

Título: ***COMO GRAFICAR UNA FUNCION DE SEGUNDO GRADO***

Año escolar: 4to. año de bachillerato

Autor: José Luis Albornoz Salazar

Ocupación: Ing Civil. Docente Universitario

País de residencia: Venezuela

Correo electrónico: [martilloatomico@gmail.com](mailto:martilloatomico@gmail.com)

*El autor de este trabajo solicita su valiosa colaboración en el sentido de enviar cualquier sugerencia y/o recomendación a la siguiente dirección :*

***[martilloatomico@gmail.com](mailto:martilloatomico@gmail.com)***

*Igualmente puede enviar cualquier ejercicio o problema que considere pueda ser incluido en el mismo.*

*Si en sus horas de estudio o práctica se encuentra con un problema que no pueda resolver, envíelo a la anterior dirección y se le enviará resuelto a la suya.*

# COMO GRAFICAR UNA FUNCION DE SEGUNDO GRADO

Lo primero que debemos hacer para empezar a graficar una función de segundo grado es ordenarla en forma descendente de manera que quede expresada como :

$$f(x) = aX^2 + bX + c$$

**EJERCICIO 1 :** Graficar  $f(x) = X^2 - 2X - 3$

**Solución :**

Para graficar una función de segundo grado se pueden seguir los siguientes pasos :

**Primer paso :** Se identifican los valores de  $a$ ,  $b$  y  $c$  de la función.

$$a = 1 \quad ; \quad b = -2 \quad ; \quad c = -3$$

Cuando  $a > 0$  la parábola es cóncava hacia arriba ;



**Segundo paso :** Se calcula el eje de simetría con la fórmula :  $X = \frac{-b}{2a}$

$$X = \frac{-b}{2a} \quad ; \quad X = \frac{-(-2)}{2(1)} \quad ; \quad X = \frac{2}{2} \quad ; \quad X = 1$$

Esto significa que por  $X = 1$  pasará una recta perpendicular al eje  $X$  que representa al eje de simetría de la parábola.

Se introduce este valor en la función  $f(x) = X^2 - 2X - 3$  para determinar el vértice de la parábola.

$$f(1) = (1)^2 - 2(1) - 3 = 1 - 2 - 3 = -4 \quad ; \quad f(1) = -4$$

Esto nos indica que el vértice de la parábola es el punto.  $(1, -4)$

**Tercer paso :** Se determina si la función intercepta o no al eje  $X$  con el uso de la fórmula conocida como discriminante  $(b^2 - 4ac)$ . Recuerde que la intercepción o corte con el eje  $X$  lo indican las raíces de la función.

- Si  $b^2 - 4ac > 0$  la función tiene 2 raíces diferentes (corta al eje  $X$  en dos puntos).
- Si  $b^2 - 4ac = 0$  la función tiene 2 raíces iguales (tiene su vértice en un punto contenido en el eje  $X$ ).
- Si  $b^2 - 4ac < 0$  la función no tiene raíces reales (NO corta al eje  $X$ ).

$$b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4(1)(-3) = 4 + 12 = 16$$

Como  $b^2 - 4ac > 0$  la función tiene 2 raíces diferentes (corta al eje  $X$  en dos puntos).

**Cuarto paso :** Se calculan las raíces de la función con el uso de la fórmula general de segundo grado o resolvente:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Este cálculo se nos facilita por el hecho de que la cantidad sub-radical o radicando es la misma conocida como discriminante y ya fue calculada.

