUNC 2/30

Con un error:

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clean Up	

- $-2.7 - \frac{(-2.6 + 2.7) \cdot y1(-2.7)}{y1(-2.6) - y1(-2.7)} \rightarrow x1$  -2.60159
- $-2.7 - \frac{(x1 + 2.7) \cdot y1(-2.7)}{y1(x1) - y1(-2.7)} \rightarrow x2$  -2.60167
- $y1(x2)$  .000064

**y1(x2)**

MAIN RAD AUTO FUNC 3/30

Busquemos otra aproximación:

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clean Up	

- $-2.7 - \frac{(x1 + 2.7) \cdot y1(-2.7)}{y1(x1) - y1(-2.7)} \rightarrow x2$  -2.60167
- $y1(x2)$  .000064
- $-2.7 - \frac{(x2 + 2.7) \cdot y1(-2.7)}{y1(x2) - y1(-2.7)} \rightarrow x3$  -2.60168
- $y1(x3)$  .000003

**y1(x3)**

MAIN RAD AUTO FUNC 5/30

Tenemos pues una raíz: **-2.60168**, con un error de **0.000003**

Vayamos a buscar la raíz entre “a = 0.3 y b = 0.4”:

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clean Up	

- $-2.7 - \frac{(x1 + 2.7) \cdot y1(-2.7)}{y1(x1) - y1(-2.7)} \rightarrow x2$  -2.60167
- $y1(x2)$  .000064
- $-2.7 - \frac{(x2 + 2.7) \cdot y1(-2.7)}{y1(x2) - y1(-2.7)} \rightarrow x3$  -2.60168
- $y1(x3)$  .000003
- .3 → a .3
- .4 → b .4

**.4 → b**

MAIN RAD AUTO FUNC 7/30

Una primera aproximación:

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clean Up	

- $-2.7 - \frac{(x2 + 2.7) \cdot y1(-2.7)}{y1(x2) - y1(-2.7)} \rightarrow x3$  -2.60168
- $y1(x3)$  .000003
- .3 → a .3
- .4 → b .4
- $a - \frac{(b - a) \cdot y1(a)}{y1(b) - y1(a)} \rightarrow x1$  .34032

**$(b - a) \cdot y1(a) / (y1(b) - y1(a)) \rightarrow x1$**

MAIN RAD AUTO FUNC 8/30

Una segunda aproximación (es del segundo tipo, es decir la raíz se encuentra entre “x1” y “b”:

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clean Up	

- .3 → a .3
- .4 → b .4
- $a - \frac{(b - a) \cdot y1(a)}{y1(b) - y1(a)} \rightarrow x1$  .34032
- $x1 - \frac{(b - x1) \cdot y1(x1)}{y1(b) - y1(x1)} \rightarrow x2$  .339872
- $y1(x2)$  .000029

**y1(x2)**

MAIN RAD AUTO FUNC 10/30

Tenemos pues la raíz **0.339872** con un error de **0.000029**

Vamos a por la última raíz:

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clean Up	
$a - \frac{(b-a) \cdot y_1(a)}{y_1(b) - y_1(a)} \rightarrow x_1$ .34032 $x_1 - \frac{(b-x_1) \cdot y_1(x_1)}{y_1(b) - y_1(x_1)} \rightarrow x_2$ .339872 $y_1(x_2)$ .000029 $2.2 \rightarrow a$ 2.2 $2.3 \rightarrow b$ 2.3 <b>2.3 → b</b>					
MAIN		RAD AUTO		FUNC 12/30	

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clean Up	
$2.2 \rightarrow a$ 2.2 $2.3 \rightarrow b$ 2.3 $a - \frac{(b-a) \cdot y_1(a)}{y_1(b) - y_1(a)} \rightarrow x_1$ 2.26007 $x_1 - \frac{(b-x_1) \cdot y_1(x_1)}{y_1(b) - y_1(x_1)} \rightarrow x_2$ 2.26176 $y_1(x_2)$ -.000441 <b>y1(x2)</b>					
MAIN		RAD AUTO		FUNC 15/30	

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clean Up	
$a - \frac{(b-a) \cdot y_1(a)}{y_1(b) - y_1(a)} \rightarrow x_1$ 2.26007 $x_1 - \frac{(b-x_1) \cdot y_1(x_1)}{y_1(b) - y_1(x_1)} \rightarrow x_2$ 2.26176 $y_1(x_2)$ -.000441 $x_2 - \frac{(b-x_2) \cdot y_1(x_2)}{y_1(b) - y_1(x_2)} \rightarrow x_3$ 2.2618 $y_1(x_3)$ -.000012 <b>2.261800965664</b>					
MAIN		RAD AUTO		FUNC 17/30	

Tenemos pues la tercera raíz: 2.261800965664 con un error de -0.000012

## Programa en “TI-Basic” que resuelve una ecuación por el método de la “Regula Falsi”

Se supone definida la función “y1(x)” y conocido el intervalo (a , b) donde tenemos una raíz de la ecuación “y1(x)=0”

[APPS] – [Program Editor]

Type: Program  
Variable: regla

Escribe:

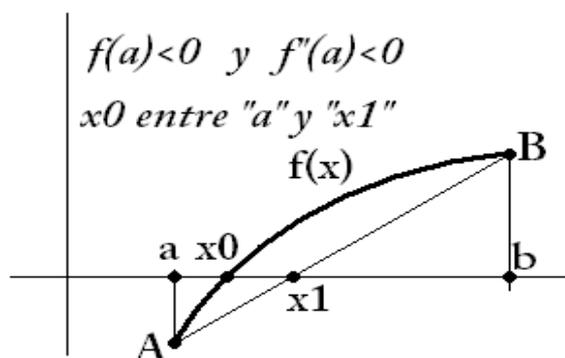
```

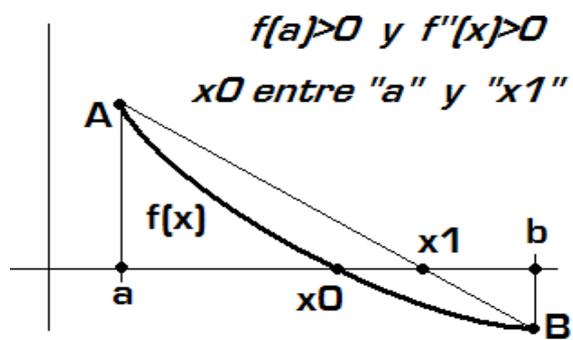
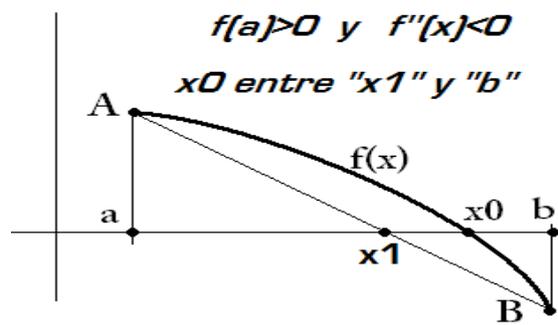
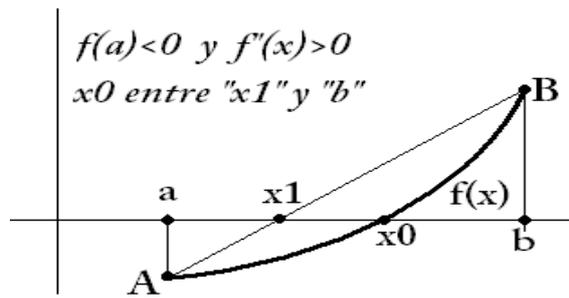
F1 Control F2 I/O F3 Var F4 Find... F5 Mode F6
:regula()
:Prgm
:ClrIO
:Input "Valor menor a=",a
:Input "Valor mayor b=",b
:d(y1(x),x,2)+h(x)
:l→opc
:While opc=1
:a-(b-a)*y1(a)/(y1(b)-y1(a))→x1
:Disp "solucion = ",x1
:Disp "error = ",y1(x1)
:Input "continuo, si=1, no=0 ",opc
MAIN RAD AUTO FUNC

F1 Control F2 I/O F3 Var F4 Find... F5 Mode F6
:Input "continuo, si=1, no=0 ",opc
:If y1(a)<0 and h(a)<0 Then
:x1→b
:ElseIf y1(a)<0 and h(a)>0 Then
:x1→a
:ElseIf y1(a)>0 and h(a)<0 Then
:x1→a
:ElseIf y1(a)>0 and h(a)>0 Then
:x1→b
:Else
:Disp "alguna cosa no funciona"
:EndIf
MAIN RAD AUTO FUNC

F1 Control F2 I/O F3 Var F4 Find... F5 Mode F6
:x1→b
:ElseIf y1(a)<0 and h(a)>0 Then
:x1→a
:ElseIf y1(a)>0 and h(a)<0 Then
:x1→a
:ElseIf y1(a)>0 and h(a)>0 Then
:x1→b
:Else
:Disp "alguna cosa no funciona"
:EndIf
:EndWhile
:EndPrgm
MAIN RAD AUTO FUNC
    
```

Observa que separamos los diferentes casos según el signo de f(a) y el hecho de ser cóncava o convexa en “a” (y1”(x) = h(x), positivo o negativo):

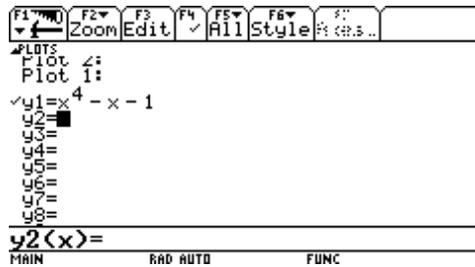




Resuelve utilizando el programa **regula()**, la ecuación:  $x^3 - 6x + 2 = 0$

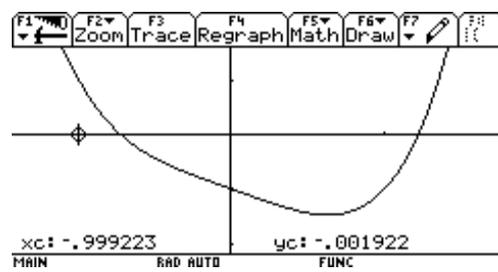
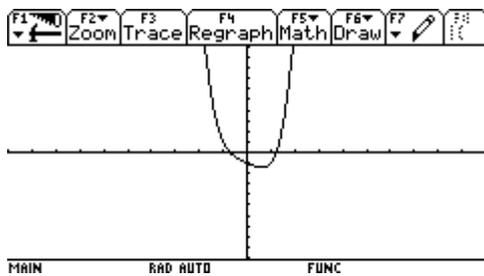
[APPS] – [Y= Editor]

Introducimos la función:



[APPS] – [GRAPH]

Representamos gráficamente la función:

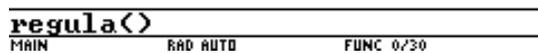


Localizamos una raíz entre -1 y -0.5, y otra raíz entre 1 y 1.5

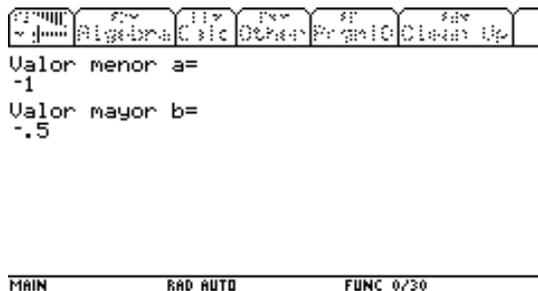
Busquemos la raíz entre -1 y 0.5:

[APPS] – [HOME]

Para ejecutar el programa:



Introducimos el valor de “a” y de “b”:





Resuelve utilizando el programa **regula()**, la ecuación:  $x - 0.1\sin(x) = 2$

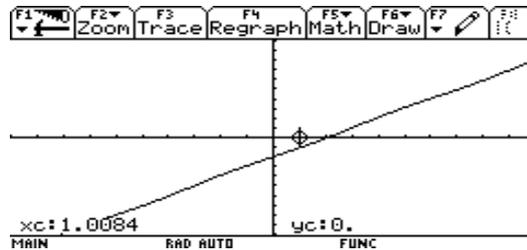
Definimos la función:

```

F1  F2  F3  F4  F5  F6  F7  F8
Zoom Edit All Style

PLOTS
Plot 1:
y1=x-.1·sin(x)-2
y2=
y3=
y4=
y5=
y6=
y7=
y8=
y9=
y2(x)=
MAIN          RAD AUTO          FUNC
    
```

La representamos gráficamente para acotar las raíces:



La raíz resulta estar entre 1 y 3  
Ejecutamos el programa:

```

F1  F2  F3  F4  F5  F6
Algebra Calc Other PrgmIO Clean Up
    
```

```

regula()
MAIN          RAD AUTO          FUNC 0/30
    
```

Introducimos los valores de "a" y "b":

```

Algebra Calc Other PrgmIO Clean Up
Valor menor a=
1
Valor mayor b=
3
    
```

```

MAIN          RAD AUTO          FUNC 0/30
    
```

Después de ejecutar el programa varias veces, tenemos:

```

Algebra Calc Other PrgmIO Clean Up
7.42693E-7
continuo, si=1, no=0
1
solucion =
2.08697
error =
-2.65783E-8
continuo, si=1, no=0
0
MAIN          RAD AUTO          FUNC 0/30
    
```

