# E S T Á T I C A

# (Definición y Términos Fundamentales)

ÍNDICE

# CAPÍTULO I

## DEFINICIÓN Y COMENTARIO DE TÉRMINOS FUNDAMENTALES

## DEFINICIÓN Y COMENTARIO DE TÉRMINOS FUNDAMENTALES

**MECÁNICA :** Puede definirse como la Ciencia que describe y predice las condiciones de reposo o movimiento de los cuerpos bajo la acción de fuerzas. Se divide en tres partes: mecánica de cuerpos rígidos , mecánica de cuerpos deformables y mecánica de fluídos.

La mecánica de cuerpos rígidos se divide en Estática y Dinámica; la primera estudia los cuerpos en reposo y la segunda los cuerpos en movimiento.

La Estática tiene por objeto el estudio, por medios geométricos y matemáticos, de las fuerzas, separadamente o en conjunto para establecer sus condiciones de equilibrio, analizando sus elementos y formas de acción.

**FUERZA :** Es cualquier acción que se ejerce sobre un objeto y que tiende a moverlo, detenerlo o cambiar de algún modo su velocidad o la dirección de su movimiento. Una fuerza representa la acción de un cuerpo sobre otro y puede ejercerse por contacto real o a distancia, como en el caso de las fuerzas gravitacionales y magnéticas.

Una fuerza se caracteriza por su punto de aplicación, su magnitud, dirección y sentido y se representa por un vector (la fuerza es una magnitud vectorial).

Con la producción de fuerzas aplicadas a determinados fines, pueden lograrse los estados deseados en el comportamiento de los cuerpos.

Con la supresión de fuerzas o la oposición de nuevas fuerzas contra otras existentes, puede llegarse a la obtención del reposo y la estabilidad.

Graficamente se representan por un segmento de recta con un punto en su extremo posterior y dos aletas en el anterior, o sea una flecha (fig.1).

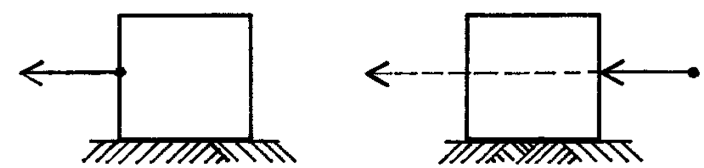
FIGURA 1

Los caracteres o caracteristicas de las fuerzas, determinados por la longitud, inclinación y extremos de la flecha, establecen los elementos de las fuerzas.

Los elementos otorgan a las fuerzas su forma de actuar, el poder con que lo hacen y señalan el sitio donde influyen:



**El punto de aplicación** es la parte o lugar donde la fuerza ejerce su acción. Por esta causa, debe hacerse el dibujo de la fuerza con su extremo posterior aplicado directamente al sitio del cuerpo donde actúa (fig. 2a). Pero si en lugar de indicar el extremo posterior aplicado a ese sitio, indicamos aplicado al extremo anterior, no se ha variado en nada la influencia de la fuerza en el mencionado sitio (fig. 2b).

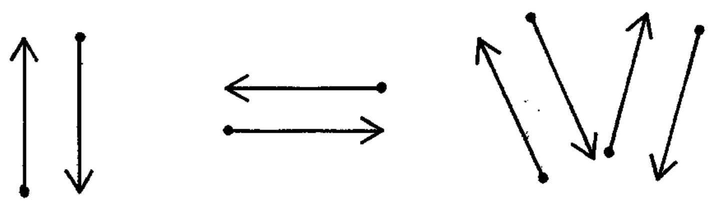


(a) (b)

FIGURA 2

Esto significa que no es imprescindible representar la fuerza con su punto de aplicación coincidiendo con el lugar en que obra, sino que al definir "punto de aplicacción" se refiere a señalar la sección o parte del cuerpo donde descarga su efecto (lo que de ahora en adelante llamaremos "Linea de acción o aplicación de una Fuerza" ).

**Dirección** es la inclinación con que opera la fuerza, inclinación relacionada con la horizontal o la vertical. La dirección está determinada por el segmento de recta de la flecha representativa y se le designa por las expresiones : dirección vertical (fig. 3a), dirección horizontal (fig. 3b) y dirección inclinada (fig. 3c); en la dirección inclinada, suele indicarse los grados del ángulo de inclinación.



(a) (b) (c)

FIGURA 3

**El sentido** establece hacia dónde se ejerce la acción, esto es, hacia la iquierda o hacia la derecha, hacia arriba o hacia abajo y está indicado por las aletas del extremo anterior de la flecha representativa (punta de la flecha).

**La magnitud o intensidad** es la acción en kilogramos, con que las fuerzas influyen.



## *CLASIFICACIÓN DE LAS FUERZAS :*

Según que las fuerzas produzcan o se opongan al movimiento , se clasifican en motoras o resistentes; por la duración de la acción se clasifican en instantaneas, accidentales y permanentes; por su distribución sobre los cuerpos pueden ser concentradas o repartidas.

Son concentradas cuando todo el efecto se produce en una superficie o longitud pequeña, tal como el de un objeto suspendido o colgado de una viga a través de una cuerda (figura 4).

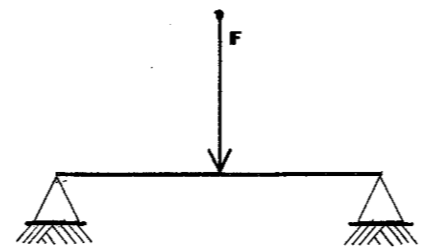



FIGURA 4

Repartidas, en cambio, son las que abarcan una superficie o una longitud considerable, ejemplo: un muro construído sobre una viga, el agua de un tanque pesando sobre el fondo. Las fuerzas repartidas pueden ser uniformes o no uniformes.

Fuerzas uniformemente repartidas son aquellas distribuídas en extensión considerable con el mismo valor en todas sus partes (fig. 5).

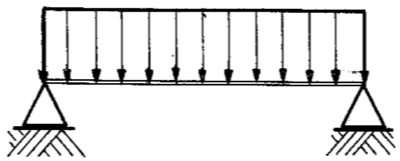


FIGURA 5

Fuerzas no uniformemente repartidas, en cambio, tienen la misma repartición que las anteriores, pero con valor distinto en las distintas partes (fig. 6).

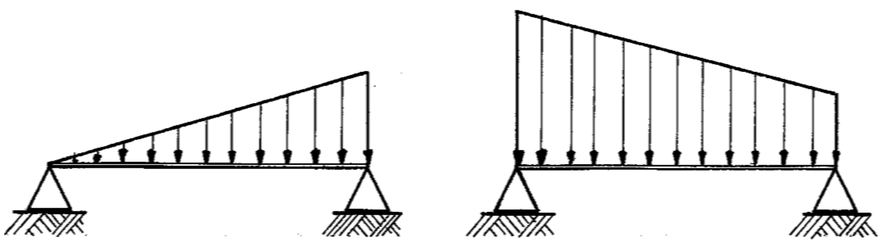


FIGURA 6

## ***COMPONENTES DE UNA FUERZA :***

Una fuerza puede ser reemplazada por dos o mas fuerzas componentes que al actuar juntas produzcan el mismo efecto que ella.

El bloque de la izquierda en la figura 7, está sujeto a una fuerza de tracción de 20 kg; pueden reemplazarla los componenetes de 50 kg y de 30 kg que aparecen actuando sobre



el bloque de la derecha. El efecto de los dos componentes (50 kg y 30 kg) es exactamente el mismo que el de la fuerza aislada de 20 kg.