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(1)(-3)}}{2(1)} = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{2 \pm 4}{2}$$

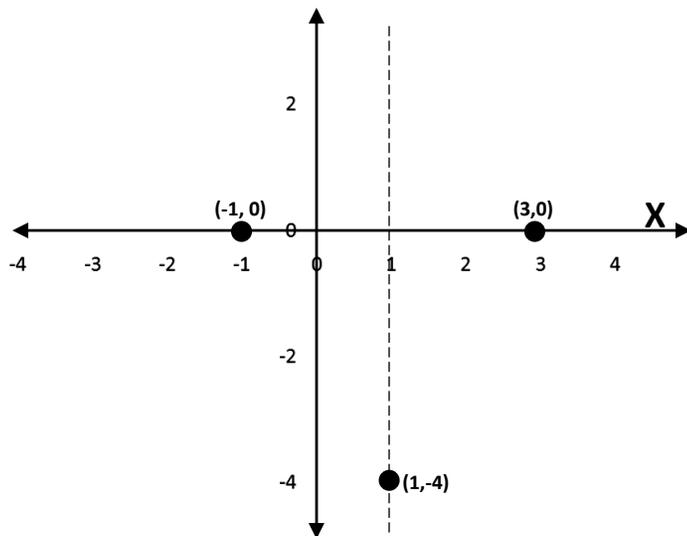
$$X_1 = \frac{2+4}{2} = \frac{6}{2} ; \quad X_1 = 3$$

Esto nos indica que la parábola pasa por el punto  $(3,0)$

$$X_2 = \frac{2-4}{2} = \frac{-2}{2} ; \quad X_2 = -1$$

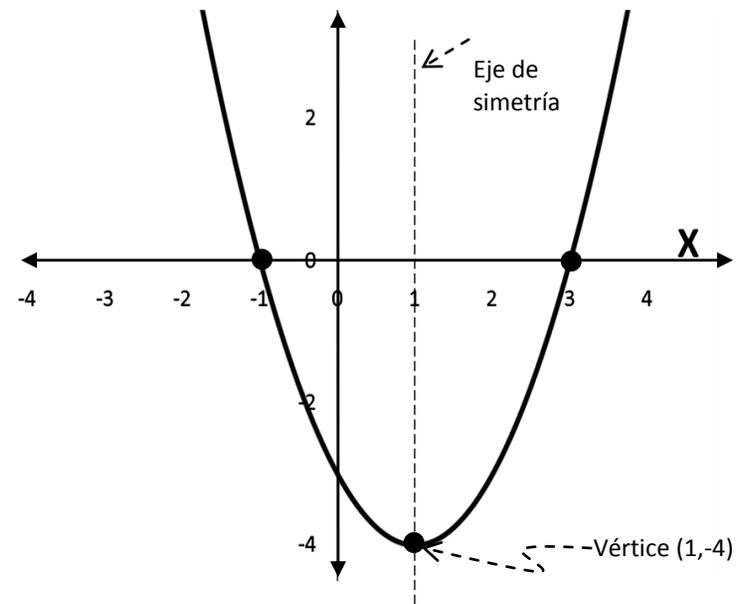
Esto nos indica que la parábola pasa por el punto  $(-1,0)$

**Quinto paso :** Se indican los puntos calculados en un sistema de coordenadas rectangulares y posteriormente se grafica la parábola.



El hecho de calcular el eje de simetría y el vértice de la parábola nos facilita el procedimiento para graficarla debido a que nos permite visualizar inmediatamente como será su configuración y sobre todo su concavidad y su punto más alto o más bajo (vértice) según sea el caso. En este caso en particular si unimos los tres puntos se deduce fácilmente que la parábola quedará graficada así :

COMO GRAFICAR UNA FUNCION DE SEGUNDO GRADO



**EJERCICIO 2 :** Graficar  $f(x) = x^2 + 4$

**Solución :**

Para graficar una función de segundo grado se pueden seguir los siguientes pasos :

**Primer paso :** Se identifican los valores de  $a$ ,  $b$  y  $c$  de la función.

$$a = 1 ; \quad b = 0 ; \quad c = 4$$

Cuando  $a > 0$  la parábola es cóncava hacia arriba ;



**Segundo paso :** Se calcula el eje de simetría con la fórmula :  $X = \frac{-b}{2a}$

$$X = \frac{-b}{2a} ; X = \frac{-(0)}{2(1)} ; X = \frac{0}{2} ; X = 0$$

Esto significa que por  $X = 0$  pasará una recta perpendicular al eje  $X$  que representa al eje de simetría de la parábola (en este caso el eje de simetría será el eje "Y" del sistema de coordenadas).

