MÉTODO DE TRANSPORTE

El Modelo de transporte es una clase especial de problema de Programación Lineal. Trata la situación en la cual se envía un bien de los puntos de origen (fábricas), a los puntos de destino (almacenes, bodegas, depósitos). ***El objetivo es determinar las cantidades a enviar desde cada punto de origen hasta cada punto de destino, que minimicen el costo total de envío, al mismo tiempo que satisfagan tanto los límites de la oferta como los requerimientos de la demanda****. El modelo supone que el costo de envío de una ruta determinada es directamente proporcional al número de unidades enviadas en esa ruta.*

Sin embargo, algunas de sus aplicaciones importantes (como la Programación de la Producción) de hecho no tienen nada que ver con el transporte.

El algoritmo de transporte sigue los pasos exactos del método simplex. Sin embargo, en vez de utilizar la tabla simplex regular, aprovechamos la estructura especial del modelo de transporte para presentar el algoritmo en una forma más conveniente:

Tabla de Transporte

	V1	V2	..... Vn	Oferta
U1	C11 X11	C12 X12	C1n X1n	S1
U2	C21 X21	C22 X22	C2n X2n	S2
⋮				⋮
Um	Cm1 Xm1	Cm2 Xm2	Cmn Xmn	Sm
Demanda:	d1	d2.....	dn	

Hay "m" puntos de origen y "n" puntos de destino, el costo de transporte por unidad enviado desde cada punto de origen ***(Ui)*** *hasta cada punto de destino* ***(Vj)*** *está representado por* ***Cij.*** *Las cantidades enviadas desde cada punto de origen hasta cada punto de destino son señaladas como* ***Xij.***

El objetivo es determinar las Xij desconocidas que minimicen el costo total de transporte, mientras se satisfagan todas las restricciones de la oferta y la demanda.

Los pasos del algoritmo del método de transporte son ***(¡ debí haber escrito eran.!)*** *los siguientes:*

Paso 1: *Determine una solución factible inicial y vaya al paso 2 (se utilizaba el método de la esquina nor-oeste, el método del costo menor, y el método de las penalidades).*

Paso 2: *Utilice la condición óptima del método simplex para determinar la "variable de entrada". Si se satisface la condición, deténgase. De lo contrario, vaya al paso 3.*

Paso 3: *Utilice la condición de factibilidad del método simplex para determinar la "variable de salida" y encuentre la nueva solución básica. Regrese al paso 2.*

Aunque este algoritmo permitió por muchos años solucionar infinidad de problemas de transporte, también es cierto que por ser un método de "tanteo" debe ser reemplazado (al igual que el método simplex) por una herramienta actualizada y versátil como lo es el computador.

Obligar a nuestros alumnos a utilizar el método simplex y el obsoleto algoritmo del método de transporte es similar a obligar a los estudiantes de ingeniería a utilizar la REGLA DE CÁLCULO en sustitución de la calculadora científica.

Estos "apuntes" y recomendaciones persiguen principalmente resaltar la importancia de elaborar el modelo matemático para visualizar cualquier problema en Investigación de Operaciones (programación lineal, método de transporte, asignación, etc.) y alcanzar los resultados con la utilización de la hoja de cálculo o programas especializados. ***Todo depende de elaborar un buen modelo matemático y con la rapidez y exactitud del computador lograr los resultados esperados.***

Los pasos sugeridos del "nuevo" algoritmo del método de transporte son los siguientes:

Paso 1: Determine el modelo matemático con un enfoque de programación lineal:

MINIMIZAR

$$Z = (X11)(C11) + (X12)(C12) + \ldots + (X1n)(C1n) + (X21)(C21) + (X22)(C22) + \ldots + (X2n)(C2n) + \vdots (Xm1)(Cm1) + (Xm2)(Cm2) + \ldots + (Xmn)(Cmn)$$

Sujeta a las siguientes restricciones:

- *"Restricciones horizontales":*

$$X11 + X12 + \ldots + X1n = S1 \quad (1)$$

$$X21 + X22 + \ldots + X2n = S2 \quad (2)$$

$$\vdots$$

$$Xm1 + Xm2 + \ldots + Xmn = Sm \quad (m)$$

- *"Restricciones verticales":*

$$X11 + X21 + \ldots + Xm1 = d1 \quad (m+1)$$

$$X12 + X22 + \ldots + Xm2 = d2 \quad (m+2)$$

$$\vdots$$

$$X1n + X2n + \ldots + Xmn = dn \quad (m+n)$$

Paso 2: Despliegue el modelo matemático en una hoja de cálculo.

Paso 3: Use EXCEL SOLVER para resolver el modelo matemático.

En caso de poseer otro programa de lenguaje de modelado matemático para computadoras, ignore los pasos 2 y 3 e instale el suyo.

EJEMPLO

(CASO TIPO DE TRANSPORTE)

Construya el modelo matemático de la siguiente matriz de transporte:

		Destino A	Dest. B	Dest.C	Dest.D	Oferta	
	Origen 1	41	27	28	24	60	
	Origen 2	40	29	50	23	15	
	Origen 3	37	30	27	21	45	
	Demanda	20	30	30	40		

Respuesta:

Tomando en cuenta que los resultados se van a indicar en una tabla similar a la siguiente:

A1	***B1***	***C1***	***D1***
A2	***B2***	***C2***	***D2***
A3	***B3***	***C3***	***D3***

El Modelo matemático se expresará como:

MINIMIZAR

$$Z = 41\,A1 + 27\,B1 + 28\,C1 + 24\,D1 + 40\,A2 + 29\,B2 + 50\,C2 + 23\,D2 + 37\,A3 + 30\,B3 + 27\,C3 + 21\,D3$$

Sujeta a las siguientes restricciones:

-"Restricciones horizontales":

$$A1 + B1 + C1 + D1 = 60 \quad (1)$$
$$A2 + B2 + C2 + D2 = 15 \quad (2)$$
$$A3 + B3 + C3 + D3 = 45 \quad (3)$$

-"Restricciones verticales ":

$$A1 + A2 + A3 = 20 \quad (4)$$
$$B1 + B2 + B3 = 30 \quad (5)$$
$$C1 + C2 + C3 = 30 \quad (6)$$
$$D1 + D2 + D3 = 40 \quad (7)$$

Note que el número de restricciones es igual a la suma de los orígenes más los destinos (m+n).

Los pasos 2 y 3 del sugerido "nuevo" algoritmo se realizan a partir del siguiente problema.

En los casos especiales, donde la oferta sea mayor que la demanda, se construye el modelo matemático con la variación de que las "restricciones horizontales" serán del tipo **" < = "** *y no igualdades*

.

En los casos especiales, donde la oferta sea menor que la demanda, se construye el modelo matemático con la variación de que las "restricciones verticales" serán del tipo **" < = "** *y no igualdades.*

Para fijar bien la idea de estos casos especiales, más adelante, se abordará y solucionará un caso de cada tipo, además de una situación especial donde se nos señalan límites inferiores y superiores de la demanda (demanda mínima necesaria y demanda ideal).

DESPLIEGUE Y SOLUCIÓN DE UN PROBLEMA DE TRANSPORTE EN LA HOJA DE CÁLCULO EXCEL

A continuación se desplegará y resolverá un PROBLEMA DE TRANSPORTE con el uso de la hoja de cálculo EXCEL, con la finalidad de orientar "paso a paso" al alumno en el uso de esta herramienta:

Dada la siguiente matriz de costos unitarios de transporte, hacer las asignaciones necesarias para obtener la función objetivo más económica (Zmínima):

	DESTINO A	DESTINO B	DESTINO C	DESTINO D	OFERTA
ORIGEN 1	41	27	28	24	**60**
ORIGEN 2	40	29	50	23	**15**
ORIGEN 3	37	30	27	21	**45**
DEMANDA	**20**	**30**	**30**	**40**	

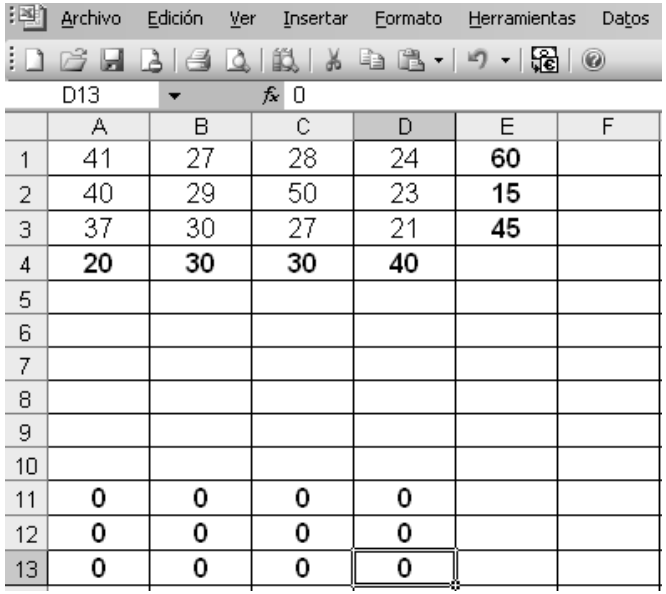
RESPUESTA:

Introduzca los datos de la matriz de costos unitarios en la hoja de cálculo, estos abarcarán las **filas 1, 2** *y* **3** *y las columnas* **A,B,C** *y* **D**.