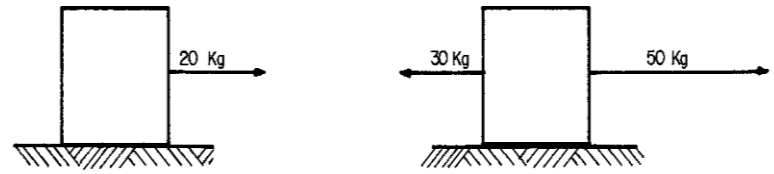
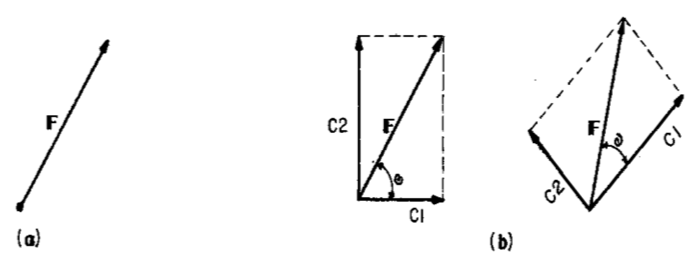



FIGURA 7

Los problemas de estática suelen simplificarse descomponiendo fuerzas en componentes perpendiculares alineados con determinado Sistema de Coordenadas. La figura 8.a muestra un Vector Fuerza (F). Este puede descomponerse en componentes perpendiculares alineados en cualquier dirección escogida. La figura 8.b muestra dos posibles pares de componentes. Obsérvese que C1 y C2 difieren en longitud y dirección, según el Eje de Coordenadas seleccionado. Si el ángulo entre F y C1 es @, entonces por las relaciones de los triangulos rectángulos:

$$C1 = F * COS\ @ \quad y \quad C2 = F * SEN\ @$$



Ejemplo 1: La figura E.1 presenta una fuerza (F) que actúa con un ángulo @ respecto al eje horizontal. Si F = 20 kg y @ = 25 grados, encuentrense las dos componentes de F a lo largo de los ejes horizontal y vertical.

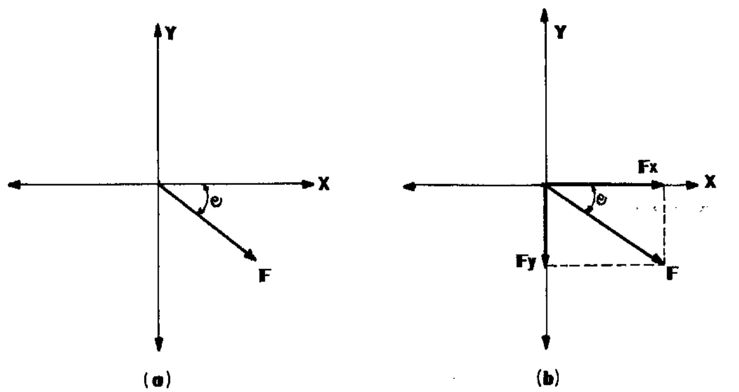



FIGURA E.1

**Solución:** En la figura E.1b hemos reemplazado F por componentes perpendiculares, a lo largo de los ejes vertical y horizontal.

Fx = F Cos @ = (20 kg)*(Cos 25) = (20)*(0,906) = 18,12

**Fx = 18,12 kg**

Fy = F Sen @ = (20 kg)*(Sen 25) = (20)*(0,423) = 8,46

**Fy = 8,46 kg**

NOTA: El efecto de los componentes Fx y Fy es exactamente el mismo que el de la fuerza aislada F.

El descomponer dicha fuerza en "componentes perpendiculares" alineados en un sistema cartesiano nos facilitará la determinación de las condiciones de equilibrio de cualquier cuerpo sometido a un sistema de fuerzas.



## PRINCIPIOS DE LA ESTÁTICA GRÁFICA

PRIMERO: Dos fuerzas de la misma intensidad con dirección y sentidos opuestos y punto de aplicación común, están en equilibrio.

En la figura 9 estan representadas dos fuerzas F1 y F2 cuyas direcciones se encuentran sobre una misma recta, su punto de aplicación es el mismo, sus intensidades son iguales y sus sentidos contrarios.

Se comprende facilmente que ninguna de las dos fuerzas prevalecerá sobre la otra y el cuerpo donde estuvieran aplicadas no se moverá en ningún sentido por efecto de cualquiera de ellas.

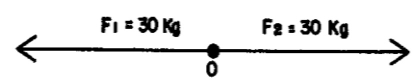



FIGURA 9

Practicamente se demuestra este principio si dos personas con la misma fuerza tiraran contrariamente de los extremos de una cuerda; naturalmente ninguno arrastrará al otro. La intensidad estaria representada por la fuerza igual de cada persona, la dirección sería la cuerda, el sentido la oposición con que ambos tiran, y el punto de aplicación teóricamente la mitad de la distancia entre las dos personas.

**SEGUNDO:** Dos fuerzas de la misma intensidad, sentido
*******
contrario, distintos puntos de aplicación y direcciones congruentes, están en equilibrio.

La figura 10 muestra dos fuerzas F1 y F2 en las condiciones que establece el enunciado.

Lo mismo que en el principio anterior, la teoría explicativa es igual y la demostración práctica podría hacerse si las dos personas del ejemplo, tiraran de dos cuerdas atadas a partes opuestas de un bulto u objeto indeformable.

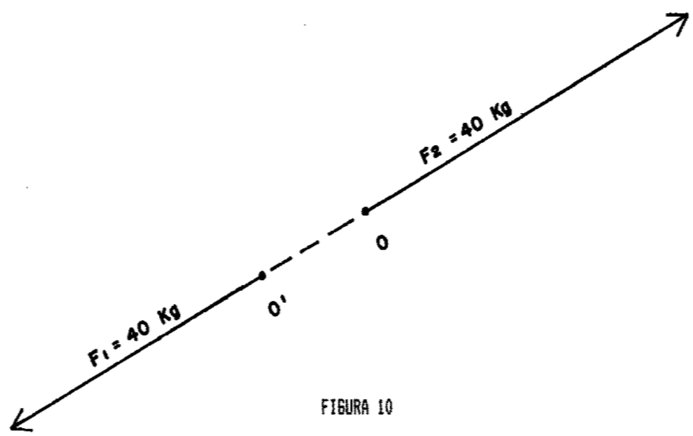



FIGURA 10

**TERCERO:** En una fuerza dada, puede ser trasladado su
*******
punto de aplicación sobre la recta de acción sin que sus efectos varíen.

Si sobre un cuerpo está aplicada una fuerza F2, fig.10, en un punto **O** y a este punto lo llevamos al lugar O' trasladando a ese punto la fuerza F2, su acción sobre el cuerpo no cambiará en lo más mínimo.



Se puede comprobar esto si suponemos un objeto, un cajón por ejemplo, que se empuja con una fuerza de 50 kg, si en lugar de empujarlo quisieramos tirarlo (halarlo) de la parte anterior y a la misma altura con una fuerza igual de 50.kg, el cajón sería arrastrado de la misma manera.

**CUARTO:** Si varias fuerzas actúan coincidentes en sus
******
direcciones con una misma recta y unas cuantas tienen un mismo sentido y las restantes sentido contrario, la resultante tendrá una dirección coincidente también con la misma recta y su sentido e intensidad equivaldrá a la suma algebraica de todas las fuerzas. Para esto es necesario designar con el signo (+) a un grupo de fuerzas, por ejemplo las que tienen sentido hacia la derecha o hacia arriba y con signo (−) las otras.

La figura 11 ilustra este principio. Las fuerzas F1, F2 y F3 tienen la misma dirección, el sentido es igual para todas orientado hacia la derecha y hacia arriba, y la intensidad es de 25 kg, 40 kg y 30 kg respectivamente; las fuerzas F4 y F5 tienen su dirección similar y coincidiendo con la recta de las direcciones de las precedentes, su sentido es hacia la izquierda y hacia abajo y la intensidad es de 35 kg y 20 kg respectivamente. La resultante tendrá la dirección concordante con la de todas las fuerzas, el sentido hacia la derecha y hacia arriba y su intensidad será de 40.kg; esto resulta de que la suma de las fuerzas F1, F2 y F3 es mayor que la suma de las otras dos de sentido opuesto y la resta de las intensidades de ambos grupos de fuerzas es igual a 40 kg.