Se introduce este valor en la función  $f(x) = x^2 + 4$  para determinar el vértice de la parábola.

$$f(0) = (0)^2 + 4 = 0 + 4 = 4 ; f(0) = 4$$

Esto nos indica que el vértice de la parábola es el punto.  $(0, 4)$

**Tercer paso :** Se determina si la función intercepta o no al eje  $X$  con el uso de la fórmula conocida como discriminante  $(b^2 - 4ac)$ .

Recuerde que la intercepción o corte con el eje  $X$  lo indican las raíces de la función.

- Si  $b^2 - 4ac > 0$  la función tiene 2 raíces diferentes (corta al eje  $X$  en dos puntos).
- Si  $b^2 - 4ac = 0$  la función tiene 2 raíces iguales (tiene su vértice en un punto contenido en el eje  $X$ ).
- Si  $b^2 - 4ac < 0$  la función no tiene raíces reales (NO corta al eje  $X$ ).

$$b^2 - 4ac = (0)^2 - 4(1)(4) = 0 - 16 = -16$$

Como  $b^2 - 4ac < 0$  la función no tiene raíces reales (NO corta al eje  $X$ ).

**Cuarto paso :** Como no se pueden calcular las dos raíces de la función se procede a calcular dos puntos de la parábola, uno ubicado al lado izquierdo del eje de simetría y el otro al lado derecho, esto nos facilitará visualizar fácilmente la configuración de la parábola.

Como el eje de simetría es  $X = 0$  puedo calcular los puntos cuando  $X = -1$  y cuando  $X = 1$ , para lo cual sustituyo estos valores en la función  $f(x) = x^2 + 4$

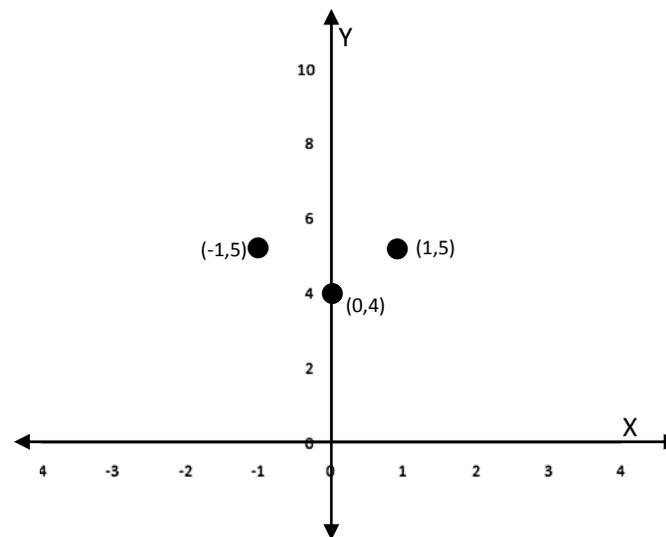
$$\text{Para } X = -1 ; f(-1) = (-1)^2 + 4 = 1 + 4 = 5$$

