Demostración Sencilla del Ultimo Teorema de Fermat – Posible Demostración maravillosa de la que hablaba Pierre de Fermat

Autor: Nilton Raúl Olivares Ramírez
Nilton_k_pe@hotmail.com
Lima – Perú
2009

PRELIMINAR

Teorema de Fermat: (en general)

Para: $x^n \pm y^n = z^n$ x, y, z pertenecen a los naturales (incluyendo el cero), n pertenece a los naturales (sin incluir el cero)

Entonces:

"No existen soluciones enteras para n > 2."

simplificándolo:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{caso a: } x^n + y^n = z^n & \\ \text{caso b: } x^n - y^n = z^n \longrightarrow & x^n = z^n + y^n \end{array}\right\} a^n = b^n + c^n$$

entonces adoptamos solo la forma general (que es más usada):

$$x^n + y^n = z^n$$

x, y, z pertenecen a los naturales (incluyendo el cero), n pertenece a los naturales sin incluir el cero) y para esta: "No existen soluciones enteras para n > 2."

DEMOSTRACION

1) $x^n + y^n = z^n$:

Existirán los siguientes casos:

a) <u>cuando n < 2</u>:

a.1) <u>n = 1</u>

$\boxed{x + y = z}$

(soluciones infinitas)

a.2) <u>cuando n = 2</u>

$\boxed{x^2 + y^2 = z^2}$

(sus soluciones son las llamadas ternas ternas pitagóricas)

es el caso del ley de cósenos:

$x^2 + y^2 - 2xy\cos\alpha = z^2$

cuando $\cos\alpha = 0$, $\alpha = 90º$

b) <u>cuando n > 2</u>:

$\boxed{x^{m+2} + y^{m+2} = z^{m+2}}$ donde m pertenece a los naturales (sin incluir el cero)

·Para este caso el Teorema de Fermat dice que no hay soluciones enteras (una de ellas debe ser nula). A continuación veremos este caso, que es el que nos interesa para la demostración.

2) **Caso b:**

cuando n > 2:

$$\boxed{x^{m+2} + y^{m+2} = z^{m+2}}$$

donde m pertenece a los naturales (sin incluir el cero)

Este caso lo subdivirémos en tres sub-casos:

b.1) cuando: $x + y < z$

$$\longrightarrow \quad (x + y)^{m+2} < z^{m+2}$$

$$x^{m+2} + y^{m+2} + f < z^{m+2}$$

$$\longrightarrow \quad \boxed{x^{m+2} + y^{m+2} < z^{m+2}}$$

Este caso no cumple que:

$$x^{m+2} + y^{m+2} = z^{m+2}$$

Para este caso no hay soluciones.

b.2) cuando: $x + y = z$

$$\longrightarrow \quad (x + y)^{m+2} = z^{m+2}$$

$$x^{m+2} + y^{m+2} + f = z^{m+2}$$

$$\longrightarrow \quad \boxed{x^{m+2} + y^{m+2} < z^{m+2}}$$

Este caso no cumple que:

$$x^{m+2} + y^{m+2} = z^{m+2}$$

entonces para este caso no hay soluciones enteras.

solo habrá soluciones nulas si en:

$$x + y = z$$

x ó y son iguales a cero ó x, y, z son igual a cero.

<u>Soluciones nulas</u>:

$\cdot\ 0^{m+2} + y^{m+2} = z^{m+2}$, por lo tanto: $y = z$

$\cdot\ x^{m+2} + 0^{m+2} = z^{m+2}$, por lo tanto: $x = z$

$\cdot\ 0^{m+2} + 0^{m+2} = 0^{m+2}$

b.3) cuando: $x + y > z$

$\longrightarrow \quad (x + y)^{m+2} > z^{m+2}$

$\longrightarrow \quad \boxed{x^{m+2} + y^{m+2} + f > z^{m+2}}$

Este caso puede cumplir que:

$x^{m+2} + y^{m+2} = z^{m+2}$

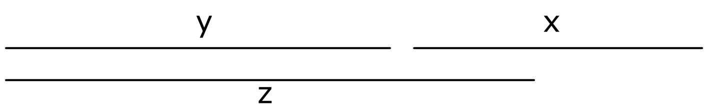
Pero aún no podemos determinar si habrán soluciones enteras.