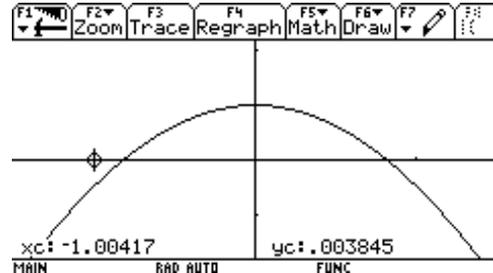
La raíz buscada es **2.08697**

Resuelve utilizando el programa **regula()**, la ecuación:  $\cos(x) = x^2$

Definimos la función y la representamos gráficamente:

```

F1 [MODE] F2 [Zoom] F3 [Edit] F4 [✓] F5 [All] F6 [Style] F7 [GDS..]
↓
PLOTS
Plot 1:
Plot 1:
✓y1=cos(x) - x²
y2=
y3=
y4=
y5=
y6=
y7=
y8=
-----
y2(x)=
MAIN          RAD AUTO          FUNC
    
```



Raíz entre -1 y -0.5:

```

F1 [MODE] F2 [Algebra] F3 [Calc] F4 [New] F5 [Print] F6 [Clean Up]
Valor menor a=
-1
Valor mayor b=
-.5
-----
MAIN          RAD AUTO          FUNC 1/30
    
```

```

F1 [MODE] F2 [Algebra] F3 [Calc] F4 [New] F5 [Print] F6 [Clean Up]
4.73892E-7
continuo, si=1, no=0
1
solucion =
-.824132
error =
4.19995E-8
continuo, si=1, no=0
0
-----
MAIN          RAD AUTO          FUNC 1/30
    
```

Raíz buscada: **-0.824132**

Raíz entre 0.5 y 1:

```

F1 [MODE] F2 [Algebra] F3 [Calc] F4 [New] F5 [Print] F6 [Clean Up]
Valor menor a=
.5
Valor mayor b=
1
-----
MAIN          RAD AUTO          FUNC 2/30
    
```

```

F1 [MODE] F2 [Algebra] F3 [Calc] F4 [New] F5 [Print] F6 [Clean Up]
.000000
continuo, si=1, no=0
1
solucion =
.824132
error =
4.73892E-7
continuo, si=1, no=0
0
-----
MAIN          RAD AUTO          FUNC 2/30
    
```

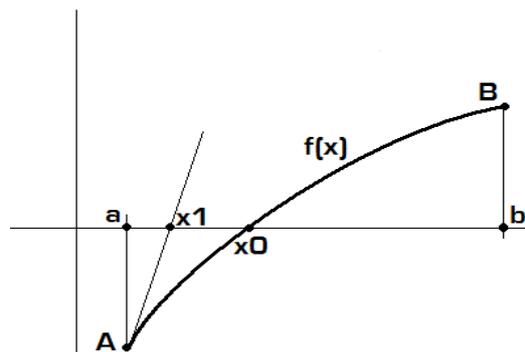
Raíz buscada: **0.824132**

## Método de Newton o de la Tangente

En vez de sustituir el arco  $y = f(x)$  por una cuerda, el método de Newton lo sustituye por la tangente en un extremo.

La tangente que sustituye el arco de curva se elige en el extremo en que  $f'(x)$  y  $f''(x)$  tienen el mismo signo.

En el caso:



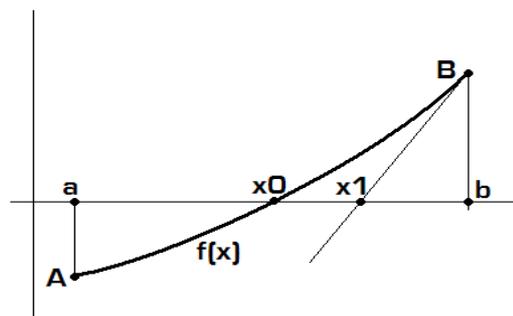
$f(a) < 0$  y  $f''(a) < 0$ , por lo tanto la tangente en el extremo A  $(a, f(a))$ , que tendrá por ecuación:

$y = f(a) + f'(a)(x - a)$ , busquemos la aproximación "x1", que no es más que la intersección de la tangente anterior con el eje de las "X", y por tanto:

$$0 = f(a) + f'(a)(x1 - a), \text{ despejando:}$$

$$x1 = a - \frac{f(a)}{f'(a)}$$

En el caso:



$f(b) > 0$  y  $f''(b) > 0$ , por lo tanto la tangente en el extremo B  $(b, f(b))$ , que tendrá por ecuación:

$y = f(b) + f'(b)(x - b)$ , busquemos la aproximación "x1", que no es más que la intersección de la tangente anterior con el eje de las "X", y por tanto:

$$0 = f(b) + f'(b)(x1 - b), \text{ despejando:}$$

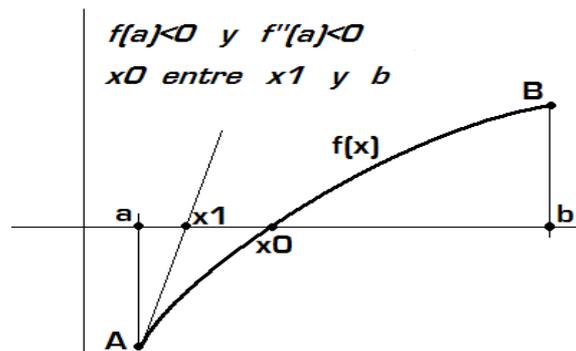
$$x1 = b - \frac{f(b)}{f'(b)}$$

Resumiendo:

$$x_1 = a - \frac{f(a)}{f'(a)}$$

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$$

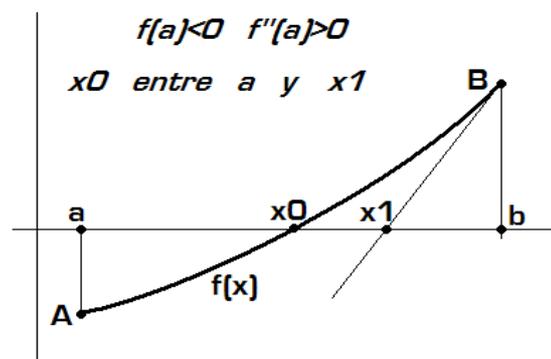
etc ...



$$x_1 = b - \frac{f(b)}{f'(b)}$$

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$$

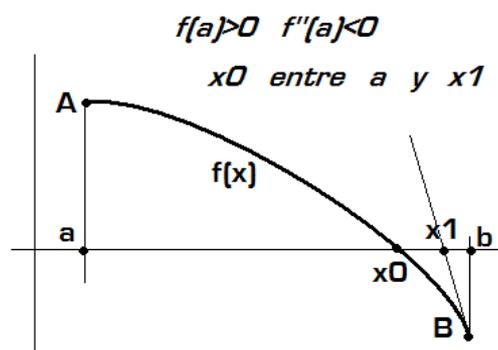
etc ...



$$x_1 = b - \frac{f(b)}{f'(b)}$$

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$$

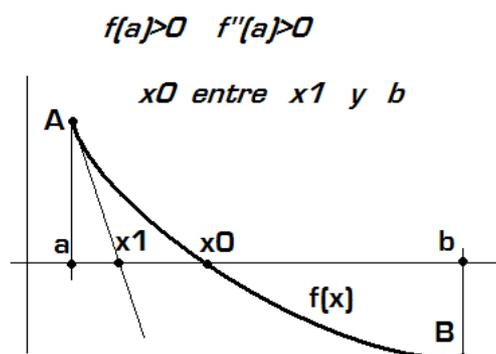
etc ...