En la columna E (celdas **E1, E2** *y* **E3***) introduzca los datos de la* **oferta.**

En la fila 4 (celdas **A4, B4**, **C4** *y* **D4***) introduzca los datos de la* **demanda.**

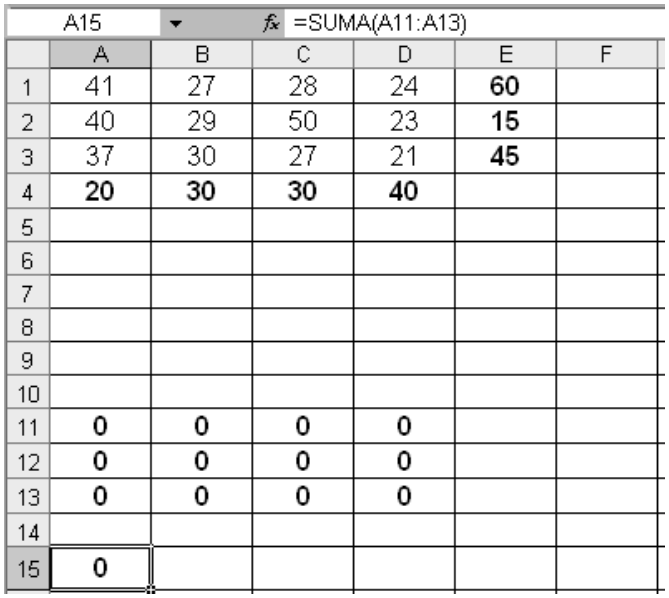
En las filas **11, 12** *y* **13**, *desde la columna* **A** *hasta la* **D**, *coloque* **ceros.** *En estas celdas se reflejarán las soluciones de cada "ruta" una vez aplicado SOLVER.*



	A	B	C	D	E	F
1	41	27	28	24	**60**	
2	40	29	50	23	**15**	
3	37	30	27	21	**45**	
4	**20**	**30**	**30**	**40**		
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11	**0**	**0**	**0**	**0**		
12	**0**	**0**	**0**	**0**		
13	**0**	**0**	**0**	**0**		

Ahora proceda a incluir las fórmulas en las celdas de referencia (estas celdas son de libre escogencia, lo importante es que los datos relacionen la información de las rutas de solución). Al principio en la hoja de cálculo se reflejarán "ceros" en dichas celdas.

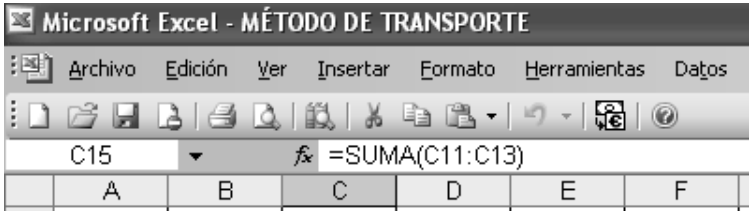
Celda A15 **=SUMA(A11:A13)**



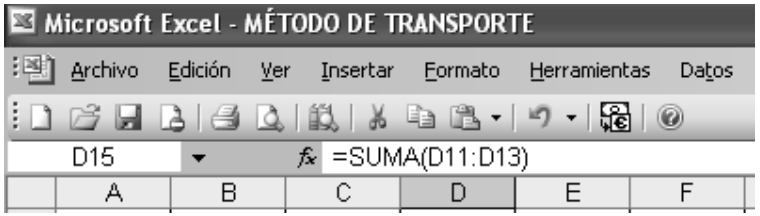
	A	B	C	D	E	F
1	41	27	28	24	**60**	
2	40	29	50	23	**15**	
3	37	30	27	21	**45**	
4	**20**	**30**	**30**	**40**		
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11	**0**	**0**	**0**	**0**		
12	**0**	**0**	**0**	**0**		
13	**0**	**0**	**0**	**0**		
14						
15	**0**					

Celda B15 **=SUMA(B11:B13)**

Celda C15 **=SUMA(C11:C13)**



Celda D15 **=SUMA(D11:D13)**



Estas celdas reflejarán como quedan cubiertas las **demandas** *en cada uno de los destinos A,B,C y D, una vez aplicada la solución. Al principio reflejarán "ceros".*

Celda E11 **=SUMA(A11:D11)**

Microsoft Excel - MÉTODO DE TRANSPORTE

Archivo Edición Ver Insertar Formato Herramientas Datos

E11 =SUMA(A11:D11)

	A	B	C	D	E	F
1	41	27	28	24	**60**	
2	40	29	50	23	**15**	
3	37	30	27	21	**45**	
4	**20**	**30**	**30**	**40**		
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	
12	**0**	**0**	**0**	**0**		
13	**0**	**0**	**0**	**0**		
14						
15	**0**	**0**	**0**	**0**		

Celda E12 **=SUMA(A12:D12)**

Microsoft Excel - MÉTODO DE TRANSPORTE

Archivo Edición Ver Insertar Formato Herramientas Datos

E12 =SUMA(A12:D12)

A	B	C	D	E	F

Celda E13 **=SUMA(A13:D13)**

Microsoft Excel - MÉTODO DE TRANSPORTE

Archivo Edición Ver Insertar Formato Herramientas Datos

E13 =SUMA(A13:D13)

A	B	C	D	E	F

Estas celdas reflejarán las **ofertas** *hechas en cada uno de los orígenes 1, 2 y 3, una vez aplicada la solución. Al principio reflejarán "ceros".*

Por último escojo una celda donde se reflejará la **función objetivo.**

En dicha celda se incluirá la formula de la sumatoria de los productos de cada costo unitario multiplicado por la asignación de cada "ruta".

En nuestro caso hemos escogido **F15**. *La fórmula será:*

CeldaF15 ***=SUMAPRODUCTO(A1:D3;A11:D13)***

Microsoft Excel - MÉTODO DE TRANSPORTE

Archivo Edición Ver Insertar Formato Herramientas Datos

F15 =SUMAPRODUCTO(A1:D3;A11:D13)

	A	B	C	D	E	F
1	41	27	28	24	**60**	
2	40	29	50	23	**15**	
3	37	30	27	21	**45**	
4	**20**	**30**	**30**	**40**		
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	
12	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	
13	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	
14						
15	**0**	**0**	**0**	**0**		**0**

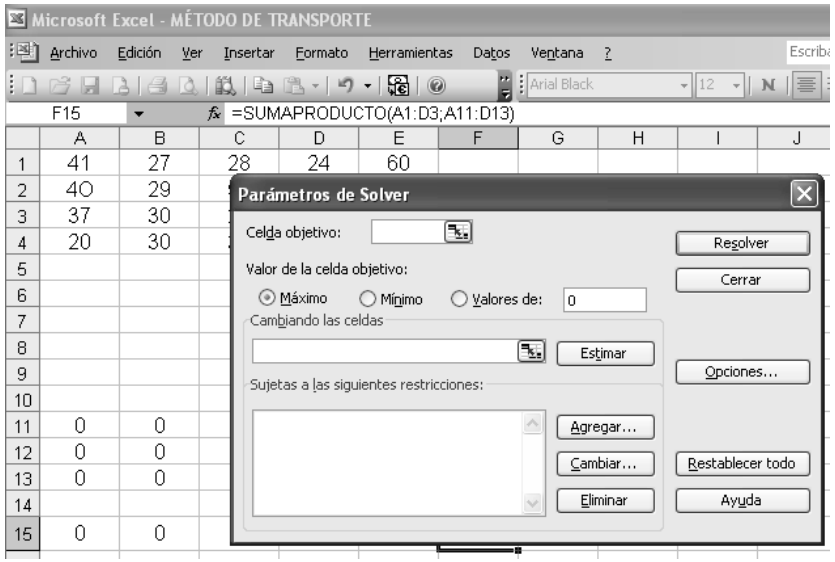
En este momento hemos introducido todos los datos necesarios en la hoja de cálculo..Si colocamos cualquier valor en alguna de las celdas de resultados (desde A11 hasta D13) en la celda F15 aparecerá el costo de llevar tal cantidad de productos desde dicho origen hasta dicho destino. Es decir el valor que adquiere la función objetivo (Z) para esa asignación.

Para calcular el valor de Z mínimo, se utiliza una herramienta que incluye EXCEL llamada SOLVER.

*Para correr el Solver se elige "***SOLVER"** *en el menú* **"HERRAMIENTAS".**

En caso de que su computador no muestre en el menú "Herramientas" el comando "Solver", busque en dicho menú el comando **"Complementos"** *e instale "Solver".*

*Al hacer clic sobre "***SOLVER"** *se mostrará un cuadro de diálogo* **"PARÁMETROS DE SOLVER***".*



Antes de que Solver pueda resolver el problema, necesita conocer con exactitud donde se localizan los componentes del modelo en la hoja de cálculo. **Es posible escribir las direcciones de las celdas o hacer clic en ellas.**

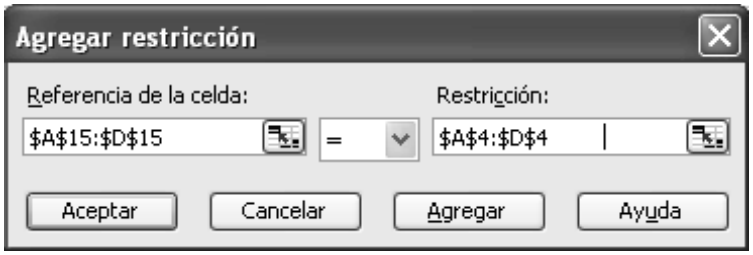
En el espacio superior izquierdo del cuadro **"PARÁMETROS DE SOLVER",** *donde se solicita la* **CELDA OBJETIVO** *coloque* **$F$15.**

En los círculos blancos donde se solicita el **VALOR DE LA CELDA OBJETIVO** *indique* **MÍNIMO** *(se trata de un problema de transporte y lo que se busca es el costo menor, haga clic sobre la palabra MÍNIMO).*

En el espacio central izquierdo, donde se solicita **CAMBIANDO LAS CELDAS** *indique las celdas donde se propuso anteriormente que se mostraran los resultados de cada ruta. En este caso son las celdas A11 hasta D13, coloque* **$A$11:$D$13.**

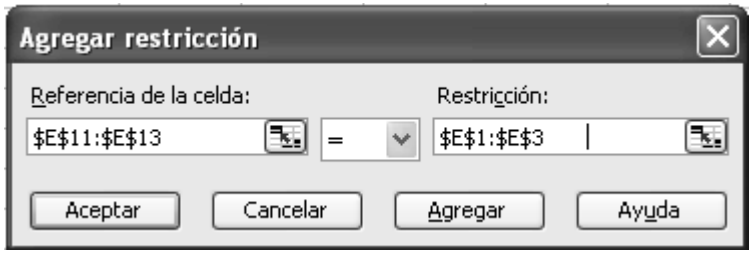
En el espacio en blanco, en la parte inferior izquierda, **SUJETAS A LAS SIGUIENTES RESTRICCIONES** *indique las condiciones del problema, para lo cual haga clic en* **AGREGAR.**

En este momento aparecerá en la pantalla el cuadro de diálogo **AGREGAR RESTRICCIÓN.** *Coloque:*



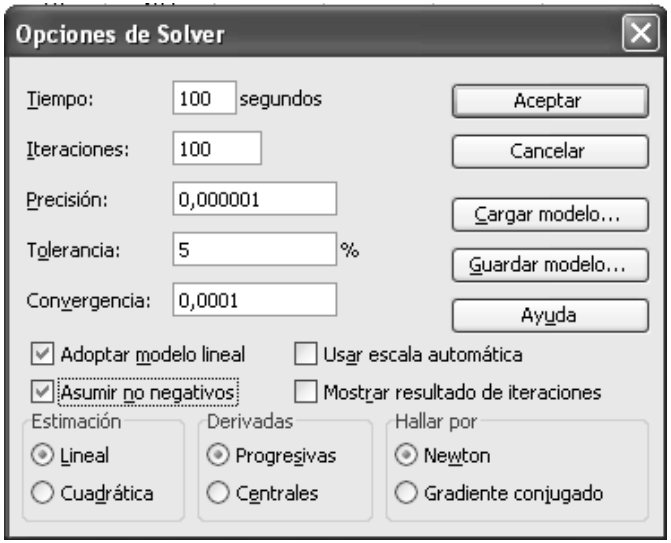
Se le está ordenando al programa que la demanda cubierta debe ser igual a la solicitada, en otras palabras debo cubrir los requerimientos del cliente.

Haga clic en **AGREGAR** *y coloque:*



Haga clic en **ACEPTAR** *y regresará a su pantalla el* **PARÁMETROS DE SOLVER.** *Ahora el cuadro de diálogo resume el modelo completo.*

Antes de pedir a Solver que resuelva el modelo, se elige el botón **OPCIONES** *y aparecerá el cuadro de diálogo* **OPCIONES DE SOLVER**.

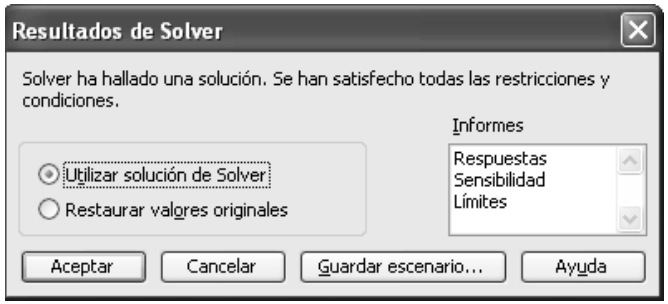


Este cuadro permite especificar las opciones para resolver el modelo. Lo más importante son las opciones **ADOPTAR MODELO LINEAL** *y* **ASUMIR NO NEGATIVOS**, *asegúrese de hacer clic sobre ellos.*

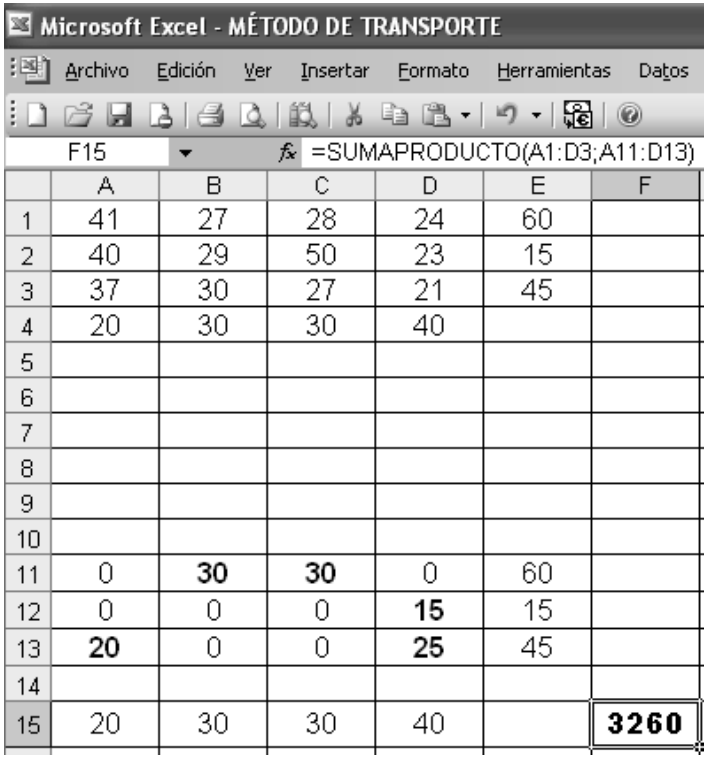
Con un clic en **ACEPTAR** *se regresa al cuadro de diálogo* **PARÁMETROS DE SOLVER.**

Ahora todo está listo para hacer clic en **RESOLVER** *y después de unos segundos Solver indicará loa resultados en las celdas* **A11 hasta D13**, *y en la celda* **F15** *aparecerá el valor mínimo de la función objetivo* **(Zmínimo).**

En el cuadro final **RESULTADOS DE SOLVER:**



Haga clic en **ACEPTAR** *y se visualizarán los resultados.*



	A	B	C	D	E	F
1	41	27	28	24	60	
2	40	29	50	23	15	
3	37	30	27	21	45	
4	20	30	30	40		
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11	0	**30**	**30**	0	60	
12	0	0	0	**15**	15	
13	**20**	0	0	**25**	45	
14						
15	20	30	30	40		**3260**

Los resultados de este ejercicio se leen de la siguiente manera:

- ***Del Origen 1 enviaré 30 unidades al Destino B (ruta o celda B11).***
- ***Del Origen 1 enviaré 30 unidades al Destino C (ruta o celda C11).***
- ***Del Origen 2 enviaré 15 unidades al Destino D (ruta o celda D12).***
- ***Del Origen 3 enviaré 20 unidades al Destino A (ruta o celda A13).***
- ***Del Origen 3 enviaré 25 unidades al Destino D (ruta o celda D13).***

El costo mínimo de trasporte para cumplir con todos los requerimientos de oferta y demanda será de:

$$Z_{mínimo} = 3.260,oo$$

Este procedimiento se realiza una sola vez y al guardar la información en el archivo correspondiente nos servirá para resolver cualquier problema de transporte de hasta tres orígenes y cuatro destino; simplemente tendrá que introducir los datos del nuevo problema de transporte y** pedir **a Solver** RESOLVER**. En caso de que la matriz de costos sea mayor a la de este problema se desplegará un nuevo modelo tomando como referencia lo explicado anteriormente.

Recordando la TABLA DE TRANSPORTE de la página 103, los resultados se mostrarán de la forma siguiente:

	Destino A	*Destino B*	*Destino C*	*Destino D*	***OFERTA***
Origen.1	41 0	27 **30**	28 **30**	24 0	60
Origen.2	40 0	29 0	50 0	23 **15**	15
Origen.3	37 **20**	30 0	27 0	21 **25**	45
DEMANDA	20	30	30	40	**Zmin = 3.260,oo**

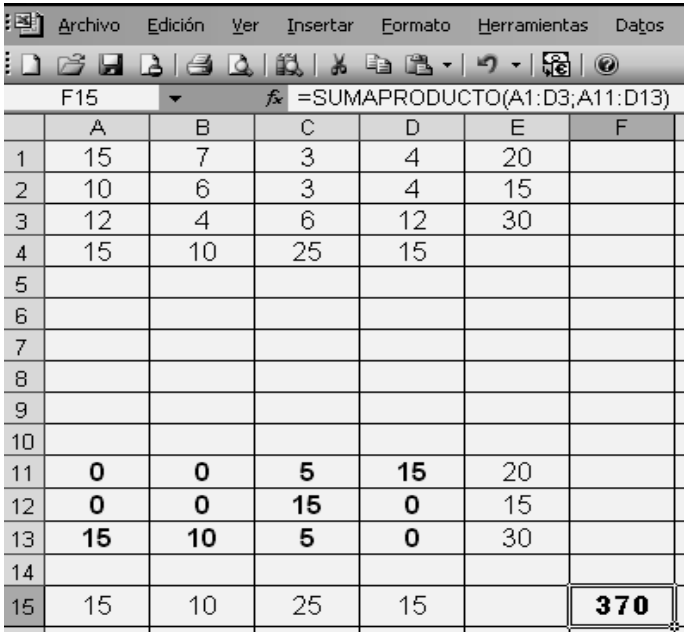
Verifique que se cumplió con los requerimientos de la oferta y la demanda que presentó el modelo.

Ejemplos:

Dada la siguiente matriz de costos unitarios de transporte, hacer las asignaciones necesarias para obtener la función objetivo más económica (Zmínima):

		Destino A	Dest. B	Dest.C	Dest.D	Oferta	
	Origen 1	15	7	3	4	20	
	Origen 2	10	6	3	4	15	
	Origen 3	12	4	6	12	30	
	Demanda	15	10	25	15		

SOLUCION:

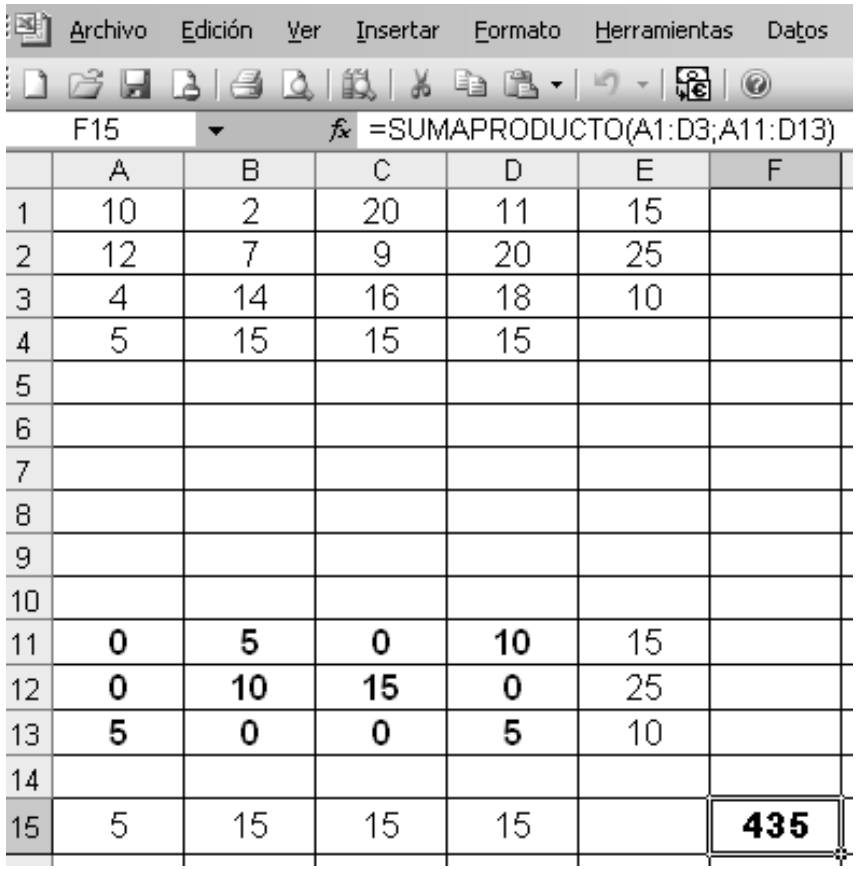


	Destino A	*Destino B*	*Destino C*	*Destino D*	***OFERTA***
Origen.1	15 0	7 0	3 **5**	4 **15**	20
Origen.2	10 0	6 0	3 **15**	4 0	15
Origen.3	12 **15**	4 **10**	6 **5**	12 0	30
DEMANDA	15	10	25	15	**Zmin = 370,oo**

Dada la siguiente matriz de costos unitarios de transporte, hacer las asignaciones necesarias para obtener la función objetivo más económica (Zmínima):

		Destino A	Dest. B	Dest.C	Dest.D	Oferta	
	Origen 1	10	2	20	11	15	
	Origen 2	12	7	9	20	25	
	Origen 3	4	14	16	18	10	
	Demanda	5	15	15	15		

Respuesta:



	A	B	C	D	E	F
1	10	2	20	11	15	
2	12	7	9	20	25	
3	4	14	16	18	10	
4	5	15	15	15		
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11	**0**	**5**	**0**	**10**	15	
12	**0**	**10**	**15**	**0**	25	
13	**5**	**0**	**0**	**5**	10	
14						
15	5	15	15	15		**435**

Problema de TRANSPORTE

Caso especial : OFERTA > DEMANDA

Dada la siguiente matriz de costos unitarios de transporte, hacer las asignaciones necesarias para obtener la función objetivo más económica (Zmínima):

		Destino A	Dest. B	Dest.C	Dest.D	Oferta	
	Origen 1	10	02	20	11	30	
	Origen 2	12	07	09	20	32	
	Origen 3	04	14	16	18	28	
	Demanda	05	15	15	15		

Respuesta:

Se nos ha indicado siempre que una de las condiciones del método de transporte es que la oferta sea igual a la demanda, en este caso notamos que:

30+32+28 = 90 > 5+15+15+15 = 50
OFERTA > DEMANDA

Aunque no se cumpla con la condición de igualdad indicada anteriormente, este problema puede ser resuelto utilizando un procedimiento similar al de los ejercicios anteriores. Podemos considerarlo como un problema de ***"PROGRAMACIÓN DE LA PRODUCCIÓN".***

La solución obtenida nos permitirá cumplir con las demandas actuales y visualizar los excedentes que pueden ser destinados a otros mercados o en caso extremo, las reducciones de producción que sean necesarias para balancear la oferta con la demanda.

Para la solución de este tipo de problema se procede en forma similar a lo explicado en el "problema tipo de transporte" con la excepción de la restricción de igualdad de "ofertas de la solución" = "ofertas del problema", que ahora será cambiada por la restricción "ofertas de solución" **< =** *"ofertas del problema". En otras palabras las "restricciones horizontales" del modelo matemático serán del tipo* ***"<="*** *y no del tipo* ***"="*** *como sucede en el método de transporte.*

Introduzca los datos de la matriz de costos unitario en la hoja de cálculo. Se recomienda identificar las filas y las columnas del problema de la misma forma como aparece en Excel (filas con números y columnas con letras) para facilitar la introducción de los datos.

- *Los costos unitarios abarcarán las filas 1,2 y 3 y las columnas A,B,C y D.*
- *En la columna E (celdas E1, E2 y E3) introduzca los datos de la oferta.*
- *En la fila 4 (celdas A4, B4, C4 y D4) introduzca los datos de la demanda.*
- *En las filas 11, 12 y 13, desde la columna A hasta la D, coloque "ceros". En estas celdas se reflejarán las soluciones de cada "ruta" una vez aplicado el comando SOLVER.*

Ahora proceda a incluir las fórmulas en las celdas de referencia (estas celdas son de libre escogencia, lo importante es que los datos relacionen la información de las rutas de solución).

- *Celda A15* ***=SUMA(A11:A13)***
- *Celda B15* ***=SUMA(B11:B13)***
- *Celda C15* ***=SUMA(C11:C13)***
- *Celda D15* ***=SUMA(D11:D13)***

Estas celdas reflejarán como quedan cubiertas las demandas que se cumplen en cada uno de los destinos A, B, C y D, una vez aplicada la solución.

- *Celda E11* ***=SUMA(A11:D11)***
- *Celda E12* ***=SUMA(A12:D12)***
- *Celda E13* ***=SUMA(A13:D13)***

Estas celdas reflejarán las ofertas entregadas de cada uno de los orígenes 1, 2 y 3, una vez aplicada la solución.

Por último escojo una celda donde se reflejará la función objetivo.

En dicha celda se incluirá la fórmula de la sumatoria de los productos de cada costo unitario multiplicado por la asignación de cada "ruta".

En nuestro caso hemos escogido ***F15****. La fórmula será:*

- *Celda F15* ***=SUMAPRODUCTO(A1:D3;A11:D13)***

En este momento hemos introducido todos los datos necesarios en la hoja de cálculo.

Si coloco cualquier valor en las celdas de resultados (desde A11 hasta D13) en la celda F15 aparecerá el valor que adquiere la función objetivo (Z) para esa asignación.

Para calcular el valor de Z mínimo, se utiliza una herramienta que incluye Excel llamada " SOLVER".

Para correr el Solver se elige ***¨SOLVER"*** *en el menú* ***"Herramientas".***

En caso de que su computador no muestre en el menú "Herramientas" el comando "Solver", busque en dicho menú el comando ***"Complementos"*** *e instale "Solver".*

Una vez instalado haga clic en ***"Solver"*** *y se mostrará un cuadro de diálogo* ***"Parámetros de Solver".***

Antes de que "Solver" pueda resolver el problema, necesita conocer con exactitud, donde se localizan los componentes del modelo en la hoja de cálculo. ***Es posible escribir las direcciones de las celdas o hacer clic en ellas.***

En el espacio superior izquierdo del cuadro de diálogo mostrado, donde se solicita la ***celda objetivo*** *coloque* ***$F$15.***

En los círculos blancos donde se solicita el ***"valor de la celda objetivo"*** *indique* ***"Mínimo"*** *por tratarse de un problema de transporte y lo que se busca es el costo menor (haga clic sobre la palabra mínimo).*

En el espacio central izquierdo, donde se solicita ***"cambiando las celdas"*** *indique las celdas donde se propuso anteriormente que se mostraran los resultados de cada ruta. En este caso son las celdas A11 hasta D13, coloque* ***$A$11:$D$13.***

*En el espacio en blanco, en la parte inferior izquierda, **"Sujetas a las siguientes Restricciones"** indique las restricciones o condiciones del problema, para lo cual haga clic en **"Agregar".***

*En este momento aparecerá en la pantalla el cuadro de diálogo **"Agregar Restricción".** Coloque:*

$A$15:$D$15 = $A$4:$D$4

Se le está ordenando al programa que la demanda cubierta debe ser igual a la solicitada, en otras palabras debo cubrir los requerimientos del cliente.

*Haga clic en **"Aceptar**". Regresará en la pantalla el cuadro "**Parámetros de Solver**", vuelva a hacer clic en **"Agregar**" y volverá a aparecer "**Agregar Restricción",** coloque ahora:*

$E$11:$E$13 < = $E$1:$E$3

Se le está ordenando al programa que la oferta entregada debe ser menor a la ofrecida. Tengo más de lo que solicitaron.

*Haga clic en **"Aceptar**.*

Ahora el cuadro de diálogo resume el modelo completo.

*Antes de pedir a ¨Solver" que resuelva el modelo, se elige el botón **"Opciones"** y aparecerá el cuadro de diálogo **"Opciones de Solver".***

*Este cuadro permite especificar las opciones para resolver el modelo. Lo más importante son las opciones **"Adoptar Modelo Lineal"** y **"Asumir no negatividad"** (asegúrese de hacer clic sobre ellos).*

*Con un clic en **"Aceptar"** se regresa al cuadro de diálogo **"Parámetros de Solver".***

*Ahora todo está listo para hacer clic en **"Resolver"** y después de unos segundos Solver indicará los resultados en las celdas A11 hasta D13, y en la celda objetivo (F15) aparecerá el valor mínimo de la función objetivo (Zmín).*

Archivo Edición Ver Insertar Formato Herramientas Datos

F15 =SUMAPRODUCTO(A1:D3;A11:D13)

	A	B	C	D	E	F
1	10	2	20	11	30	
2	12	7	9	20	32	
3	4	14	16	18	28	
4	5	15	15	15		
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11	**0**	**15**	**0**	**15**	30	
12	**0**	**0**	**15**	**0**	15	
13	**5**	**0**	**0**	**0**	5	
14						
15	5	15	15	15		**350**

Los resultados de este ejercicio se "leen" de la siguiente manera:

- *Del Origen 1 enviaré **15** unidades al Destino B (ruta o celda **B11**).*
- *Del Origen 1 enviaré **15** unidades al Destino D (ruta o celda **D11**)*
- *Del Origen 2 enviaré **15** unidades al Destino C (ruta o celda **C12**).*
- *Del Origen 3 enviaré **5** unidades al Destino A (ruta o celda **A13**).*

Verificando que se cumplió con la oferta:

- *Origen 1:*

A11+B11+C11+D11 = E11 < = E1

O + 15 + 0 + 15 = 30 < = 30

- *Origen 2:*

A12+B12+C12+D12 = E12 <= E2

0 + 0 + 15 + 0 = 15 <= 32

*(32-15 = 17 = **Oferta excedente en Origen 2**)*

- *Origen 3:*

$$A13+B13+C13+D13 = E13 \quad <= E3$$

$$5 + 0 + 0 + 0 = 5 \quad <= 28$$

(28-5 = 23 = ***Oferta excedente en Origen 3****)*

Verificando que se cumplió con la demanda:

- *Destino A:*

$$A11+A12+A13 = A4 = A15$$
$$0 + 0 + 5 = 5 = 5$$

- *Destino B:*

$$B11+B12+B13 = B4 = B15$$
$$15 + 0 + 0 = 15 = 15$$

- *Destino C:*

$$C11+C12+C13 = C4 = C15$$
$$0 + 15 + 0 = 15 = 15$$

- *Destino D:*

$$D11+D12+D13 = D4 = D15$$
$$15 + 0 + 0 = 15 = 15$$

El costo mínimo para cumplir con todos los requerimientos de oferta será de:

$$Z_{mín} = 350{,}00$$

Nota: Cuando se habla de "restricciones horizontales" nos referimos a las generadas por la oferta ya que las mismas están indicadas en las filas "horizontales". "Restricciones verticales" llamamos a las generadas por la demanda ya que las mismas están indicadas en las columnas "verticales".

Problema de TRANSPORTE

Caso especial : OFERTA < DEMANDA

Dada la siguiente matriz de costos unitarios de transporte, hacer las asignaciones necesarias para obtener la función objetivo más económica (Zmínima):

		Destino A	Dest. B	Dest.C	Dest.D	Oferta	
	Origen 1	15	07	03	04	20	
	Origen 2	10	08	03	04	15	
	Origen 3	12	04	06	12	30	
	Demanda	20	13	27	19		

Respuesta:

Se nos ha indicado siempre que una de las condiciones del método de transporte es que la oferta sea igual a la demanda, en este caso notamos que:

$$20+15+30= 65 \quad < \quad 20+13+27+19 = 79$$

OFERTA < DEMANDA

Aunque no se cumpla con la condición de igualdad indicada anteriormente, este problema puede ser resuelto utilizando un procedimiento similar al de los ejercicios anteriores. Podemos considerarlo como un problema de ***"PROGRAMACIÓN DE LA PRODUCCIÓN".***

La solución obtenida nos permitirá visualizar las necesidades de producción que tiene la empresa.

Para la solución de este tipo de problema se procede en forma similar a lo explicado en el "problema tipo de transporte" con la excepción de la restricción de igualdad de "demandas de la solución" = "demandas del problema", que ahora será cambiada por la restricción "demandas de solución" < = "demandas del problema". En otras palabras las "restricciones verticales" del modelo matemático serán del tipo ***"<="*** *y no del tipo* ***"="*** *como sucede en el método de transporte.*

Introduzca los datos de la matriz de costos unitario en la hoja de cálculo. Se recomienda identificar las filas y las columnas del problema de la misma forma como aparece en Excel (filas con números y columnas con letras) para facilitar la introducción de los datos.

- *Los costos unitarios abarcarán las filas 1,2 y 3 y las columnas A,B,C y D.*
- *En la columna E (celdas E1, E2 y E3) introduzca los datos de la oferta.*
- *En la fila 4 (celdas A4, B4, C4 y D4) introduzca los datos de la demanda.*
- *En las filas 11, 12 y 13, desde la columna A hasta la D, coloque "ceros". En estas celdas se reflejarán las soluciones de cada "ruta" una vez aplicado el comando SOLVER.*

Ahora proceda a incluir las fórmulas en las celdas de referencia (estas celdas son de libre escogencia, lo importante es que los datos relacionen la información de las rutas de solución).

- *Celda A15* ***=SUMA(A11:A13)***
- *Celda B15* ***=SUMA(B11:B13)***
- *Celda C15* ***=SUMA(C11:C13)***
- *Celda D15* ***=SUMA(D11:D13)***

Estas celdas reflejarán como quedan cubiertas las demandas que se cumplen en cada uno de los destinos A, B, C y D, una vez aplicada la solución.

- *Celda E11* ***=SUMA(A11:D11)***
- *Celda E12* ***=SUMA(A12:D12)***
- *Celda E13* ***=SUMA(A13:D13)***

Estas celdas reflejarán las ofertas entregadas de cada uno de los orígenes 1, 2 y 3, una vez aplicada la solución.

Por último escojo una celda donde se reflejará la función objetivo.

En dicha celda se incluirá la fórmula de la sumatoria de los productos de cada costo unitario multiplicado por la asignación de cada "ruta".

En nuestro caso hemos escogido ***F15****. La fórmula será:*

- *CeldaF15* ***=SUMAPRODUCTO(A1:D3;A11:D13)***

En este momento hemos introducido todos los datos necesarios en la hoja de cálculo.

Si coloco cualquier valor en las celdas de resultados (desde A11 hasta D13) en la celda F15 aparecerá el valor que adquiere la función objetivo (Z) para esa asignación.

Para calcular el valor de Z mínimo, se utiliza una herramienta que incluye Excel llamada " SOLVER".

Para correr el Solver se elige ***¨SOLVER"*** *en el menú* ***"Herramientas".***

En caso de que su computador no muestre en el menú "Herramientas" el comando "Solver", busque en dicho menú el comando ***"Complementos"*** *e instale "Solver".*

Una vez instalado haga clic en ***"Solver"*** *y se mostrará un cuadro de diálogo* ***"Parámetros de Solver".***

Antes de que "Solver" pueda resolver el problema, necesita conocer con exactitud, donde se localizan los componentes del modelo en la hoja de cálculo. ***Es posible escribir las direcciones de las celdas o hacer clic en ellas.***

En el espacio superior izquierdo del cuadro de diálogo mostrado, donde se solicita la ***celda objetivo*** *coloque* ***$F$15.***

En los círculos blancos donde se solicita el ***"valor de la celda objetivo"*** *indique* ***"Mínimo"*** *por tratarse de un problema de transporte y lo que se busca es el costo menor (haga clic sobre la palabra mínimo).*

En el espacio central izquierdo, donde se solicita ***"cambiando las celdas"*** *indique las celdas donde se propuso anteriormente que se mostraran los resultados de cada ruta. En este caso son las celdas A11 hasta D13, coloque* ***$A$11:$D$13.***

*En el espacio en blanco, en la parte inferior izquierda, **"Sujetas a las siguientes Restricciones"** indique las restricciones o condiciones del problema, para lo cual haga clic en **"Agregar".***

*En este momento aparecerá en la pantalla el cuadro de diálogo **"Agregar Restricción".** Coloque:*

$A$15:$D$15 < = $A$4:$D$4

Se le está ordenando al programa que la demanda cubierta debe ser menor o igual a la solicitada, en otras palabras debo cubrir parcialmente los requerimientos del cliente (no tengo capacidad de producción necesaria).

*Haga clic en **"Aceptar**". Regresará en la pantalla el cuadro "**Parámetros de Solver**", vuelva a hacer clic en **"Agregar**" y volverá a aparecer "**Agregar Restricción",** coloque ahora:*

$E$11:$E$13 = $E$1:$E$3

*Se le está ordenando al programa que la oferta entregada debe ser igual a la ofrecida. Tengo menos de lo que solicitaron. Haga clic en **"Aceptar.** Ahora el cuadro de diálogo resume el modelo completo.*

*Antes de pedir a ¨Solver" que resuelva el modelo, se elige el botón **"Opciones"** y aparecerá el cuadro de diálogo **"Opciones de Solver".** Este cuadro permite especificar las opciones para resolver el modelo. Lo más importante son las opciones **"Adoptar Modelo Lineal"** y **"Asumir no negatividad"** (asegúrese de hacer clic sobre ellos).*

*Con un clic en **"Aceptar"** se regresa al cuadro de diálogo **"Parámetros de Solver".***

*Ahora todo está listo para hacer clic en **"Resolver"** y después de unos segundos Solver indicará los resultados en las celdas A11 hasta D13, y en la celda objetivo (F15) aparecerá el valor mínimo de la función objetivo (Zmín).*

Archivo Edición Ver Insertar Formato Herramientas Datos

F15 =SUMAPRODUCTO(A1:D3;A11:D13)

	A	B	C	D	E	F
1	15	7	3	4	20	
2	10	8	3	4	15	
3	12	4	6	12	30	
4	20	13	27	19		
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11	**0**	**0**	**1**	**19**	20	
12	**0**	**0**	**15**	**0**	15	
13	**6**	**13**	**11**	**0**	30	
14						
15	6	13	27	19		**314**

MODELO DE ASIGNACIÓN

El **problema de asignación** *es un tipo especial de problema de programación lineal en el que los* **asignados** *son recursos destinados a la realización de* **tareas.** *Por ejemplo, los asignados pueden ser empleados a quienes se tiene que dar trabajo. La asignación de personas a trabajos es una aplicación común del problema de asignación. Sin embargo, los asignados no tienen que ser personas. También pueden ser maquinas, vehículos o plantas.*

En definitiva la formulación de un problema de asignación puede considerarse como un caso especial del Modelo de Transporte y para su solución podemos utilizar procedimientos similares a los explicados en las páginas anteriores.

Problema de ASIGNACIÓN

(ASIGNACIÓN DE RECURSOS)

CASO ESPECIAL : Cuando se conoce demanda mínima necesaria y demanda máxima solicitada.

***(Ejemplo con un origen ficticio. Página 362. Lieberman. 7ma edición)**: El DISTRITO METRO es una dependencia que administra la distribución de agua en cierta región geográfica grande. La región es bastante árida, por lo que el distrito debe comprar y traer agua desde fuera de ella. Las fuentes de esta agua importada son los ríos 1, 2 y 3. El distrito revende el agua a los usuarios de la región. Sus clientes principales son los departamentos de agua de las ciudades A, B, C y D.*

Es posible hacer llegar agua a cualquiera de estas ciudades desde cualquiera de los tres ríos, con la excepción de que no hay forma de abastecer a la ciudad "D" con agua del río "3". Sin embargo, dada la distribución geográfica de los acueductos y las ciudades en la región, el costo del abastecimiento para el distrito depende tanto de la fuente como de la ciudad a la que abastece. En la tabla siguiente se dan los costos variables por acre-pie de agua para cada combinación de río y ciudad. A pesar de estas variaciones, el precio que el distrito cobra por acre-pie es independiente de la fuente de agua y es el mismo para todas las ciudades.

		Cdad A	Cdad. B	Cdad.C	Cdad.D	Recursos	
	Río 1	16	13	22	17	50	
	Río 2	14	13	19	15	60	
	Río 3	19	20	23	NO	50	
	Mín.necesario	30	70	0	10		
	Solicitado	50	70	30	infinito		

*La administración del distrito tiene que resolver el problema de cómo asignar el agua disponible durante el próximo verano. En la columna del lado derecho de la tabla se dan las cantidades disponibles en los tres ríos, en unidades de un millón de acres-pie. El distrito se compromete a proporcionar una cantidad mínima para cumplir con las necesidades esenciales de cada ciudad (con la excepción de la ciudad "C", que tiene una fuente independiente de agua); estas necesidades mínimas se muestran en la tabla. La fila de **solicitado** indica que la ciudad "B" no quiere más agua que la que cubre sus necesidades mínimas, pero la ciudad "A" compraría hasta 20 más, la ciudad "C" hasta 30 más y la ciudad "D" compraría toda la que pudiera obtener.*

La administración desea asignar toda el agua disponible de los tres ríos de manera que por lo menos se cumpla con las necesidades mínimas de cada ciudad y al mismo tiempo minimizar los costos.

Respuesta:

Tomando en cuenta que los resultados se van a indicar en una tabla similar a la siguiente:

A1	***B1***	***C1***	***D1***
A2	***B2***	***C2***	***D2***
A3	***B3***	***C3***	***D3***

El Modelo matemático se expresará como:

Primero defino la función objetivo:

MINIMIZAR

$$Z = 16\,A1 + 13\,B1 + 22\,C1 + 17\,D1 + 14\,A2 + 13\,B2 + 19\,C2 + 15\,D2 + 19\,A3 + 20\,B3 + 23\,C3 + 0\,D3$$

Al comparar la oferta (50+60+50 = 160) con la demanda mínima necesaria (30+70+10 = 110) noto que la primera es mayor que la segunda.

Al comparar la oferta con la demanda solicitada (50+70+30+infinito) noto que la segunda es mayor que la primera.

Tomando en cuenta los dos aspectos anteriores podemos concluir que tenemos unos recursos que son superiores a la demanda mínima necesaria e inferiores a lo solicitado, lo que nos permitirá cumplir con lo mínimo necesario (> =) pero no cubre la totalidad de lo solicitado (< =). Luego las restricciones quedarán expresadas como:

- Recursos con que se cuenta:

$$A1 + B1 + C1 + D1 = 50 \quad (1)$$
$$A2 + B2 + C2 + D2 = 60 \quad (2)$$
$$A3 + B3 + C3 + D3 = 50 \quad (3)$$

- Se puede cubrir más de lo mínimo necesario:

$$A1 + A2 + A3 >= 30 \quad (4)$$
$$B1 + B2 + B3 >= 70 \quad (5)$$
$$C1 + C2 + C3 >= 0 \quad (6)$$
$$D1 + D2 + D3 >= 10 \quad (7)$$

- No se puede cubrir todo lo solicitado:

$$A1 + A2 + A3 <= 50 \quad (8)$$
$$B1 + B2 + B3 <= 70 \quad (9)$$
$$C1 + C2 + C3 <= 30 \quad (10)$$
$$D1 + D2 + D3 <= Infinito \quad (11)$$

- Como no se puede suministrar agua desde el río 3 a la ciudad D:

$$D3 = 0 \quad (12)$$

Una vez elaborado el modelo matemático, el último paso consiste en desplegarlo en la hoja de cálculo e inmediatamente obtendremos los resultados.

Microsoft Excel - MÉTODO DE TRANSPORTE

Archivo Edición Ver Insertar Formato Herramientas Datos

F15 =SUMAPRODUCTO(A1:D3;A11:D13)

	A	B	C	D	E	F
1	16	13	22	17	50	
2	14	13	19	15	60	
3	19	20	23	NO	50	
4	30	70	0	10	<--- Demanda mínima	
5						
6	50	70	30	∞	<--- Demanda máxima	
7						
8						
9						
10						
11	**0**	**50**	**0**	**0**	50	
12	**0**	**20**	**0**	**40**	60	
13	**50**	**0**	**0**	**0**	50	
14						
15	50	70	0	40		**2460**

Se enviarán 50 unidades desde el río 1 a la ciudad 2, desde el río 2 se enviarán 20 unidades a la ciudad 2 y 40 a la ciudad 4, desde el río 3 se enviarán 50 unidades a la ciudad 1. No se enviará nada a la ciudad 3. El costo total de envío = 2.460 millones.

Nota: *En las celdas donde se indica **"∞"** coloque cualquier número elevado (por ejemplo 999999) de lo contrario el computador no podrá suministrar los resultados.*

EJERCICIO DE ASIGNACION

(pág. 399. Lieberman):

ASIGNACIÓN DE PERSONAS A UNA ACTIVIDAD

El entrenador de un equipo de natación debe asignar competidores para la prueba de 200 metros de relevo combinado que irán a las Olimpiadas Juveniles. Como muchos de sus mejores nadadores son rápidos en más de un estilo, no es fácil decidir que nadador asignar a cada uno de los cuatro estilos. Los cinco mejores nadadores y sus mejores tiempos (en segundos) en cada estilo son los siguientes:

Tipo de nado	Carlos	Cristina	David	Antonio	José
Dorso	*37,7*	*32,9*	*33,8*	*37,0*	*35,4*
Pecho	*43,4*	*33,1*	*42,2*	*34,7*	*41,8*
Mariposa	*33,3*	*28,5*	*38,9*	*30,4*	*33,6*
Libre	*29,2*	*26,4*	*29,6*	*28,5*	*31,1*

*El entrenador quiere determinar como asignar cuatro nadadores a los cuatro estilos de nado para **minimizar** la suma de los mejores tiempos correspondientes.*

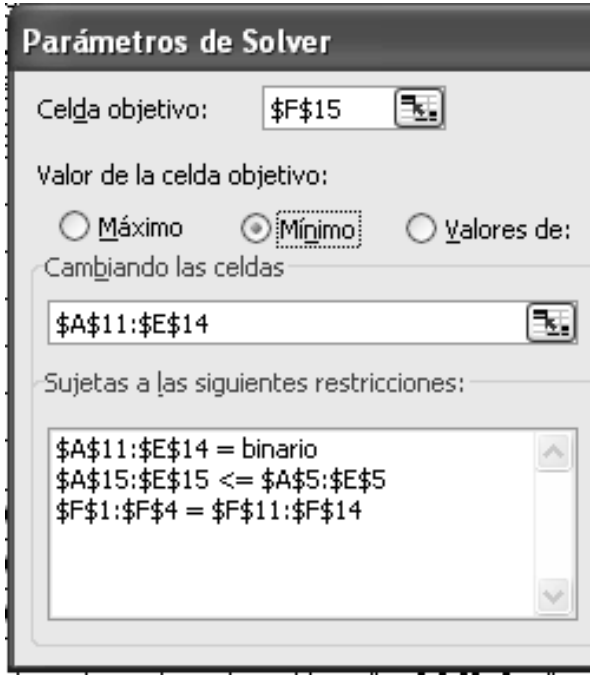
Respuesta:

Al analizar el problema y enfocar el modelo matemático notaremos que se trata de un problema similar al de transporte donde debo asignar 4 nadadores de 5 existentes en 4 estilos.

*Los estilos serán siempre 4 pero de 5 nadadores debo escoger 4, por lo tanto las "restricciones verticales" serán del tipo **< = 1** y las "restricciones horizontales" serán del tipo **= 1**.*

La consideración anterior me obliga a agregar una restricción para que las incógnitas sean "binarias".

El modelo definitivo será:



La hoja de cálculo con los datos del problema y la solución se muestra a continuación:

Archivo Edición Ver Insertar Formato Herramientas Datos

F15 =SUMAPRODUCTO(A1:E4;A11:E14)

	A	B	C	D	E	F
1	37,7	32,9	33,8	37	35,5	1
2	43,3	33,1	42,2	34,7	41,8	1
3	33,3	28,5	38,9	30,4	33,6	1
4	29,2	26,4	29,6	28,5	31,1	1
5	1	1	1	1	1	
6						
7						
8						
9						
10						
11	**0**	**0**	**1**	**0**	**0**	1
12	**0**	**0**	**0**	**1**	**0**	1
13	**0**	**1**	**0**	**0**	**0**	1
14	**1**	**0**	**0**	**0**	**0**	1
15	1	1	1	1	0	**126,2**

Los resultados se leerán:

- *Carlos nadará estilo libre (29,2).*
- *Cristina nadará estilo mariposa (28,5)*
- *David nadará estilo dorso (33,8).*
- *Antonio nadará estilo pecho (34,7)*
- *José no competirá.*

*El tiempo mínimo de la combinación propuesta será de **126,2 segundos**.*

No existe otra combinación con menor tiempo que la señalada anteriormente.

EJERCICIO DE ASIGNACION

(pág. 382. Lieberman):
ASIGNACIÓN DE MAQUINAS A LOCALIDAD

La JSC compró tres máquinas nuevas de diferentes tipos. Existen cuatro sitios disponibles dentro del taller en donde se podría instalar una máquina. Algunos de ellos son más adecuados que otros para ciertas máquinas en particular por su cercanía a los centros de trabajo. El objetivo es asignar las nuevas máquinas a los lugares disponibles de manera que se minimice el costo total del manejo de materiales. En la tabla siguiente se proporciona el costo estimado por unidad de tiempo del manejo de los materiales en cuestión, con cada una de las máquinas en los sitios respectivos. El lugar 2 no se considera adecuado para la máquina 2 por lo que no se da un costo para ese caso.

		Localidad			
		1	2	3	4
Máquina	1	13	16	12	11
	2	15	—	13	20
	3	5	7	10	6

Respuesta:

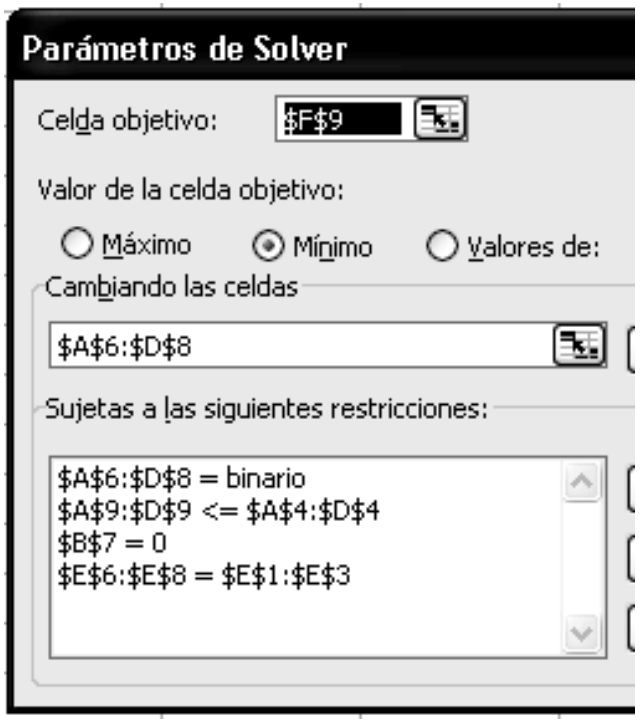
Al analizar el problema y enfocar el modelo matemático notaremos que se trata de un problema similar al de transporte donde debo asignar 3 máquinas a 4 localidades o sitios posibles.

	A	B	C	D	E	F
1	13	16	12	11	**1**	
2	15	NO	13	20	**1**	
3	5	7	10	6	**1**	
4	**1**	**1**	**1**	**1**		
5						
6	**0**	**0**	**0**	**0**	0	
7	**0**	**0**	**0**	**0**	0	
8	**0**	**0**	**0**	**0**	0	
9	0	0	0	0		**0**
10						

*Las "restricciones verticales" serán del tipo **< = 1** y las "restricciones horizontales" serán del tipo **= 1**.*

La consideración anterior me obliga a agregar una restricción para que las incógnitas sean "binarias".

El hecho de que el lugar 2 no se considera adecuado para la máquina 2 me obliga a que "ordene" a SOLVER que en la casilla o celda B7 el resultado sea igual a cero (no debe formar parte de la solución).



La hoja de cálculo con los datos del problema y la solución se muestra a continuación:

	A	B	C	D	E	F
1	13	16	12	11	**1**	
2	15	NO	13	20	**1**	
3	5	7	10	6	**1**	
4	**1**	**1**	**1**	**1**		
5						
6	**0**	**0**	**0**	**1**	1	
7	**0**	**0**	**1**	**0**	1	
8	**1**	**0**	**0**	**0**	1	
9	1	0	1	1		**29,00**
10						

Las asignaciones reales son: la máquina 1 al lugar 4, la 2 al lugar 3 y la 3 al lugar 1. Generando un costo total por unidad de tiempo de 29,00.

Problema de ASIGNACION
(REPARTICIÓN DE UNA HERENCIA)

Usted es el asesor económico del Tribunal de Distrito, el Juez titular le encomienda dividir la siguiente herencia:

- ***Siete (7) casas de 15 millones cada una.***
- ***Siete (7) casas de 30 millones cada una.***
- ***Siete (7) casas de 45 millones cada una-***

La herencia tiene que ser repartida entre tres (3) herederos con la condición de que a cada uno le correspondan siete (7) casas y un valor equitativo (el valor total de las siete casas debe ser igual para cada heredero).

¿ Como distribuiría la herencia ?

Respuesta:

Llevando estos datos a una tabla puedo visualizar mejor el problema:

	Casa 15 MM	Casa 30 MM	Casa 45 MM
Heredero 1	**A1**	**B1**	**C1**
Heredero 2	**A2**	**B2**	**C2**
Heredero 3	**A3**	**B3**	**C3**

Identificando las variables de decisión en base a la tabla anterior:

A1 *= Cantidad de casas de 15 millones que le "tocan" al heredero 1.*
A2 *= Cantidad de casas de 15 millones que le "tocan" al heredero 2.*
A3 *= Cantidad de casas de 15 millones que le "tocan" al heredero 3.*

B1 *= Cantidad de casas de 30 millones que le "tocan" al heredero 1.*
B2 *= Cantidad de casas de 30 millones que le "tocan" al heredero 2.*
B3 *= Cantidad de casas de 30 millones que le "tocan" al heredero 3.*

C1 *= Cantidad de casas de 45 millones que le "tocan" al heredero 1.*
C2 *= Cantidad de casas de 45 millones que le "tocan" al heredero 2.*
C3 *= Cantidad de casas de 45 millones que le "tocan" al heredero 3.*

Construcción del modelo matemático:

MAXIMIZAR

$$Z = 15\,(A1+A2+A3) + 30\,(B1+B2+B3) + 45(C1+C2+C3)$$

Sujeta A las siguientes restricciones:

A cada heredero debo asignar siete (7) casas:

$$A1 + B1 + C1 = 7 \qquad (1)$$

$$A2 + B2 + C2 = 7 \qquad (2)$$

$$A3 + B3 + C3 = 7 \qquad (3)$$

Se deben "repartir" siete (7) casas de 15, siete de 30 y 7 de 45 millones cada una:

$$A1 + A2 + A3 = 7 \qquad (4)$$

$$B1 + B2 + B3 = 7 \qquad (5)$$

$$C1 + C2 + C3 = 7 \qquad (6)$$

La herencia tiene que ser repartida equitativamente: (la suma de la cantidad de casas asignadas a cada heredero deben ser iguales y tener el mismo precio total):

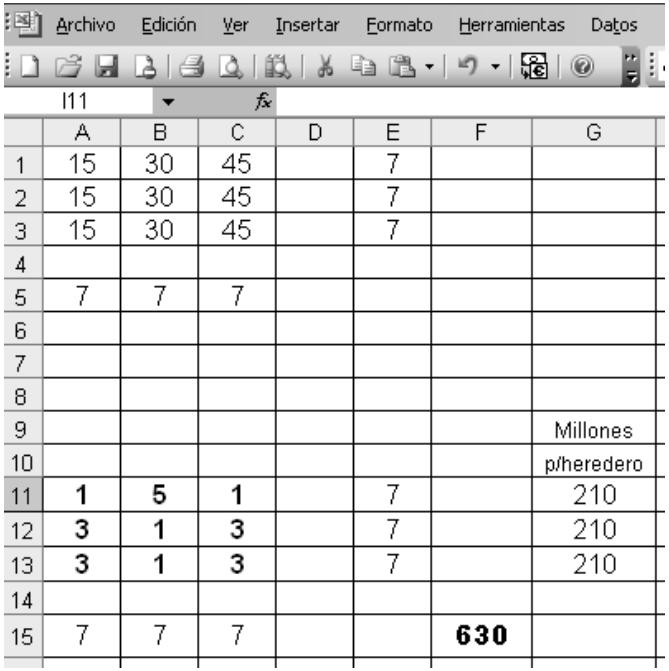
$$15\,A1 + 30\,B1 + 45\,C1 = 15\,A2 + 30\,B2 + 45\,C2 \qquad (7)$$

$$15\,A1 + 30\,B1 + 45\,C1 = 15\,A3 + 30\,B3 + 45\,C3 \qquad (8)$$

Al desplegar este modelo matemático en la hoja de cálculo debo tener presente ***que son casas que se van a "repartir" a personas*** *y por lo tanto es un problema de PROGRAMACIÓN LINEAL ENTERA.*

Utilizando el método de transporte, incluyendo la restricción de que los resultados sean números enteros positivos, obtendremos alguna de las seis soluciones posibles.

- Solución 1:



	A	B	C	D	E	F	G
1	15	30	45		7		
2	15	30	45		7		
3	15	30	45		7		
4							
5	7	7	7				
6							
7							
8							
9							Millones
10							p/heredero
11	**1**	**5**	**1**		7		210
12	**3**	**1**	**3**		7		210
13	**3**	**1**	**3**		7		210
14							
15	7	7	7			**630**	

- Solución 2:

2	3	2
2	3	2
3	1	3

- Solución 3:

2	3	2
3	1	3
2	3	2

- Solución 4:

3	1	3
1	5	1
3	1	3

-Solución 5:

3	1	3
3	1	3
1	5	1

- Solución 6:

3	1	3
2	3	2
2	3	2

Verifique que con estos resultados se cumplen todas las restricciones del problema.

Otras aplicaciones de la Programación Lineal

EL <<CUADRADO MÁGICO>>

Tomemos un cuadrado y dividámoslo en 9, 16, 25 o más cuadrados iguales, que llamaremos casillas.

En cada una de esas casillas coloquemos un número entero. La figura obtenida será un **cuadrado mágico** cuando la suma de los números que figuran en cada columna, cada fila y cada diagonal, sea siempre la misma. Ese resultado invariable se llama constante del cuadrado, y el número de casillas de una fila, módulo del mismo.

Los números que ocupan las diferentes casillas del cuadrado mágico deben ser todos diferentes y tomados en su orden natural.

Es imposible, sin embargo, construir un cuadrado mágico con cuatro casillas.

Cuando un cuadrado mágico presenta cierta propiedad, por ejemplo, la de poder descomponerse en varios cuadrados mágicos lleva el nombre de hipermágico.

Entre los cuadrados hipermágicos, podemos citar los diabólicos. Así se denominan los cuadrados que continúan siendo mágicos aunque se cambie una fila por una columna.

Con los conocimientos que hemos adquirido hasta este momento podemos construir el modelo matemático de un cuadrado mágico.
Construyamos un cuadrado e identifiquemos las incógnitas;

A1	B1	C1
A2	B2	C2
A3	B3	C3

La suma de las filas tienen que ser iguales:

$$A1+B1+C1 = A2+B2+C2 \qquad (1)$$
$$A1+B1+C1 = A3+B3+C3 \qquad (2)$$

La suma de las columnas tienen que ser iguales:

$$A1+A2+A3 = B1+B2+B3 \qquad (3)$$

$$A1+A2+A3 = C1+C2+C3 \qquad (4)$$

La suma de las diagonales tienen que ser iguales:

$$A1+B2+C3 = A3+B2+C1 \qquad (5)$$

Los números que ocupan las casillas del cuadrado deben ser todos diferentes.

$$Ai \text{ no es igual a } Bi \qquad (6)$$

$$Ai \text{ no es igual a } Ci \qquad (7)$$

$$Bi \text{ no es igual a } Ci \qquad (8)$$

En cada casilla se debe colocar un número entero positivo.

$$Ai\ ,\ Bi\ ,\ Ci >= 1 \text{ (entero)} \qquad (9)$$

Como son nueve casillas se deben utilizar los números del 1 al 9:

$$Ai\ ,\ Bi\ ,\ Ci <= 9 \qquad (10)$$

Desplegado este modelo en un programa de lenguaje matemático apropiado se obtendrá el siguiente resultado:

6	**1**	**8**
7	**5**	**3**
2	**9**	**4**

Verifique las resultados y comprobará que la constante del cuadrado mágico es ***15*** *y que se cumplen con todas las restricciones del modelo.*

<<LOS VASOS DE VINO>>

(Tomado de "El hombre que calculaba")

Un comerciante árabe quiere repartir entre tres de sus amigos 7 vasos vacíos, 7 vasos "medios" de vino y 7 vasos llenos de vino.

Quiere hacer la división de manera tal que cada amigo reciba la misma cantidad de vino y la misma cantidad de vasos. ¿ Cuantos vasos de cada tipo debe entregar a cada amigo.?

Respuesta:

La solución más "cómoda" que se nos ocurre consiste en verter la mitad del vino que contienen los vasos llenos en los vasos vacíos y al tener 21 vasos "medios" de vino el problema se reduce a entregar 7 de cada uno de estos vasos a cada amigo.

Obviando la lógica respuesta anterior y partiendo de la premisa de que la condición de los vasos debe quedar intacta, utilizaremos la Programación Lineal para solucionar el problema.

Como es un problema de "asignar" objetos (vasos) a personas, es lógico concluir que podemos utilizar el Método de Asignación (caso especial de Método de Transporte).

Inclusive si observamos el problema de la página 138 de este libro notaremos que es prácticamente el mismo, con la única diferencia que ahora serán vasos que se entregarán a amigos y no casas a herederos.

	Vasos vacíos	*Vasos medios*	*Vasos llenos*
Amigo 1	***A1***	***B1***	***C1***
Amigo 2	***A2***	***B2***	***C2***
Amigo 3	***A3***	***B3***	***C3***

En el modelo matemático se expresarán las restricciones de la siguiente forma:

A cada amigo se le deben entregar siete vasos:

$$A1 + B1 + C1 = 7 \qquad (1)$$

$$A2 + B2 + C2 = 7 \qquad (2)$$

$$A3 + B3 + C3 = 7 \qquad (3)$$

Se deben distribuir siete vasos de cada tipo:

$$A1 + A2 + A3 = 7 \qquad (4)$$

$$B1 + B2 + B3 = 7 \qquad (5)$$

$$C1 + C2 + C3 = 7 \qquad (6)$$

La cantidad de vino que reciba cada amigo debe ser la misma:

- *Cada vaso vacío contiene "0" cantidad de vino; Ai = 0*
- *Cada vaso "medio" contiene "0,50" cantidad de vino; Bi = 0,50*
- *Cada vaso lleno contiene "1" cantidad de vino; Ci = 1*

$$0\,A1 + 0{,}5\,B1 + 1\,C1 = 0\,A2 + 0{,}5\,B2 + 1C2 \qquad (7)$$

$$0\,A1 + 0{,}5\,B1 + 1\,C1 = 0\,A3 + 0{,}5\,B3 + 1C3 \qquad (8)$$

Al desplegar este modelo matemático en la hoja de calculo se obtendrá alguna de las seis soluciones posibles (ver página 141).

Por ejemplo:

	Vasos vacíos	Vasos medios	Vasos llenos
Amigo 1	**A1 = 3**	**B1 = 1**	**C1 = 3**
Amigo 2	**A2 =1**	**B2 = 5**	**C2 = 1**
Amigo 3	**A3 = 3**	**B3 = 1**	**C3 = 3**

Se debe entregar:

Amigo 1:
- *3 vasos vacíos,*
- *1 vaso "medio" de vino y*
- *3 vasos llenos de vino.*

Amigo 2:
- *1 vaso vacío,*
- *5 vasos "medios" de vino y*
- *1 vaso lleno de vino.*

Amigo 3:
- *3 vasos vacíos,*
- *1 vaso "medio" de vino y*
- *3 vasos llenos de vino.*
-

<<LA VENTA DE MANZANAS>>

(Tomado de "El hombre que calculaba")

Un comerciante debe entregar a sus tres hijas 90 manzanas para que las vendan.

- ***Fátima recibirá 50 manzanas,***
- ***Cunda recibirá 30 manzanas y***
- ***Siha recibirá 10 manzanas.***

Las tres hijas deben vender las manzanas al mismo precio y deben obtener la misma utilidad por la venta, bajo la siguiente condición de mercadeo:

Si Fátima vende una porción de 7 manzanas por 1 dólar y otra porción a 3 dólares por cada manzana, sus hermanas deben hacer lo mismo.

Respuesta:

Aunque el problema parece "imposible" solucionarlo, es bueno saber que con el enfoque correcto de "su" modelo matemático y el uso de las técnicas de programación lineal aprendidas, podemos lograrlo.

Repito: ***Lo importante es "construir" un buen modelo matemático y "dejar" que el computador nos "entregue" la solución.***

Analicemos el problema y paralelamente construyamos el modelo matemático:

- FÁTIMA venderá una porción "A" a 7 manzanas por $ 1 (1$ / 7 manzanas) y otra porción "B" a $ 3 cada manzana ($3 / manzana).

La utilidad de Fátima será:

$$Zf = (1/7)\,A + 3\,B$$

Sujeta a que tiene 50 manzanas:

$$A + B = 50$$

- CUNDA venderá una porción "C" y una porción "D" y debe tener la misma utilidad que Fátima:

La utilidad de Cunda será:

$$Zc = (1/7)\ C + 3\ D$$

Sujeta a que tiene 30 manzanas:

$$C + D = 30$$

- SIHA venderá una porción "E" y una porción "F " y debe tener la misma utilidad que sus dos hermanas:

$$Zs = (1/7)\ E + 3\ F$$

Sujeta a que tiene 10 manzanas:

$$E + F = 10$$

El modelo matemático quedará expresado como:

$$Z = A/7 + 3B = C/7 + 3D = E/7 + 3F$$

Sujeta a las siguientes restricciones:

$$A + B = 50 \qquad (1)$$

$$C + D = 30 \qquad (2)$$

$$E + F = 10 \qquad (3)$$

Al desplegar este modelo matemático en la hoja de cálculo obtendremos los siguientes resultados:

$$A = 49 \quad ; \quad B = 1$$

$$C = 28 \quad ; \quad D = 2$$

$$E = 7 \quad ; \quad F = 3$$

Comprobando resultados:

Fátima *vendió 49 manzanas a 7 por $ (49/7 = 7$) y la manzana que le quedó en $3; su utilidad fue entonces de* ***7 + 3 = $ 10..***

Cunda *vendió 28 manzanas a 7 por $ (28/7 = 4$) y las dos que le quedaron a $3 c/u (2x3 = 6$); su utilidad fue entonces de* ***4 + 6 = $ 10.***

SIHA *vendió 7 manzanas por $ 1 y las tres que le quedaron a $3 c/u (3x3 = 9$); su utilidad fue entonces de* ***1 + 9 = $ 10****.*

BIBLIOGRAFÍA:

Hillier-Lieberman*. INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES. Mac Graw Hill. Séptima edición. México.2001.*

Hernández Pérez Marisela. *PROGRAMACIÓN LINEAL. Textos ULA en Ciencias Básicas. Primera edición. Mérida-Venezuela. 1985.*

Polya G. *COMO PLANTEAR Y RESOLVER PROBLEMAS. Editorial Trillas. México. 1989.*

Taha Handy. *INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES. Sexta edición. México 2001.*