EL NÚMERO DE ORO
con la TI-Voyage 200

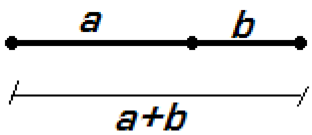
El número de oro o áureo o número dorado o razón áureo, o razón dorada, o media áurea o proporción áurea o divina proporción, es el número irracional:

$$\varphi=\frac{1+\sqrt{5}}{2}=1{,}618033988749894848...$$

Fue descubierto en la antigüedad, no como número sino como relación o proporción de la siguiente forma:

Una sección áurea es una división en dos de un segmento según proporciones dadas por el número áureo:

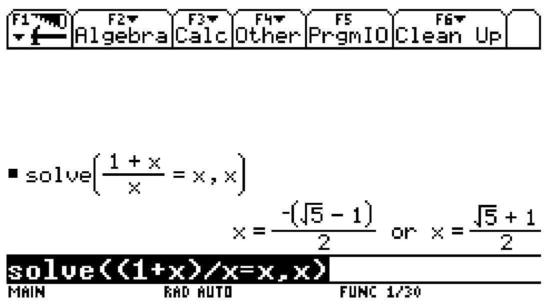
La longitud total "a+b" es el segmento más largo "a" como "a" es al segmento más corto "b":



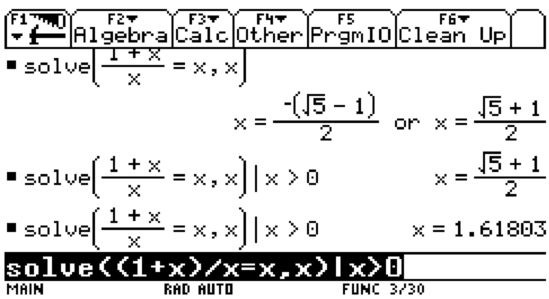
$$\frac{a+b}{a}=\frac{a}{b}=\varphi$$

Para obtener el valor de φ, consideremos el segmento más corto igual a 1 y sea "a" igual a "x", tenemos:

$$\frac{1+x}{x}=\frac{x}{1}$$



La solución positiva es el número de oro:

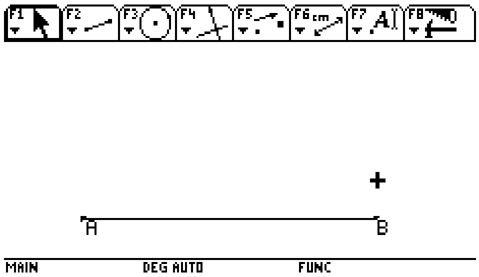


Los antiguos griegos notaron a la divina proporción, como φ (fi), en honor al genial escultor Fidias, porque la utilizaba en todos sus trabajos.

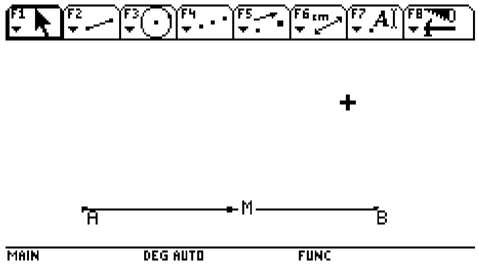
División áurea de un segmento

[APPS] - Cabri Geometry

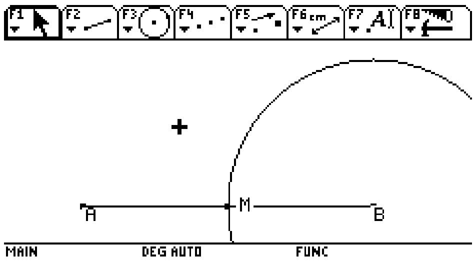
[F2]: Segment
Para dibujar el segmento AB:



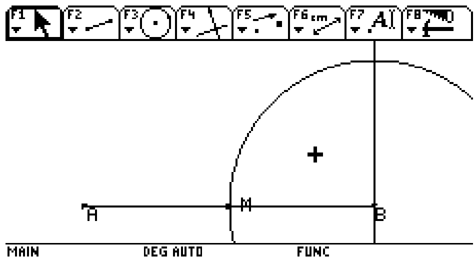
[F4]: Midpoint
Para determinar el punto M:



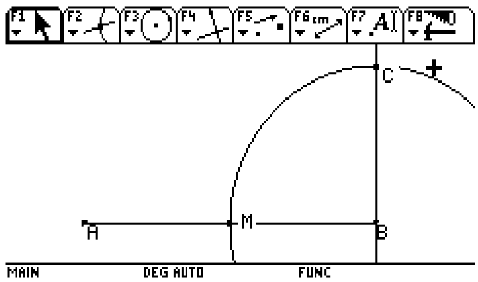
[F3]: Circle
Para dibujar el círculo de centro B y radio BM:



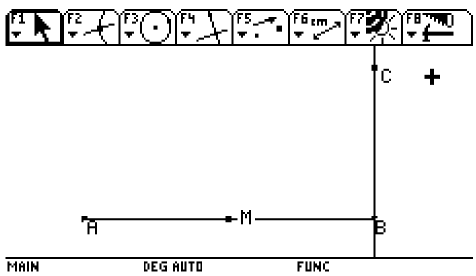
[F4]: Perpendicular Line
Para dibujar la perpendicular:



[F2]: Intersection Point
Para determinar el punto C:

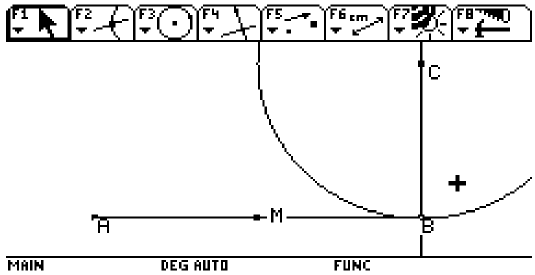


[F7]: Hide / Show
Para esconder la circunferencia:



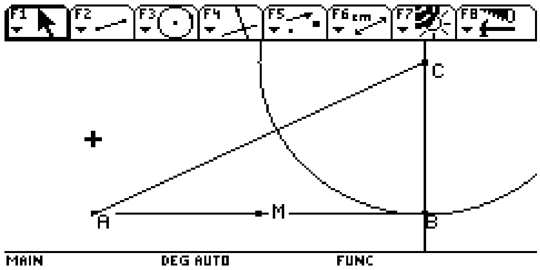
[F3]: Circle

Para dibujar la circunferencia de centro C y radio CB:



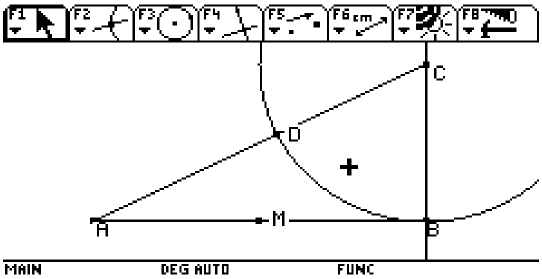
[F2]: Segment

Para dibujar el segmento AC:



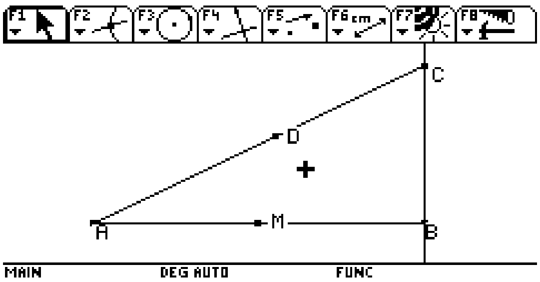
[F2]: Intersection Point

Para determinar el punto D:



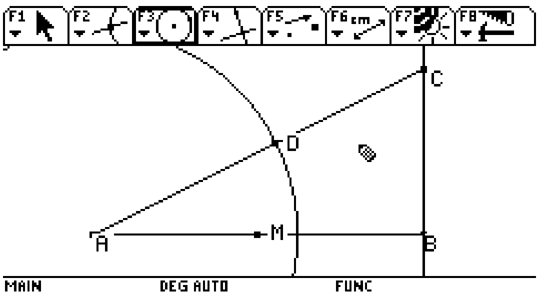
[F7]: Hide / Show

Para esconder la circunferencia:



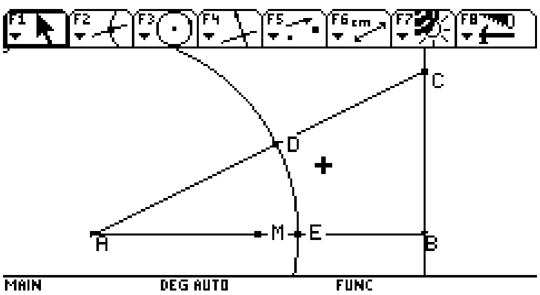
[F3]: Circle

Para dibujar la circunferencia de centro A y radio AD:

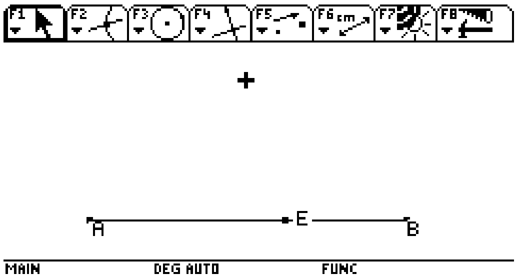


[F2]: Intersection Point

Para determinar el punto E:



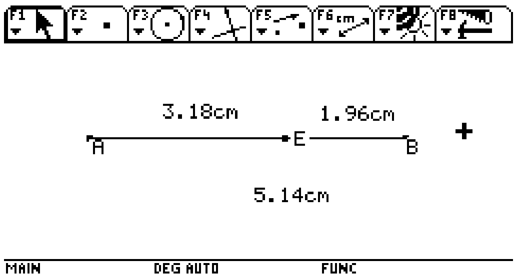
Esconderlo todo excepto el segmento inicial y el punto E:



Ya tenemos dividido el segmento según la proporción áurea. En efecto:

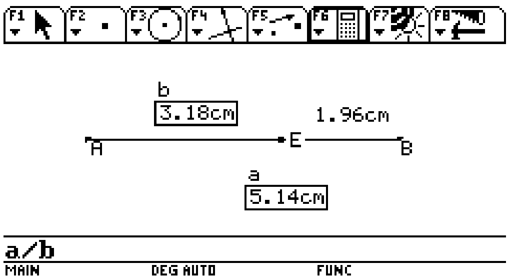
[F6]: Distande & Length

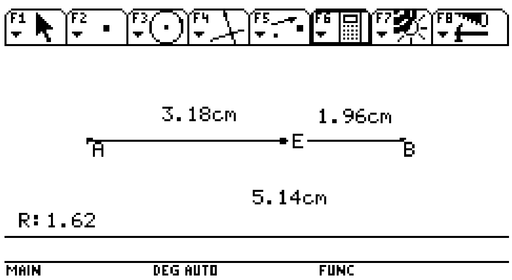
Para medir: AE, EB y AB:

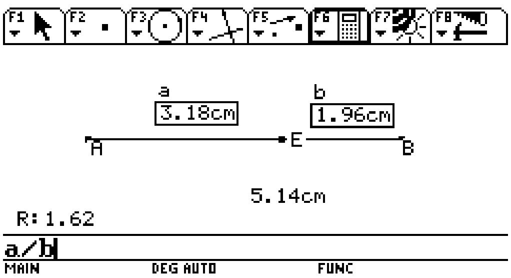


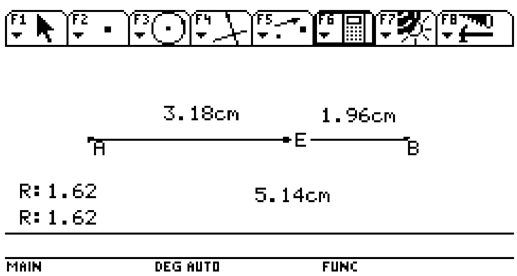
[F6]: Calculate

Para calcular por un lado AB/AE y por otro AE/EB. En ambos casos debe resultar φ:

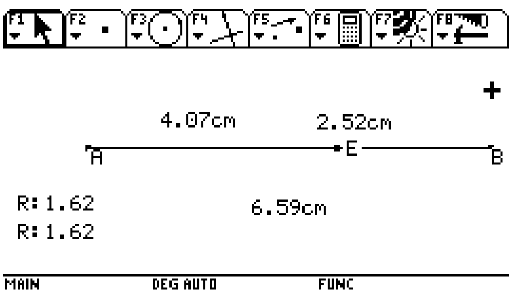


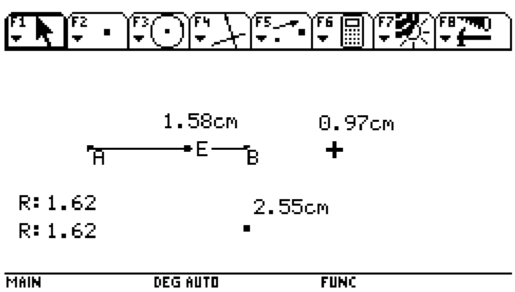






Compruébalo cambiando la longitud del segmento:





El número de oro y la serie de Fibonacci

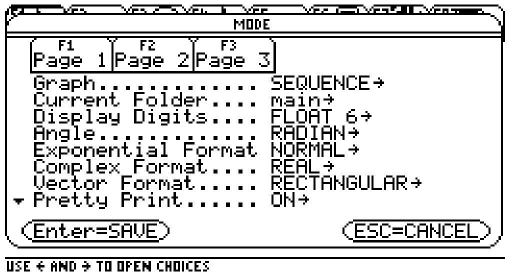
La serie de Fibonacci es:

$$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, \ldots, a_n, \ldots$$

Observa como se genera: cada término es igual a la suma de los dos términos precedentes.

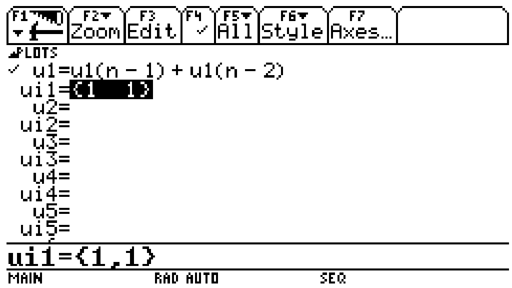
[MODE]

Graph: SEQUENCE



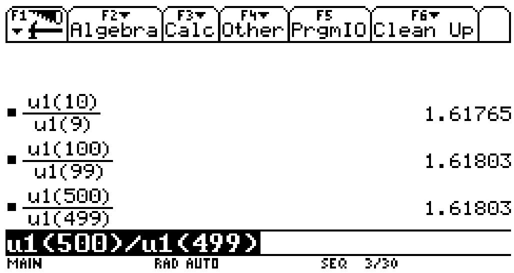
[Y =]

Definimos la serie de Fibonacci:



[HOME]

Calculemos cocientes de términos consecutivos:

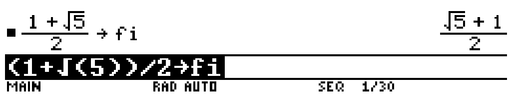


Es decir, el límite de u1(n)/u1(n-1) es el número de oro.

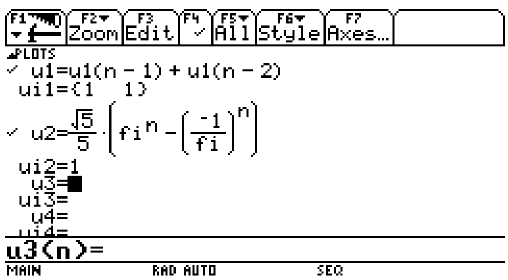
Por otro lado el número de oro se encuentra íntimamente relacionado con la serie de Fibonacci.

En efecto:

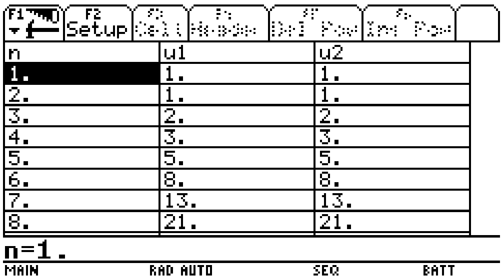
Definamos el número de oro:



Definamos una nueva sucesión:

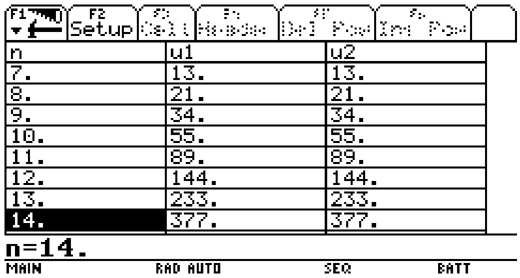


[TABLE]:



n	u1	u2
1.	1.	1.
2.	1.	1.
3.	2.	2.
4.	3.	3.
5.	5.	5.
6.	8.	8.
7.	13.	13.
8.	21.	21.

n=1.



n	u1	u2
7.	13.	13.
8.	21.	21.
9.	34.	34.
10.	55.	55.
11.	89.	89.
12.	144.	144.
13.	233.	233.
14.	377.	377.