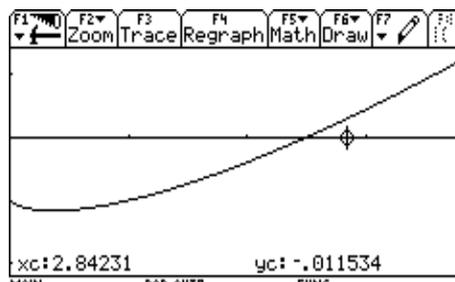
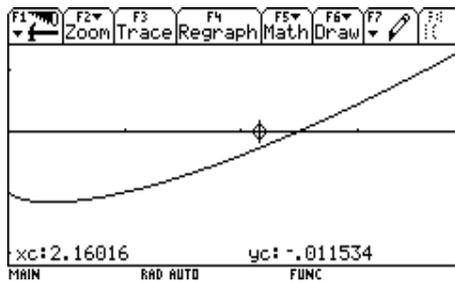
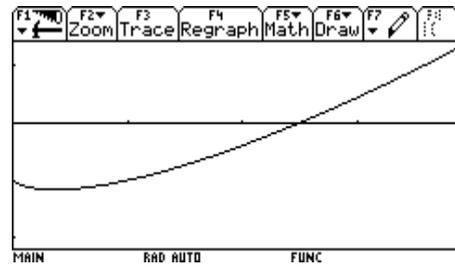
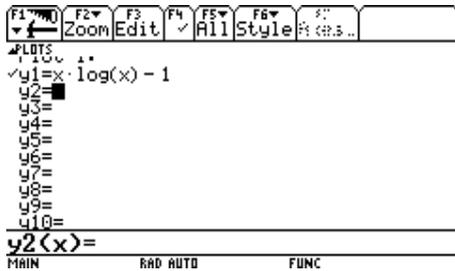
$$x_1 = a - \frac{f(a)}{f'(a)}$$

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$$

etc ...

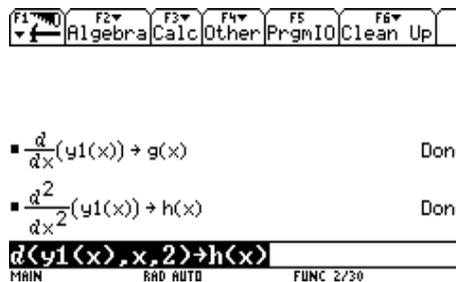


Resuelve por el método de "Newton", la ecuación:  $x \log(x) - 1 = 0$

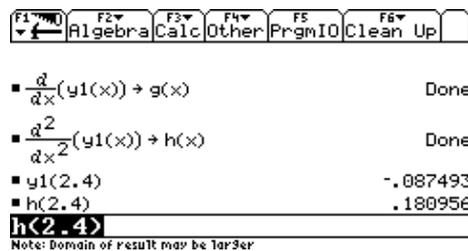


Ya habíamos determinado en otro ejercicio anterior que  $a = 2.4$  y  $b = 2.7$

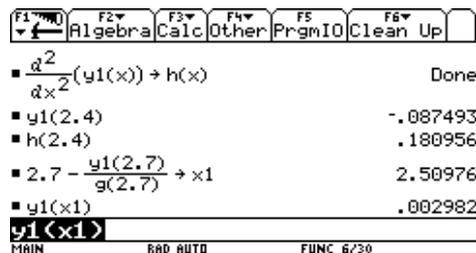
Definimos  $g(x)$ , primera derivada de  $y1(x)$  y  $h(x)$  la segunda derivada:



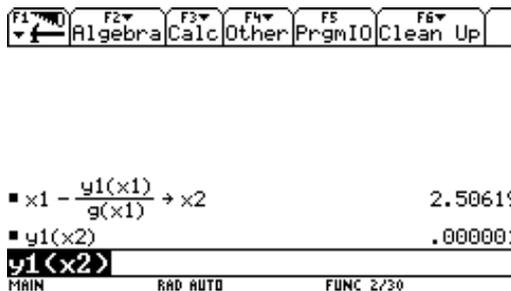
Calculamos  $f(a)$  y  $f'(a)$ :



Por lo tanto:



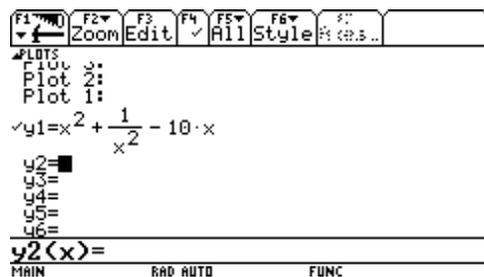
Tenemos una primera aproximación:  $x_1 = 2.50976$ .



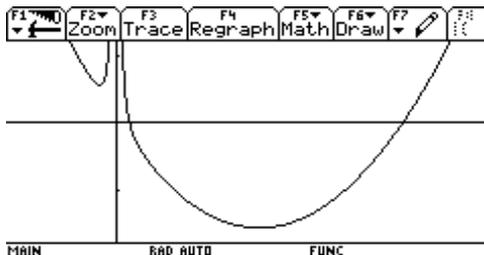
Definitivamente tenemos una solución **2.50619** con un error del **0.000001**

Resuelve por el método de “Newton”, la ecuación:  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 10x$

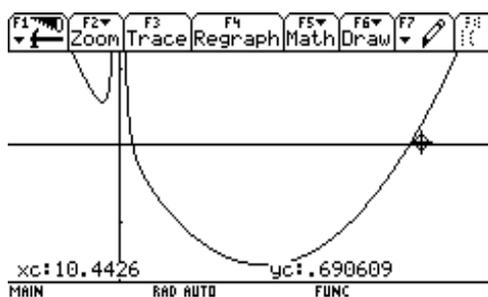
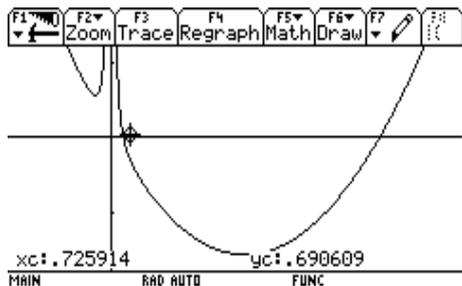
Definimos la función:



Gráficamente:

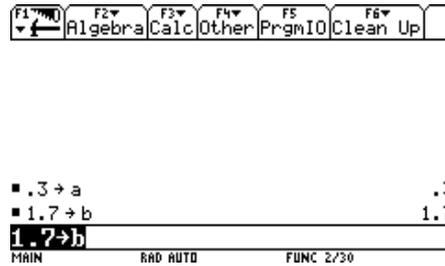


Acotamos las raíces:

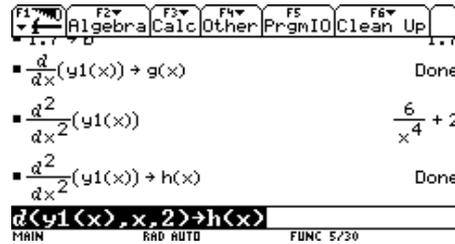


Tenemos aproximadamente: “a = 0.3” y “b = 1.7”

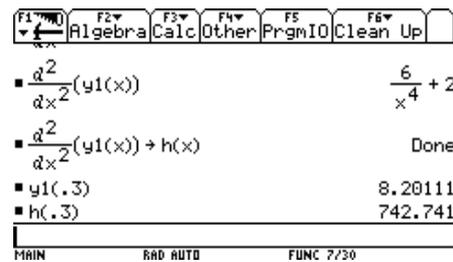
Introducimos los valores de “a” y “b”:



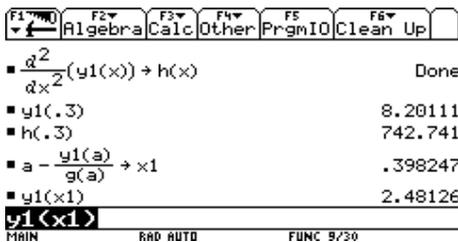
Definimos “f(x)” y “f'(x)”:



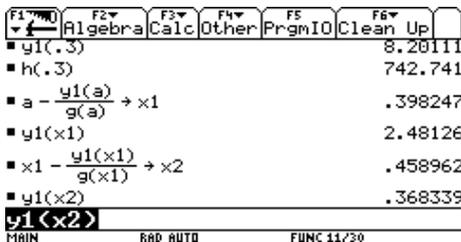
Buscamos el signo de f(a) y f'(a):



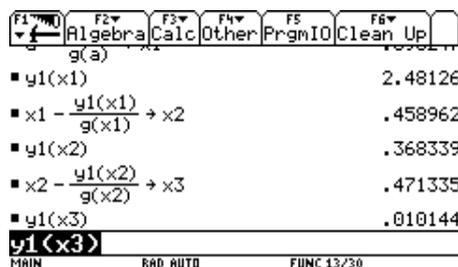
En definitiva:



Otra aproximación:



Y otra:



Y por último:

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clean Up	
g(x1)					
■	y1(x2)				.368339
■	$x2 - \frac{y1(x2)}{g(x2)} \rightarrow x3$				.471335
■	y1(x3)				.010144
■	$x3 - \frac{y1(x3)}{g(x3)} \rightarrow x4$				.471695
■	y1(x4)				.000008
<b>y1(x4)</b>					
MAIN		RAD AUTO		FUNC 15/30	

Tenemos: una raíz es **0.471695**, con un error del **0.000008**

Busquemos la otra raíz:

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clean Up	
■	8.5 → a				8.5
■	10.5 → b				10.5
■	y1(a)				-12.7362
■	h(a)				2.00115
<b>h(a)</b>					
MAIN		RAD AUTO		FUNC 4/30	

Es decir:

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clean Up	
■	8.5 → a				8.5
■	10.5 → b				10.5
■	y1(a)				-12.7362
■	h(a)				2.00115
■	$b - \frac{y1(b)}{g(b)} \rightarrow x1$				10.0218
■	y1(x1)				.228709
<b>y1(x1)</b>					
MAIN		RAD AUTO		FUNC 6/30	

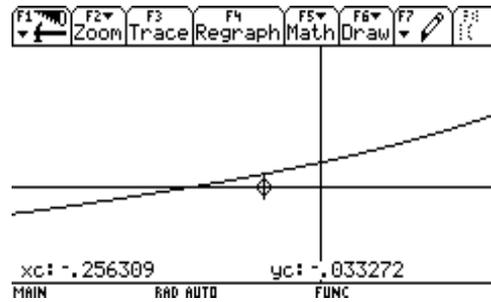
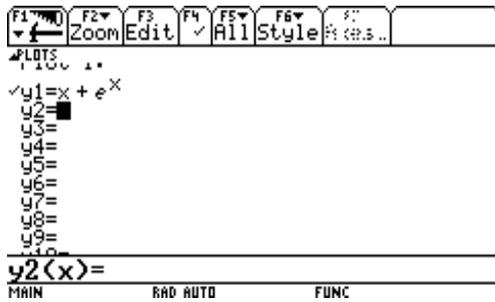
Otra aproximación:

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clean Up	
■	y1(a)				-12.7362
■	h(a)				2.00115
■	$b - \frac{y1(b)}{g(b)} \rightarrow x1$				10.0218
■	y1(x1)				.228709
■	$x1 - \frac{y1(x1)}{g(x1)} \rightarrow x2$				9.99905
■	y1(x2)				.000519
<b>y1(x2)</b>					
MAIN		RAD AUTO		FUNC 8/30	

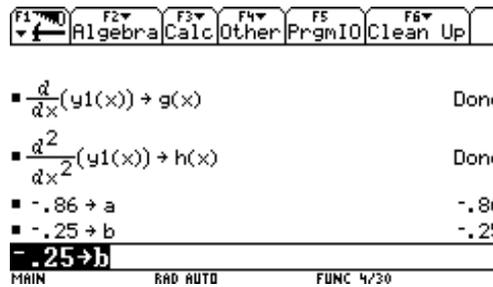
La otra raíz es **9.99905**, con un error del **0.000519**

Resuelve por el método de “Newton”, la ecuación:  $x + e^x = 0$

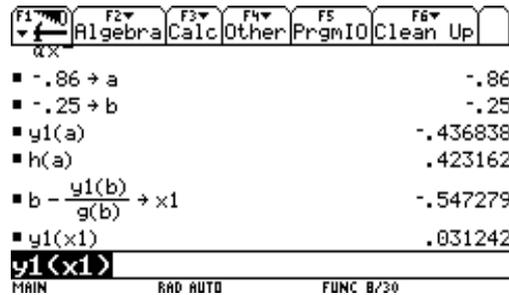
Definimos la función y la representamos gráficamente:



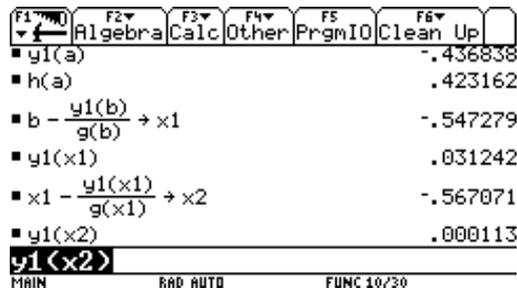
Tomemos un valor de a = -0.86 y de b = -0.25



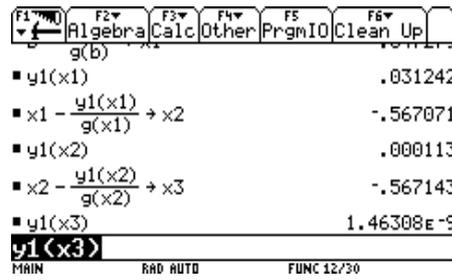
Buscamos el signo de f(a) and de f'(a), and buscamos una primera aproximación:



Otra aproximación:



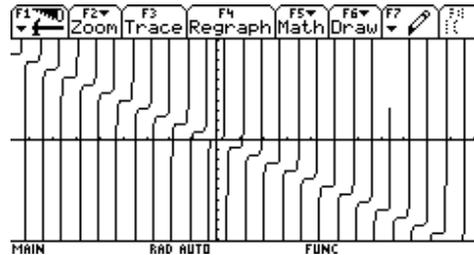
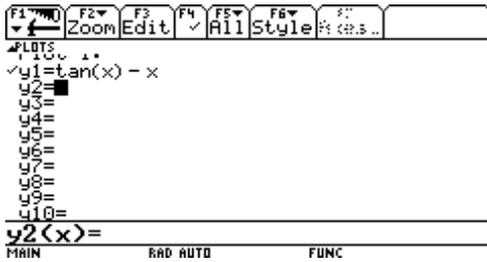
Y por último:



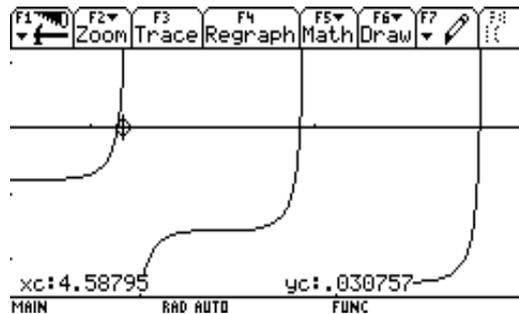
Es decir, la raíz buscada es **-0.567143**, con un error muy pequeño.

Resuelve por el método de “Newton”, la ecuación:  $\tan(x) = x$  (las 3 primeras raíces positivas)

Definimos la función y la representamos gráficamente:



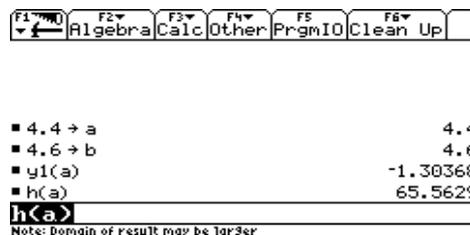
Hacemos un “zoom” para “ver” las tres primeras raíces positivas:



Tenemos aproximadamente:

- primera raíz positiva: entre 4.4 y 4.6
- segunda raíz positiva: entre 7.7 y 7.8
- tercera raíz positiva: entre 10.9 y 10.95

Localicemos la primera raíz positiva:



Busquemos una primera aproximación:

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clean Up	
4.4	→ a				4.4
4.6	→ b				4.6
y1(a)					-1.30368
h(a)					65.5629
$b - \frac{y1(b)}{g(b)}$	→ x1				4.54573
y1(x1)					1.39897
<b>y1(x1)</b>					
MAIN		RAD AUTO		FUNC 6/30	

Otra:

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clean Up	
y1(a)					-1.30368
h(a)					65.5629
$b - \frac{y1(b)}{g(b)}$	→ x1				4.54573
y1(x1)					1.39897
$x1 - \frac{y1(x1)}{g(x1)}$	→ x2				4.50615
y1(x2)					.273551
<b>y1(x2)</b>					
MAIN		RAD AUTO		FUNC 8/30	

Y otra:

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clean Up	
$\frac{y1(x1)}{g(x1)}$					1.39897
y1(x1)					1.39897
$x1 - \frac{y1(x1)}{g(x1)}$	→ x2				4.50615
y1(x2)					.273551
$x2 - \frac{y1(x2)}{g(x2)}$	→ x3				4.49417
y1(x3)					.015444
<b>y1(x3)</b>					
MAIN		RAD AUTO		FUNC 10/30	

Y una última aproximación:

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clean Up	
$\frac{y1(x2)}{g(x2)}$					.273551
y1(x2)					.273551
$x2 - \frac{y1(x2)}{g(x2)}$	→ x3				4.49417
y1(x3)					.015444
$x3 - \frac{y1(x3)}{g(x3)}$	→ x4				4.49341
y1(x4)					.000055
<b>y1(x4)</b>					
MAIN		RAD AUTO		FUNC 12/30	

Es decir la primera raíz positiva es **4.49341**, con un error del **0.000055**

Segunda raíz positiva:

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clean Up	
y1(x4)					.000055
7.7	→ a				7.7
7.8	→ b				7.8
y1(a)					-1.25713
h(a)					547.781
$b - \frac{y1(b)}{g(b)}$	→ x1				7.76874
y1(x1)					3.93411
<b>y1(x1)</b>					
MAIN		RAD AUTO		FUNC 18/30	

Otra aproximación:

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clean Up	
y1(a)					-1.25713
h(a)					547.781
$b - \frac{y1(b)}{g(b)} \rightarrow x1$					7.76874
y1(x1)					3.93411
$x1 - \frac{y1(x1)}{g(x1)} \rightarrow x2$					7.74001
y1(x2)					.996401
<b>y1(x2)</b>					

MAIN RAD AUTO FUNC 20/30

Y otra:

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clean Up	
g(b)					
y1(x1)					3.93411
$x1 - \frac{y1(x1)}{g(x1)} \rightarrow x2$					7.74001
y1(x2)					.996401
$x2 - \frac{y1(x2)}{g(x2)} \rightarrow x3$					7.72696
y1(x3)					.103297
<b>y1(x3)</b>					

MAIN RAD AUTO FUNC 22/30

Y dos más:

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clean Up	
g(x1)					
y1(x2)					.996401
$x2 - \frac{y1(x2)}{g(x2)} \rightarrow x3$					7.72696
y1(x3)					.103297
$x3 - \frac{y1(x3)}{g(x3)} \rightarrow x4$					7.72527
y1(x4)					.001367
<b>y1(x4)</b>					