<u>A hora veremos si hay soluciones enteras</u>:

Sí:

$\boxed{x + y > z}$

Geométricamente:



(como se ve en el anexo 1: $x < y < z$, además se demuestra en el anexo 2 que x, y, z son lados de un triángulo)

Aunque visualmente nos podemos dar cuenta que x, y, z formarán el triángulo:

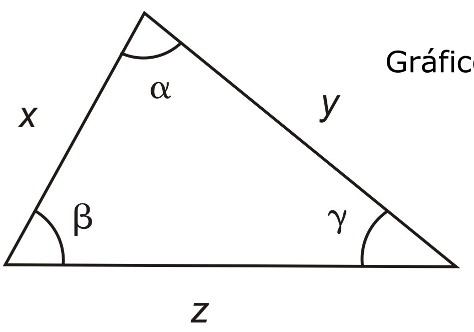


Gráfico 1

donde z es el lado mayor.

Entonces x, y, z cumplen los teoremas de los triángulos.

Uno de esos teoremas de los triángulos es la llamada Ley de cósenos:

· **<u>Ley de cósenos</u>:**

$$\boxed{x^2 + y^2 - 2xy\cos\alpha = z^2}$$

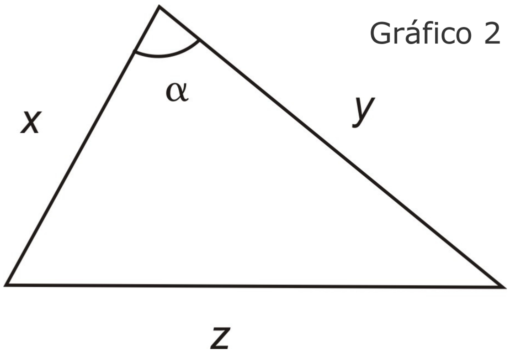


Gráfico 2

Por lo tanto x, y, z cumplen las siguientes ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l} \boxed{x^2 + y^2 - 2xy\cos\alpha = z^2} \ \ldots(a) \\ \boxed{x^{m+2} + y^{m+2} = z^{m+2}} \ \ldots(b) \end{array}\right\} \text{ecuaciones}$$

· Ahora acomodaremos las ecuaciones:

<u>ecuación a:</u>

$$x^2 + y^2 - 2xy\cos\alpha = z^2$$

$$\cos\alpha = \frac{e}{y}$$

entonces:

$$y^2 + x^2 - 2xy\left(\frac{e}{y}\right) = z^2$$

$$y^2 + x^2 - 2xe = z^2$$

$$y^2 + x\,(x - 2e) = z^2$$

$$\boxed{y^2 + x^2\left(\frac{x - 2e}{x}\right) = z^2}$$

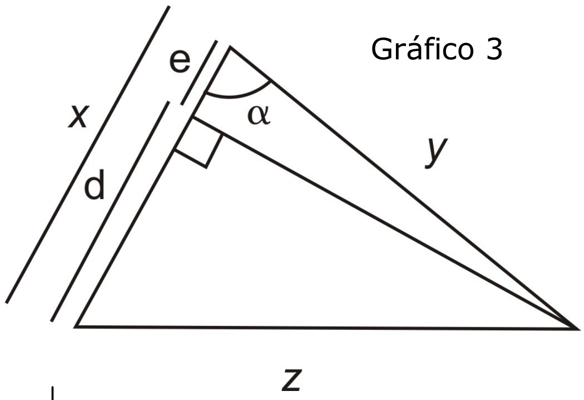


Gráfico 3

· h es altura respecto a lado

· $0 \leq e \leq x$

ecuación b:

$$x^{m+2} + y^{m+2} = z^{m+2}$$

$$\frac{y^{m+2} + x^{m+2}}{z^n} = z^{m+2}$$

$$\boxed{y^2 \left(\frac{y^n}{z^n}\right) + x^2 \left(\frac{x^n}{z^n}\right) = z^2}$$

Luego de haber acomodado las ecuaciones las comparamos:

$$\left.\begin{array}{l} y^2 + x^2 \left(\dfrac{x - 2e}{x}\right) = z^2 \\ y^2 \left(\dfrac{y^n}{z^n}\right) + x^2 \left(\dfrac{x^n}{z^n}\right) = z^2 \end{array}\right\} \text{ecuaciones}$$

Estas dos ecuaciones cumplen para las mismas variables x, y, z ; entonces los factores respectivos de cada variable son equivalentes.

