

Titulo: **ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON UNA INCOGNITA**

Año escolar: 2do.y 3er. año de bachillerato

Autor: José Luis Albornoz Salazar

Ocupación: Ing Civil. Docente Universitario

País de residencia: Venezuela

Correo electrónico: martilloatomico@gmail.com

El autor de este trabajo solicita su valiosa colaboración en el sentido de enviar cualquier sugerencia y/o recomendación a la siguiente dirección :

martilloatomico@gmail.com

Igualmente puede enviar cualquier ejercicio o problema que considere pueda ser incluido en el mismo.

Si en sus horas de estudio o práctica se encuentra con un problema que no pueda resolver, envíelo a la anterior dirección y se le enviará resuelto a la suya.

◀ ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON UNA INCÓGNITA :

IGUALDAD es la expresión de que dos cantidades o expresiones algebraicas tienen el mismo valor.

Ejemplos : $4 + 5 = 9$; $a = b + c$; $3X^2 = 4X + 15$

ECUACIÓN es una igualdad en la que hay una o varias cantidades desconocidas llamadas **incógnitas** y que sólo se verifica o es verdadera para **determinados valores** de las incógnitas.

Así, $5X + 2 = 17$ es una ecuación, porque es una igualdad en la que hay una incógnita, la "X", y esta igualdad sólo se verifica, o sea que solo es verdadera, para el **valor** " $X = 3$ ". En efecto, si sustituimos la "X" por "3", tenemos :

$$5(3) + 2 = 17 \quad ; \quad 15 + 2 = 17, \text{ o sea : } 17 = 17$$

Si le damos a "X" un valor distinto de "3", la igualdad **no se verifica** o no es verdadera.

MIEMBROS de una ecuación son las expresiones que están a ambos lados de la igualdad.

Se llama **primer miembro** a la expresión que está a la izquierda del signo de igualdad, y **segundo miembro**, a la expresión que está a la derecha.

Así, en la ecuación $3X - 5 = 2X - 3$, el primer miembro es $3X - 5$ y el segundo miembro $2X - 3$.

CLASES DE ECUACIONES

Una **ecuación numérica** es una ecuación que no tiene más letras que las incógnitas,

Ejemplo : $3X - 5 = 2X - 3$ donde la única letra es la incógnita "X".

Una **ecuación literal** es una ecuación que además de las incógnitas tiene otras letras, que representan cantidades conocidas.

Ejemplo : $3X - 5a = 2b - 3bX$

Una ecuación es **entera** cuando ninguno de sus términos tiene denominador como en los dos ejemplos anteriores, y es **fraccionada** cuando algunos o todos sus términos tienen denominador.

Ejemplo : $\frac{3X}{2} + \frac{6X}{5} = 5 + \frac{X}{3}$

GRADO de una ecuación con una sola incógnita es el mayor exponente que tiene la incógnita en la ecuación.

Ejemplo : $4X - 6 = 3X - 1$ y $aX + b = b^2X + c$ son ecuaciones de **primer grado** porque el mayor exponente de "X" es "1".

Ejemplo : $4X^2 - 6X + 5 = 0$ es una ecuación de **segundo grado** porque el mayor exponente de "X" es "2".

Las ecuaciones de primer grado se llaman **ecuaciones simples** o **ecuaciones lineales**.

RAICES O SOLUCIONES de una ecuación son los valores de las incógnitas que verifican o **satisface** la ecuación, es decir, que sustituidos en lugar de las incógnitas, convierten la ecuación en **identidad**.

Ejemplo : En la ecuación $5X - 6 = 3X + 8$, la raíz es "7" porque haciendo $X=7$ se tiene

$$5(7) - 6 = 3(7) + 8 ; 35 - 6 = 21 + 8 ; 29 = 29$$

Donde se puede observar que "7" **satisface** la ecuación.

Las ecuaciones de primer grado con una incógnita tienen una sola raíz.

