REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
MINISTERIO DEL PODER POPULAR PARA LA DEFENSA
UNIVERSIDAD NACIONAL EXPERIMENTAL POLITÉCNICA
DE LA FUERZA ARMADA BOLIVARIANA
NÚCLEO ARAGUA
SEDE MARACAY

COORDINACIÓN DE INGENIERÍA DE TELECOMUNICACIONES

TRANSFORMADAS DE INTEGRALES

Integrantes

Prof
Ingº. FERNANDEZ, Yhon

CEDENO,Hector 17176875
ZAMBRANO, Oslany 17716876
ZERPA, Erik 15037649
Sección TED 505

Maracay, Julio de 2010

1) **Verificar las operaciones siguientes, tanto en su forma ordinaria como usando la forma polar de los números complejos que se indican:**

A) $\frac{5i}{2+i} = \mathbf{1 + 2}\boldsymbol{i}$

$$\frac{5i}{2+i} * \frac{2-i}{2-i} = \frac{5i(2-i)}{4-2i+2i-i^2} = \frac{10i-5i}{5} = 1 + 2i$$

B) $\boldsymbol{i}(\mathbf{1} - \boldsymbol{i}\sqrt{\mathbf{3}})(\sqrt{\mathbf{3}} + \boldsymbol{i}) = \mathbf{2} + \mathbf{2}\boldsymbol{i}\sqrt{\mathbf{3}}$

$$i(1 - i\sqrt{3})(\sqrt{3} + i) = 2 + 2i\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} i(1 - i\sqrt{3})(\sqrt{3} + i) &= i(\sqrt{3} + i - (i\sqrt{3})^2 - i^3\sqrt{3}) \\ &= i\sqrt{3} + i^2 - i^2(\sqrt{3})^2 - i^3(\sqrt{3}) \\ &= i\sqrt{3} - 1 + 1(\sqrt{3})^2 + i\sqrt{3} \\ &= i\sqrt{3} - 1 + 3 + i\sqrt{3} \\ &= 2 + i\sqrt{3} + i\sqrt{3} \\ &= (2 + 2i\sqrt{3}) \end{aligned}$$

C) $(-\mathbf{1} + \boldsymbol{i})^7 = -\mathbf{8}(\mathbf{1} + \boldsymbol{i})$

$$(-1 + i)^7 = -8(1 + i)$$

$$|-1 + i| = \sqrt{1 + 1} = \sqrt{2}$$

$$\theta = tan^{-1}(-1) = \left(\frac{\pi}{4}\right)$$

$$\theta = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$$

$$Z \in \pi c$$

$$(-1+i)^7 = \left\{\sqrt{2}\left[\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) + i\ \sin\left(\frac{3\pi}{4}\right)\right]\right\}^7$$

$$(-1+i)^7 = \left(\sqrt{2^7}\left[\cos\left(\frac{3\pi.7}{4}\right) + i\ \sin\left(\frac{3\pi.7}{4}\right)\right]\right)$$

$$(-1+i)^7 = 8\sqrt{2}\left[\cos\left(\frac{\pi 21}{4}\right) + i\ \sin\left(\frac{\pi 21}{4}\right)\right]$$

$$= 8\sqrt{2}\left[-\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) - i\ \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right]$$

$$= 8\sqrt{2}\left(-\cos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) - i\ \sin\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right)$$

$$= -8\left(\frac{\sqrt{4}}{2}\right) + i\left(\frac{\sqrt{4}}{2}\right)$$

$$= -8\left(\frac{2}{2}\right) + i\left(\frac{2}{2}\right) \quad = \quad -8(1+i)$$

D) $\left(1+i\sqrt{3}\right)^{-10} = 2^{-11}\left(-1+i\sqrt{3}\right)$

$$\left(1+i\sqrt{3}\right)^{-10} = 2^{-11}\left(-1+i\sqrt{3}\right)$$

$$\left(1+i\sqrt{3}\right)^{-10} = \frac{1}{\left(1+i\sqrt{3}\right)^{10}}$$

$$\left|1+i\sqrt{3}\right| = \sqrt{(1+3)} = \sqrt{4} = 2$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\sqrt{3}\right) = \frac{\pi}{3}$$

$$\left(1+i\sqrt{3}\right)^{-10} = \frac{1}{\left(2\ cis\frac{\pi}{3}\right)^{10}} = \frac{1}{2^{10} cis\left(\frac{10\pi}{3}\right)}$$

$$= \frac{1}{2^{10}\left[\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + i.\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\right]}$$

$$= \frac{1}{\left(2^{10}\left[\frac{-1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}\right]\right)}$$

$$= \frac{1}{\left(2^{10}\left[\frac{-1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}\right]\right)} \ . \ \frac{\frac{-1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}}{\frac{-1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}}$$

$$= \frac{1}{\left(2^{10}\left[\frac{1}{4} + \frac{3}{4}\right]\right)} \ . \ \frac{\frac{-1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}}{2^{10}.\ 1}$$

$$= \frac{(\frac{1}{2})\,2^{-10}(-1+i\sqrt{3})}{1} = \frac{2^{-10}}{2}(-1 + i\sqrt{3})$$

$$= 2^{-11}(-1 + i\sqrt{3})$$

2) Indicar que representa geométricamente las siguientes ecuaciones y desigualdades:

A) $|z - 1 - i| = 1$

$|(x + iy) - 1 - i| = 1$

$|x - 1 + i(y - 1)| = 1$

$\sqrt{(x-1)^2} + \sqrt{(y-1)^2} = 1$

$(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$

Geometricamente representa la ecuacion de la circunferencia

B) $|z - 1| = |z + i|$

$|x + iy - 1| = |x - iy + i|$

$|(x-1) + iy| = |x + i(y+1)|$

$\sqrt{(x-1)^2 + y^2} + \sqrt{x^2 + (y+1)^2}$

$-2x + 1 = 2y + 1$

$-2x - 2y + 1 - 1 = 0$

$-2x - 2y = 0$

Representa una funcion Identidad

C) $|z - 1 + i| \geq \ |z - 1 -|$

$|x + iy - 1 + i| \ \geq |x + iy - 1 - i|$

$|(x-1) + i(y+1)| \ \geq \ |(x-1)i(y-1)|$

$(y+1)^2 \geq (y-1)^2$

$y^2+2y+1 \geq y^2-2y+1$

$2y \geq -2y$

$2y+2y \geq 0$

$4y \geq 0$

$y \geq 0$

Representa una coordenada en el punto de las ordenadas

D) $|z+4i|+|z-4i|=10$

$|x+iy+4i|+|x+iy-4i|=10$

$|x+i(y+4)|+|x+i(y-4)|=10$

$\sqrt{x^2+(y+4)^2}+\sqrt{x^2+(y-4)^2}=10$
$(\sqrt{x^2+(y+4)})^2=(10-\sqrt{x^2+(y-4)})^2$
$x^2+(y+4)^2=100-20\sqrt{x^2+(y-4)^2}+(\sqrt{x^2+(y-4)^2})^2$

Simplificando

$8y+8y+16-100=-20\sqrt{x}^2+(y-4)^2$
$16y+16-100=-20\sqrt{x^2+(y-4)^2}$
$(16y-84)^2=(-20\sqrt{x^2+(y-4)^2})^2$
$(4y-21)^2=-5\sqrt{x^2+(y-4)^2}$
$16y^2-168y+441=25[x^2+(y-4)^2]$
$16y^2-168y+441=25[x^2+y^2-8y+16]$
$16y^2-168y+441=25x^2+25y^2-200y+400$
$16y^2-168y+441-25x^2-25y^2+200y-400=0$
$-9y^2-25x^2+32y+1=0$

Ordenando y despejando en funcion de las variables

$25x^2+9\left(y^2+\frac{32}{9}y\right)=1$

Se obtiene la representacion geometrica de la ecuacion de un elipse

3) Encontrar para que valores de Z se satisface la ecuación: $cos(z - i) = 2$

$cos^{-1}(2) = z - 1$

Z= $cos^{-1}(2) + i$

Usando la ecuacion de la inversa del seno de un complejo

$$z = -i\, log\left[2 + i(1 - 2^2)^{\frac{1}{2}}\right] + i + 2\pi n$$

$$z = i - i\, log\left[2 + i(-3)^{\frac{1}{2}}\right] + i + 2\pi n$$

$$z = i - i\, log\left[2 + i\sqrt{3}i\right] + 2\pi n$$

$$z = i - i\, log\left[2 \pm \sqrt{3}\right] + 2\pi n$$

$$z = 2\pi n + i[1 - log(2 \pm 3)]$$

4) Encontrar la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos:

$Z_1 = 1 - i; \quad Z_2 = 2i\,; \quad Z_3 = 1 + i$

Usando la Ecuacion de la circunferencia

$\boldsymbol{x^2 + y^2 + dx + ey + f = 0}$

Ordenando en pares ordenados $\boldsymbol{Z_1 = (1,1)\ ;\ Z_2 = (0,2)\ ;\ \ Z_3 = (1,1)}$

Sustituyendo en la ecuacion anterior y haciendo la completacion de los coeficientes

$\boldsymbol{D - E + F = -2}$

$\boldsymbol{2E + F = -4}$

$\boldsymbol{D + E + F = -2}$

Resolviendo el sistema matricial

D = 2 E = 0 F = - 4 Sustituyendo los valores en la ecuacion de la circunferencia

$x^2 + y^2 + 2x - 4 = 0$

$(x^2 + 2x) + y^2 = 4$

$(x^2 + 2x + 1) + y^2 = 4 + 1$