

## Resumen sobre límites y continuidad

**Límite es el valor “L”. Es una aproximación:**

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$$

### Valor límite de una función

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0/0 \text{ [se debe factorizar, racionalizar o desarrollar la expresión } f(x)\text{].}$$

### Límites unilaterales

Se evalúa por la izquierda y por la derecha la función. Si al evaluar resultan diferentes resultados tanto por la izquierda como por la derecha de  $a$  ( $x \rightarrow a$ ), entonces no existe límite bilateral.

*Ejemplo:*

$$f(t) = \begin{cases} t + 4 & \text{si } t \leq -4 \\ 4 - t & \text{si } t > -4 \end{cases}$$

$$\lim_{t \rightarrow -4^-} t + 4 = 0$$

$$\lim_{t \rightarrow -4^+} 4 - t = 8$$

$$\lim_{t \rightarrow -4} f(t) = \text{no existe}$$

### Límites infinitos (no existe límite)

En estos casos se debe analizar el comportamiento de la gráfica.

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = C/0. \text{ (Se buscan los límites unilaterales).}$$

*Ejemplo:*

$$\lim_{x \rightarrow 2} (1 - 2x) / (x - 2) = -3/0$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} - / - = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} - / + = -\infty$$

## Resumen sobre límites y continuidad

### Límites al infinito

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$$

$$x \rightarrow a$$

Se evalúa de la siguiente manera: Cada término de la función se divide entre la variable de mayor exponente. Y si un término queda dividido entre la variable, ese término tiende a 0. Si el grado del polinomio del numerador es mayor que el grado del denominador, entonces este límite no existe y sólo se investiga el comportamiento de la función.

*Ejemplo:*

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x - 3}{2x + 5} = \frac{4x/x - 3/x}{2x/x - 5/x} = \frac{4 - 0}{2 - 0} = \frac{4}{2} = 2 \text{ (asíntota horizontal).}$$

### Límites trigonométricos (se divide entre x la expresión)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen } x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x)}{x} = 0$$

*Ejemplo:*

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x)}{\text{sen } x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x) / x}{\text{sen } x / x} = \frac{0/1}{0} = 0$$

### Cálculo de las asíntotas de la gráfica de una función

- Asíntota vertical : es el valor de x que hace 0 al denominador.
- Asíntota horizontal: Se divide cada término entre la variable de mayor exponente.

### Continuidad de una función en un punto

Una función es continua en el punto  $x = a$ , si se cumplen las siguientes condiciones.

$$f(a) = \text{exista}$$

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \text{exista}$$

$$x \rightarrow a$$

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$$

$$x \rightarrow a$$

En estos casos, se evalúa el límite unilateral en el punto indicado (a). Si el límite bilateral existe, entonces la función es continua.