RESOLVER UNA ECUACIÓN es hallar sus raíces, o sea el valor o los valores de las incógnitas que satisfacen la ecuación.

AXIOMA FUNDAMENTAL DE LAS ECUACIONES :

Si con cantidades iguales se verifican operaciones iguales (en ambos miembros de la ecuación), los resultados serán iguales.

REGLAS QUE SE DERIVAN DE ESTE AXIOMA:

- 1) Si a los dos miembros de una ecuación se suma una misma cantidad, positiva o negativa, la igualdad subsiste.
- 2) Si a los dos miembros de una ecuación se resta una misma cantidad, positiva o negativa, la igualdad subsiste.
- 3) Si los dos miembros de una ecuación se multiplican por una misma cantidad, positiva o negativa, la igualdad subsiste.
- 4) Si los dos miembros de una ecuación se dividen por una misma cantidad, positiva o negativa, la igualdad subsiste.
- 5) Si los dos miembros de una ecuación se elevan a una misma potencia o si a los dos miembros se extrae la misma raíz, la igualdad subsiste

LA TRANSPOSICIÓN DE TERMINOS consiste en cambiar los términos de una ecuación de un miembro al otro. **Cualquier término de una ecuación se puede pasar de un miembro al otro pero cambiándole el signo.**

CAMBIO DE SIGNOS DE UNA ECUACIÓN : Los signos de todos los miembros de una ecuación se pueden cambiar sin que la ecuación varíe, porque equivale a multiplicar los dos miembros de la ecuación por “- 1”, con lo cual la igualdad no varía. (Regla 3 del Axioma Fundamental de las ecuaciones. Pág.39).

RESOLUCION DE ECUACIONES ENTERAS DE PRIMER GRADO CON UNA INCÓGNITA :

Generalmente para resolver este tipo de ecuaciones se siguen los siguientes pasos:

- 1) Se hace la transposición de términos, reuniendo en el primer miembro (izquierda) los términos que contengan la incógnita y en el otro miembro (derecho) todas las cantidades conocidas.
- 2) Se reducen los términos semejantes en cada miembro.
- 3) Se despeja la incógnita.

Ejemplo 1: Resolver la ecuación $5X = 8X - 15$

Se hace la transposición de términos, reuniendo en el primer miembro (izquierda) los términos que contengan la incógnita y en el otro miembro (derecho) todas las cantidades conocidas. Recordar el cambio del signo de los términos que se pasen de un lado al otro.

$$5X - 8X = -15$$

Se reducen los términos semejantes en cada miembro.

$$-3X = -15$$

Se despeja la incógnita.

$$x = \frac{-15}{-3}$$

$$x = 5$$

Toda la operación se muestra a continuación:

$$5x = 8x - 15$$

$$5x - 8x = -15$$

$$-3x = -15$$

$$x = \frac{-15}{-3}$$

$$x = 5$$

VERIFICACION:

La verificación es la prueba de que el valor obtenido para la incógnita es correcto.

La verificación se realiza sustituyendo en los dos miembros de la ecuación dada la incógnita por el valor obtenido, y si éste es correcto, la ecuación dada se convertirá en identidad.

Así, en la ecuación anterior, haciendo “X = 5” en la ecuación dada tenemos:

$$5(5) = 8(5) - 15 \quad ; \quad 25 = 40 - 15 \quad ; \quad 15 = 15$$

Ejemplo 2: Resolver la ecuación $4X + 1 = 2$

Se hace la transposición de términos, reuniendo en el primer miembro (izquierda) los términos que contengan la incógnita y en el otro miembro (derecho) todas las cantidades conocidas. Recordar el cambio del signo de los términos que se pasen de un lado al otro.

$$4X = 2 - 1$$

Se reducen los términos semejantes en cada miembro.

$$4X = 1$$

Se despeja la incógnita.