$$R = F1 + F2 + F3 - F4 - F5$$

$$R = 25 + 40 + 30 - 35 - 20$$

$$R = 95 - 55$$

$$\mathbf{R = 40\ KG}$$

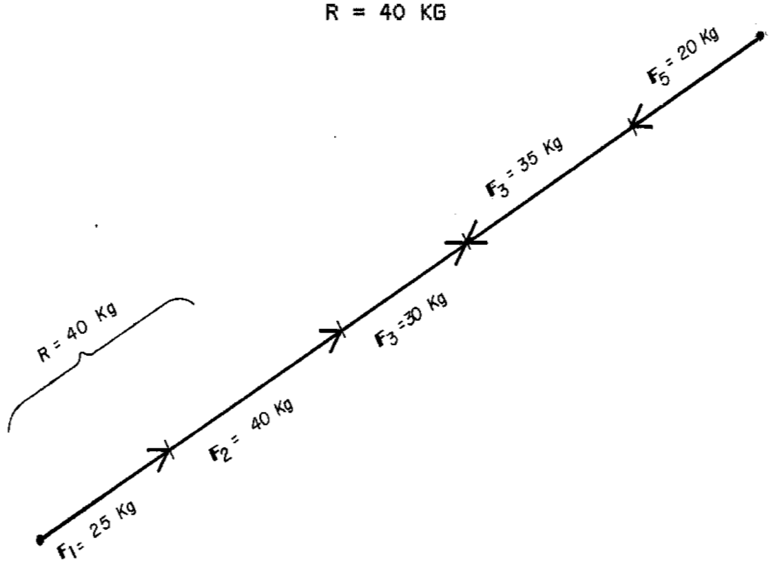



FIGURA 11

En el caso de la cuerda tirada por dos personas, del principio primero, supongamos que de un lado tiran tres personas y del otro dos; no es de dudar que las tres personas arrastrarán a las dos del extremo, aceptando que la fuerza desarrollada por cada una fuera más o menos la misma.



**QUINTA:** En un grupo o sistema de fuerzas que están en equilibrio, cualquiera de ellas contrarresta o equilibra la acción de las restantes.

Esto se demuestra con el ejemplo indicado en la figura 12, en la que están representadas las fuerzas F1, F2, F3 y F4 de intensidades iguales y direcciones coincidentes y sentidos contrarios de dos en dos. Es un sistema de cuatro fuerzas en equilibrio.

Supongamos que queremos reemplazar por F2 el efecto de las demás; por el principio primero las F1 y F3 se equilibran sin afectar por lo tanto a aquella; queda solo la F4 que es opuesta a F2 y por tanto, a su vez, la equilibra; en consecuencia, F2 equilibra el efecto de las otras tres.

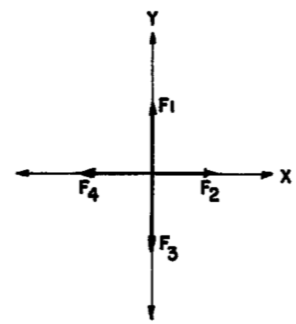



FIGURA 12

**SEXTO:** Si dos fuerzas de la misma intensidad actúan sobre un punto de aplicación común, formando entre sí un ángulo cualquiera, la resultante será la bisectriz del ángulo abierto entre las fuerzas.

En la figura 13 las fuerzas F1 y F2 tienen la misma intensidad, la dirección de ambas determina un ángulo y sus sentidos son respectivamente hacia arriba y la derecha para F1 y hacia abajo y a la derecha para F2. La dirección de la resultante será hacia la derecha y su "linea de acción" la bisectriz del ángulo abierto entre F1 y F2.

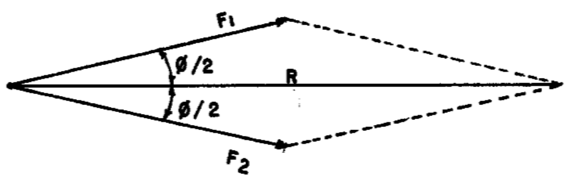



FIGURA 13

# MOMENTO DE UNA FUERZA

EL momento de una fuerza puede definirse como el efecto de giro que produce sobre un cuerpo alrededor de un punto. Generalmente sus unidades son kilogramos.metros.

Consideremos el cuerpo rígido de la figura 14 y el efecto de la fuerza F que actúa sobre él. Un efecto sería la tendencia a producir un movimiento en la dirección de F. Si el cuerpo estuviese sujeto al punto A mediante un pasador, entonces F produciría una rotación alrededor de A en el sentido contrario a las manecillas del reloj.



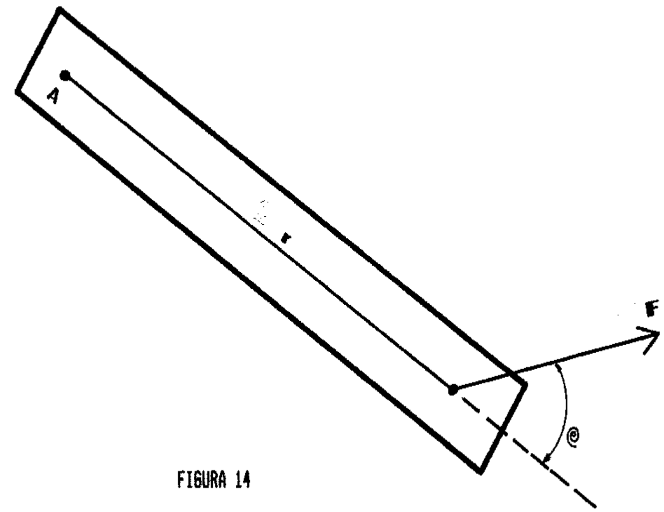



FIGURA 14

La magnitud de este efecto rotatorio depende tanto de las magnitudes como de las direcciones de F y **r**. Si la linea de acción de F pasa por el punto A, el momento con respecto a este punto es cero, o sea que no existe efecto de giro. Una forma simple de calcular el efecto de giro consiste en resolver F en sus componentes, una de ellas que pase por el punto A y que no producirá efecto de giro y la otra, que será la responsable de la rotación del cuerpo, normal (perpendicular) al vertor de posición **r**. Lo anterior debe llevarse a cabo en la forma que se ilustra en la figura 15, donde se muestra el plano que contiene a **r** y F. La magnitud del momento es:

$$r * F_y = r * F * \text{Sen } @$$

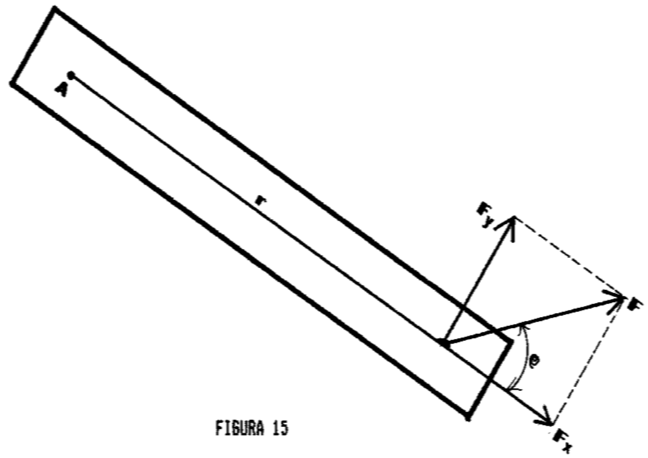



FIGURA 15

Las consideraciones anteriores son de vital importancia para el estudio del Momento Estático y es la forma "más facil" como enfocaremos el análisis de las características de solicitación en los cuerpos rígidos sometidos a sistemas de fuerzas.

Cabe destacar que en este "texto" trabajaremos con cuerpos prismáticos pero para su estudio indicaremos en el plano solamente su eje.

Conocidos los principios de la Estática Gráfica (señalados anteriormente) debemos tener presente que el momento estático es el producto de multiplicar la intensidad de la fuerza por su brazo o distancia al punto en referencia, y que el momento estático de la resultante con respecto a un punto ubicado en el plano en que están contenidas la resultante y las fuerzas, es igual a la suma algebraica de los momentos estáticos de las componentes con respecto al mismo punto.



<u>**Ejemplo 2:**</u> La figura E.2 muestra un puente simple con una fuerza que actúa sobre los soportes. Encuentrense los momentos debidos a la fuerza de 2500 kg alrededor de A y B.

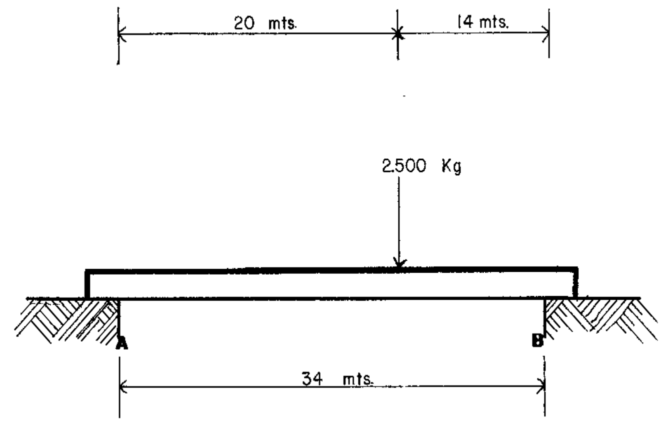



FIGURA E.2

**Solución:** las dimensiones mostradas están medidas desde los soportes del puente, denominados A y B. El momento alrededor de A puede designarse como MA y el momento alrededor de B como MB.

MA = (2500 kg)*(20 mts) = 50.000 kg.mts (en el sentido de las manecillas del reloj)

MB = (2500 kg)*(14 mts) = 35.000 kg.mts (en sentido contrario de las manecillas del reloj)

<u>**Ejemplo 3:**</u> La figura E.3 muestra una viga simplemente apoyada con una fuerza que actúa en el punto C. Encuentrense los momentos debidos a la fuerza de 21,3 kg y @ = 25 grados, alrededor de A y B.

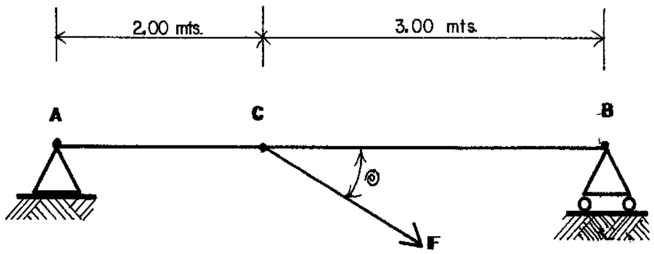



FIGURA E.3

**Solución:** Como se apuntó anteriormente (Componentes de una Fuerza) los problemas de estática suelen simplificarse descomponiendo fuerzas en componentes perpendiculares alineados con determinado sistema de coordenadas.

En este caso es recomendable tomar el "eje de la viga" como nuestro eje (X) y calcular los componentes Fx y Fy de la fuerza actuante F.

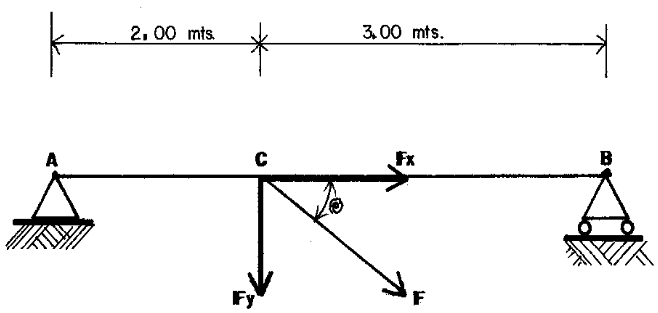



FIGURA E.3.1



Fx = F * Cos @ = (21,3 kg)*(Cos 25) = (21,3)*(0,906)

**Fx = 19,3 kg**

Fy = F * Sen @ = (21,3 kg)*(Sen 25) = (21,3)*(0,423)

**Fy = 9 kg**

El efecto de estas dos componentes es exactamente el mismo que el de la fuerza F que actúa sobre la viga de acuerdo a lo señalado en la figura E.3.

Esto nos permite enfocar ahora el problema según lo que podemos observar en la figura E.3.2.

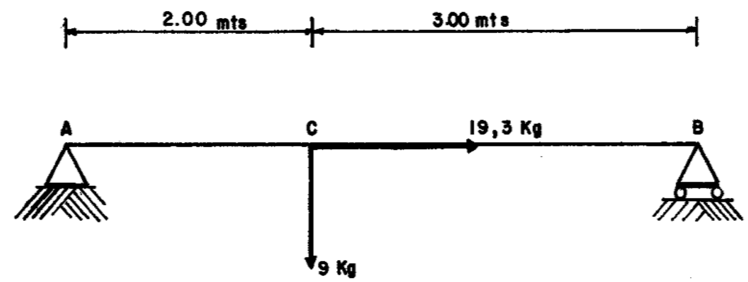



FIGURA E.3.2

Notamos inmediatamente que hemos facilitado el planteamiento del problema.

Cálculo de los momentos en los extremos A y B

La "linea de acción" de Fx = 19,3 kg pasa por el eje de la viga y por ende por los puntos A,B y C, por esto su "brazo" es igual a cero y en consecuencia no existe efecto de giro en A ni en B y por lo tanto el momento de esta fuerza con respecto a los dos puntos mencionados es igual a cero.

La "linea de acción" de Fy = 9 kg es perpendicular al eje de la viga y el calculo del efecto de giro que ella produce se limita a una simple multiplicación.

Momento = Fuerza * Brazo

MA = (9 kg)*(2 mts) = 18 kg.mts en sentido horario.

MB = (9 kg)*(3 mts) = 27 kg.mts en sentido antihorario

**MA = 18 kg.mts ( $\circlearrowright$ ) (*)**

**MB = 27 kg.mts ( $\circlearrowleft$ ) (*)**

( * ) Es importante y facilita la comprensión de los resultados, indicar graficamente el sentido del efecto de giro o momento que se produce en el punto sometido a estudio al señalar los resultados.



# EQUILIBRIO ESTÁTICO

La palabra **Estática** significa "que no se mueve". Asi pues, el tema de este "texto" lo constituyen los objetos y las estructuras que no se mueven.

Las fuerzas que actúan sobre los cuerpos tienden a moverlos y acelerarlos; por lo tanto, cuando se trata de problemas en estática la suma algebraica de las fuerzas externas que actúan sobre un cuerpo en **equilibrio estático**, así como la de los momentos producidos por esas fuerzas, deben ser iguales a cero.

$$R = 0$$

$$\sum M_o = 0$$

En algunos problemas es preferible separar en los componentes mutuamente perpendiculares las fuerzas que actúan sobre un cuerpo. Cuando se hace esto la suma algebraica de las fuerzas en cada una de las direcciones debe ser igual a cero.

$$\sum F_x = 0 \qquad \sum F_y = 0 \qquad \sum F_z = 0$$

Todos los problemas de este libro (y la mayoría de los problemas en nuestra vida profesional) se refieren a sistemas de fuerzas Coplanares. En tales sistemas existen tres condiciones para el equilibrio estático:

$$\sum F_x = 0 \qquad \sum F_y = 0 \qquad \sum M_o = 0$$

Es por eso que : dado un cuerpo rígido en el plano, sometido a un sistema de fuerzas y momentos; se dice que está en equilibrio estático sí y solo sí:

1. La sumatoria de las fuerzas cuya "linea de acción" sea el eje X es nula:

$$\sum Fx = 0$$

2. La sumatoria de las fuerzas cuya "linea de acción" sea el eje Y es nula:

$$\sum Fy = 0$$

3. La sumatoria de los momentos que producen las fuerzas anteriores sea igual a cero:

$$\sum M_o = 0$$

Para escribir las ecuaciones de equilibrio de un cuerpo rígido, es esencial identificar correctamente las fuerzas que actúan sobre él y trazar el **diagrama de cuerpo libre** correspondiente.

En este capítulo examinaremos primero el equilibrio de estructuras bidimensionales sometidas a fuerzas contenidas en sus planos y aprenderemos a trazar sus diagramas de cuerpo libre. Además de las fuerzas "aplicadas" a la estructura, consideraremos las **"reacciones"** ejercidas sobre la estructura por sus apoyos. Aprenderemos a asociar una reacción



específica con cada tipo de apoyo y a determinar cuando la estructura está apoyada adecuadamente, de manera que podamos saber de antemano si las ecuaciones de equilibrio pueden resolverse realmente para las fuerzas y reacciones desconocidas.

# ***DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE***

Para resolver un problema corcerniente al equilibrio de un cuerpo rigido, habrá que tener en cuenta **todas** las fuerzas que actúan sobre el cuerpo; también es importante excluir cualquier fuerza que no se aplique directamente sobre el cuerpo. La omisión o la adición de otra fuerza extraña afectaría las condiciones de equilibrio. Por consiguiente, el primer paso en la solución del problema consistirá en trazar el **Diagrama de Cuerpo Libre** del cuerpo rigido en consideración.

En vista de su importancia en la solución de problemas de equilibrio resumiremos aquí los pasos que deben seguirse para trazar el Diagrama de Cuerpo Libre.

En primer lugar debe hacerse una definición clara de la elección del cuerpo libre. Luego se le aisla del piso y de cualquier otro cuerpo y se traza el contorno del cuerpo aislado, indicando las fuerzas externas. Estas representan la acción ejercida **sobre** el cuerpo libre **por** el piso y por los cuerpos que se han separado; las fuerzas deben aplicarse en los distintos puntos donde el cuerpo libre estuvo apoyado al piso o conectado con los otros cuerpos. El **peso** del cuerpo libre debe incluirse también entre las fuerzas externas ya que representa la atracción ejercida por la tierra sobre las



distintas particulas que lo forman; el peso debe aplicarse en el centro de gravedad del cuerpo. Cuando el cuerpo libre está formado por varias partes **no** deben incluirse las fuerzas que se ejercen entre éstas con las fuerzas externas, ya que dichas fuerzas son internas con respecto al cuerpo libre.

La magnitud y dirección de las **fuerzas externas conocidas** deben marcarse claramente en el diagrama de cuerpo libre. <u>Se debe tener mucho cuidado en indicar el sentido de las fuerzas ejercidas **sobre** el cuerpo libre y **no** el de las fuerzas ejercidas por él</u>.

Las fuerzas externas conocidas son, casi siempre, el peso del cuerpo libre y las fuerzas aplicadas con un propósito específico.

Las **fuerzas externas desconocidas** consisten en las **reacciones** (algunas veces llamadas fuerzas de restricción) por medio de las cuales el piso y los otros cuerpos se oponen a un posible movimiento del cuerpo libre, obligandolo a permanecer en la misma posición. Las reacciones se ejercen en los puntos donde el cuerpo libre se apoya o conecta a otros cuerpos.

El Diagrama de Cuerpo Libre debe incluir también las dimensiones, ya que pueden necesitarse en el cálculo de los momentos de las fuerzas.

Habiendo fijado la noción de cuerpo libre, consideremos alguno de los tipos más comunes de **apoyos ideales** usados.

Se pueden clasificar los apoyos sobre la base de la clase de movimiento relativo que impiden entre un cuerpo y su Sistema de Referencia. Describiremos las tres condiciones de apoyo más comunes para las estructuras planas.

El <u>apoyo ideal de rodillos</u> (vínculo bilateral) se muestra en la figura 16. Este apoyo impide el movimiento relativo (normal o perpendicular a la superficie de apoyo) entre el punto P perteneciente al cuerpo y su Sistema de Referencia. El efecto de este apoyo puede sustituirse por una fuerza que pase por el punto P, de magnitud no determinada y en la dirección Y. Queda entendido que los apoyos de rodillos evitan el movimiento en cualquier sentido (+) (-) Y.

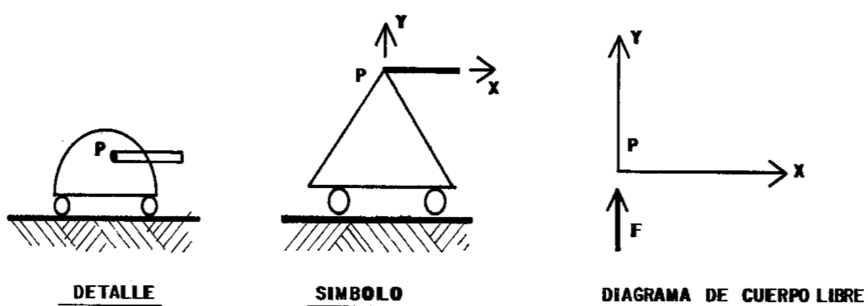



FIGURA 16

El <u>apoyo ideal de pasador</u> (articulación fija) se muestra en la figura 17. Este apoyo impide el movimiento relativo en las direcciones "Y" y "X" entre un punto perteneciente al cuerpo y su Sistema de Referencia. El efecto de este apoyo puede sustituirse por dos fuerzas que pasen por el punto P, de magnitud no determinada, una en la dirección "Y" y la otra en la dirección "X". Estas dos fuerzas son equivalentes a una sola fuerza en el plano XY, de magnitud y dirección no determinada y que pasa por el punto P.

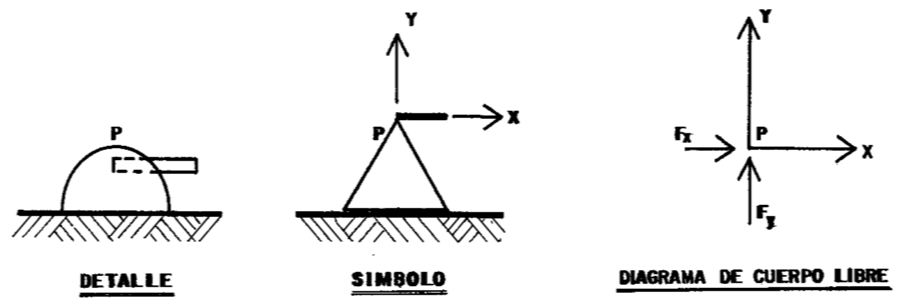



FIGURA 17

El <u>apoyo ideal fijo (empotramiento)</u> se muestra en la figura 18. Este apoyo impide el movimiento relativo en las direcciones "Y" y "X" entre un punto P perteneciente al cuerpo y un Sistema de Referencia y también impide la rotación (efecto de giro) de una linea en dicho sistema de referencia. El efecto de este apoyo puede sustituirse por dos fuerzas que pasen por el punto P, de magnitud no determinada, una en la dirección "X" y otra en dirección "Y" y un **momento** no determinado alrededor de P.

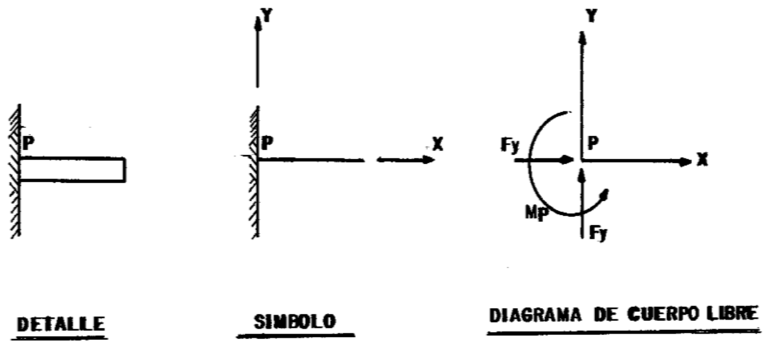



FIGURA 18

El apoyo de una estructura real generalmente puede aproximarse a alguna condición ideal de apoyo. Sin embargo, debe tenerse presente que la introducción de un apoyo ideal es una hipótesis que **exige comprobación.**

Se han descrito los tres tipos comunes de apoyo para sistemas planos. Es conveniente hacer notar que pueden concebirse apoyos ideales que proporcionan cualquier combinacion de restricciones y en esta caso sería recomendable hablar del apoyo conocido como "barra de conexión" o **viela**, por el uso continuo que haremos de él en el transcurso de "nuestras clases" de Estática.

En la figura 19. se muestra el apoyo de <u>barra de conexión (viela).</u> Este apoyo impide el movimiento relativo entre el punto P perteneciente al cuerpo y su Sistema de



Referencia en la dirección del eje de la barra. El efecto de este apoyo puede sustituirse por una fuerza de magnitud y sentido no determinado que actúa a lo largo del eje de la barra.

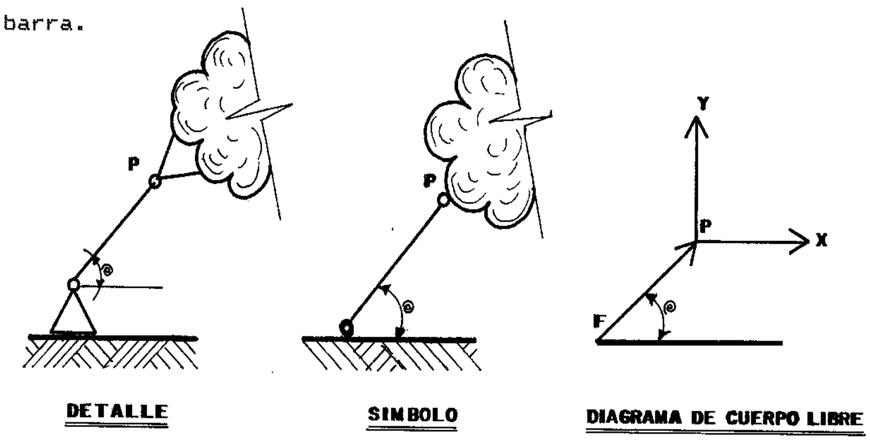


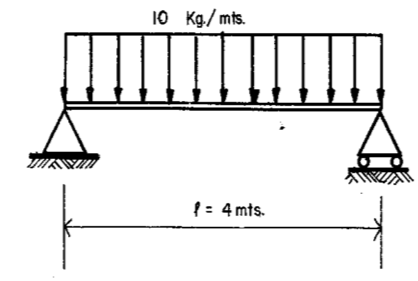

FIGURA 19

En el estudio del equilibrio estático y sobre todo en la elaboración del diagrama de cuerpo libre se hace necesario calcular la "resultante de las fuerzas distribuidas o repartidas" que actúan sobre el cuerpo rígido para facilitar los cálculos.

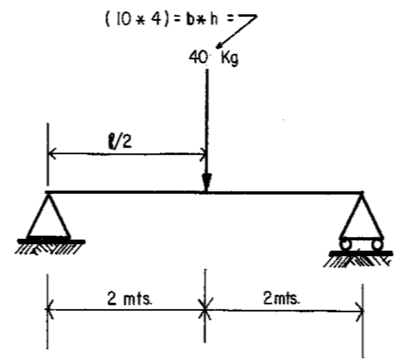
Esta "idealización" la usamos para comprobar si en el cuerpo rígido se cumplen las tres condiciones necesarias para hablar de **equilibrio estático**, pero más adelante veremos que esta idealización no es posible utilizarla cuando entremos al estudio de las Características de Solicitación, en donde estudiaremos las fuerzas distribuidas tal y como se presenten.

La Resultante de las fuerzas distribuidas que actúan sobre un cuerpo rígido, pasará por el centro de gravedad de la figura que ellas forman y su intensidad o magnitud la conformará el valor absoluto del área de dicha figura .

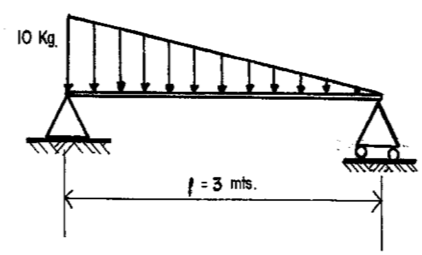
Los siguientes ejemplos nos permiten aclarar la idea anterior.



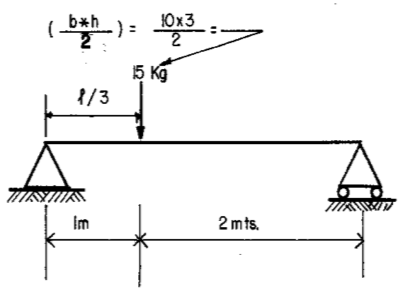

FUERZA UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDA




RESULTANTE




FUERZA NO UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDA



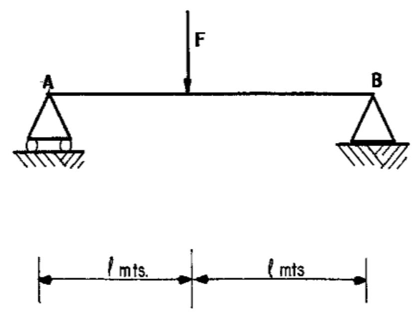

RESULTANTE

Como complemento a lo explicado en este Capítulo, a continuación realizaremos varios ejercicios cuya finalidad principal es la elaboración de sus respectivos Diagramas de Cuerpo Libre.

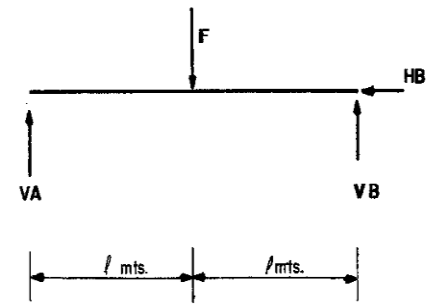


**Ejemplo 4:** Construyanse los Diagramas de Cuerpo Libre de los cuerpos rígidos sometidos a Sistemas de Fuerza que se muestran en las figuras siguientes:

**E.4.1.**

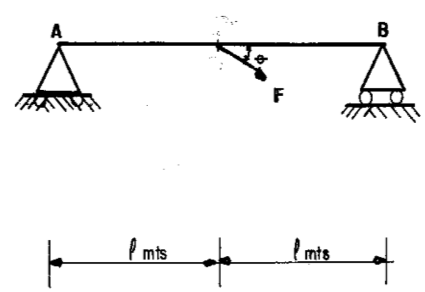



( FIGURA E.4.1. )

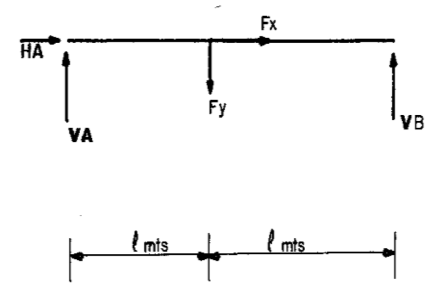



( D.C.L )

**E.4.2.**

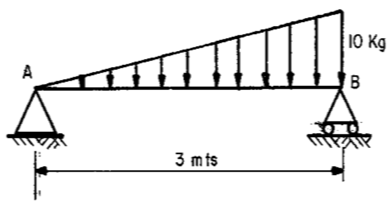



( FIGURA E.4.2)

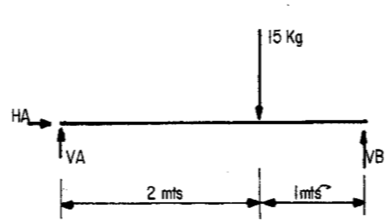



(D.C.L.)

## E.4.3.

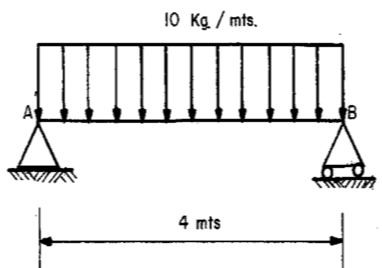



(FIGURA E.4.3.)

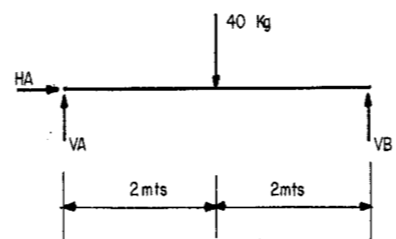



(D.C.L.)

## E.4.4.

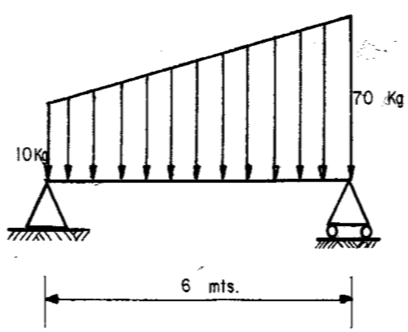



( FIGURA E.4.4.)