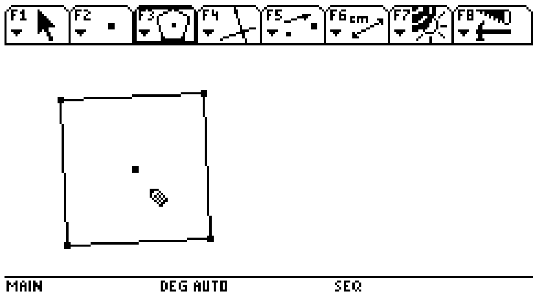
n=14.

¡Es la sucesión de Fibonacci!

El Rectángulo Áureo de Euclides

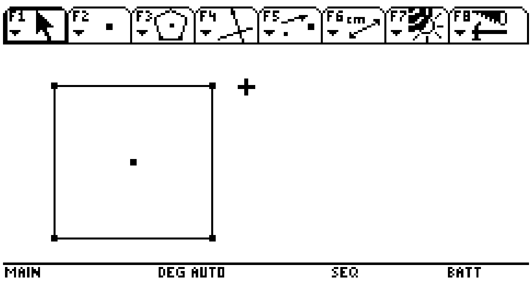
[F3]: Regular Polygon

Para dibujar un cuadrado:
[Enter] para el centro
[Enter] para el radio
[flecha izquierda] hasta {4}:



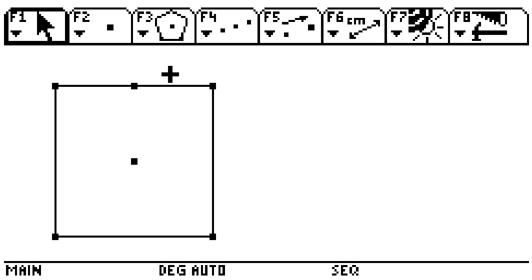
[F1]: Pointer

Para girarlo:



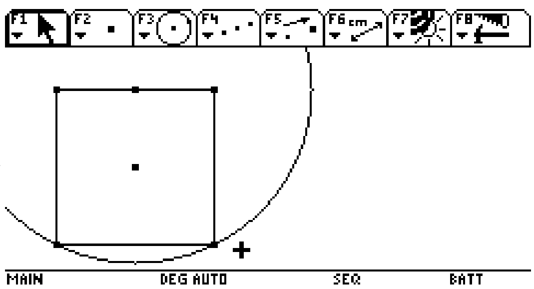
[F4]: Midpoint

Para determinar el punto medio:

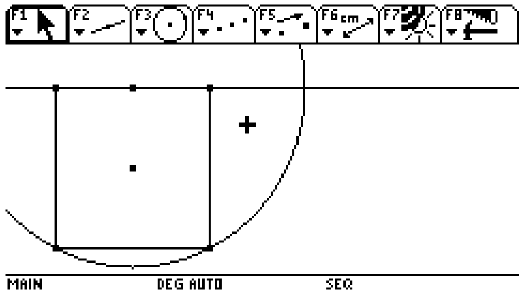


[F3]: Circle

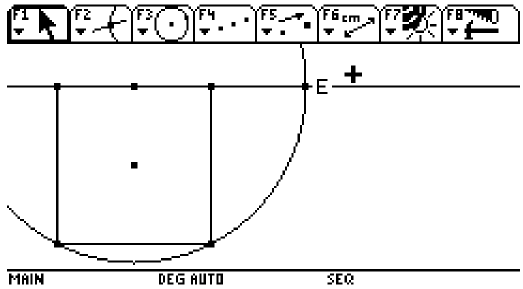
Para dibujar el círculo de centro este punto medio hasta el vértice inferior derecho del cuadrado:



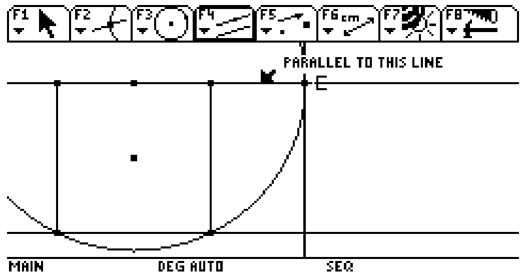
[F2]: Line
Para prolongar el lado superior del cuadrado:



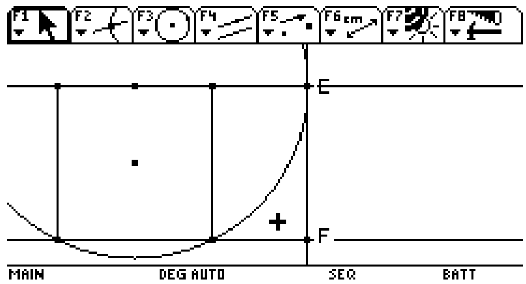
[F2]: Intersection Point
Para determinar el punto E:



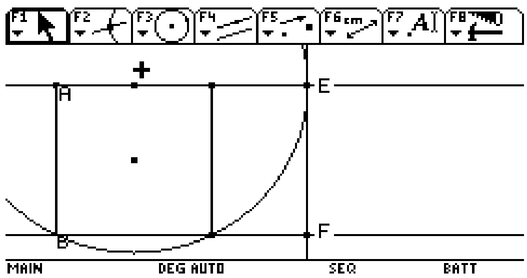
[F4]: Parallel Line
Para dibujar las paralelas:



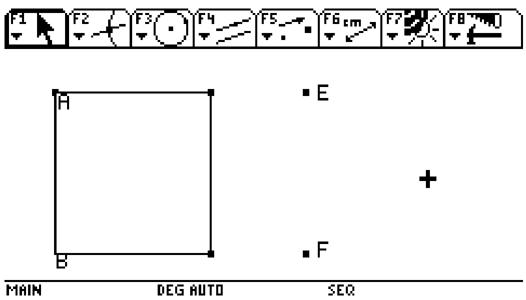
[F2]: Intersection Line
Para determinar el punto F:

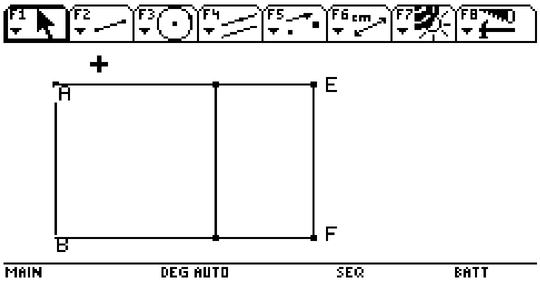


[F7]: Label
Para determinar A y B:

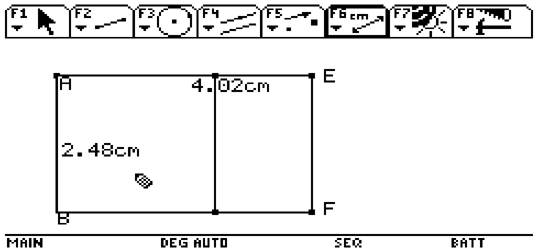


[F7]: Hide / Show
Para esconder todo lo que no es el cuadrado y los puntos EF:

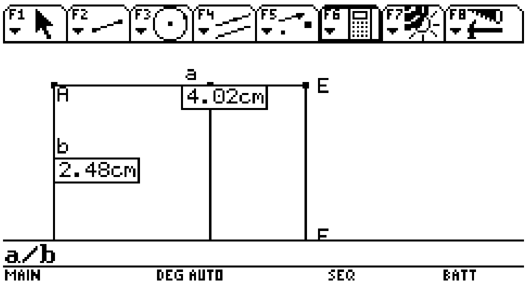


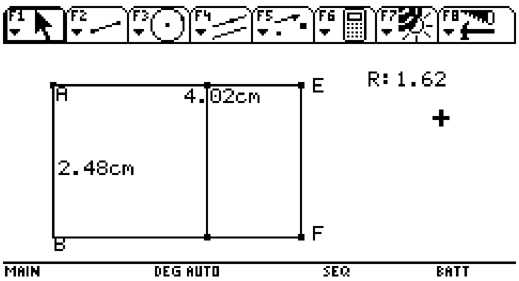


[F2]: Segment
Para dibujar el rectángulo áureo:

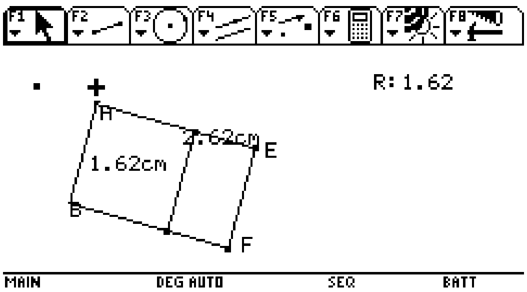


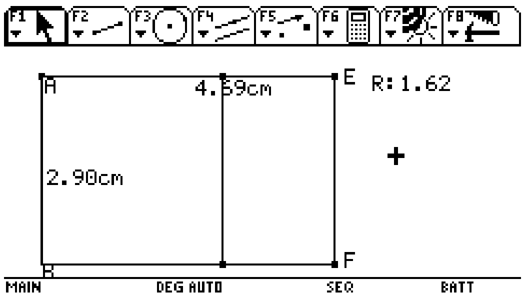
[F6]: Distance & Length y
[F6]: Calculate
Para comprobar AE/AB = φ





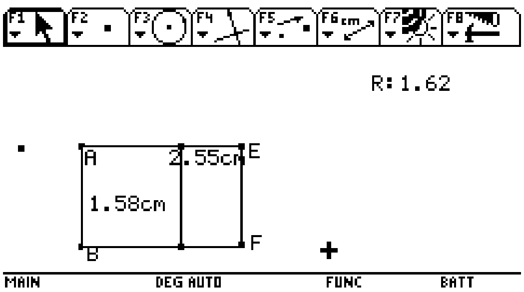
Compruébalo:

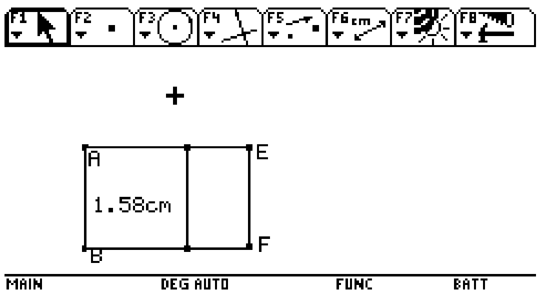




Veamos una propiedad de los “Rectángulos Áureos”:

Considera el rectángulo áureo anterior:

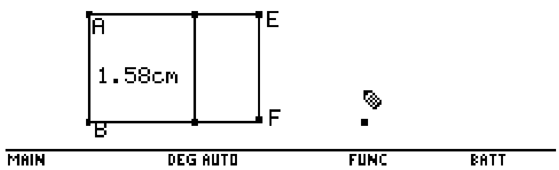


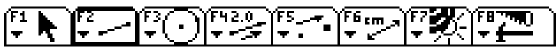


Hemos de dibujar otro rectángulo áureo igual al anterior, pero situado ...