$$x = \frac{1}{4}$$

Toda la operación se muestra a continuación:

$$\begin{aligned} 4x + 1 &= 2 \\ 4x &= 2 - 1 \\ 4x &= 1 \\ x &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

Ejemplos :

$$\begin{array}{ll} 3. & y - 5 = 3y - 25 \\ & y - 3y = -25 + 5 \\ & -2y = -20 \\ & y = \frac{-20}{-2} \\ & y = 10 \end{array} \quad \begin{array}{ll} 4. & 5x + 6 = 10x + 5 \\ & 5x - 10x = 5 - 6 \\ & -5x = -1 \\ & x = \frac{-1}{-5} \\ & x = \frac{1}{5} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 5. & 9y - 11 = -10 + 12y \\ & 9y - 12y = -10 + 11 \\ & -3y = 1 \\ & y = -\frac{1}{3} \end{array} \quad \begin{array}{ll} 6. & 21 - 6x = 27 - 8x \\ & -6x + 8x = 27 - 21 \\ & 2x = 6 \\ & x = \frac{6}{2} \\ & x = 3 \end{array}$$

Hay ejercicios donde resulta más cómodo reducir los términos semejantes en cada miembro y después aplicar los pasos recomendados en la página anterior.

$$\begin{array}{ll} 7. & 11x + 5x - 1 = 65x - 36 \\ & 16x = 65x - 36 + 1 \\ & 16x - 65x = -35 \\ & -49x = -35 \\ & x = \frac{-35}{-49} \\ & x = \frac{5}{7} \end{array} \quad \begin{array}{ll} 8. & 8x - 4 + 3x = 7x + x + 14 \\ & 11x - 4 = 8x + 14 \\ & 11x - 8x = 14 + 4 \\ & 3x = 18 \\ & x = \frac{18}{3} \\ & x = 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 9. \quad 8x + 9 - 12x = 4x - 13 - 5x \\ \quad -4x + 9 = -x - 13 \\ \quad -4x + x = -13 - 9 \\ \quad -3x = -22 \\ \quad x = \frac{-22}{-3} \\ \quad x = \frac{22}{3} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 10. \quad 5y + 6y - 81 = 7y + 102 + 65y \\ \quad 11y - 81 = 72y + 102 \\ \quad 11y - 72y = 102 + 81 \\ \quad -61y = 183 \\ \quad y = \frac{183}{-61} \\ \quad y = -3 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 11. & 16 - 7x - 5 - x = 11x - 3 - x \\ & 8x - 11 = 10x - 3 \\ & 8x - 10x = -3 - 11 \\ & -2x = -14 \\ & x = \frac{-14}{-2} \\ & x = 7 \end{array} \quad \begin{array}{ll} 12. & 3x + 101 - 4x - 33 = 108 - 16x - 100 \\ & -x + 68 = 8 - 16x \\ & -x + 16x = 8 - 68 \\ & 15x = -60 \\ & x = \frac{-60}{15} \\ & x = -4 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 13. & 14 - 12x - 39x - 18x = 256 - 60x - 657x \\ & 9x - 14 = -717x - 256 \\ & 9x - 717x = 256 - 14 \\ & 726x = 242 \\ & x = \frac{242}{726} \\ & x = \frac{1}{3} \end{array} \quad \begin{array}{ll} 14. & 8x - 15x - 30x - 51x = 53x - 31x - 172 \\ & -88x = 84x - 172 \\ & -88x - 84x = -172 \\ & -172x = -172 \\ & x = \frac{-172}{-172} \\ & x = 1 \end{array}$$

Verificando la respuesta del **ejercicio 6** tenemos :

$$21 - 6(3) = 27 - 8(3) ; \quad 21 - 18 = 27 - 24 ; \quad 3 = 3$$

Verificando la respuesta del **ejercicio 14** tenemos :

$$8(1) - 15(1) - 30(1) - 51(1) = 53(1) - 31(1) - 172$$

$$8 - 15 - 30 - 51 = 53 - 31 - 172 ; \quad 88 = 88$$

RESOLUCION DE ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON SIGNOS DE AGRUPACIÓN :

Antes de abordar este aspecto se recomienda “repasar” lo indicado en “SIGNOS DE AGRUPACIÓN” (páginas 7, 8 y 9).