Esto nos indica que la parábola pasa por el punto  $(-1, 5)$

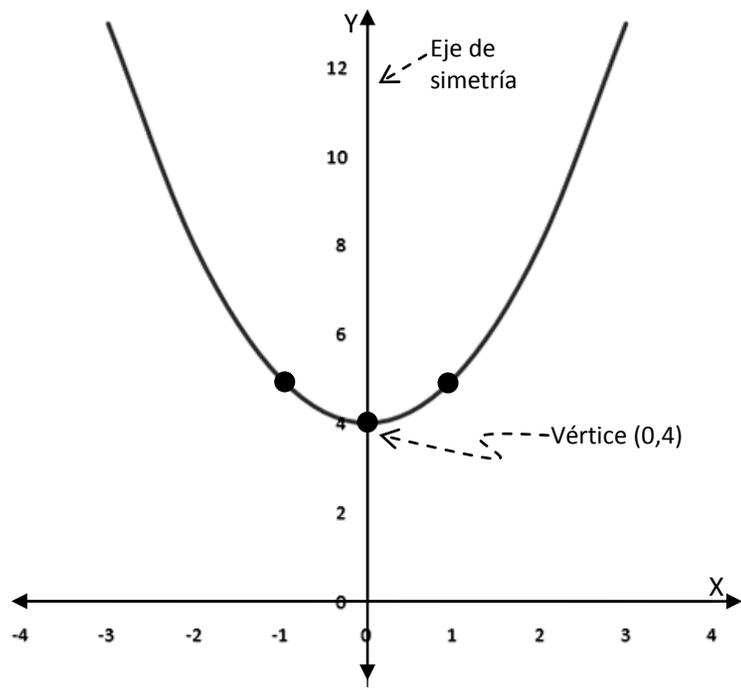
$$\text{Para } X = 1 ; f(1) = (1)^2 + 4 = 1 + 4 = 5$$

Esto nos indica que la parábola pasa por el punto  $(1, 5)$

**Quinto paso :** Se indican los puntos calculados en un sistema de coordenadas rectangulares y posteriormente se grafica la parábola.



El hecho de calcular el eje de simetría y el vértice de la parábola nos facilita el procedimiento para graficarla debido a que nos permite visualizar inmediatamente como será su configuración y sobre todo su concavidad y su punto más alto o más bajo (vértice) según sea el caso.



**EJERCICIO 3 :** Graficar  $f(x) = -x^2 + 5x - 4$

**Solución :**

**Primer paso :** Se identifican los valores de  $a$ ,  $b$  y  $c$  de la función.

$$a = -1 \quad ; \quad b = 5 \quad ; \quad c = -4$$

Cuando  $a < 0$  la parábola es cóncava hacia abajo ;



COMO GRAFICAR UNA FUNCION DE SEGUNDO GRADO

**Segundo paso :** Se calcula el eje de simetría con la fórmula :  $X = \frac{-b}{2a}$

$$X = \frac{-b}{2a} \quad ; \quad X = \frac{-(-5)}{2(-1)} \quad ; \quad X = \frac{-5}{-2} \quad ; \quad X = 2,5$$

Esto significa que por  $X = 2,5$  pasará una recta perpendicular al eje  $X$  que representa al eje de simetría de la parábola.

Se introduce este valor en la función  $f(x) = -x^2 + 5x - 4$  para determinar el vértice de la parábola.

$$f(2,5) = -(2,5)^2 + 5(2,5) - 4 = -6,25 + 12,5 - 4 = 2,25$$

$$f(2,5) = 2,25$$

Esto nos indica que el vértice de la parábola es el punto.  $(2,5, 2,25)$

**Tercer paso :** Se determina si la función intercepta o no al eje  $X$  con el uso de la fórmula conocida como discriminante  $(b^2 - 4ac)$ .

$$b^2 - 4ac = (5)^2 - 4(-1)(-4) = 25 - 16 = 9$$

Como  $b^2 - 4ac > 0$  la función tiene 2 raíces diferentes (corta al eje  $X$  en dos puntos).

**Cuarto paso :** Se calculan las raíces de la función con el uso de la fórmula general de segundo grado o resolvente:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Este cálculo se nos facilita por el hecho de que la cantidad sub-radical o radicando es la misma conocida como discriminante y ya fue calculada.

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{9}}{2(-1)} = \frac{-5 \pm 3}{-2}$$

