Titulo: ***COMO GRAFICAR UNA FUNCIÓN iRRACIONAL***

Año escolar: 4to. año de bachillerato
Autor: José Luis Albornoz Salazar
Ocupación: Ing Civil. Docente Universitario
País de residencia: Venezuela
Correo electrónico: martilloatomico@gmail.com

El autor de este trabajo solicita su valiosa colaboración en el sentido de enviar cualquier sugerencia y/o recomendación a la siguiente dirección :

martilloatomico@gmail.com

Igualmente puede enviar cualquier ejercicio o problema que considere pueda ser incluido en el mismo.

Si en sus horas de estudio o práctica se encuentra con un problema que no pueda resolver, envíelo a la anterior dirección y se le enviará resuelto a la suya.

COMO GRAFICAR UNA FUNCIÓN iRRACIONAL

Antes de iniciar el procedimiento de cómo graficar este tipo de función, consideramos necesario recordar algunos aspectos importantes sobre los SIGNOS DE LAS RAÍCES :

1) Las **raíces impares** *de una cantidad tienen el mismo signo que la cantidad sub-radical o radicando.*

Así,

- $\sqrt[3]{27a^3}$ = $3a$ porque $(3a)^3 = 27a^3$
- $\sqrt[3]{-27a^3}$ = $-3a$ porque $(-3a)^3 = -27a^3$
- $\sqrt[5]{X^{10}}$ = X^2 porque $(X^2)^5 = X^{10}$
- $\sqrt[5]{-X^{10}}$ = $-X^2$ porque $(-X^2)^5 = -X^{10}$

2) Las **raíces pares** *de una cantidad positiva tienen doble signo.*

Así,

- $\sqrt{25X^2}$ = $5X$ ó $-5X$ porque $(5X)^2 = 25X^2$ y $(-5X)^2 = 25X^2$
  Esto se indica de este modo : $\sqrt{25X^2} = \pm 5X$
- $\sqrt[4]{16a^4}$ = $2a$ y $-2a$ porque $(2a)^4 = 16a^4$ y $(-2a)^4 = 16a^4$
  Esto se indica : $\sqrt[4]{16a^4} = \pm 2a$

3) Las **raíces pares** *de una cantidad negativa no se pueden extraer. Estas raíces se llaman* **cantidades imaginarias**.

Así,

$\sqrt{-4}$ *no se puede extraer. La raíz de -4 no es 2 porque "$2^2 = 4$" y no -4, y tampoco es -2 porque $(-2)^2 = 4$ y no -4.*

"$\sqrt{-4}$ " *es una* **cantidad imaginaria**.

EJERCICIO 1 : Graficar $f(x) = \sqrt{X+3}$

Primero se determina el dominio de la función a graficar.

Como la función está determinada por una Raíz Cuadrada (índice par) y las raíces pares de una cantidad negativa no se pueden extraer (son cantidades imaginarias) significa que el dominio de la función estará conformada únicamente por aquellos valores que garanticen que la cantidad sub-radical o radicando sea mayor o igual a cero.

Luego: **X + 3** *tiene que ser mayor o igual a cero.*

$X + 3 \geq 0$; $\boldsymbol{X \geq -3}$

Tomando en cuenta lo indicado anteriormente se deben asignar valores mayores e igual a menos tres (-3) a la función para graficarla.

Es recomendable hacerlo con cuatro o más valores para calcular puntos suficientes de manera que la gráfica sea lo más representativa posible :