Este tipo de ecuaciones se resuelve de manera similar a las Ecuaciones Enteras De Primer Grado Con Una Incógnita (página 40), una vez que se hayan suprimido los signos de agrupación.

Ejemplo 1 : Resolver la ecuación $X - (2X + 1) = 8 - (3X + 3)$

Se suprimen los signos de agrupación en ambos miembros de la ecuación.

$$X - 2X - 1 = 8 - 3X - 3$$

Se reducen términos semejantes en ambos miembros de la ecuación.

$$-X - 1 = 5 - 3X$$

Se hace la transposición de términos, reuniendo en el primer miembro (izquierda) los términos que contengan la incógnita y en el otro miembro (derecho) todas las cantidades conocidas. Recordar el cambio del signo de los términos que se pasen de un lado al otro.

$$-X + 3X = 5 + 1$$

Se reducen los términos semejantes en cada miembro.

$$2X = 6$$

Se despeja la incógnita.

$$x = \frac{6}{2}$$

$$x = 3$$

Toda la operación se muestra a continuación:

$$x - (2x + 1) = 8 - (3x + 3)$$

$$x - 2x - 1 = 8 - 3x - 3$$

$$-x - 1 = 5 - 3x$$

$$-x + 3x = 5 + 1$$

$$2x = 6$$

$$x = \frac{6}{2}$$

$$x = 3$$

Ejemplos :

$$2. \ 15x - 10 = 6x - (x + 2) + (-x + 3) \quad 3. \ (5 - 3x) - (-4x + 6) = (8x + 11) - (3x - 6)$$