$$X_1 = \frac{-5+3}{-2} = \frac{-2}{-2} \quad ; \quad X_1 = 1$$

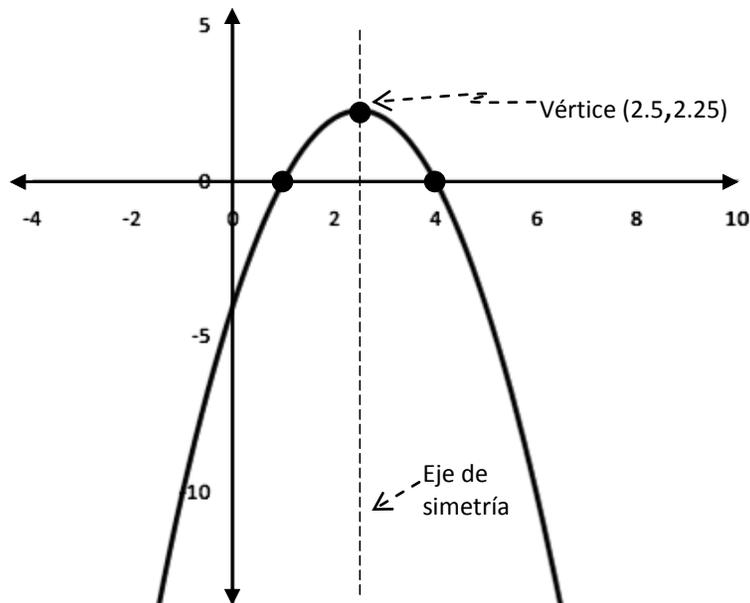
Esto nos indica que la parábola pasa por el punto  $(1,0)$

$$X_2 = \frac{-5-3}{-2} = \frac{-8}{-2} \quad ; \quad X_2 = 4$$

Esto nos indica que la parábola pasa por el punto  $(4,0)$

**Quinto paso :** Se indican los puntos calculados en un sistema de coordenadas rectangulares y posteriormente se grafica la parábola.

El hecho de calcular el eje de simetría y el vértice de la parábola nos facilita el procedimiento para graficarla debido a que nos permite visualizar inmediatamente como será su configuración y sobre todo su concavidad y su punto más alto o más bajo (vértice) según sea el caso.



**EJERCICIO 4 :** Graficar  $f(x) = X^2 - 8X + 16$

**Solución :**

**Primer paso :** Se identifican los valores de  $a$ ,  $b$  y  $c$  de la función.

$$a = 1 \quad ; \quad b = -8 \quad ; \quad c = 16$$

Cuando  $a > 0$  la parábola es cóncava hacia arriba ;



**Segundo paso :** Se calcula el eje de simetría con la fórmula :  $X = \frac{-b}{2a}$

$$X = \frac{-b}{2a} \quad ; \quad X = \frac{-(-8)}{2(1)} \quad ; \quad X = \frac{8}{2} \quad ; \quad X = 4$$

Esto significa que por  $X = 4$  pasará una recta perpendicular al eje  $X$  que representa al eje de simetría de la parábola.

Se introduce este valor en la función  $f(x) = X^2 - 8X + 16$  para determinar el vértice de la parábola.

$$f(4) = (4)^2 - 8(4) + 16 = 16 - 32 + 16 = 0 \quad ; \quad f(4) = 0$$

Esto nos indica que el vértice de la parábola es el punto  $(4,0)$

**Tercer paso :** Se determina si la función intercepta o no al eje  $X$  con el uso de la formula conocida como discriminante  $(b^2 - 4ac)$ .

$$b^2 - 4ac = (8)^2 - 4(1)(16) = 64 - 64 = 0$$

Como  $b^2 - 4ac = 0$  la función tiene 2 raíces iguales (tiene su vértice en un punto contenido en el eje  $X$ ).

Otra particularidad que presenta el hecho de que el determinante sea igual a cero es que al calcular el punto donde la parábola corta al eje X es el mismo vértice.

Esta consideración anterior nos obliga a aplicar el cuarto paso como si no existieran raíces reales.

**Cuarto paso :** Se procede a calcular dos puntos de la parábola, uno ubicado al lado izquierdo del eje de simetría y el otro al lado derecho, esto nos facilitará visualizar fácilmente la configuración de la parábola.