Para $X = -3$; $f(-3) = \sqrt{-3+3}$; $f(-3) = \sqrt{0} = 0$

Esto nos indica que la función pasa por el punto ***(-3,0)***

Para $X = -2$; $f(-2) = \sqrt{-2+3}$; $f(-2) = \sqrt{1} = 1$

Esto nos indica que la función pasa por el punto ***(-2,1)***

Para $X = -1$; $f(-1) = \sqrt{-1+3}$; $f(-1) = \sqrt{2} = 1{,}41$

Esto nos indica que la función pasa por el punto ***(-1,1.41)***

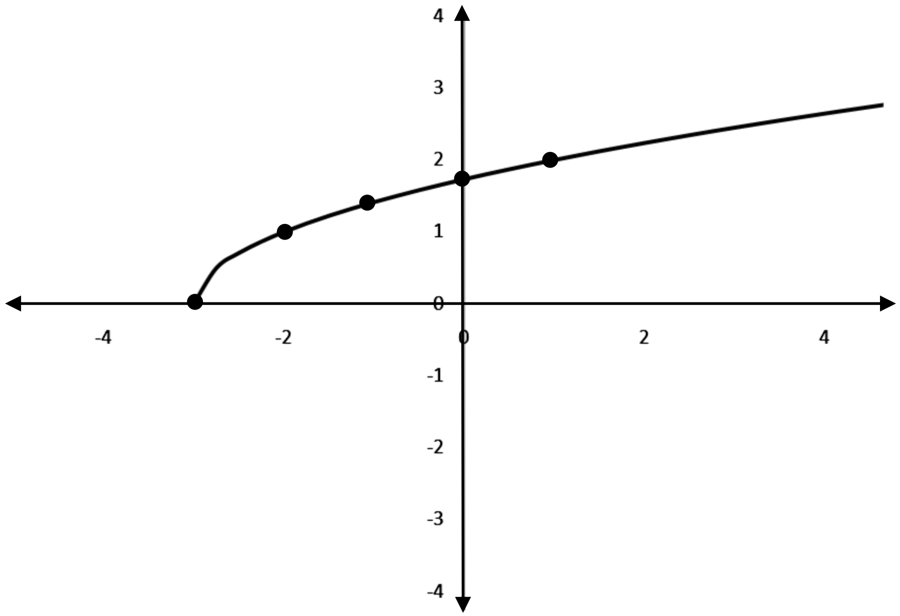
Para $X = 0$; $f(0) = \sqrt{0+3}$; $f(0) = \sqrt{3} = 1{,}73$

Esto nos indica que la función pasa por el punto ***(0,1.73)***

Para $X = 1$; $f(1) = \sqrt{1+3}$; $f(1) = \sqrt{4} = 2$

Esto nos indica que la función pasa por el punto ***(1,2)***

X	- 3	- 2	- 1	0	1
Y	0	1	1,41	1,73	2



EJERCICIO 2 :

Graficar $f_{(x)} = \sqrt{-2X + 4}$

Primero se determina el dominio de la función a graficar.

El dominio de la función estará conformada únicamente por aquellos valores que garanticen que la cantidad sub-radical o radicando sea mayor o igual a cero.

$-2X + 4 \geq 0$; $-2X \geq -4$ *por menos uno* ; $2X \leq 4$; $\mathbf{X \leq 2}$

Tomando en cuenta lo indicado anteriormente se deben asignar valores menores e igual a dos (2) a la función para graficarla.

Es recomendable hacerlo con cuatro o más valores para calcular puntos suficientes de manera que la gráfica sea lo más representativa posible :

Para $X = 2$; $f_{(2)} = \sqrt{-2(2) + 4}$; $f_{(2)} = \sqrt{0} = 0$

Esto nos indica que la función pasa por el punto ***(2,0)***

Para $X = 1$; $f_{(1)} = \sqrt{-2(1) + 4}$; $f_{(1)} = \sqrt{2} = 1{,}41$

Esto nos indica que la función pasa por el punto ***(1,1.41)***

Para $X = 0$; $f_{(0)} = \sqrt{-2(0) + 4}$; $f_{(0)} = \sqrt{4} = 2$

Esto nos indica que la función pasa por el punto ***(0,2)***

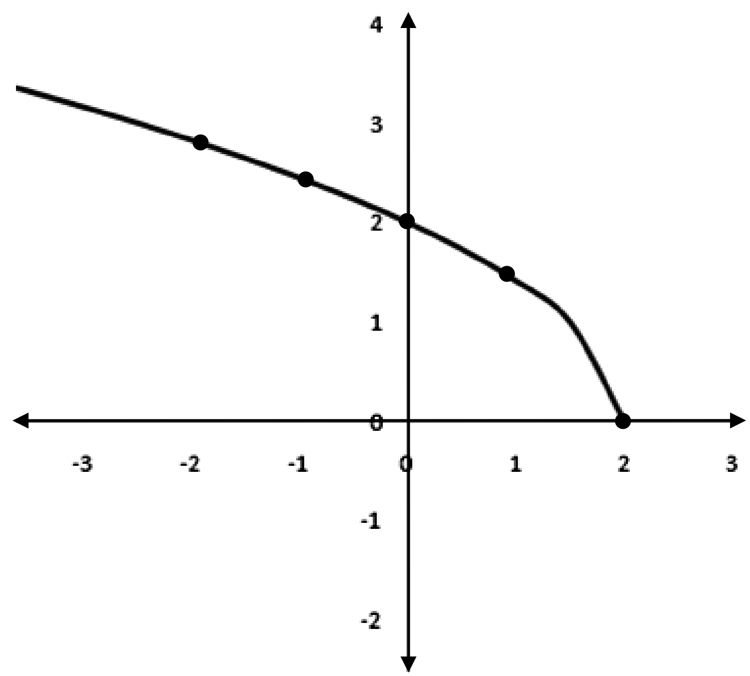
Para $X = -1$; $f_{(-1)} = \sqrt{-2(-1) + 4}$; $f_{(-1)} = \sqrt{6} = 2{,}45$