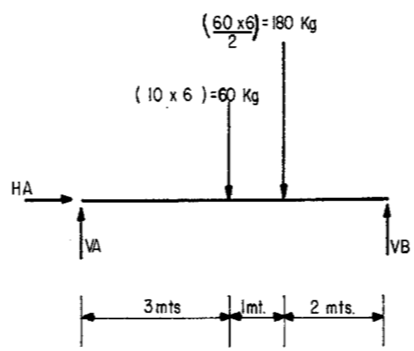



( D.C.L. )

## E.4.5.



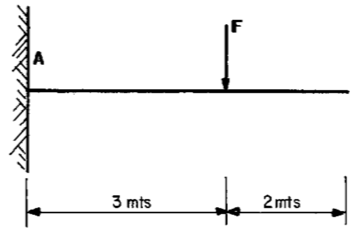

(FIGURA E.4.5)



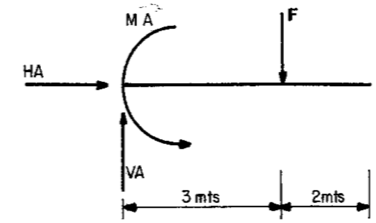

(D.C.L.)



## E.4.6.

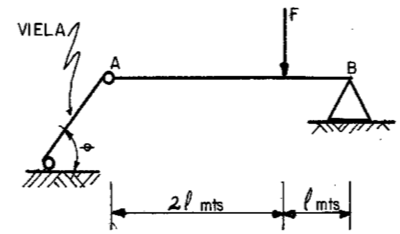



(FIGURA E.4.6.)

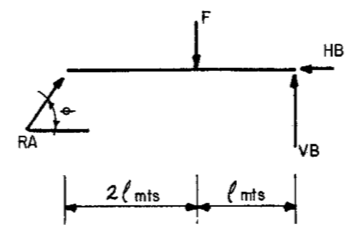



( D.C.L. )

## E.4.7.



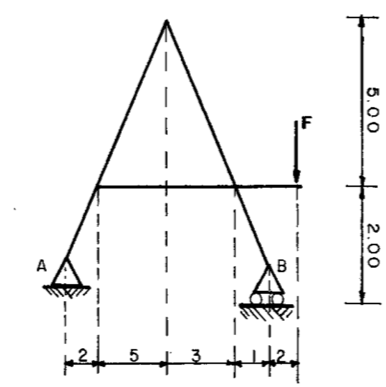

( FIGURA E.4.7. )



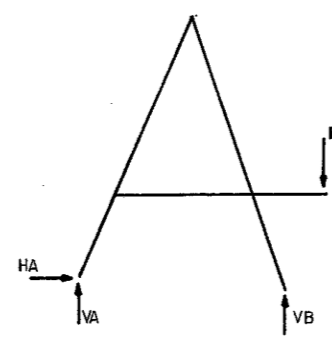

( D.C.L )

**NOTA:** La viela o barra de conexión "nunca" deberá tener sobre un punto intermedio a ella fuerza alguna aplicada.

## E.4.8.

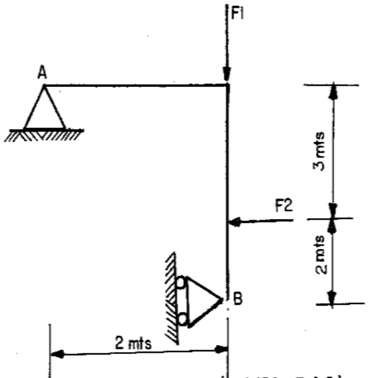



(FIGURA E.4.8.)

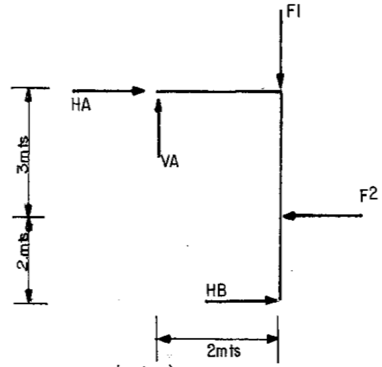



( D.C.L.)

**E.4.9.**

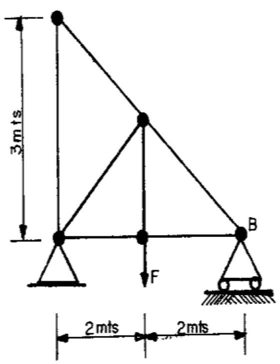



( FIGURA E.4.9 )

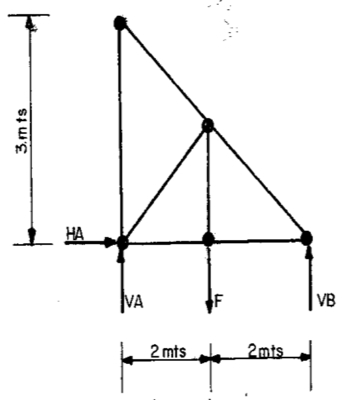



( D.C.L )

**E.4.10.**

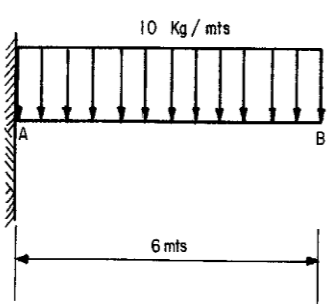



( FIGURA E.4.10 )

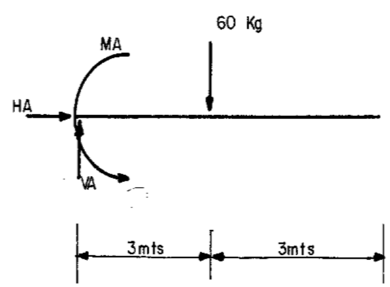



( D.C.L )

**E.4.11.**

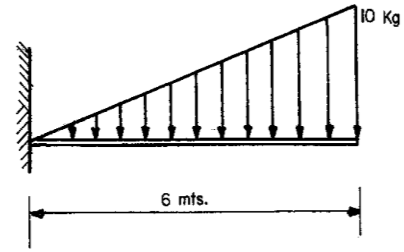



( FIGURA E.4.11 )

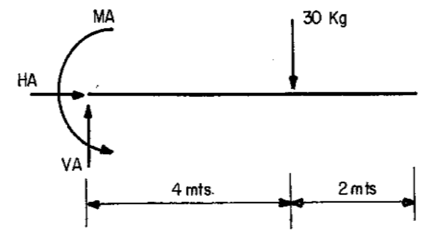



( D.C. L. )

**E.4.12.**




( FIGURA E.4.12 )




( D.C.L. )

Una vez conocidos los movimientos impedidos por los apoyos o vínculos (fuerzas externas desconocidas o reacciones) hemos considerado necesario hablar de los cuerpos en función de éstos y hacer unos comentarios que puedan facilitar el estudio y análisis de los cuerpos rígidos:

Todo cuerpo rígido en el plano, posee tres (3) grados de libertad, es decir, puede moverse de tres maneras distintas con respecto a un punto de referencia:

1. Movimiento horizontal (hacia la izquierda o hacia la derecha).

2. Movimiento vertical (hacia arriba o hacia abajo).

3. Rotación alrededor de un punto (efecto de girar).

Una de las primeras consideraciones que se hacen en la estática es analizar los grados de libertad que se le restringen al cuerpo rígido, para determinar si su estudio y análisis está "enmarcado" en el campo de la estática.

En otras palabras, **un cuerpo rígido sometido a un sistema de fuerzas puede ser estudiado con la utilización de las "herramientas" de la estática si y solo si ha sido restringido de los tres (y solamente tres) grados de libertad que posee en el plano.**

Generalmente este "estudio superficial" consiste en observar los grados de libertad que restringen los vínculos o apoyos de acuerdo a las siguientes consideraciones:

GL = Grados de Libertad = Grados de libertad que posee el cuerpo rígido en el plano (3) menos (-) Grados de libertad restringidos por los apoyos o vínculos.

* GL > 0 : Cuerpo "Hipostático"
* GL < 0 : Cuerpo "Hiperestático"
* GL = 0 : Cuerpo "Isostático"

En estática es posible estudiar unicamente los cuerpos clasificados como "Isostáticos".

Esta consideración la hacemos debido a que contamos con "tres Ecuaciones de Equilibrio o de la Estática" (dos de traslación y una de rotación) y que cuando hacemos el análisis del equilibrio del cuerpo rígido debemos tener



tantas incógnitas como ecuaciones del equilibrio se desprendan de dicho análisis.