Igualando factores:

· factores de y^2:

$$\frac{y^n}{z^n} = 1 \longrightarrow z^n = y^n \longrightarrow \boxed{z = y}$$

entonces: $z^{n+2} = y^{n+2} + x^{n+2}$

$$\cancel{z^{n+2}} = \cancel{z^{n+2}} + x^{n+2} \longrightarrow x^{n+2} = 0 \longrightarrow \boxed{x = 0}$$

· factores de x^2:

$$\frac{x - 2e}{x} = \frac{x^n}{z^n}$$

$$\left(x - 2e\right) z^n = x^{n+1}$$

pero sabemos de la comparación de factores de y^2 que $x = 0$, además $0 \le e \le x \longrightarrow e = 0$ también.

Reemplazando x = 0 , e = 0 :

$$\left(0 - 2 \times 0 \right) z^n = 0^{n+1}$$

$$0.\ z^n = 0$$

$$0 = 0$$

ya que x = 0 , z= y entonces surge una contradicción:

El caso es:

b.3) cuando: $x + y > z$

pero si: $x = 0$, $z= y$

entonces: $0 + y > z$

$$y > z$$

pero sabemos que: $y < z$ (anexo 1)

Entonces esta contradicción me dice el caso b.3 no cumple y por tanto no tiene raíces enteras ni nulas.

No cumple porque z debe ser igual a y (caso b.2, con sus soluciones), no mayor que y ; solo así se evita la contradicción y en tal caso se cumple la ley de cosenos como sigue:

$$x^2 + y^2 - 2xy\cos\alpha = z^2$$

$$0^2 + y^2 - 2(0)y\cos 0^o = z^2$$

$$y^2 - 2(0)y = z^2$$

$$y^2 = z^2$$

$$y = z$$

por lo tanto debe ser una recta (caso b.2) y no un triángulo.

CONCLUSION

De todo lo anterior, podemos concluir que:

1) El caso a tiene soluciones enteras y nulas, lo cual es conocido en el ámbito matemático.

2) El caso b, que presenta tres sub-casos, solo tiene soluciones en el sub-caso b.2 y estas presentan al menos una variable nula o todas nulas.

"Por lo tanto las soluciones para $x^n + y^n = z^n$ cuando n sea mayor que 2 (siendo x,y,z números naturales) no serán enteras sino que al menos una de ellas será nula o todas nulas, como se quería demostrar".

"El Teorema de Fermat queda demostrado"

Nilton Raúl Olivares Ramírez

(6:43 pm - miércoles 01/07/2009)

¡Gracias, Señor Jesús!

ANEXO

1) $\boxed{x < y < z}$

· demostración:

· $x \neq y$ pues sino:

$$x^{m+2} + y^{m+2} = z^{m+2}$$

$$x^{m+2} + x^{m+2} = z^{m+2}$$

$$2x^{m+2} = z^{m+2}$$

Sacando raiz m+2:

$$\sqrt[m+2]{2}\,.\,x = z$$

Entonces x ó z serían irracionales
y no pertenecerían a los naturales
como dice el teorema.

Por lo tanto diremos que:

$$\boxed{x < y} \ldots (c)$$

Ahora no sabemos si: $y < z$ ó $y > z$

Pero lo podemos deducir de:

$$x^{m+2} + y^{m+2} = z^{m+2}$$

del siguiente modo:

$$y^{m+2} = y^{m+2}$$

$$\left.\begin{aligned} x^{m+2} + y^{m+2} &= (y + j)^{m+2} \\ x^{m+2} + y^{m+2} &= z^{m+2} \end{aligned}\right\} \text{ecuaciones iguales}$$

entonces:

$$(y + j)^{m+2} = z^{m+2}$$

sacando raíz m+2:

$$y + j = z$$

$$\boxed{y < z} \quad \ldots \text{(d)}$$

Uniendo ecuaciones a y b:

$$\boxed{x < y < z}$$

2) x, y, z son los lados de un triángulo.

Demostración:

Para que: $x < y < z$

debemos demostrar que:

$$\text{condiciones de los lados de un triángulo} \begin{cases} x + y > z & \text{, esto lo sabemos (es el caso que tratamos)} \\ x + z > y \\ y + z > x \end{cases}$$

Para ello primero sumamos:

$$\begin{array}{r} x + z > y \quad + \\ y + z > x \\ \hline 2x + y + z > x + y \end{array}$$

Entonces operamos:

$$2x + y + z > x + y$$

$$x + z > 0$$

esto es correcto porque x, z pertenecen a los naturales y son distintos, porque si:

$$x + y > z \quad \ldots \text{(caso b.3)}$$

$$z > y \quad \ldots \text{(ecuación d)}$$

suponiendo que: $y = 0$

entonces: $z > 0$

por lo tanto: $x + z > 0$

De esto deducimos que x, y, z pueden ser tomados como lados de un triángulo y por lo tanto cumplir sus propiedades.