$$15x - 10 = 6x - x - 2 - x + 3$$

$$5 - 3x + 4x - 6 = 8x + 11 - 3x + 6$$

$$15x - 10 = 4x + 1$$

$$x - 1 = 5x + 17$$

$$15x - 4x = 10 + 1$$

$$x - 5x = 17 + 1$$

$$x = \frac{11}{11}$$

$$-4x = 18$$

$$x = 1$$

$$x = \frac{18}{-4}$$

$$x = -\frac{9}{2}$$

$$4. \ 30x - (-x + 6) + (-5x + 4) = -(5x + 6) + (-8 + 3x)$$

$$30x + x - 6 - 5x + 4 = -5x - 6 - 8 + 3x$$

$$26x - 2 = -2x - 14$$

$$26x + 2x = -14 + 2$$

$$28x = -12$$

$$x = -\frac{12}{28}$$

$$x = -\frac{3}{7}$$

$$\begin{aligned}
5. \quad 15x + (-6x + 5) - 2 - (-x + 3) &= -(7x + 23) - x + (3 - 2x) \\
15x - 6x + 5 - 2 + x - 3 &= -7x - 23 - x + 3 - 2x \\
10x &= -10x - 20 \\
10x + 10x &= -20 \\
20x &= -20 \\
x &= \frac{-20}{20} \\
x &= -1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
6. \quad 3x + [-5x - (x + 3)] &= 8x + (-5x - 9) \\
3x + [-5x - x - 3] &= 8x - 5x - 9 \\
3x + [-6x - 3] &= 3x - 9 \\
3x - 6x - 3 &= 3x - 9 \\
-3x - 3 &= 3x - 9 \\
-x - 1 &= x - 3 \\
-x - x &= -3 + 1 \\
-2x &= -2 \Rightarrow x = \frac{-2}{-2} = 1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
7. \quad 16x - [3x - (6 - 9x)] &= 30x + [- (3x + 2) - (x + 3)] \\
16x - [3x - 6 + 9x] &= 30x + [-3x - 2 - x - 3] \\
16x - [12x - 6] &= 30x + [-4x - 5] \\
16x - 12x + 6 &= 30x - 4x - 5 \\
4x + 6 &= 26x - 5 \\
4x - 26x &= -5 - 6 \\
-22x &= -11 \\
x &= \frac{-11}{-22} = \frac{1}{2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
8. \quad x - [5 + 3x - \{5x - (6 + x)\}] &= -3 \\
x - [5 + 3x - \{5x - 6 - x\}] &= -3 \\
x - [5 + 3x - \{4x - 6\}] &= -3 \\
x - [5 + 3x - 4x + 6] &= -3 \\
x - [11 - x] &= -3 \\
x - 11 + x &= -3 \\
2x &= -3 + 11 \\
2x &= 8 \Rightarrow x = \frac{8}{2} = 4
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
9. \quad 9x - (5x + 1) - \{2 + 8x - (7x - 5)\} + 9x &= 0 \\
9x - 5x - 1 - \{2 + 8x - 7x + 5\} + 9x &= 0 \\
4x - 1 - \{x + 7\} + 9x &= 0 \\
4x - 1 - x - 7 + 9x &= 0 \\
12x - 8 &= 0 \\
12x &= 8 \\
x &= \frac{8}{12} \\
x &= \frac{2}{3}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
10. \quad 71 + [-5x + (-2x + 3)] &= 25 - [- (3x + 4) - (4x + 3)] \\
71 + [-5x - 2x + 3] &= 25 - [-3x - 4 - 4x - 3] \\
71 + [-7x + 3] &= 25 - [-7x - 7] \\
71 - 7x + 3 &= 25 + 7x + 7 \\
74 - 7x &= 32 + 7x \\
74 - 32 &= 7x + 7x \\
42 &= 14x \\
\frac{42}{14} &= x \\
3 &= x
\end{aligned}$$

RESOLUCION DE ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON PRODUCTOS INDICADOS :

Antes de abordar este aspecto se recomienda “repasar” lo indicado en “MULTIPLICACIÓN DE POLINOMIOS POR MONOMIOS” (página 12) y en “MULTIPLICACIÓN DE POLINOMIOS” (página 14).

Este tipo de ecuaciones se resuelve de manera similar a las Ecuaciones Enteras De Primer Grado Con Una Incógnita (página 40), con la salvedad de que inicialmente se deben efectuar los productos indicados en la ecuación.

Ejemplo 1: Resolver la ecuación $X + 3(X - 1) = 6 - 4(2X + 3)$

Se efectúan los productos indicados.

$$X + 3X - 3 = 6 - 8X - 12$$

Se reducen términos semejantes en ambos miembros de la ecuación.

$$4X - 3 = -8X - 6$$

Se hace la transposición de términos, reuniendo en el primer miembro (izquierda) los términos que contengan la incógnita y en el otro miembro (derecho) todas las cantidades conocidas. Recordar el cambio del signo de los términos que se pasen de un lado al otro.

$$4X + 8X = -6 + 3$$

Se reducen los términos semejantes en cada miembro.

$$12X = -3$$

Se despeja la incógnita.

$$x = \frac{-3}{12} \Rightarrow x = -\frac{1}{4}$$

Toda la operación se muestra a continuación:

$$x + 3(x - 1) = 6 - 4(2x + 3)$$

$$x + 3x - 3 = 6 - 8x - 12$$

$$4x - 3 = -8x - 6$$

$$4x + 8x = -6 + 3$$

$$12x = -3$$

$$x = \frac{-3}{12} \Rightarrow x = -\frac{1}{4}$$

Ejemplos :