Como el eje de simetría es  $X = 4$  puedo calcular los puntos cuando  $X = 3$  y cuando  $X = 5$ , para lo cual sustituyo estos valores en la función  $f(x) = x^2 - 8x + 16$

$$\text{Para } X = 3 ; \quad f(3) = (3)^2 - 8(3) + 16 = 9 - 24 + 16 = 1$$

Esto nos indica que la parábola pasa por el punto **(3,1)**

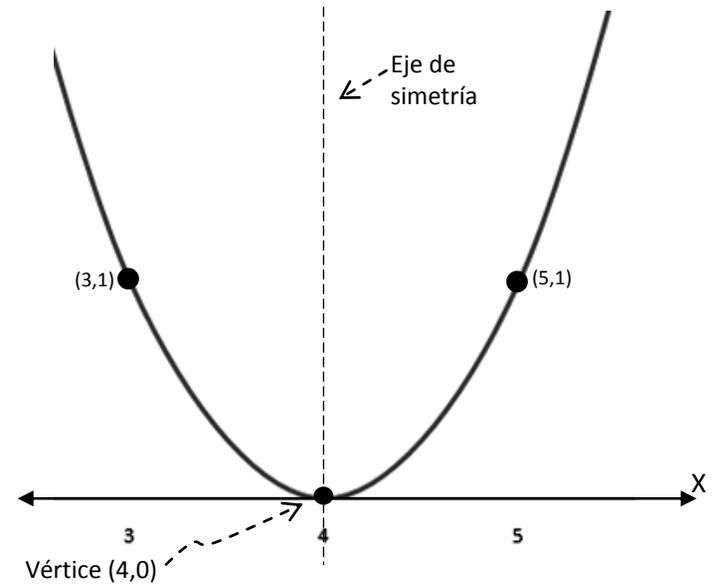
$$\text{Para } X = 5 ; \quad f(5) = (5)^2 - 8(5) + 16 = 25 - 40 + 16 = 1$$

Esto nos indica que la parábola pasa por el punto **(5,1)**

**Quinto paso :** Se indican los puntos calculados en un sistema de coordenadas rectangulares y posteriormente se grafica la parábola.

El hecho de calcular el eje de simetría y el vértice de la parábola nos facilita el procedimiento para graficarla debido a que nos permite visualizar inmediatamente como será su configuración y sobre todo su concavidad y su punto más alto o más bajo (vértice) según sea el caso.

En este caso en particular si unimos los tres puntos se deduce fácilmente que la parábola quedará graficada así :



**EJERCICIO 5 :** Graficar  $f(x) = x^2 + 4x$

**Solución :**

**Primer paso :** Se identifican los valores de  $a$ ,  $b$  y  $c$  de la función.

$$a = 1 ; \quad b = 4 ; \quad c = 0$$

Cuando  $a > 0$  la parábola es cóncava hacia arriba ;



**Segundo paso :** Se calcula el eje de simetría con la fórmula :  $X = \frac{-b}{2a}$

$$X = \frac{-b}{2a} \quad ; \quad X = \frac{-(-4)}{2(1)} \quad ; \quad X = \frac{-4}{2} \quad ; \quad X = -2$$

Esto significa que por  $X = -2$  pasará una recta perpendicular al eje X que representa al eje de simetría de la parábola.

Se introduce este valor en la función  $f(x) = X^2 + 4X$  para determinar el vértice de la parábola.

$$f(-2) = (-2)^2 + 4(-2) = 4 - 8 = -4 \quad ; \quad f(-2) = -4$$

Esto nos indica que el vértice de la parábola es el punto.  $(-2, -4)$

**Tercer paso :** Se determina si la función intercepta o no al eje X con el uso de la fórmula conocida como discriminante  $(b^2 - 4ac)$ .

$$b^2 - 4ac = (4)^2 - 4(1)(0) = 16 - 0 = 16$$

Como  $b^2 - 4ac > 0$  la función tiene 2 raíces diferentes (corta al eje X en dos puntos).

**Cuarto paso :** Se calculan las raíces de la función con el uso de la fórmula general de segundo grado o resolvente:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Este cálculo se nos facilita por el hecho de que la cantidad sub-radical o radicando es la misma conocida como discriminante y ya fue calculada.

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{-4 \pm 4}{2}$$

$$X_1 = \frac{-4 + 4}{2} = \frac{0}{2} \quad ; \quad X_1 = 0$$

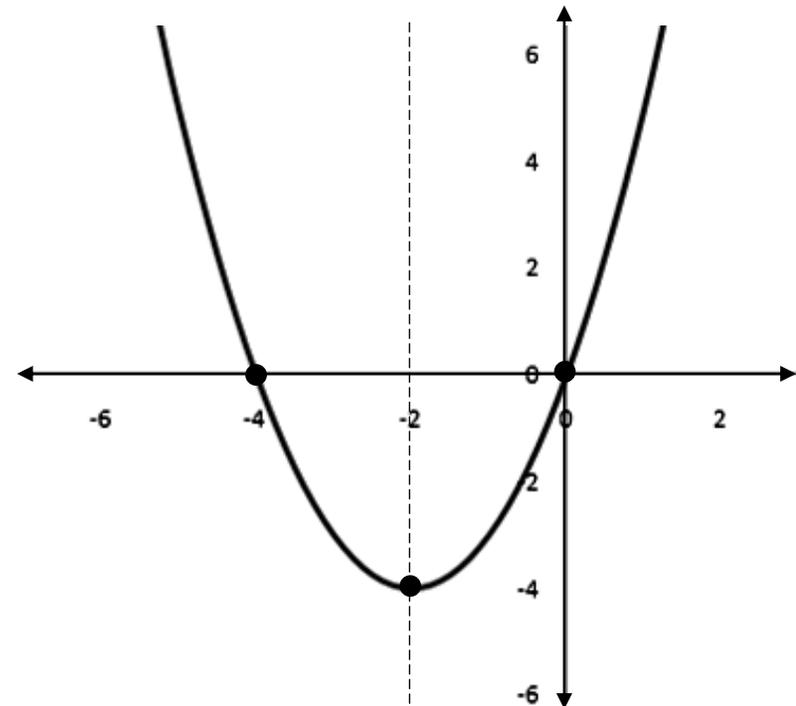
Esto nos indica que la parábola pasa por el punto  $(0,0)$

$$X_2 = \frac{-4 - 4}{2} = \frac{-8}{2} \quad ; \quad X_2 = -4$$

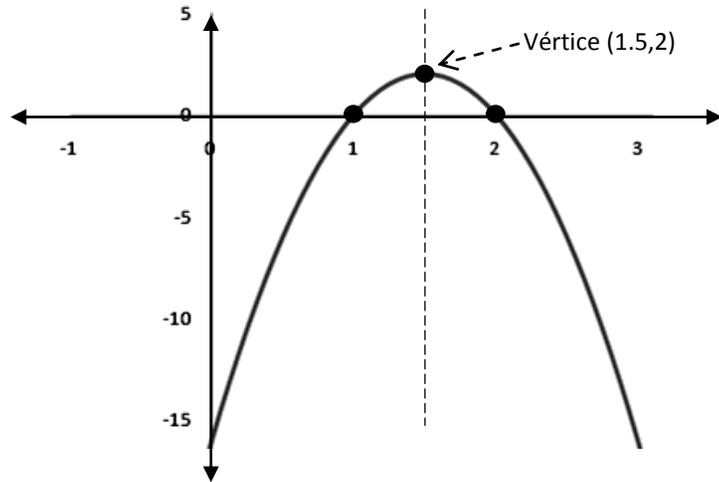
Esto nos indica que la parábola pasa por el punto  $(-4,0)$

**Quinto paso :** Se indican los puntos calculados en un sistema de coordenadas rectangulares y posteriormente se grafica la parábola.

El hecho de calcular el eje de simetría y el vértice de la parábola nos facilita el procedimiento para graficarla debido a que nos permite visualizar inmediatamente como será su configuración y sobre todo su concavidad y su punto más alto o más bajo (vértice) según sea el caso.



**EJERCICIO 6 :** Graficar  $f(x) = -8x^2 + 24x - 16$



**EJERCICIO 7 :** Graficar  $f(x) = x^2 - 2x - 3$