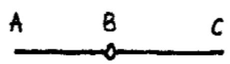
Sin embargo, aunque la condición anterior es necesaria, no es suficiente. En otras palabras, el hecho de que el número de incógnitas sea igual al número de ecuaciones **no** garantiza que el cuerpo rígido esté completamente restringido o inmovilizado o que las reacciones en sus apoyos sean estaticamente determinadas.

Podemos apuntar (para reafirmar lo dicho anteriormente) que un cuerpo **rígido se haya restringido inapropiadamente, siempre que los soportes o apoyos, aunque puedan proporcionar un número suficiente de reacciones, estén distribuídos en tal forma que las reacciones sean concurrentes sobre una misma recta de acción.** Los problemas **P.2.13, P.2.14** y **P.2.15,** que encontraremos en las páginas 67, 70 y 73, respectivamente, fueron hechos con la intención de complementar y reafirmar esta explicación.

Para aclarar lo relacionado a lo apuntado en la página 38 de este libro (Reacciones concurrentes sobre una misma recta de acción) apuntaremos lo siguiente:

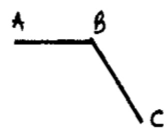
Dicho criterio se utiliza cuando los ejes de las barras en donde se generan las reacciones se localicen íntegramente en la misma dirección de la "recta de acción" a la que hacemos referencia.

En este "texto" consideramos que la continuidad de la barra se pierde únicamente con la presencia de una articulación intermedia (las juntas o soldaduras no son articulaciones intermedias) o un vínculo interno.



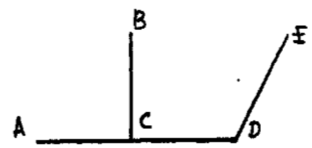

Dos barras

($\overline{AB}$ y $\overline{BC}$)




Una barra

($\overline{ABC}$)



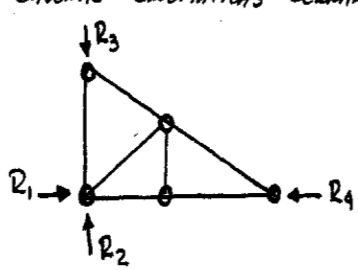

Una barra

($\overline{ABCDE}$)

Utilizaremos el criterio de reacciones concurrentes sobre una misma línea o recta de acción en:

- Una sola barra.

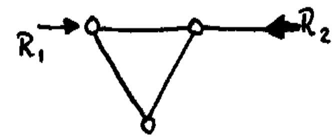

- Cadenas cinemáticas cerradas.

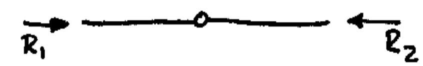



$R_1$ concurrente con $R_4$

$R_2$ concurrente con $R_3$

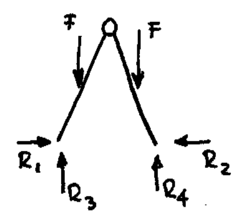
- Cadenas cinemáticas abiertas y cadenas cinemáticas mixtas cuando las reacciones que concurren sean generadas por dos o más barras que se encuentren perfectamente alineadas.



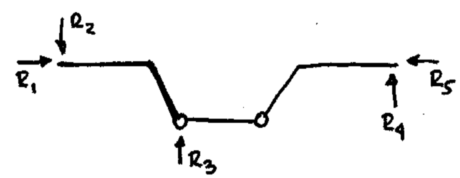




No utilizaremos el criterio de reacciones concurrentes sobre una misma recta de acción en:

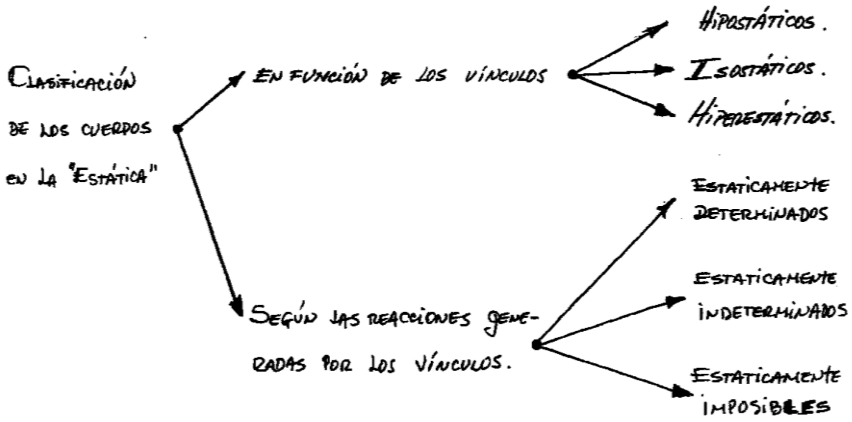
- Cadenas cinemáticas abiertas y mixtas cuando las reacciones que concurren en una misma recta de acción sean generadas por barras que no estén alineadas perfectamente o que sus ejes no sean continuos.

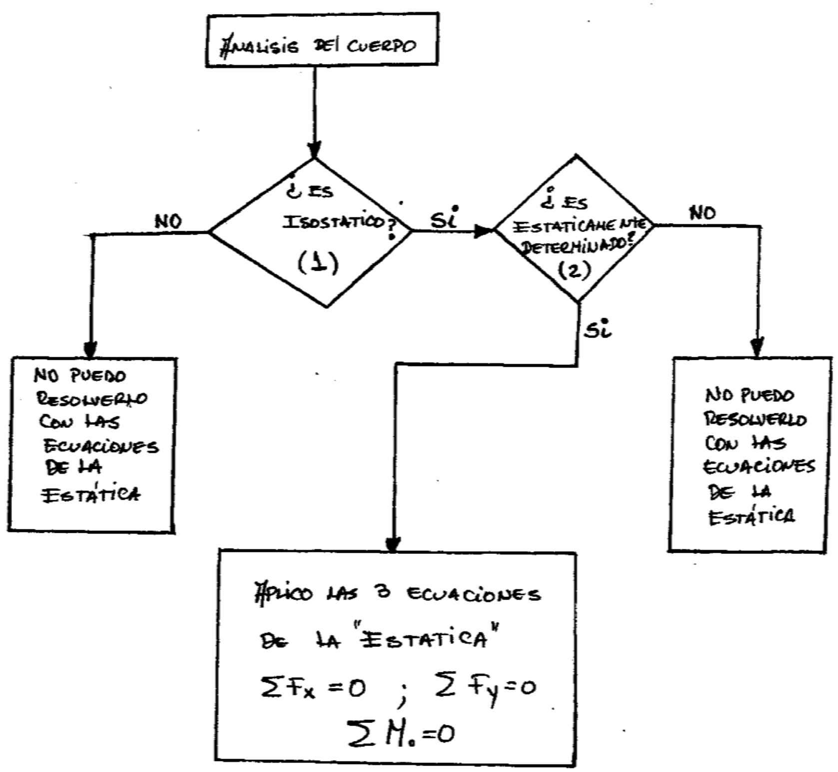



Aunque $R_1$ y $R_2$ son concurrentes **NO** generan indeterminación estática.




Aunque $R_1$ y $R_5$ son concurrentes sobre una misma recta de acción **NO** generan indeterminación estática.




(1) ⇒ ¿Grados de libertad que posee el cuerpo menos los grados de libertad restringidos por los vínculos $= 0$?

(2) ⇒ ¿Sobre una misma barra o sobre barras perfectamente alineadas hay reacciones concurrentes sobre una misma linea o recta de acción? (Si las hay no es determinado).

## METODO DE ESTUDIO RECOMENDADO

El autor de cualquier libro, guia o texto en general, conoce mejor que nadie el método de estudio o la forma más adecuada de afrontar las ideas que ha querido hacer llegar a los demás.

Partiendo de esta premisa me permito recomendar lo siguiente:

Al resolver los ejercicios y ejemplos que se encuentren en el texto, hágalo en su cuaderno de prácticas a medida que vaya leyendo los mismos. Esto le permitirá leer las recomendaciones que se dán sin perder la secuencia de resolución.