$$2. \quad 5(x - 1) + 16(2x + 3) = 3(2x - 7) - x$$

$$5x - 5 + 32x + 48 = 6x - 21 - x$$

$$37x + 43 = 5x - 21$$

$$37x - 5x = -21 - 43$$

$$32x = -64$$

$$x = \frac{-64}{32} \Rightarrow x = -2$$

$$3. \quad 2(3x + 3) - 4(5x - 3) = x(x - 3) - x(x + 5)$$

$$6x + 6 - 20x + 12 = x^2 - 3x - x^2 - 5x$$

$$-14x + 18 = -8x$$

$$-14x + 8x = -18$$

$$-6x = -18$$

$$x = \frac{-18}{-6} \Rightarrow x = 3$$

$$4. \quad 184 - 7(2x + 5) = 301 + 6(x - 1) - 6$$

$$184 - 14x - 35 = 301 + 6x - 6 - 6$$

$$149 - 14x = 289 + 6x$$

$$149 - 289 = 6x + 14x$$

$$-140 = 20x$$

$$\frac{-140}{20} = x$$

$$-7 = x$$

$$\begin{aligned}
5. \quad & 7(18-x) - 6(3-5x) = -(7x+9) - 3(2x+5) - 12 \\
& 126 - 7x - 18 + 30x = -7x - 9 - 6x - 15 - 12 \\
& 108 + 23x = -13x - 36 \\
& 23x + 13x = -36 - 108 \\
& 36x = -144 \\
& x = \frac{-144}{36} \\
& x = -4
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
6. \quad & 3x(x-3) + 5(x+7) - x(x+1) - 2(x^2+7) + 4 = 0 \\
& 3x^2 - 9x + 5x + 35 - x^2 - x - 2x^2 - 14 + 4 = 0 \\
& -5x + 25 = 0 \\
& -5x = -25 \\
& x = \frac{-25}{-5} \\
& x = 5
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
7. \quad & -3(2x+7) + (-5x+6) - 8(1-2x) - (x-3) = 0 \\
& -6x - 21 - 5x + 6 - 8 + 16x - x + 3 = 0 \\
& 4x - 20 = 0 \\
& 4x = 20 \\
& x = \frac{20}{4} \\
& x = 5
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
8. \quad & (3x-4)(4x-3) = (6x-4)(2x-5) \\
& 12x^2 - 9x - 16x + 12 = 12x^2 - 38x + 20 \\
& -25x + 38x = 20 - 12 \\
& 13x = 8 \\
& x = \frac{8}{13}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
9. \quad & (4-5x)(4x-5) = (10x-3)(7-2x) \\
& -20x^2 + 41x - 20 = -20x^2 + 76x - 21 \\
& 41x - 76x = -21 + 20 \\
& -35x = -1 \\
& x = \frac{-1}{-35} \\
& x = \frac{1}{35}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
10. \quad & (x+1)(2x+5) = (2x+3)(x-4) + 5 \\
& 2x^2 + 7x + 5 = 2x^2 - 5x - 12 + 5 \\
& 7x + 5x = -7 - 5 \\
& 12x = -12 \\
& x = \frac{-12}{12} \\
& x = -1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
11. \quad & (x-2)^2 - (3-x)^2 = 1 \\
& x^2 - 4x + 4 - 9 + 6x - x^2 = 1 \\
& 2x - 5 = 1 \\
& 2x = 6 \\
& x = \frac{6}{2} \\
& x = 3
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
12. \quad & 14 - (5x-1)(2x+3) = 17 - (10x+1)(x-6) \\
& 14 - (10x^2 + 13x - 3) = 17 - (10x^2 - 59x - 6) \\
& 14 - 10x^2 - 13x + 3 = 17 - 10x^2 + 59x + 6 \\
& -13x - 59x = 6 \\
& -72x = 6 \\
& x = \frac{6}{-72} \\
& x = -\frac{1}{12}
\end{aligned}$$

RESOLUCION DE ECUACIONES LITERALES DE PRIMER GRADO CON UNA INCÓGNITA :

Las ECUACIONES LITERALES, son aquellas en las que algunos o todos los coeficientes de las incógnitas o las cantidades conocidas que figuran en la ecuación están representadas por letras.

Estas letras suelen ser a, b, c, d, m, y n según costumbre, representando la "X" la incógnita.

Las ecuaciones literales de primer grado con una incógnita se resuelven aplicando las mismas reglas que hemos empleado en las ecuaciones numéricas.

Ejemplos :

1. $ax - 4 = bx - 2$

$$ax - bx = 4 - 2$$

$$x(a - b) = 2$$

$$x = \frac{2}{a - b}$$

2. $a(x + b) + x(b - a) = 2b(2a - x)$

$$ax + ba + xb - ax = 4ab - 2bx$$

$$xb + 2bx = 4ab - ab$$

$$3bx = 3ab$$

$$x = \frac{3ab}{3b}$$

$$x = a$$

3. $(x - a)^2 - (x + a)^2 = a(a - 7x)$

$$x^2 - 2ax + a^2 - x^2 - 2ax - a^2 = a^2 - 7ax$$

$$-4ax + 7ax = a^2$$

$$3ax = a^2$$

$$x = \frac{a^2}{3a}$$

$$x = \frac{a}{3}$$

RESOLUCION DE ECUACIONES FRACCIONARIAS DE PRIMER GRADO CON UNA INCÓGNITA :

Antes de abordar este tema se recomienda "repasar" lo indicado en "DIVISIÓN" pág. 23, "DIVISIÓN DE DOS MONOMIOS" pág. 24 y "DIVISIÓN DE UN POLINOMIO POR UN MONOMIO" pág. 25.

De igual manera se recomienda "repasar" de nuestras clases de bachillerato CÓMO CALCULAR EL MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO (mcm).

SUPRESIÓN DE DENOMINADORES : Esta es una operación importantísima que consiste en convertir una ecuación fraccionaria en una ecuación equivalente entera, es decir sin denominadores.

La supresión de denominadores se funda en la propiedad, ya conocida, de las igualdades : Una igualdad no varía si sus dos miembros se multiplican por una misma cantidad.

Para suprimir denominadores en una ecuación se multiplican todos los términos de la ecuación por el mínimo común múltiplo (mcm) de los denominadores.

Ejemplo : Suprimir denominadores en la ecuación $\frac{x}{2} = \frac{x}{6} - \frac{1}{4}$

El m.c.m. de los denominadores 2, 6 y 4 es 12. Multiplicamos todos los términos por 12 y tendremos :

$$\frac{12x}{2} = \frac{12x}{6} - \frac{12}{4}$$

Y simplificando estas fracciones, queda

$$6x = 2x - 3$$

Ecuación que es equivalente a la ecuación dada y entera que es lo que buscábamos, porque la resolución de ecuaciones enteras ya la hemos estudiado.

Ahora bien, la operación que hemos efectuado equivale a dividir el m.c.m. de los denominadores entre cada denominador y multiplicar cada resultado por el numerador respectivo.

Ejemplo: Suprimir denominadores en la ecuación

$$2 - \frac{X-1}{40} = \frac{2X-1}{4} - \frac{4X-5}{8}$$

El m.c.m. de 4, 8 y 40 es 40. El primer término "2" equivale a $\frac{2}{1}$.

Entonces, divido $40 \div 1 = 40$ y este cociente 40 lo multiplico por 2; $40 \div 40 = 1$ y este cociente 1 lo multiplico por $X-1$; $40 \div 4 = 10$ y este cociente 10 lo multiplico por $2X-1$; $40 \div 8 = 5$ y este cociente 5 lo multiplico por $4X-5$ y tendremos:

$$2(40) - 1(X-1) = 10(2X-1) - 5(4X-5)$$

Efectuando las multiplicaciones indicadas y quitando paréntesis, queda:

$$80 - X + 1 = 20X - 10 - 20X + 25$$

Ecuación que ya es entera.