MAIN RAD AUTO FUNC 24/30

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clean Up	
g(x2)					
y1(x3)					.103297
$x3 - \frac{y1(x3)}{g(x3)} \rightarrow x4$					7.72527
y1(x4)					.001367
$x4 - \frac{y1(x4)}{g(x4)} \rightarrow x5$					7.72525
y1(x5)					2.45789E-7
<b>y1(x5)</b>					

MAIN RAD AUTO FUNC 26/30

Tenemos, pues, la segunda raíz positiva: **7.72525**, con un error muy pequeño

Vamos a buscar la tercera raíz positiva:

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clean Up	
y1(x4)					.001367
$x4 - \frac{y1(x4)}{g(x4)} \rightarrow x5$					7.72525
y1(x5)					2.45789E-7
10.9 → a					10.9
10.95 → b					10.95
y1(a)					-.468812
h(a)					2290.89
<b>h(a)</b>					

Note: Domain of result may be larger

Una primera aproximación:

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clean Up	
y1(x5)					2.45789E-7
10.9 → a					10.9
10.95 → b					10.95
y1(a)					-.468812
h(a)					2290.89
$b - \frac{y1(b)}{g(b)} \rightarrow x1$					10.9272
y1(x1)					3.66877
<b>y1(x1)</b>					

MAIN RAD AUTO FUNC 30/30

Y dos más:

F1	F2	F3	F4	F5	F6
←	Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clean Up
■	y1(a)				- .468812
■	h(a)				2290.89
■	$b - \frac{y1(b)}{g(b)} \rightarrow x1$				10.9272
■	y1(x1)				3.66877
■	$x1 - \frac{y1(x1)}{g(x1)} \rightarrow x2$				10.9099
■	y1(x2)				.74016
<b>y1(x2)</b>					
MAIN	RAD AUTO	FUNC 30/30			

F1	F2	F3	F4	F5	F6
←	Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clean Up
■	y1(a)				- .468812
■	h(a)				2290.89
■	$b - \frac{y1(b)}{g(b)} \rightarrow x1$				10.9272
■	y1(x1)				3.66877
■	$x1 - \frac{y1(x1)}{g(x1)} \rightarrow x2$				10.9099
■	y1(x2)				.74016
■	$x2 - \frac{y1(x2)}{g(x2)} \rightarrow x3$				10.9045
■	y1(x3)				.044534
<b>y1(x3)</b>					
MAIN	RAD AUTO	FUNC 30/30			

Y por último:

F1	F2	F3	F4	F5	F6
←	Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clean Up
■	y1(a)				- .468812
■	h(a)				2290.89
■	$b - \frac{y1(b)}{g(b)} \rightarrow x1$				10.9272
■	y1(x1)				3.66877
■	$x1 - \frac{y1(x1)}{g(x1)} \rightarrow x2$				10.9099
■	y1(x2)				.74016
■	$x2 - \frac{y1(x2)}{g(x2)} \rightarrow x3$				10.9045
■	y1(x3)				.044534
■	$x3 - \frac{y1(x3)}{g(x3)} \rightarrow x4$				10.9041
■	y1(x4)				.000182
<b>y1(x4)</b>					
MAIN	RAD AUTO	FUNC 30/30			

Tenemos la tercera raíz pedida: **10.9041**, con un error del **0.000182**

## Programa en "TI-Basic" que resuelve una ecuación por el método de "Newton"

Se supone definida la función "y1(x)" y conocido el intervalo (a , b) donde tenemos una raíz de la ecuación "y1(x)=0"

[APPS] – [Program Editor]

Type: Program  
Variable: newton

Escribe:

```

F1  F2  F3  F4  F5  F6
Control I/O Var Find... Mode
:Newton()
:Prgm
:ClrIO
:y1(x)+f(x)
:a(f(x),x)→g(x)
:a(f(x),x,2)→h(x)
:Input "valor menor = ",a
:Input "valor mayor = ",b
:If f(a)<0 and h(a)<0 Then
:a-f(a)/(g(a))→x1
:Elseif f(a)>0 and h(a)>0 Then
:a-f(a)/(g(a))→x1
:MAIN          RAD AUTO          FUNC
F1  F2  F3  F4  F5  F6
Control I/O Var Find... Mode
:Input "valor mayor = ",b
:If f(a)<0 and h(a)<0 Then
:a-f(a)/(g(a))→x1
:Elseif f(a)>0 and h(a)>0 Then
:a-f(a)/(g(a))→x1
:Elseif f(a)<0 and h(a)>0 Then
:b-f(b)/(g(b))→x1
:Elseif f(a)>0 and h(a)<0 Then
:b-f(b)/(g(b))→x1
:Else
:Disp "pos no puede ser"
:Stop
:MAIN          RAD AUTO          FUNC
F1  F2  F3  F4  F5  F6
Control I/O Var Find... Mode
:Else
:Disp "pos no puede ser"
:Stop
:Endif
:l→opc
:While opc=1
:Disp "aproximacion =",x1
:Disp "error = ",f(x1)
:Input "continuo si=1, no=0 ",opc
:x1-f(x1)/(g(x1))→x1
:EndWhile
:EndPrgm
:MAIN          RAD AUTO          FUNC

```

Resuelve utilizando el programa **newton()**, la ecuación:  $x \log(x) - 1 = 0$

Se supone definida la función:  $y1(x) = x \log(x) - 1$ , y determinados los valores de  $a = 2.4$  y  $b = 2.7$

Ejecutamos el programa “newton()”:

```

F1  F2  F3  F4  F5  F6
  Algebra Calc Other PrgmIO Clean Up

```

```

newton()
MAIN          RAD AUTO          FUNC 0/30

```

Introducimos los valores de “a” y de “b”:

```

  Algebra Calc Other PrgmIO Clean Up

```

```

valor menor =
2.4
valor mayor =
2.7

```

```

MAIN          RAD AUTO          FUNC 0/30

```

```

  Algebra Calc Other PrgmIO Clean Up

```

```

valor mayor =
2.7
aproximacion =
2.50976
error =
.002982
continuo si=1, no=0

```

Note: Domain of result may be larger

Repetimos la ejecución del programa (opc =1), para obtener otra aproximación:

```

  Algebra Calc Other PrgmIO Clean Up

```

```

.002982
continuo si=1, no=0
1
aproximacion =
2.50619
error =
.000001
continuo si=1, no=0
0

```

```

MAIN          RAD AUTO          FUNC 0/30

```

Tenemos la raíz: **2.50619**, con un error del **0.000001**

Resuelve utilizando el programa **newton()**, la ecuación:  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 10x$

Definimos la función:

```

F1 F2 F3 F4 F5 F6
Zoom Edit All Style
PLOTS
√y1=x2+1/x2-10·x
y2=
y3=
y4=
y5=
y6=
y7=
y8=
y9=
y2(x)=
MAIN RAD AUTO FUNC
    
```