Esto nos indica que la función pasa por el punto ***(-1,2.45)***

Para $X = -2$; $f_{(-2)} = \sqrt{-2(-2) + 4}$; $f_{(-2)} = \sqrt{8} = 2{,}83$

Esto nos indica que la función pasa por el punto ***(-2,2.83)***

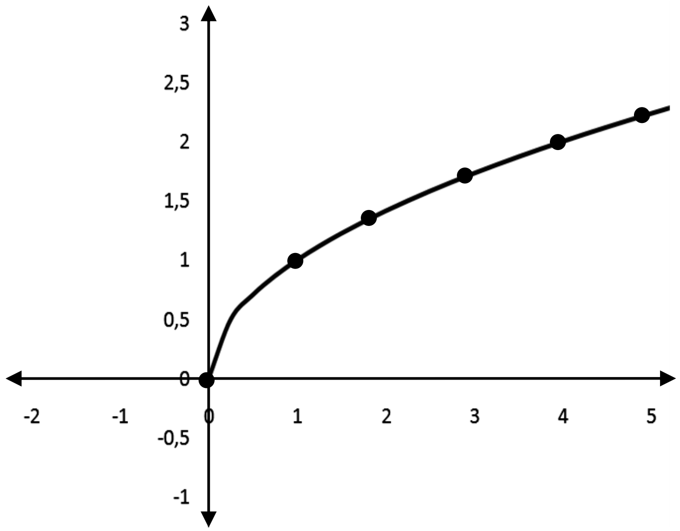
X	- 2	- 1	0	1	2
Y	2,83	2,45	2	1,41	0



EJERCICIO 3 : Graficar $f(x) = \sqrt{X}$

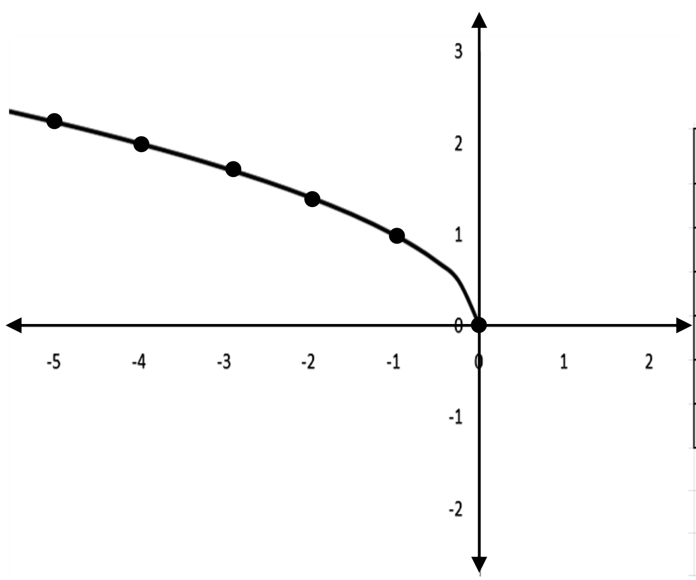
X ≥ 0

X	Y
0	0
1	1
2	1,41
3	1,73
4	2
5	2,24



EJERCICIO 4 : Graficar $f(x) = \sqrt{-X}$

- X ≥ 0 *multiplicando por menos uno* ***X ≤ 0***



X	Y
0	0
−1	1
−2	1,41
−3	1,73
−4	2
−5	2,24

EJERCICIO 5 : Graficar $f(x) = \sqrt[3]{X-2}$

Primero se determina el dominio de la función a graficar.

Las **raíces impares** *de una cantidad tienen el mismo signo que la cantidad sub-radical o radicando.*

Esto nos indica que la X puede tomar cualquier valor y que el dominio de la función es el conjunto de los números reales. Luego, para graficar la función, lo único que debemos hacer es asignar valores (cualesquiera) a la X para determinar los puntos que conforman la gráfica.

Sin embargo, se recomienda calcular los cortes con los ejes para visualizar mejor la gráfica.

Para calcular el corte con el eje "X" igualamos la cantidad sub-radical o radicando a cero.

$X - 2 = 0$; $\mathbf{X = 2}$

Esto nos indica que la función pasa por el punto ***(2,0)***

Para calcular el corte con el eje "Y" hacemos X = 0, es decir calculamos el valor de la función cuando X vale cero [f(0)].

Para X = 0 ; $f(0) = \sqrt[3]{0-2}$; $f(0) = \sqrt[3]{-2} = -1{,}26$

Esto nos indica que la función pasa por el punto ***(0,-1.26)***

Para que la función sea graficada de la manera más exacta posible se recomienda calcular dos puntos antes o después de cada corte con los ejes y dos puntos entre los ejes.