Ejemplos: Resolver las ecuaciones siguientes

$$\begin{aligned} 1. \quad \frac{x}{6} + 5 &= \frac{1}{3} - x \\ \Rightarrow \frac{x+30}{6} &= \frac{1-3x}{3} \\ x+30 &= 2(1-3x) \\ x+30 &= 2-6x \\ x+6x &= 2-30 \\ 7x &= -28 \\ x &= \frac{-28}{7} \\ x &= -4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \quad \frac{3x}{5} - \frac{2x}{3} + \frac{1}{5} &= 0 \quad mcm=15 \\ 9x-10x+3 &= 0 \\ -x &= -3 \\ x &= 3 \\ 3. \quad \frac{1}{2x} + \frac{1}{4} - \frac{1}{10x} &= \frac{1}{5} \quad mcm=20x \\ 10+5x-2 &= 4x \\ 5x-4x &= -10+2 \\ x &= -8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4. \quad \frac{x}{2} + 2 - \frac{x}{12} &= \frac{x}{6} - \frac{5}{4} \quad mcm=12 \\ 6x+24-x &= 2x-15 \\ 6x-x-2x &= -15-24 \\ 3x &= -39 \\ x &= \frac{-39}{3} \\ x &= -13 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5. \quad \frac{3x}{4} - \frac{1}{5} + 2x &= \frac{5}{4} - \frac{3x}{20} \quad mcm=20 \\ 15x-4+40x &= 25-3x \\ 55x+3x &= 25+4 \\ 58x &= 29 \\ x &= \frac{29}{58} \\ x &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6. \quad \frac{2}{3x} - \frac{5}{x} &= \frac{7}{10} - \frac{3}{2x} + 1 \quad mcm=30x \\ 20-150 &= 21x-45+30x \\ -130+45 &= 51x \\ \frac{-85}{51} &= x \\ \frac{-5}{3} &= x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7. \quad \frac{x-4}{3} - 5 &= 0 \quad mcm=3 \\ x-4-15 &= 0 \\ x-19 &= 0 \\ x &= 19 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8. \quad x - \frac{x+2}{12} &= \frac{5x}{2} \quad mcm=12 \\ 12x-x-2 &= 30x \\ 11x-30x &= 2 \\ -19x &= 2 \\ x &= -\frac{2}{19} \end{aligned}$$

La experiencia, como instructor de la materia, me ha demostrado que la mayor dificultad que presentan los estudiantes en la resolución de este tipo de problemas viene dada en el manejo de los signos de los términos fraccionarios negativos.

En atención a lo apuntado anteriormente, me permito recomendar que el primer paso en la resolución de estos problemas sea pasar los términos negativos al otro miembro para evitar cometer errores. Es decir, garantizar que todos los términos fraccionarios de la ecuación tengan signo positivo.

Ejemplo : Resolver la siguiente ecuación

$$\frac{x-1}{2} - \frac{x-2}{3} - \frac{x-3}{4} = -\frac{x-5}{5}$$

Primero paso los términos negativos al otro miembro cambiándole el signo, entendiendo que **el signo que se cambia es el que está antes de la raya-fracción y no los que estén dentro del numerador**.

$$\frac{X-1}{2} + \frac{X-5}{5} = \frac{X-2}{3} + \frac{X-3}{4}$$

$$m.c.m. = 60$$

$$30(X-1) + 12(X-5) = 20(X-2) + 15(X-3)$$

$$30X - 30 + 12X - 60 = 20X - 40 + 15X - 45$$

Ya la hemos convertido en una ecuación entera y su resolución es conocida por nosotros.

$$42X - 90 = 35X - 85$$

$$42X - 35X = -85 + 90$$

$$7X = 5 \quad ; \quad X = \frac{5}{7}$$