Ejecutamos el programa:

```

F1 F2 F3 F4 F5 F6
Algebra Calc Other PrgmIO Clean Up
    
```

```

■ newton() Done
newton()
MAIN RAD AUTO FUNC 1/30
    
```

Introducimos los valores de “a” y de “b”:

```

F1 F2 F3 F4 F5 F6
Algebra Calc Other PrgmIO Clean Up
valor menor =
.3
valor mayor =
1.7
    
```

```

MAIN RAD AUTO FUNC 1/30
    
```

```

F1 F2 F3 F4 F5 F6
Algebra Calc Other PrgmIO Clean Up
valor mayor =
1.7
aproximacion =
.398247
error =
2.48126
continuo si=1, no=0
1
MAIN RAD AUTO FUNC 1/30
    
```

Repetimos la ejecución del programa:

```

F1 F2 F3 F4 F5 F6
Algebra Calc Other PrgmIO Clean Up
2.48126
continuo si=1, no=0
1
aproximacion =
.458962
error =
.368339
continuo si=1, no=0
1
MAIN RAD AUTO FUNC 1/30
    
```

```

F1 F2 F3 F4 F5 F6
Algebra Calc Other PrgmIO Clean Up
.368339
continuo si=1, no=0
1
aproximacion =
.471335
error =
.010144
continuo si=1, no=0
1
MAIN RAD AUTO FUNC 1/30
    
```



```

F1 F2 F3 F4 F5 F6
Algebra Calc Other PrgmIO Clean Up
.000113
continuo si=1, no=0
1
aproximacion =
-.567143
error =
1.46308E-9
continuo si=1, no=0
0
MAIN RAD AUTO FUNC 2/30
    
```

En definitiva tenemos una raíz, **-0.567143**, con un error muy pequeño.

Resuelve utilizando el programa **newton()**, la ecuación:  $\tan(x)=x$

Definimos la función:

```

F1 F2 F3 F4 F5 F6
Zoom Edit All Style Pr (R.S...)
PLOTS
y1=tan(x) - x
y2=
y3=
y4=
y5=
y6=
y7=
y8=
y9=
y10=
y11=
y2(x)=
MAIN RAD AUTO FUNC
    
```

Ejecutamos el programa e introducimos los valores de “a” y de “b”:

```

F1 F2 F3 F4 F5 F6
Algebra Calc Other PrgmIO Clean Up

newton() Done
newton() Done
newton() Done
newton()
MAIN RAD AUTO FUNC 3/30
    
```

```

F1 F2 F3 F4 F5 F6
Algebra Calc Other PrgmIO Clean Up
valor menor =
4.4
valor mayor =
4.6
MAIN RAD AUTO FUNC 4/30
    
```

Repetimos la ejecución del programa hasta conseguir una aproximación satisfactoria:

```

F1 F2 F3 F4 F5 F6
Algebra Calc Other PrgmIO Clean Up
valor mayor =
4.6
aproximacion =
4.54573
error =
1.39897
continuo si=1, no=0
1
MAIN RAD AUTO FUNC 4/30
    
```

```

F1 F2 F3 F4 F5 F6
Algebra Calc Other PrgmIO Clean Up
1.39897
continuo si=1, no=0
1
aproximacion =
4.50615
error =
.273551
continuo si=1, no=0
1
MAIN RAD AUTO FUNC 4/30
    
```

```

Algebra Calc Other PrgmIO Clean Up
.273331
continuo si=1, no=0
1
aproximacion =
4.49417
error =
.015444
continuo si=1, no=0
1|
MAIN RAD AUTO FUNC 4/30
    
```

```

Algebra Calc Other PrgmIO Clean Up
.015444
continuo si=1, no=0
1
aproximacion =
4.49341
error =
.000055
continuo si=1, no=0
0
MAIN RAD AUTO FUNC 4/30
    
```

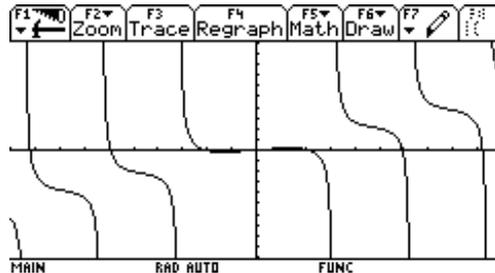
Tenemos en definitiva una raíz, **4.49341**, con un error del **0.000055**

Resuelve utilizando el programa **newton()**, la ecuación:  $\cotan(x) = \frac{1}{x} - \frac{x}{2}$   
 (una raíz positiva)

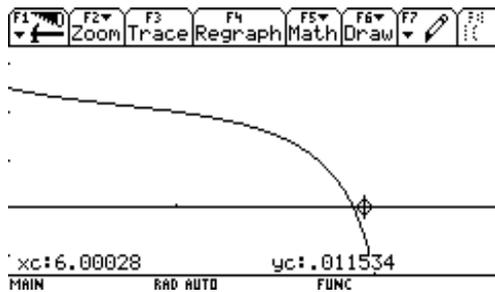
Definimos la función y la representamos gráficamente:

```

F1 F2 F3 F4 F5 F6 F7
Zoom Edit All Style P1 P2 P3...
PLOTS
y1= 1 / tan(x) - 1/x + x/2
y2=
y3=
y4=
y5=
y6=
y7=
y8=
y9=
y2(x)=
MAIN RAD AUTO FUNC
    
```



Hacemos un “Zoom” para localizar “a” y “b” de la primera raíz positiva:



Ejecutamos el programa e introducimos los valores de “a” y de “b”:

```

Algebra Calc Other PrgmIO Clean Up
newton()
MAIN RAD AUTO FUNC 0/30
    
```

```

Algebra Calc Other PrgmIO Clean Up
valor menor =
5.4
valor mayor =
6.0
MAIN RAD AUTO FUNC 0/30
    
```

Repetimos la ejecución del programa hasta conseguir una aproximación satisfactoria:

```

Algebra Calc Other PrgmIO Clean Up
valor mayor =
6.0
aproximacion =
5.9509
error =
-.090443
continuo si=1, no=0
1
MAIN          RAD AUTO          FUNC 0/30

```

```

Algebra Calc Other PrgmIO Clean Up
valor mayor =
6.0
aproximacion =
5.9509
error =
-.090443
continuo si=1, no=0
1
MAIN          RAD AUTO          FUNC 0/30

```

```

Algebra Calc Other PrgmIO Clean Up
continuo si=1, no=0
1
aproximacion =
5.9407
error =
-.002748
continuo si=1, no=0
1
MAIN          RAD AUTO          FUNC 0/30

```

```

Algebra Calc Other PrgmIO Clean Up
continuo si=1, no=0
1
aproximacion =
5.94037
error =
-.000003
continuo si=1, no=0
0
MAIN          RAD AUTO          FUNC 0/30

```

Tenemos en definitiva la raíz buscada, **5.94037**, con un error del **0.000003**