<u>Estudiando dos puntos antes del corte con el eje "Y" :</u>

Para X = - 1 ; $f(-1) = \sqrt[3]{-1-2}$; $f(-1) = \sqrt[3]{-3} = -1{,}44$

Para X = - 2 ; $f(-2) = \sqrt[3]{-2-2}$; $f(-2) = \sqrt[3]{-4} = -1{,}59$

<u>Estudiando dos puntos entre los cortes con los ejes :</u>

Para X = 1 ; $f(1) = \sqrt[3]{1-2}$; $f(1) = \sqrt[3]{-1} = -1$

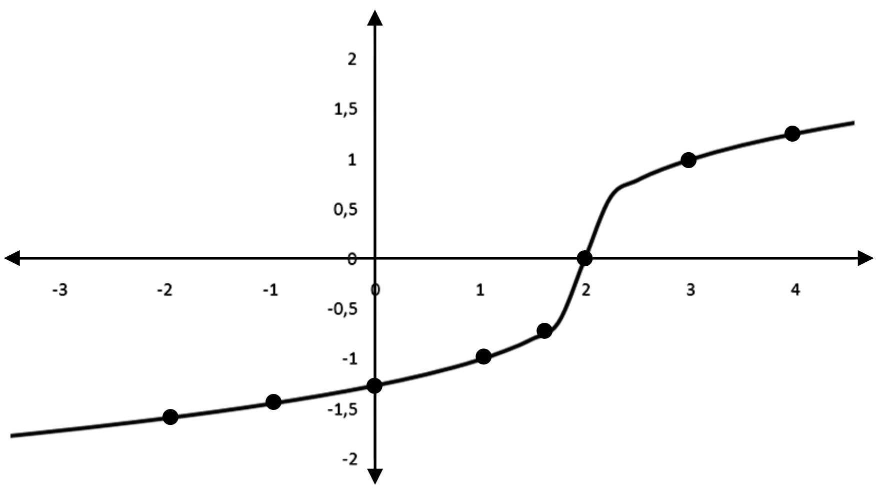
Para $X = 1{,}5$; $f_{(1,5)} = \sqrt[3]{1{,}5-2}$; $f_{(1,5)} = \sqrt[3]{-0{,}5} = -0{,}79$

Estudiando dos puntos después del corte con el eje "X" :

Para $X = 3$; $f_{(3)} = \sqrt[3]{3-2}$; $f_{(3)} = \sqrt[3]{1} = 1$

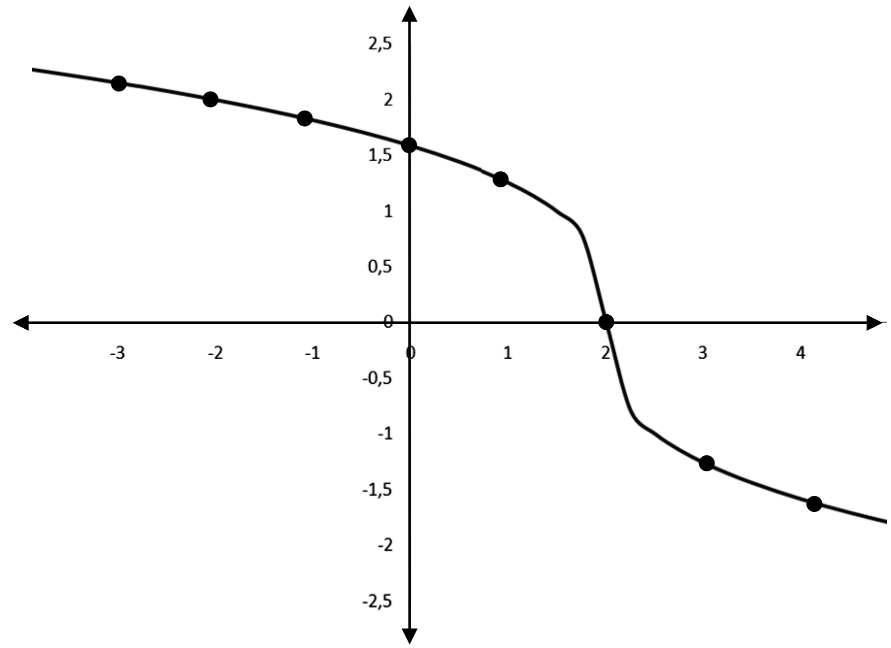
Para $X = 4$; $f_{(4)} = \sqrt[3]{4-2}$; $f_{(4)} = \sqrt[3]{2} = 1{,}26$

X	-2	-1	0	1	1,5	2	3	4
Y	-1,59	-1,44	-1,26	-1	-0,79	0	1	1,26



EJERCICIO 6 : *Graficar* $f_{(x)} = \sqrt[3]{-2X+4}$

X	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
Y	2,15	2	1,81	1,59	1,26	0	-1,26	-1,59



Recomendamos ver los videos a los que podrás acceder de manera gratuita en la página web :

www.lamatematicadefidel.com

identificados como :

- Propiedades y grafica de una función irracional .