REVISTA COLOMBIANA DE FÍSICA, VOL. 38, No. 2, 2006

TIEMPO PROPIO es igual a **PERIODO PROPIO** en Relatividad General

Heber Gabriel Pico Jiménez MD[1,♦]
[1]*Medico Cirujano*
heberpico@hotmail.com
Calle 13 No.10-40 Cereté, Córdoba, Colombia
(Recibido el 19 de Diciembre del 2010; Aceptado xx de Nov.200x; Publicado xx de Dic. 200x)

RESUMEN

A través de la "L.U.E.D" este trabajo descubre la utilidad del concepto de Periodo Propio quien aparece como un ingrediente valioso, demasiado útil y además sobre quien se puede sustentar muy bien la noción de Tiempo Propio a la hora de aplicarlo, con toda la extensión de la palabra en la relatividad general. El Período Propio en relatividad general fácilmente se puede asociar con el período de oscilación de una onda gravitatoria, que sería el tiempo empleado por la misma en completar una longitud de onda gravitacional.

Palabras claves: Tiempo propio, Velocidad de Escape, Horizonte de Sucesos, Agujeros Negros, Masa Imaginaria, Doppler Transversal, Masa Aparente, Gravedad Cuántica, Doppler Relativista, Dilatación gravitacional del Tiempo.

ABSTRACT

Through the "L.U.E.D" this work discovers the utility of the concept of period own who appears as a valuable, too useful ingredient, and also about whom you can sustain very well own weather for apply it, with the extension of the word in general relativity notion. You can easily associate period own in general relativity with the period of oscillation of a gravitational wave, which would be the time spent by the same complete gravitational wave length.

Key Words: Proper time, escape speed, event horizon, black holes, mass imaginary, Transversal Doppler, apparent mass, quantum gravity, relativistic Doppler, gravitational time dilation.

1. INTRODUCCIÓN

Queremos iniciar la introducción de este artículo definiendo primero el significado de L.U.E.D. son precisamente las iniciales que pertenecen a la "Ley Universal del Efecto Doppler".

♦ Email: *heberpico@hotmail.com*

En esta corta introducción vamos a hacer una referencia rápida de lo que actualmente está aceptado en la comunidad científica, según lo indica la enciclopedia libre de Wikipedia en el cálculo de la velocidad de escape en los cuerpos masivos.

Para calcular la velocidad de escape, se usan las siguientes formulas relacionadas con la energía cinética y potencial[1]:

$$E_c = \frac{m v^2}{2} \quad (1) \qquad\qquad E_p = -\frac{GM.m}{r} \quad (2)$$

Donde E_c es la energía cinética, m es la masa del proyectil, v es la velocidad de escape, Ep es la energía potencial, G es la constante de gravitación universal, M es la masa cuerpo másico y r es el radio del cuerpo masivo.

El principio de conservación de la energía, al que imponemos la condición de que el objeto se aleje hasta una distancia infinita y quede en reposo[1]:

$$\frac{m v_e^2}{2} - \frac{GM.m}{r} = 0 \quad (3) \qquad\qquad v_e = \sqrt{\frac{2GM}{r}} \quad (4)$$

Donde v_e es la velocidad de escape, G es la constante de gravitación universal, M es la masa del astro, m es la masa del proyectil y r es radio del astro

Notas: [1]Wikipedia, velocidad de escape.

2. DESARROLLO DEL TEMA.

La "Ley universal del efecto Doppler" L.U.E.D. dice "La relación entre el cuadrado de la frecuencia emitida y percibida, más la relación de los cuadrados de la velocidad de la fuente y la velocidad de la onda, más la relación entre los cuadrados de la velocidad del observador y la velocidad de la onda, es igual a la unidad.

$$1 = \frac{f_o^2}{f_f^2} + \frac{v_f^2}{c^2} + \frac{v_o^2}{c^2} \quad (5)$$

Donde f_o es la frecuencia percibida por el observador, f_f es la frecuencia emitida por la fuente de ondas electromagnéticas, v_f es la velocidad de la fuente, v_o es la velocidad del observador y c es la velocidad de la luz.

La "Ley universal del efecto Doppler" (LUED) se le puede aplicar tanto a la dilatación por velocidad del tiempo en la relatividad especial, como a la dilatación gravitacional del tiempo en la relatividad general.

DILATACIÓN POR VELOCIDAD DEL TIEMPO A TRAVES DE LA "LUED"

Aplicando pues esta ley universal del efecto Doppler L.U.E.D a la dilatación por velocidad del tiempo, aplicándosela a una fuente de ondas electromagnéticas que se mueve a cierta velocidad y observada a cierta distancia por alguien que la describe de la siguiente manera, con la relación inicial con respecto al seno del ángulo de trayectoria tanto de la velocidad de la fuente como del observador:

$$1=\frac{f_o^2}{f_z^2}+\frac{v_f^2 sen\theta_f}{c^2}+\frac{v_o^2 sen\theta_o}{c^2} \quad (6)$$

Donde f_o es la frecuencia de ondas electromagnéticas tal y como le percibe un observador, f_z es la frecuencia emitida por la fuente de ondas electromagnéticas pero ya corrida hacia el azul, v_f es la velocidad de la fuente, v_o es la velocidad del observador, θ_f es el ángulo descrito por la trayectoria de la fuente y la línea de vista con respecto al observador, θ_o es el ángulo descrito por la trayectoria del observador con respecto a la línea de vista de la fuente y c la velocidad de la luz.

$$f_o = f_z\sqrt{1-\frac{v_f^2 sen\theta_f + v_o^2 sen\theta_o}{c^2}} \quad (7)$$

Donde f_o es la frecuencia de ondas electromagnéticas tal y como le percibe un observador, f_z es la frecuencia emitida por la fuente de ondas electromagnéticas pero ya corrida hacia el azul, v_f es la velocidad de la fuente, v_o es la velocidad del observador, θ_f es el ángulo de la fuente con respecto al observador, θ_o es el ángulo del observador con respecto a la fuente y c la velocidad de la luz.

La siguiente es la misma relación anterior número siete (7) pero expresada en función del coseno del ángulo de la velocidad de la fuente de ondas electromagnéticas y del observador:

$$1=\frac{f_f^2}{f_z^2}+\frac{v_f^2 \cos\theta_f}{c^2}+\frac{v_o^2 \cos\theta_o}{c^2} \quad (8)$$

Donde f_f es la frecuencia emitida por una fuente de ondas electromagnéticas, f_z es la frecuencia emitida por la fuente pero ya corrida hacia el azul, v_f es la velocidad de la fuente, v_o es la velocidad del observador, θ_f es el ángulo de la fuente con respecto al observador, θ_o es el ángulo del observador con respecto a la fuente y c la velocidad de la luz.

$$f_z = \frac{f_f}{\sqrt{1 - \frac{v_f^2 \cos\theta_f + v_o^2 \cos\theta_o}{c^2}}} \quad (9)$$

Donde f_f es la frecuencia emitida por una fuente de ondas electromagnéticas, f_z es la frecuencia emitida por la fuente pero ya corrida hacia el azul, v_f es la velocidad de la fuente, v_o es la velocidad del observador, θ_f es el ángulo de la fuente con respecto al observador, θ_o es el ángulo del observador con respecto a la fuente y c la velocidad de la luz.

Remplazando a la relación número nueve (9) en la anterior relación número siete (7) nos resulta la siguiente relación:

$$f_o = f_f \frac{\sqrt{1 - \frac{v_f^2 \, sen\theta_f + v_o^2 \, sen\theta_o}{c^2}}}{\sqrt{1 - \frac{v_f^2 \cos\theta_f + v_o^2 \cos\theta_o}{c^2}}} \quad (10)$$

Donde f_f es la frecuencia emitida por una fuente de ondas electromagnéticas, f_o es la frecuencia tal y como la percibe un observador, v_f es la velocidad de la fuente, v_o es la velocidad del observador, θ_f es el ángulo descrito por la trayectoria original de la fuente con respecto a la línea de vista del observador, θ_o es el ángulo descrito por la trayectoria original del observador con respecto a la línea de vista de la fuente y c la velocidad de la luz.

Cuando un observador está en reposo y a cierta altura de un cuerpo másico, si dicho observador percibe o mide a una frecuencia que procede de una fuente que está también en reposo pero, ubicada en la superficie del respectivo cuerpo masivo donde está inmerso también el observador, como sucedió en el experimento de Pound Rebka, se configura entonces es un Doppler transversal a través de las velocidades rotacionales de fuente y observador, por que definitivamente los ángulos θ_f y θ_o de la fuente y del observador, quedan siendo en ellos de un valor de 90 grados, entonces la relación anterior número diez (10) queda para un Doppler transversal de la siguiente manera:

$$f_o = f_f \sqrt{1 - \frac{v_f^2 + v_o^2}{c^2}} \quad (11)$$

Donde f_f es la frecuencia emitida por una fuente de ondas electromagnéticas en reposo y ubicada en la superficie del cuerpo masivo, f_o es la frecuencia tal y como la percibe un observador ubicado en reposo y a cierta altura de la superficie del cuerpo masivo, v_f es la velocidad rotacional de la fuente en la superficie del cuerpo masivo, v_o es la velocidad rotacional del observador a cierta altura del objeto masivo y c la velocidad de la luz.

Aquí es donde se encuentra la columna vertebral de este artículo por que el cuadrado de la velocidad de la fuente de ondas electromagnéticas más el cuadrado de la velocidad del observador de dichas ondas es igual al cuadrado de la velocidad de escape:

$$v_e^2 = v_f^2 + v_o^2 \quad (12)$$

Donde v_e es la velocidad de escape, v_f es la velocidad de la fuente y v_o es la velocidad del observador.

$$f_o = f_f \sqrt{1 - \frac{v_e^2}{c^2}} \quad (13)$$

Donde f_f es la frecuencia emitida por una fuente de ondas electromagnéticas ubicada en reposo y en la superficie de un cuerpo másico, f_o es la frecuencia tal y como la percibe un observador en reposo ubicado a cierta altura dentro de un campo gravitatorio, v_e es la velocidad de escape y c la velocidad de la luz.

DILATACIÓN GRAVITACIONAL DEL TIEMPO A TRAVES DE LA "LUED"

Las anteriores relaciones número once (11), doce (12) y trece (13) resulta que se pueden aplicar solo si la fuente y observador presentan velocidades propias en sus tiempos propios locales y sin embargo en el experimento de Pound Rebka, la fuente y el observador son estacionarios. Pues bien, la fuente y el observador en ese experimento no resultan tener ese reposo absoluto porque presentan siempre velocidades rotacionales propias y diferentes que parten también de tiempos propios gravitacionales desiguales.

Siendo así, resulta que la "La ley universal del efecto Doppler" L.U.E.D también se le puede aplicar a la dilatación gravitacional del tiempo de la siguiente manera:

$$1 = \frac{t_d^2}{t_o^2} + \frac{v_f^2}{c^2} + \frac{v_o^2}{c^2} \quad (14)$$

Donde t_o es el tiempo propio para un observador rápido distante del objeto masivo y por fuera del campo gravitacional, t_d es el tiempo propio para un observador lento que está ubicado a cierta altura dentro de un campo gravitacional, v_f es la velocidad rotacional de la fuente de ondas electromagnéticas ubicada en la superficie de un cuerpo masivo, v_o es la velocidad rotacional del observador lento ubicado a cierta altura del cuerpo masivo dentro del campo gravitacional y c la velocidad de la luz.

$$t_d = t_o \sqrt{1 - \frac{v_f^2 + v_o^2}{c^2}} \quad (15)$$

Donde t_o es el tiempo propio para un observador rápido distante del objeto masivo y por fuera del campo gravitacional, t_d es el tiempo propio para un observador lento a cierta altura dentro del campo gravitacional, v_f es la velocidad rotacional de la fuente de ondas electromagnéticas ubicada en la superficie del cuerpo masivo, v_o es la velocidad rotacional del observador lento ubicado a cierta altura del cuerpo masivo dentro del campo gravitacional, v_e es la velocidad de escape y c la velocidad de la luz.

$$t_d = t_o\sqrt{1-\frac{v_e^2}{c^2}} \quad (16)$$

$$v_e^2 = v_f^2 + v_o^2 \quad (12)$$

Donde t_o es el tiempo propio para un observador rápido distante del objeto masivo y por fuera del campo gravitacional, t_d es el tiempo propio para un observador lento dentro del campo gravitacional, v_f es la velocidad rotacional de la fuente de ondas electromagnéticas ubicada en la superficie del cuerpo masivo, v_o es la velocidad rotacional del observador lento ubicado a cierta altura dentro del campo gravitacional, v_e es la velocidad de escape y c la velocidad de la luz.

Podemos ver que para la velocidad de la fuente y del observador en la dilatación por velocidad del tiempo, el tiempo propio es diferente a la aplicación del respectivo tiempo propio para las velocidades rotacionales en la dilatación gravitacional del tiempo, se aplican tiempos propios que resultan de diferentes dilataciones. La velocidad rotacional de la fuente en la dilatación gravitacional del tiempo es igual a la relación existente entre, la longitud del círculo que describe su respectivo radio gravitacional, sobre el Período Propio de la fuente. También es cierto para el equivalente a la velocidad rotacional del observador en la dilatación gravitacional del tiempo, que es igual a la relación existente entre la longitud del círculo que describe el radio gravitacional del observador, sobre el Período Propio del mismo observador. Con estas aclaraciones en la velocidad de escape de la anterior relación número doce (12), remplazamos por ellas a la velocidad rotacional de la fuente y del observador, obteniendo la siguiente relación número diez y siete (17):

$$v_e^2 = \left(\frac{2\pi.r}{T}\right)^2 + \left(\frac{2\pi(r+\mathrm{h})}{T_\mathrm{h}}\right)^2 \quad (17)$$

Donde v_e es la velocidad de escape, π es una constante geométrica T es el período propio o tiempo propio en la superficie del cuerpo masivo, T_h es el período propio o tiempo propio del observador lento ubicado a cierta altura del cuerpo masivo, r es el radio del objeto masivo y h es la altura a donde está ubicado el observador lento dentro del campo gravitacional.

$$v_e^2 = (\omega.r)^2 + (\omega_\mathrm{h}(r+\mathrm{h}))^2 \quad (18)$$

Donde v_e es la velocidad de escape, ω es la velocidad angular propia de la fuente, ω_h es la velocidad angular propia del observador lento ubicado a cierta altura dentro del campo gravitacional, r es el radio del cuerpo másico y h es la altura a donde está ubicado el observador lento dentro del campo gravitacional.

$$v_e^2 = \omega^2 r^2 + \omega_\mathrm{h}^2 (r+\mathrm{h})^2 \quad (19)$$

Donde v_e es la velocidad de escape, ω es la velocidad angular propia de la fuente, ω_h es la velocidad angular propia del observador lento ubicado a cierta altura dentro del campo gravitacional, r es el radio del cuerpo másico y h es la altura a donde está ubicado el observador lento dentro del campo gravitacional.

En esta anterior relación número diez y nueve (19) reemplazamos tanto en la fuente como en el observador, le remplazamos a los respectivos productos equivalentes tanto de las aceleraciones gravitacionales en cada uno de ellos por sus radios gravitacionales y entonces queda descrita la relación de la velocidad de escape con respecto a las aceleraciones gravitacionales de la siguiente manera:

$$v_e^2 = \frac{GM}{r} + \frac{GM}{r+\mathrm{h}} (20) \qquad v_e^2 = v_f^2 + v_o^2 (12)$$

Donde v_e es la velocidad de escape, G es la constante de gravitación universal, M es la masa del cuerpo másico, r es el radio del objeto masivo, **h** es la altura a donde está ubicado el observador lento que está dentro del campo gravitacional, v_f es la velocidad rotacional de la fuente de ondas electromagnéticas y v_o es la velocidad rotacional del observador de ondas electromagnéticas.

$$v_f^2 = \frac{GM}{r} (20a) \qquad v_o^2 = \frac{GM}{r+\mathrm{h}} (20b)$$

Donde v_f es la velocidad gravitacional de la fuente de ondas electromagnéticas, v_o es la velocidad gravitacional del observador de ondas electromagnéticas, G es la constante de gravitación universal, M es la masa del cuerpo másico, r es el radio del objeto masivo, **h** es la altura a donde está ubicado el observador lento que está dentro del campo gravitacional.

$$v_e^2 = \frac{2GM}{2r} + \frac{2GM.r}{2r(r+\mathrm{h})} (21)$$

$$v_e^2 = \frac{2GM}{r}\left(\frac{1}{2} + \frac{r}{2r+2\mathrm{h}}\right) (22)$$

Donde v_e es la velocidad de escape, G es la constante de gravitación universal, M es la masa del cuerpo másico, r es el radio del objeto masivo, **h** es la altura a donde está ubicado el observador lento que está dentro del campo gravitacional.

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{r}\left(\frac{1}{2} + \frac{r}{2r+2\mathrm{h}}\right)} (23)$$

Donde v_e es la velocidad de escape, G es la constante de gravitación universal, M es la masa cuerpo másico, r es el radio del objeto masivo, **h** es la altura a donde está ubicado el observador lento que está dentro del campo gravitacional.

Esta relación anterior describe el valor de la velocidad de escape para un observador lento que está ubicado a cierta altura h dentro de un campo gravitacional. Pero resulta que si el observador está situado precisamente es en la superficie del cuerpo masivo, **h=0** la velocidad de escape se describe de la siguiente manera:

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{r}\left(\frac{1}{2} + \frac{r}{2r+2(0)}\right)} = \sqrt{\frac{2GM}{r}} (24)$$

Donde v_e es la velocidad de escape, G es la constante de gravitación universal, M es la masa cuerpo másico, r es el radio del objeto masivo, **h** es la altura a donde está ubicado el observador lento que está dentro del campo gravitacional.

Volvamos nuevamente a la anterior ecuación número diez y seis (16) que describe el tiempo propio de un observador lento y remplazamos en ella, a la velocidad de escape descrita en la también anterior relación número veinte y dos (22):

$$t_d = t_o\sqrt{1-\frac{v_e^2}{c^2}} = t_o\sqrt{1-\frac{\frac{2GM}{r}\left(\frac{1}{2}+\frac{r}{2r+2\mathrm{h}}\right)}{c^2}} \quad (25)$$

Donde t_o es el tiempo propio para un observador rápido distante del objeto masivo y por fuera del campo gravitacional, t_d es el tiempo propio para un observador lento dentro del campo gravitacional, v_e es la velocidad de escape, G es la constante de gravitación universal, M es la masa del cuerpo masivo, r es el radio del cuerpo másico, **h** es la altura a donde está ubicado el observador lento que está dentro del campo gravitacional y c la velocidad de la luz.

$$t_d = t_o\sqrt{1-\frac{2GM}{rc^2}\left(\frac{1}{2}+\frac{r}{2r+2\mathrm{h}}\right)} \quad (26)$$

Donde t_o es el tiempo propio para un observador rápido distante del objeto masivo y por fuera del campo gravitacional, t_d es el tiempo propio para un observador lento dentro del campo gravitacional, G es la constante de gravitación universal, M es la masa del cuerpo masivo, r es el radio del cuerpo másico, **h** es la altura a donde está ubicado el observador lento que está dentro del campo gravitacional y c la velocidad de la luz.

El tiempo propio para un observador lento ubicado en la superficie de un cuerpo másico es el siguiente:

$$t_d = t_o\sqrt{1-\frac{2GM}{rc^2}\left(\frac{1}{2}+\frac{r}{2r+2(0)}\right)} = t_0\sqrt{1-\frac{2GM}{rc^2}} \quad (27)$$

Donde t_o es el tiempo propio para un observador rápido distante del objeto masivo y por fuera del campo gravitacional, t_d es el tiempo propio para un observador lento dentro del campo gravitacional, G es la constante de gravitación universal, M es la masa del cuerpo masivo, r es el radio del cuerpo másico, **h** es la altura a donde está ubicado el observador lento que está dentro del campo gravitacional y c la velocidad de la luz.

Como se puede observar en la anterior relación número veinte y siete (27), el tiempo propio de un observador depende de la altura **h** donde se encuentre el observador con respecto al cuerpo masivo, pues la descripción clásica de la solución de Schwarzschild no involucra las diferentes alturas que puede tomar el observador.

DILATACIÓN GRAVITACIONAL DE LA MASA A TRAVES DE LA "LUED"

Al tiempo propio de ese observador rápido distante del objeto masivo y que está ubicado fuera del campo gravitacional, ese mismo observador del tiempo propio que debe ser un tiempo invariante, pues a ese mismo observador le corresponde tener también una respectiva masa propia e invariante. Entonces aplicamos la "LUED" a la masa de la siguiente manera:

$$1 = \frac{m_o^2}{m_d^2} + \frac{v_f^2}{c^2} + \frac{v_o^2}{c^2} (28) \quad \frac{m_o^2}{m_d^2} + \frac{GM/r}{c^2} + \frac{GM/r+\mathrm{h}}{c^2} = 1 (28)$$

Donde m_o es la masa invariante para un observador rápido distante del objeto masivo y por fuera del campo gravitacional, m_d es la masa lenta para un observador lento dentro del campo gravitacional, v_f es la velocidad gravitacional de la fuente, v_o es la velocidad gravitacional del observador lento ubicado dentro del campo gravitacional, G es la constante de gravitación universal, M es la masa del cuerpo masivo, r es el radio de la fuente masiva, **h** es la altura a donde se encuentra ubicado el observador lento dentro del campo gravitacional y c es la velocidad de la luz.

$$m_d = \frac{m_o}{\sqrt{1-\frac{v_e^2}{c^2}}} = \frac{m_o}{\sqrt{1-\frac{2GM}{rc^2}\left(\frac{1}{2}+\frac{r}{2r+2\mathrm{h}}\right)}} (29)$$

Donde m_o es la masa invariante para un observador rápido distante del objeto masivo y por fuera del campo gravitacional, m_d es la masa lenta para un observador lento dentro del campo gravitacional, v_e es la velocidad de escape, G es la constante de gravitación universal, M es la masa del cuerpo masivo, r es el radio del objeto masivo, **h** es la altura a donde se encuentra ubicado el observador lento dentro del campo gravitacional y c es la velocidad de la luz.

Cuando el observador lento que está dentro del campo gravitacional, está ubicado precisamente en la superficie del objeto masivo, la masa para ese observador lento es la siguiente:

$$m_d = \frac{m_o}{\sqrt{1-\frac{2GM}{rc^2}\left(\frac{1}{2}+\frac{r}{2r+2(0)}\right)}} = \frac{m_o}{\sqrt{1-\frac{2GM}{rc^2}}} (30)$$

Donde m_o es la masa invariante para un observador rápido distante del objeto masivo y por fuera del campo gravitacional, m_d es la masa lenta para un observador lento ubicado dentro del campo gravitacional, v_e es la velocidad de escape, G es la constante de gravitación universal, M es la masa del objeto masivo, r es el radio del cuerpo masivo y c es la velocidad de la luz.

3. CONCLUSIONES.

a)- La GRAN CONCLUSIÓN de este trabajo es que la velocidad de escape es un concepto puramente del Doppler transversal gravitacional, su cuadrado es igual a la suma de los productos de las aceleraciones y el radio gravitacional de la fuente y del observador lento y que además, en la dilatación gravitacional del tiempo la velocidad de escape va decreciendo hasta cierto límite, a medida que el observador lento se ubica a mayor altura sobre la superficie del cuerpo másico.

$$v_e^2 = \frac{2GM}{r}\left(\frac{1}{2} + \frac{r}{2r+2\mathrm{h}}\right)(22)$$

Donde v_e es la velocidad de escape, ***G*** es la constante de gravitación universal, ***M*** es la masa del cuerpo másico, ***r*** es el radio del objeto masivo, **h** es la altura a donde está ubicado el observador lento que está dentro del campo gravitacional.

b)- Otra GRAN CONCLUSIÓN es encontrar el límite inferior del valor hasta donde puede decrecer la velocidad de escape a medida que se incrementa la altura del observador lento que estaría dentro del campo gravitacional del cuerpo másico, tanto que cuando la altura es de infinitos números de radios $\mathbf{h}=\alpha.r$ sucede lo siguiente:

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{r}\left(\frac{1}{2} + \frac{r}{2r+2\mathrm{h}}\right)}(23)$$

Donde v_e es la velocidad de escape, ***G*** es la constante de gravitación universal, ***M*** es la masa del cuerpo másico, ***r*** es el radio del objeto masivo, **h** es la altura a donde está ubicado el observador lento que está dentro del campo gravitacional.

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{r}\left(\frac{1}{2} + \frac{r}{2r+2\alpha.r}\right)} = \sqrt{\frac{2GM}{r}\left(\frac{1}{2}\right)} = \sqrt{\frac{GM}{r}}(31)$$

Donde v_e es la velocidad de escape, ***G*** es la constante de gravitación universal, ***M*** es la masa del cuerpo másico, ***r*** es el radio del objeto masivo, α es un número infinito, **h** es la altura a donde está ubicado el observador lento que está dentro del campo gravitacional.

c)- Otra GRAN CONCLUSIÓN es que la masa aparente de una partícula cualquiera en la relatividad especial, si la partícula está inmersa en un campo gravitacional entonces esa masa aparente queda descrita de la siguiente manera:

$$m = \frac{m_o}{\sqrt{1-\frac{2GM}{rc^2}\left(\frac{1}{2}+\frac{r}{2r+2h}\right)}.\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \quad (32)$$

Donde ***m*** es la masa aparente de la relatividad especial dentro de un campo gravitacional, m_o es la masa invariante para un observador rápido distante del objeto masivo y por fuera del campo gravitacional, ***v*** es la velocidad de la partícula que se mueve dentro del campo gravitatorio, ***G*** es la constante de gravitación universal, ***M*** es la masa del cuerpo masivo, **h** es la altura del cuerpo másico a donde se encuentra transitando la partícula, ***r*** es el radio del objeto masivo y ***c*** es la velocidad de la luz.

d)- Otra GRAN CONCLUSIÓN es que la esfera de altura **h** sobre la superficie material alrededor de un agujero negro, sitio donde la velocidad de escape es igual a la velocidad de la luz, pues ese sitio es el horizonte de sucesos:

$$t_d = t_o\sqrt{1-\frac{v_e^2}{c^2}} \quad (16) \qquad 1-\frac{v_e^2}{c^2} = 0 \quad (33)$$

$$\frac{v_e^2}{c^2} = 1 \quad (34) \qquad v_e^2 = c^2 \quad (35) \qquad v = c \quad (36)$$

Donde t_o es el tiempo propio para un observador rápido distante del objeto masivo y por fuera del campo gravitacional, t_d es el tiempo propio para un observador lento dentro del campo gravitacional, v_e es la velocidad de escape y ***c*** la velocidad de la luz.

e)- Otra GRAN CONCLUSIÓN es la explicación de que el fin último que sufre la masa de una partícula que cae en un agujero negro siguiendo una geodésica que acaba en una "Singularidad" espaciotemporal, pues la masa de esa partícula se incrementaría infinitamente hasta ser Masa Imaginaria:

$$m_d = \frac{m_o}{\sqrt{1-\frac{v_e^2}{c^2}}} = \frac{m_o}{\sqrt{1-\frac{2GM}{rc^2}\left(\frac{1}{2}+\frac{r}{2r+2h}\right)}} \quad (29)$$

Donde m_o es la masa invariante para un observador rápido distante del objeto masivo y por fuera del campo gravitacional, m_d es la masa lenta para un observador lento dentro del campo gravitacional, v_e es la velocidad de escape,

G es la constante de gravitación universal, ***M*** es la masa del cuerpo masivo, ***r*** es el radio del objeto masivo, **h** es la altura a donde se encuentra ubicado el observador lento dentro del campo gravitacional y ***c*** es la velocidad de la luz.

f)- La otra GRAN CONCLUSIÓN de este trabajo es la descripción de la naturaleza física de las singularidades que son las configuraciones de un Doppler transversal límite cuando la velocidad de escape en su límite si iguala a la velocidad de la luz quien identifica a esa superficie imaginaria, esférica y cerrada de altura **h** que demarca una “región intrasingular” del campo gravitacional alrededor de un agujero negro que es como aquel sitio del espacio-tiempo que está circunscrito por un lado, por la superficie frontera, imaginaria llamada horizonte de sucesos y por el otro lado, a través de la superficie material del propio agujero negro:

$$v_e^2 = \frac{2GM}{r}\left(\frac{1}{2} + \frac{r}{2r+2\mathrm{h}}\right)(22) \qquad 1 - \frac{v_e^2}{c^2} = 0(33)$$

$$v_e^2 = c^2\,(35) \qquad v_e^2 = \frac{2GM}{r}\left(\frac{1}{2} + \frac{r}{2r+2\mathrm{h}}\right) = c^2\,(37)$$

Donde ***v_e*** es la velocidad de escape, ***G*** es la constante de gravitación universal, ***M*** es la masa del cuerpo masivo, ***r*** es el radio cuerpo másico, **h** es la altura a donde se sitúa la hipersuperficie imaginaria frontera de forma esférica del horizonte de sucesos que rodea la superficie del agujero negro y ***c*** la velocidad de la luz.

Por ejemplo si el horizonte de sucesos alrededor de un agujero negro estuviera a la altura de **h=0** entonces la superficie esférica de la frontera imaginaria del horizontes de eventos alrededor del agujero negro coincidiría con la misma superficie material del propio agujero negro y constituiría entonces a una singularidad desnuda.

$$v_e^2 = \frac{2GM}{r}\left(\frac{1}{2} + \frac{r}{2r+2(0)}\right) = \frac{2GM}{r} = c^2\,(38)$$

Donde ***v_e*** es la velocidad de escape, ***G*** es la constante de gravitación universal, ***M*** es la masa cuerpo másico, ***r*** es el radio del objeto masivo, ***c*** es la velocidad de la luz.

Pero si la superficie esférica e imaginaria del horizonte de eventos alrededor de un agujero negro, se situara a cierta altura sobre la superficie material del agujero por ejemplo a una altura igual al preciso radio del mismo agujero negro donde **h=*r*** quedaría una región del espacio-tiempo por encima de la superficie material del agujero negro, región circunscrita entre la superficie material del agujero negro por un lado y el horizonte de eventos por el otro, entonces en la propia superficie material del agujero negro se necesitarían velocidades superiores a la de la luz para poder escapar de dicha superficie material del agujero negro y la teoría indica que nada puede alcanzarla, velocidad de la luz que sin embargo es apenas es suficiente para escapar de la superficie del horizonte de sucesos pero, no es competente para poder escapar de la propia superficie material del agujero negro:

$$v_e^2 = \frac{2GM}{r}\left(\frac{1}{2}+\frac{r}{2r+2r}\right) = \frac{2GM}{r}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right) = \frac{2GM}{r}\left(\frac{3}{4}\right) = c^2 \quad (39)$$

Donde v_e es la velocidad de escape, G es la constante de gravitación universal, M es la masa del cuerpo másico, r es el radio del objeto masivo, c es la velocidad de la luz.

G)- Otra ULTIMA Y GRAN CONCLUSIÓN y quizás la más compleja e importante es lo tanto que influyen las leyes de estas ciencias básicas de la física en la naturaleza de la conciencia humana, pues para valorar el presente ya sea para aceptarlo o no, siendo todo absolutamente de naturaleza ondulatoria, es diferente a lo que hacemos sin embargo por lo general valorando el instante que acontece de si las cosas están bien o mal, que lo valoramos a través de una teoría de la información fuertemente determinista, y con ella se perfecciona la memoria y el aprendizaje.

4. REFERENCIAS DEL PRESENTE ARTÍCULO.

[01] [1]Wikipedia, enciclopedia libre, Velocidad de escape.
[02] La masa aparente es un Doppler de la masa invariante
[03] Ondas gravitacionales y los agujeros negros
[04] corrimiento al rojo gravitacional
[05] efecto Doppler relativista
[06] corrimiento al rojo
[07] corrimiento al rojo gravitacional
[08] efecto doppler relativista
[09] efecto doppler relativista
[1]http://www.monografias.com/trabajos-pdf2/concepto-masa-gravitacional-relatividad-especial/concepto-masa-gravitacional-relatividad-especial.pdf
[2] http://www.textoscientificos.com/fisica/articulos/masa-gravitacional-aparente

[3] *Hawking, Stephen; and Ellis, G. F. R. (1973). The Large Scale Structure of Space-Time. Cambridge: Cambridge University Press. ISBN 0-521-09906-4.*

[4] Misner, Thorne and Wheeler, *Gravitation*, Freeman, (1973), ISBN 0-7167-0344-0.

[5] Robert M. Wald, *General Relativity*, Chicago University Press, ISBN 0-226-87033-2.

[6] Steven Weinberg, *Gravitation and Cosmology: principles and applications of the general theory of relativity*, Wiley (1972), ISBN 0-471-92567-5

[7] Bodanis, David (2001). *E=mc²: A Biography of the World's Most Famous Equation*, Berkley Trade. ISBN 0-425-18164-2.

[8] Tipler, Paul; Llewellyn, Ralph (2002). *Modern Physics* (4th ed.), W. H. Freeman. ISBN 0-7167-4345-0.

[9] Girbau, J.: *"Geometria diferencial i relativitat"*, Ed. Universitat Autónoma de Catalunya, 1993. ISBM 84-7929-776-X

[10] *Serway, Raymond A.; Jewett, John W. (2004). Physics for Scientists and Engineers, 6th ed. edición, Brooks/Cole.* ISBN 0-534-40842-7.

[11] *Tipler, Paul (2004). Physics for Scientists and Engineers: Mechanics, Oscillations and Waves, Thermodynamics, 5th ed. edición, W. H. Freeman.* ISBN 0-7167-0809-4.

[12] *Tipler, Paul; Llewellyn, Ralph (2002). Modern Physics, 4th ed. edición, W. H. Freeman.* ISBN 0-7167-4345-0.

[13] School of Mathematics and Statistics, University of St Andrews (2000). «Biography of Gaspard-Gustave de Coriolis (1792-1843)».

[14] *Oxford Dictionary*, Oxford Dictionary 1998.

5. REFERENCIAS GENERALES EN LA TEORÍA.

[1] http://es.wikipedia.org/wiki/Teor%C3%ADa_de_la_relatividad_general
[2] http://es.wikipedia.org/wiki/Atracci%C3%B3n_gravitatoria
[3] http://es.wikipedia.org/wiki/Gravedad_cu%C3%A1ntica
[4] http://es.wikipedia.org/wiki/Problema_de_los_dos_cuerpos
[5] http://es.wikipedia.org/wiki/Problema_de_los_tres_cuerpos
[6] *©2007 Heber Gabriel Pico Jiménez MD.*
[7] *©"Concepción dual del efecto Compton"2007*
[8] *©"Concepción dual del efecto fotoeléctrico"2007.*
[9] *©"Teoría del Todo"2007.*
[10] *©"Unidades duales de la contante de Plack"2007.*
[11] *©"Trayectoria dual de la luz"2007.*
[12] *©"Compton Inverso"2007.*
[13] *©"Quinta dimensión del espacio dual"2007.*
[14] *©"Compton Inverso y Reflexión Interna Total"2007*
[15] *http://personales.ya.com/casanchi/fis/ondacorpusculo01.pdf*
[16] *http://www.textoscientificos.com/fisica/efecto-fotoelectrico/dualidad-onda-coopusculo*

[17] *http://www.textoscientificos.com/fisica/efecto-fotoelectrico/unidades-duales-constante-planck*
[18] http://www.monografias.com/trabajos48/efecto-compton/efecto-compton.shtml
[19] http://www.textoscientificos.com/fisica/efecto-fotoelectrico/efecto-compton
[20] http://www.textoscientificos.com/fisica/efecto-fotoelectrico/efecto-fotoelectrico-dual
[21] http://www.textoscientificos.com/fisica/efecto-doppler/transverso-oblicuo-de-broglie
[22] http://www.textoscientificos.com/fisica/efecto-doppler/algebra-efecto-doppler
[23] http://www.textoscientificos.com/fisica/gravedad/cuantica-dual
[24] http://www.textoscientificos.com/fisica/gravedad/leyes-kepler-dual
[25] http://www.textoscientificos.com/fisica/constante-kepler-sub-pe
[26] http://www.monografias.com/trabajos-pdf/gravedad-cuantica-dual/gravedad-cuantica-dual.pdf
[27] http://es.wikipedia.org/wiki/Leyes_de_Kepler
[28] http://www.textoscientificos.com/fisica/kepler-cuantico
[29] http://www.textoscientificos.com/fisica/formulacion-matematica-tercera-ley-kepler
[30] http://www.monografias.com/trabajos-pdf/matematica-tercera-ley-kepler/matematica-tercera-ley-kepler.pdf
[31] http://www.monografias.com/trabajos-pdf/sabor-color-constante-planck/sabor-color-constante-planck.pdf
[32] http://www.textoscientificos.com/fisica/articulos/estructura-dual-nucleos-atomicos
[33] http://www.textoscientificos.com/fisica/articulos/sabor-color-constante-planck
[34] http://www.monografias.com/trabajos-pdf/estructura-dual-nucleos-atomicos/estructura-dual-nucleos-atomicos.shtml
[35] http://www.monografias.com/trabajos-pdf/sabor-color-constante-planck/sabor-color-constante-planck.shtml
[36] http://www.alt64.org/wiki/index.php/L%C3%A1ser
[37] http://www.textoscientificos.com/fisica/articulos/rayo-laser-dual
[38] http://www.monografias.com/trabajos-pdf/helicidad-foton-laser/helicidad-foton-laser.pdf
[39] http://www.textoscientificos.com/fisica/articulos/helicidad-foton-laser
[40] http://www.monografias.com/trabajos-pdf/longitud-onda-movimiento-tierra-particula/longitud-onda-movimiento-tierra-particula.shtml
[41] http://www.monografias.com/trabajos-pdf/masa-dual-vectorial/masa-dual-vectorial.shtml
[42] http://www.textoscientificos.com/fisica/articulos/masa-dual-vectorial
[43] http://www.textoscientificos.com/fisica/articulos/longitud-onda-asociada-planeta-tierra

Heber Gabriel Pico Jiménez MD. Médico Cirujano 1985 de la Universidad de Cartagena. Investigador independiente de problemas biofísicos médicos de la memoria y el aprendizaje entre ellos la enfermedad de Alzheimer.