[F4]: Measurement Transfer

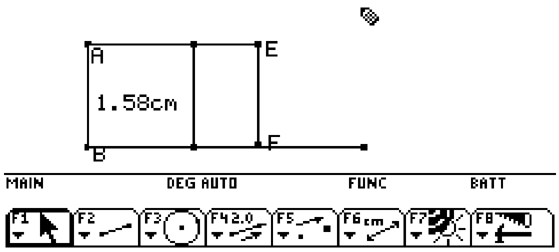
Para transferir el lado AB:



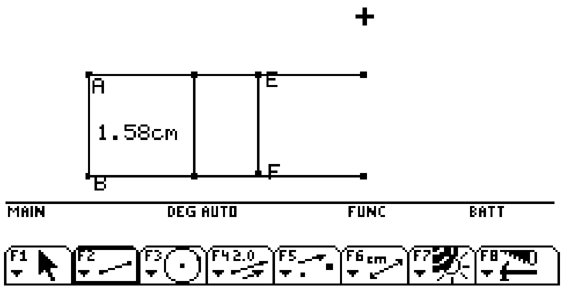


[F2]: Segment

Para dibujar el segmento transferido:

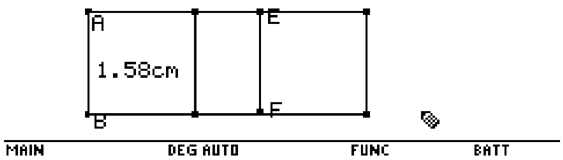


Hacemos lo mismo para el lado:

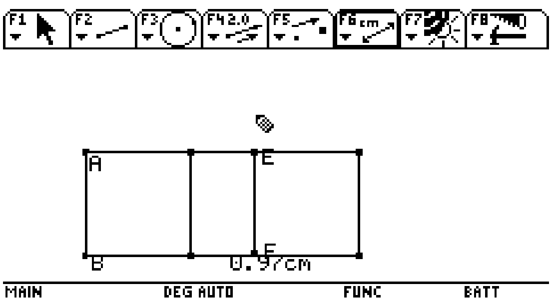


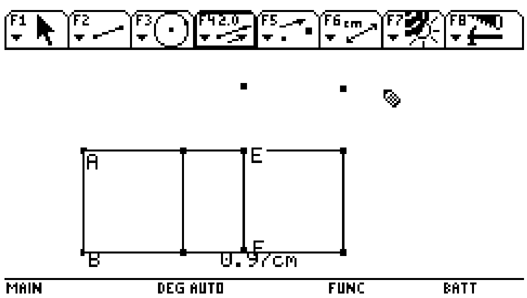
[F2]: Segment

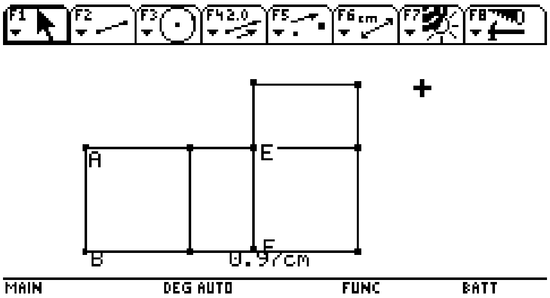
Para acabar el nuevo cuadrado:

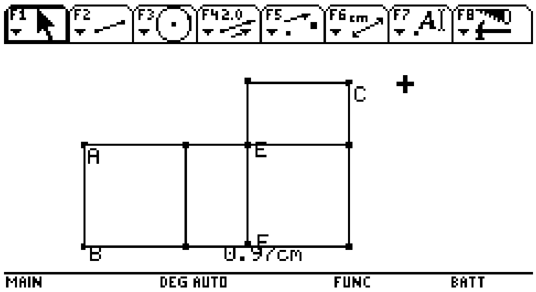


Procederemos igual para transferir el rectángulo pequeño, encima del nuevo cuadrado:

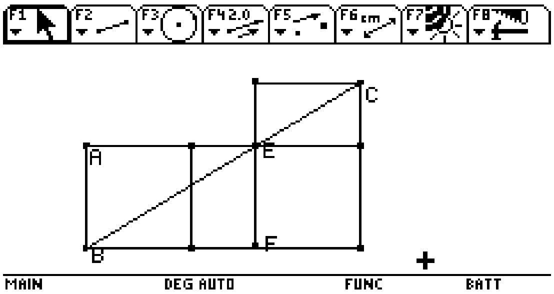


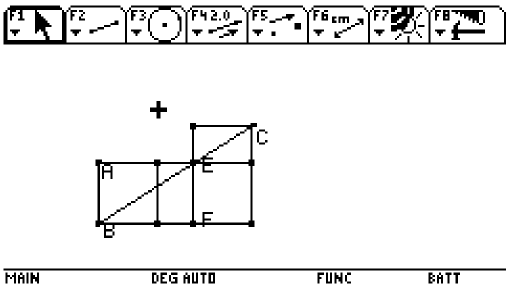


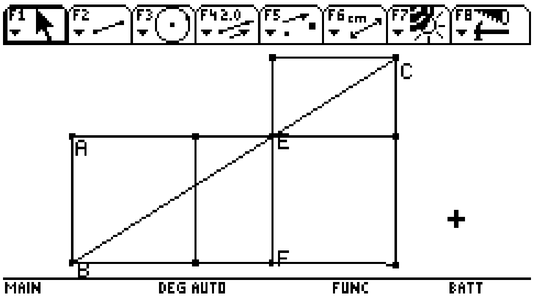




Los puntos B, E y C están alineados:



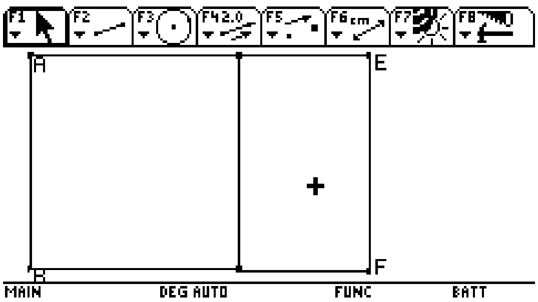


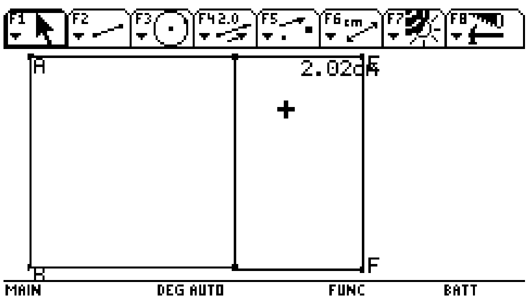


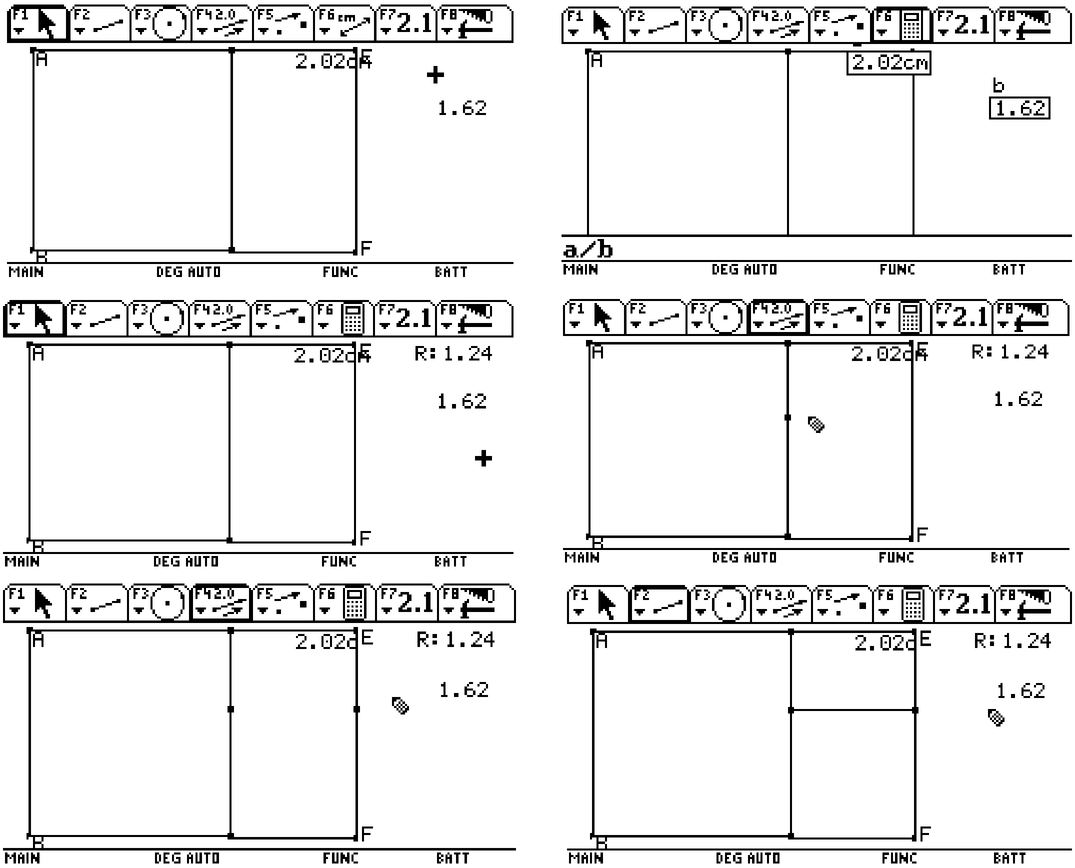
Otra propiedad importante de los rectángulos áureos: las tarjetas de crédito, nuestro carnet de identidad y los paquetes de tabaco son rectángulos áureos.

La Espiral de Oro

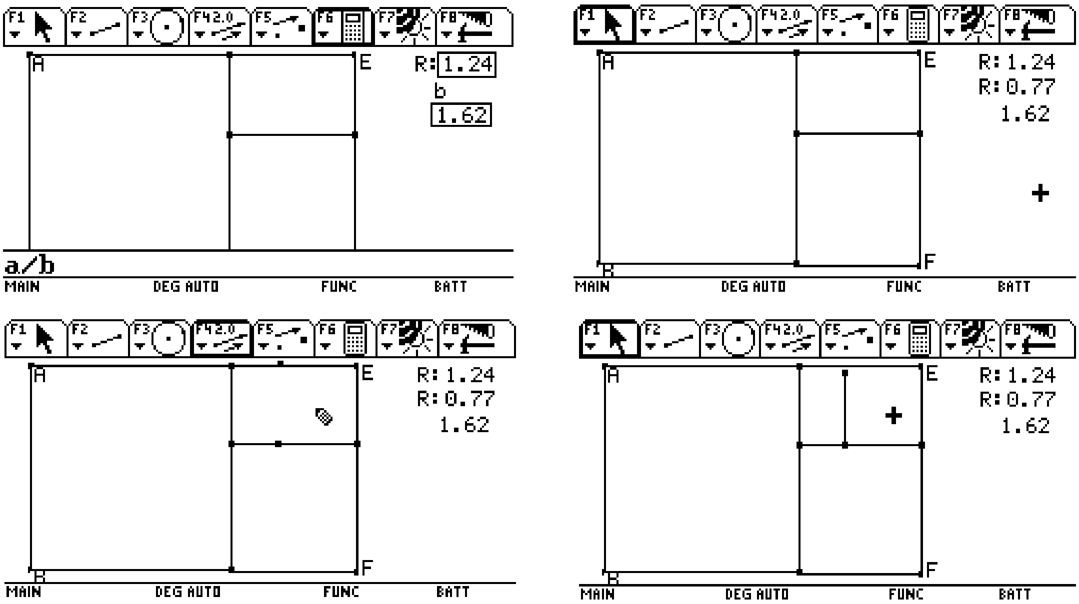
A partir del rectángulo áureo:





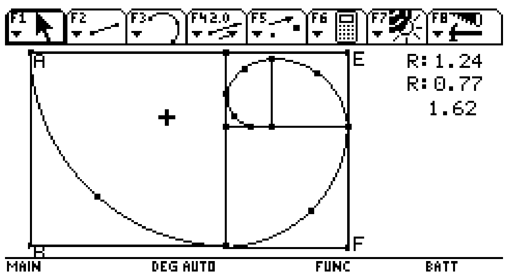


Procederemos de la misma forma para conseguir un rectángulo áureo más pequeño:



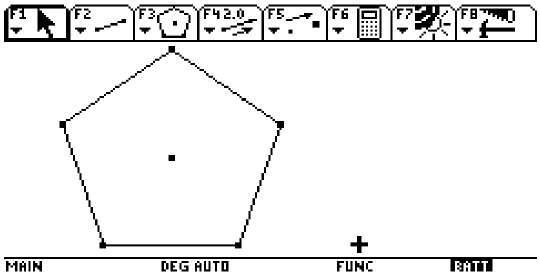
[F3]: Arc

Para dibujar la espiral:

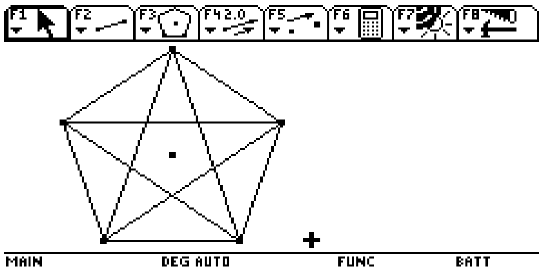


El Pentagrama Regular

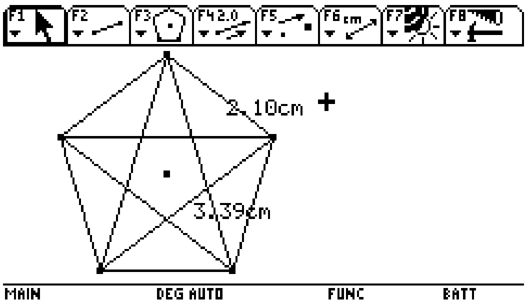
[F3]: Regular Polygon
Para dibujar un pentágono:

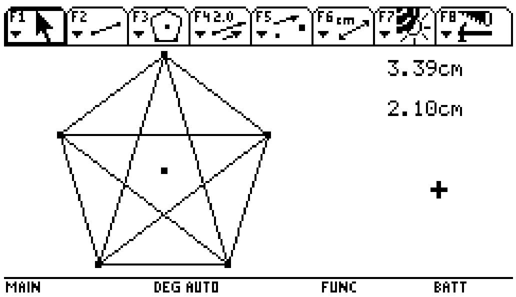


[F2]: Segment
Para dibujar las diagonales y obtener así el “pentagrama regular”, símbolo de los pitagóricos:

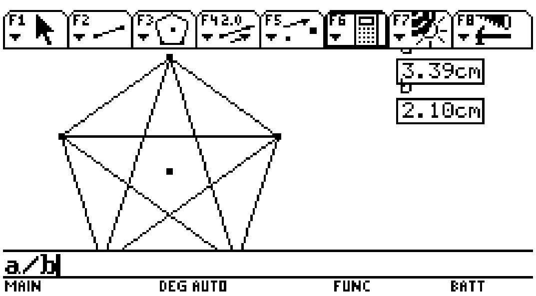


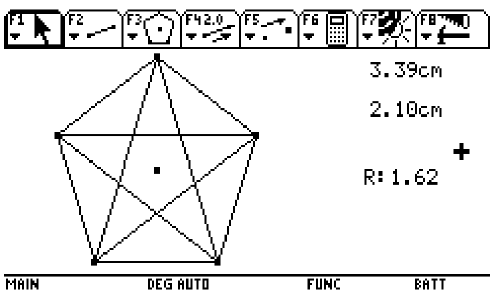
[F6]: Distance & Length
Para determinar una diagonal y el lado del pentágono:



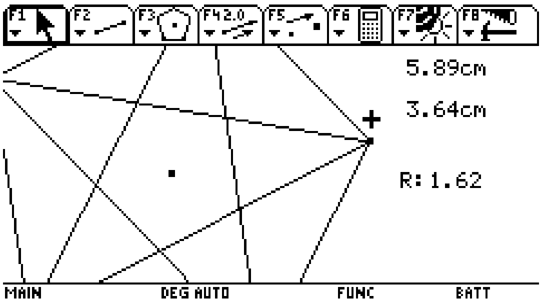


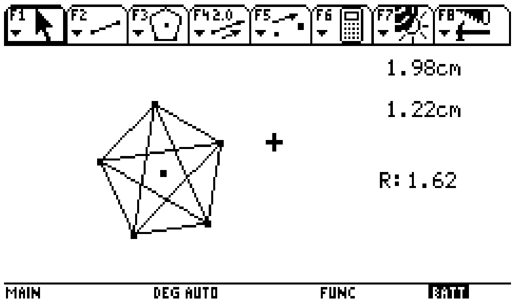
[F6]: Calculate
Para calcular su cociente (¡el número de oro!):





Compruébalo:





Y para acabar, una curiosidad: **El Número de Oro y el Número de la Bestia**:

Calcula: