

# Análisis armónico en una maquina FEEDBACK conexión Y-y

Daniel Arévalo, darevaloc@est.us.edu.ec  
Universidad Politécnica Salesiana, Sede Cuenca

**Resumen**—En este presente documento se hace el estudio de armónicos para un transformador trifásico conectado en Y-y, los armónicos que esta conexión inyecta a la red en vacío, con carga, también se hace los cálculos y el análisis matemáticos en series de fourier de la onda para tener una manipulación matemática de esta y poder implementar el filtro pasivo.

**Index Terms**—Transformador Trifásico, Maquinas FeedBack, Filtro Pasivo.

## I. INTRODUCCIÓN

Analizar la componente del tercer armónico provocada por un transformador conectado en Y-Y al sistema eléctrico. Representar la señal eléctrica como una serie de Fourier e identificar que el tercer término de la serie corresponde físicamente al tercer armónico de la señal, esto se conseguirá obteniendo datos reales y comparando con la serie de Fourier. Se aborda los temas de armónicos, factores en el sistema eléctrico que pueden provocar armónicos, medición de armónicos; series de Fourier para una señal periódica.

## II. MARCO TEÓRICO

### II-A. Armónicos

En los casos ideales se puede considerar las señales de voltajes como ondas sinusoidales perfectas, pero en realidad eso no ocurre debido a la existencia de componentes armónicos los cuales cuya frecuencia es un múltiplo entero de la fundamental, la suma de estas da como resultado la señal distorsionada original. Siendo esta de 60 Hz, y los armónicos que se generan en mayor cantidad en los sistemas eléctricos son los de orden impar como 180 Hz el tercer armónico, 300 Hz el quinto armónico, 420 Hz el séptimo armónico y así sucesivamente.[1][2] Generalmente los armónicos eran tolerados porque la configuración estrella aterrizada de los sistemas eléctricos cancelaban los efectos de los mismos.[1][2] En la siguiente ilustración se puede apreciar la onda sinusoidal de corriente alterna a la frecuencia fundamental de 60 Hz, conjuntamente con su segundo, tercero, cuarto y quinto armónico, en la Fig1 (a), (b), (c) y (d) respectivamente, mientras mayor es el armónico (w) la relación de frecuencia angular de las ondas se acrecienta.

En la gráfica se puede apreciar la señal con el mayor armónico posee menor amplitud, por esta razón los estudios de calidad de energía se referencia en la mayoría de los casos a analizar problemas con distinción hasta de 50.[1]

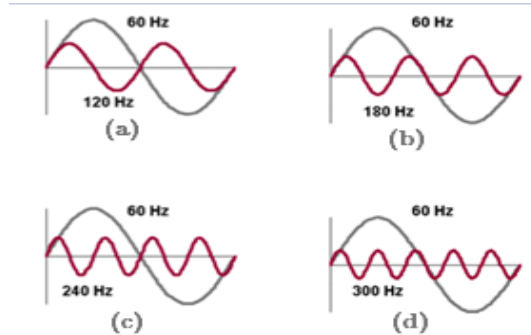


Figura 1. Forma de Onda de los Armónicos

### II-B. Factores que provocan armónicos en el sistema eléctrico.

**II-B1. Señales de frecuencias menores a 60 Hz** A los equipos que generan este tipo de señales se los llama subarmónicos, los que podrían causar parpadeos luminosos susceptibles al ojo humano.[1]:

**II-B2. Señales de frecuencias mayores a 60 Hz** El origen de las señales perturbadoras en los sistemas de distribución industrial que generan variaciones o picos en los voltajes y corrientes de los sistemas eléctricos, son causados por los siguientes factores:[1][3] • El incremento de uso de equipo de electrónica de potencia, que poseen voltajes y corrientes no lineales que inyectan al sistema verdaderas corrientes armónicas, entre los cuales están, los rectificadores, inversores, convertidores de frecuencia, cicloconvertidores.[1][3] • El extenso uso de banco de condensadores, ya sea para corregir el factor de potencia o regulación de voltaje, colocados cerca de fuentes generadoras de armónicos, lo que produce una resonancia, lo cual amplifica el nivel de armónicos existente en el sistema.[1][3]:

### II-C. Series de Fourier

El estudio de las series de Fourier es aplicable a las señales eléctricas siempre que estas sean señales periódicas y sirve para calcular los coeficientes que conforman la serie de Fourier que describe el armónico. [1][3][4] La función periódica es:

$$f(t) = f(t - T) \quad (1)$$

La serie se puede resumir como:

$$f(t) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \sin(n\omega_0 t)) \quad (2)$$

Donde  $\omega = \frac{2\pi}{T}$

Y los coeficientes se definen como:

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) dt \quad (3)$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \cos(n\omega_0 t) dt \quad (4)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \sin(n\omega_0 t) dt \quad (5)$$

La serie trigonométrica de Fourier es la superposición de señales, sobre la señal sinoidal pura y estas señales tienen la particularidad de poseer una frecuencia, la cual es un múltiplo entero de la fundamental. [1]

### III. DESARROLLO

*III-A. Representación de una onda senoidal a 60 Hz a través de Series de Fourier*

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_{-1/30}^{1/30} \text{Sen}(t) dt \quad (6)$$

$$a_0 = 120 \int_{-1/30}^{1/30} \text{Sen}(t) dt \quad (7)$$

$$a_0 = 120 [-\text{Cos}(t)]_{-1/30}^{1/30} \quad (8)$$

$$a_0 = 0 \quad (9)$$

Calculamos el coeficiente  $a_n$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \cos(n\omega_0 t) dt \quad (10)$$

$$a_n = 120 \int_{-1/30}^{1/30} \text{Sen}(t) \cos(120n\pi t) dt \quad (11)$$

$$a_n = 0 \quad (12)$$

Calculamos el coeficiente  $b_n$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \sin(n\omega_0 t) dt \quad (13)$$

$$b_n = 120 \int_{-1/30}^{1/30} f(t) \sin(120n\pi t) dt \quad (14)$$

$$b_n = \frac{120 \sin(4 * n\pi - \frac{1}{30})}{120n\pi - 1} - \frac{120 \sin(4 * n\pi + \frac{1}{30})}{120n\pi + 1} \quad (15)$$

Obtenemos la serie de fourier hasta el onceavo armónico

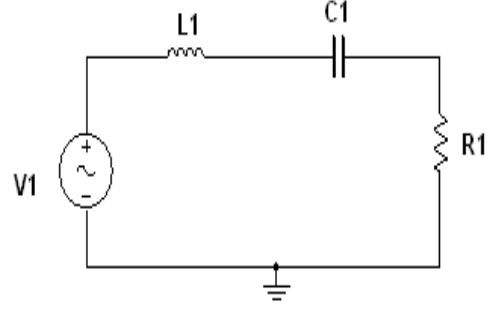


Figura 2. Filtro para banda resonante

$$f(t) = \frac{1}{2}a_0 + \sum (a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \sin(n\omega_0 t)) \quad (16)$$

$$f(t) = 0 + 0 + \left( \frac{120 \sin(4 * n\pi - \frac{1}{30})}{120n\pi - 1} - \frac{120 \sin(4 * n\pi + \frac{1}{30})}{120n\pi + 1} \right) (\sin(120n\pi t)) \quad (17)$$

Con n=1

$$f(t) = -21.21 * 10^{-3} * \sin(120\pi t)$$

Con n=2

$$f(t) = -10.60 * 10^{-3} * \sin(240\pi t)$$

Con n=3

$$f(t) = -7.07 * 10^{-3} * \sin(360\pi t)$$

Con n=4

$$f(n) = -5.30 * 10^{-3} * \sin(480\pi t)$$

Con n=5

$$f(n) = -4.24 * 10^{-3} * \sin(600\pi t)$$

Con n=6

$$f(n) = -3.53 * 10^{-3} * \sin(720\pi t)$$

Con n=7

$$f(n) = -3.03 * 10^{-3} * \sin(840\pi t)$$

Con n=8

$$f(n) = -2.65 * 10^{-3} * \sin(960\pi t)$$

Con n=9

$$f(n) = -2.35 * 10^{-3} * \sin(1080\pi t)$$

Con n=10

$$f(n) = -2.12 * 10^{-3} * \sin(1200\pi t)$$

Con n=11

$$f(n) = -1.92 * 10^{-3} * \sin(1320\pi t)$$

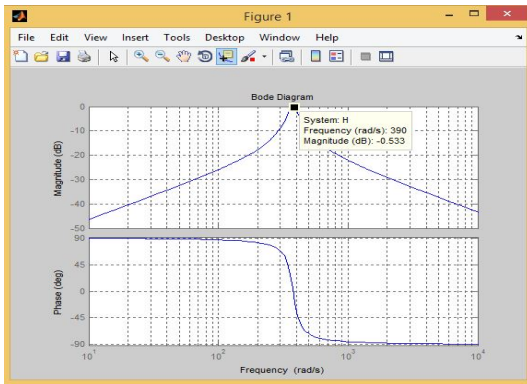


Figura 3. Diagrama de bode resultante de la función de transferencia del circuito

### III-B. Modelado de los filtros para eliminación de los Armónicos

#### III-B1. Comportamiento del Filtro Pasa banda Resonante:

$$V_o = \frac{R}{\left(\frac{1}{j\omega C} + j\omega L\right) * R} V_i$$

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{R}{\frac{1+j\omega CL}{j\omega C} + R} \quad (18)$$

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{R}{\frac{Rj\omega C + j\omega^2 CL + 1}{j\omega C}} \quad (19)$$

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{j\omega CR}{Rj\omega C + j\omega^2 CL + 1} \quad (20)$$

Para un filtro resonante la frecuencia central se calcula con la siguiente fórmula:

$$f = \frac{1}{2\pi(LC)^{1/2}} \quad (21)$$

$$L = \left(\frac{1}{2\pi f}\right)^2 \frac{1}{C} \quad (22)$$

Nos imponemos un capacitor de 10 uF y una impedancia L de 0.7H

$$Q = \frac{W}{AB} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (23)$$

Con R=47 ohmios nuestra función de transferencia quedara así

$$\frac{V_t}{V_i} = \frac{j\omega * 470 * 10^{-3}}{7 * 10^{-6}(j\omega)^2 + 470 * 10^{-3}j\omega + 1} \quad (24)$$

El diagrama de bode del circuito resulta de la siguiente manera

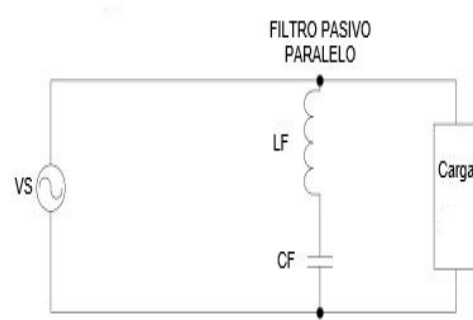


Figura 4. Conexión Filtro pasivo paralelo

III-B2. Filtro Pasivo de Potencia en Paralelo: Si tomamos solo la rama:

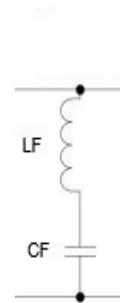


Figura 5. Impedancia rama LC

$$Z_r = Z_L + Z_C \quad (25)$$

A frecuencia de resonancia

$$Z_r = 0 \quad (26)$$

$$0 = Z_L + Z_C \quad (27)$$

$$Z_L = -Z_C \quad (28)$$

Esto hace que la impedancia de la rama sea cero a frecuencia de resonancia y sirve como camino hacia tierra para las señales armónicas.

### III-C. Medición de Armónicos Conexión YY

#### III-C1. Circuito Armado::

- A Vacío
- Con carga
- Con filtro

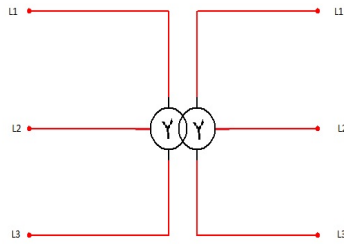


Figura 6. Circuito a vacío representado en diagrama de bloques

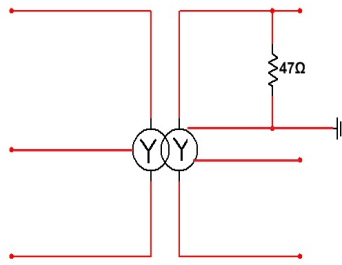


Figura 7. Diagrama de conexión del circuito con carga en diagrama de bloques

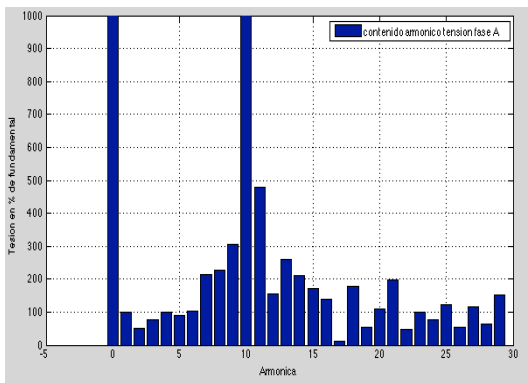


Figura 9. Transformada rápida de Fourier

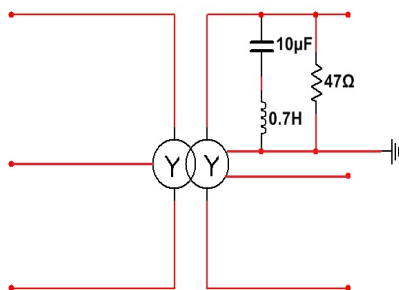


Figura 8. Diagrama de circuito con carga en diagrama de bloques

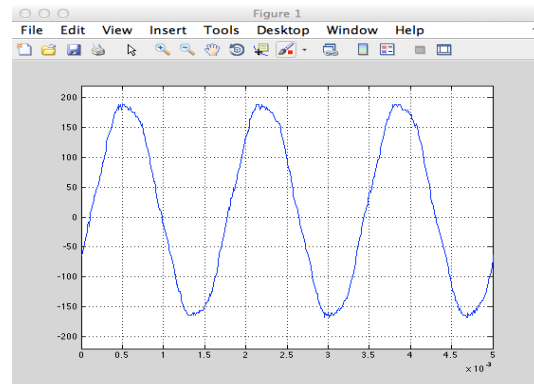


Figura 10. Onda de la señal de Vo

### III-C2. A Vacío:

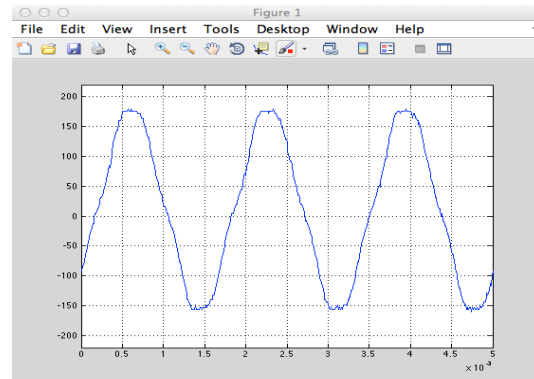


Figura 11. Onda de salida Vo con carga

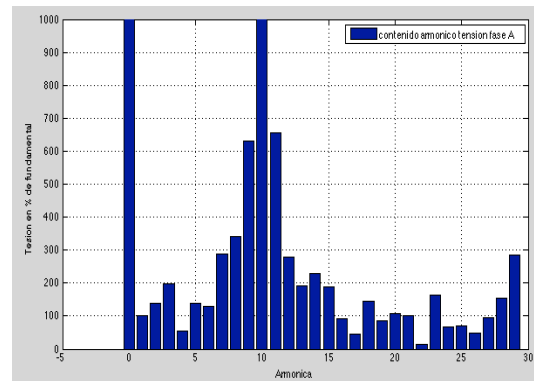


Figura 12. Transformada rápida de Fourier con carga

### III-C3. Con Carga:

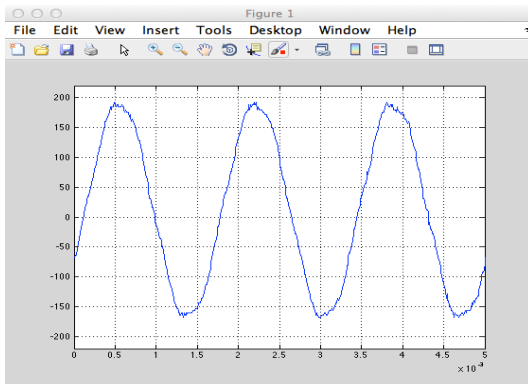


Figura 13. Onda de salida  $V_o$  con carga y filtro

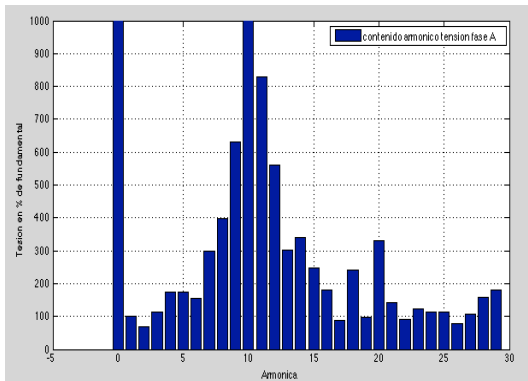


Figura 14. Transformada rápida de Fourier con carga y Filtro

### III-C4. Con Filtro:

## IV. CONCLUSIONES

- Los cálculos realizados por la serie de Fourier nos dan una aproximación de los armónicos que aparecen en el sistema eléctrico, la señal eléctrica varía por la forma que se encuentra instalado o por la sensibilidad de las máquinas que se encuentren conectadas al sistema.
- Con un sistema de filtro pasa banda se logró atenuar la onda generada por el tercer armónico puesto que es un filtro selectivo pasar permitir el paso exclusivamente de la frecuencia fundamental y disminuir el efecto del tercer armónico y sus derivados.
- El propósito de la aplicación de este filtro corregir el tercer armónico con la finalidad de optimizar voltaje proveniente del secundario del transformador y así evitar la emisión de una señal parcialmente distorsionada.

## V. REFERENCIAS

### REFERENCIAS

- [1] Análisis de armónicos en sistemas eléctricos [online] (30/05/2014). Disponible en: <http://www.udistrital.edu.co:8080/documents>
- [2] Armónicas y Espectro [online] (30/05/2014). Disponible en: <http://www.mailxmail.com/curso-fisica-imagenes-ondas-senales/armonicas-espectro>.
- [3] Arrillaga, J., Garmendia, J. A., & Morán, L. I. E. (1994). Armónicos en sistemas de potencia. Ed. Universidad de Cantabria.
- [4] Oppenheim, A. V., Willsky, A. S., & Nawab, S. H. (1998). Señales y sistemas. Pearson Educación.

## VI. BIOGRAFÍA



Daniel Hernán Arévalo Camacho.- Nació en Machala, Provincia de El Oro, estudio la primaria en la Escuela “Ciudad de Machala”, la instrucción secundaria en la Unidad Educativa “Colegio Empresarial Orense”, actualmente realiza los estudios de tercer nivel en la Universidad Politécnica Salesiana, Sede Cuenca, en la carrera de Ingeniería Eléctrica, desempeñó el cargo de Tesorero en la directiva de Ingeniería Eléctrica periodo 2012-2013, actualmente desempeña el cargo de Tutor en el programa de Ayudantías Estudiantiles a cargo de Bienestar Estudiantil de la UPS y pertenece al grupo de investigación GIB.