I. OBJETIVOS:

- Investigar sobre el movimiento armónico simple (MAS) de cuerpos elásticos.

II. MATERIALES Y EQUIPOS:

- Soporte universal.
- Regla milimetrada.
- Balanza digital.
- Resorte de acero.
- Juego de pesas más porta pesas.
- Cronometro.

III. FUNDAMENTO TEORICO:

El movimiento armónico simple (se abrevia m.a.s.) es un movimiento periódico que queda descrito en función del tiempo por una función armónica (seno o coseno). Si la descripción de un movimiento requiriese más de una función armónica, en general sería un movimiento armónico, pero no un m.a.s.

En el caso de que la trayectoria sea rectilínea, la partícula que realiza un m.a.s. oscila alejándose y acercándose de un punto, situado en el centro de su trayectoria, de tal manera que su posición en función del tiempo con respecto a ese punto es una sinusoide. En este movimiento, la fuerza que actúa sobre la partícula es proporcional a su desplazamiento respecto a dicho punto y dirigida hacia éste.

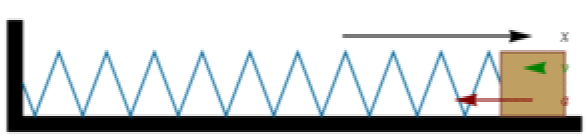
Cinemática del movimiento armónico simple:

Evolución en el tiempo del desplazamiento, la velocidad y la aceleración en un movimiento armónico simple.

El movimiento armónico simple es un movimiento periódico de vaivén, en el que un cuerpo oscila a un lado y a otro de su posición de equilibrio, en una dirección determinada, y en intervalos iguales de tiempo.

Por ejemplo, es el caso de un cuerpo colgado de un muelle oscilando arriba y abajo.El objeto oscila alrededor de la posición de equilibrio cuando se le separa de ella y se le deja en libertad. En este caso el cuerpo sube y baja.

Es también, el movimiento que realiza cada uno de los puntos de la cuerda de una guitarra cuando esta entra en vibración; pero, pongamos atención, no es el movimiento de la cuerda, sino el movimiento individual de cada uno de los puntos que podemos definir en la cuerda. El movimiento de la cuerda, un movimiento ondulatorio, es el resultado del movimiento global y simultáneo de todos los puntos de la cuerda.



En un movimiento armónico simple la magnitud de la fuerza ejercida sobre la partícula es directamente proporcional a su elongación, esto es la distancia xa la que se encuentra ésta respecto a su posición de equilibrio. En un desplazamiento a lo largo del eje O*x*, tomando el origen O en la posición de equilibrio, esta fuerza es tal que $F_x = -kx$donde $k$es una constante positiva y $x$es la elongación. El signo negativo indica que en todo momento la fuerza que actúa sobre la partícula está dirigida hacía la posición de equilibrio; esto es, en sentido contrario a su elongación (la "atrae" hacia la posición de equilibrio).

Aplicando la segunda ley de Newton, el movimiento armónico simple se define entonces en una dimensión mediante la ecuación diferencial

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx$$

Siendo $m$la masa del cuerpo en desplazamiento. Escribiendo $\omega^2 = k/m$se obtiene la siguiente ecuación donde ω es la frecuencia angular del movimiento:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = a(t) = -\omega^2 x$$

La solución de la ecuación diferencial (2) puede escribirse en la forma

$$x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$$

Dónde:

xEs la elongación de la partícula.

Aes la amplitud del movimiento (elongación máxima).

ωes la frecuencia angular

$t$es el tiempo.

ϕes la fase inicial e indica el estado de oscilación o vibración (o fase) en el instante *t* = 0 de la partícula que oscila.

Además, la frecuencia de oscilación puede escribirse como

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

, y por lo tanto el periodo como

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

La velocidad y aceleración de la partícula pueden obtenerse derivando respecto del tiempo la expresión $x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$.

Velocidad:

La velocidad se obtiene derivando la ecuación de la posición obtenida en el apartado anterior respecto al tiempo:

$$v = -\omega A \sin(\omega t + \phi)$$

Aceleración:

La aceleración es la variación de la velocidad del movimiento respecto al tiempo y se obtiene por lo tanto derivando la ecuación de la velocidad respecto al tiempo:

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = -\omega^2 A \cos(\omega t + \phi) = -\omega^2 x(t)$$

Amplitud y fase inicial:

La amplitud *A* y la fase inicial ϕ se pueden calcular a partir de las condiciones iniciales del movimiento, esto es de los valores de la elongación x_0 y de la velocidad v_0 iniciales.

$$x_0 = A\cos\phi \qquad \Rightarrow \qquad x_0^2 = A^2\cos^2\phi$$

$$v_0 = -\omega A\sin\phi \qquad \Rightarrow \qquad v_0^2 = \omega^2 A^2 \sin^2\phi \qquad \Rightarrow \qquad \frac{v_0^2}{\omega^2} = A^2\sin^2\phi$$

Sumando miembro a miembro las dos ecuaciones obtenemos

$$x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2} = A^2(\cos^2\phi + \sin^2\phi) = A^2 \qquad \Rightarrow \qquad A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}}$$

Dividiendo miembro a miembro las dos ecuaciones obtenemos

$$\frac{v_0}{x_0} = \frac{-\omega A\sin\phi}{A\cos\phi} = -\omega\tan\phi \qquad \Rightarrow \qquad \phi = \arctan\left(-\frac{v_0}{\omega x_0}\right)$$

Dinámica del movimiento armónico simple:

En el movimiento armónico simple la fuerza que actúa sobre el móvil es directamente proporcional al desplazamiento respecto a su posición de equilibrio, donde la fuerza es nula. Esta fuerza va siempre dirigida hacia la posición de equilibrio y el móvil realiza un movimiento de vaivén alrededor de esa posición.

$$F = -k\,x$$

Un ejemplo de MAS sería el que realiza un objeto unido al extremo un muelle, en ese caso *k* sería la constante de elasticidad del muelle.

Aplicando la segunda ley de newton tendríamos:

$$F = -k\,x = m\,a \qquad \Rightarrow \qquad a = -\frac{k}{m}x$$

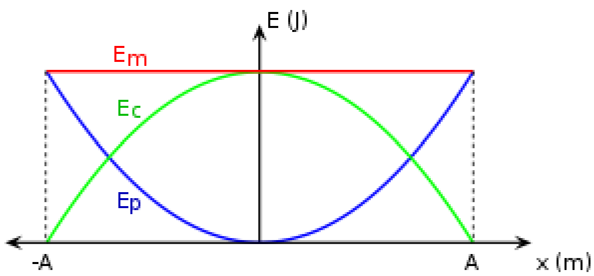
Comparando esta ecuación y la que teníamos para la aceleración (6) se deduce:

$$\omega^2 = \frac{k}{m}$$

Esta ecuación nos permite expresar el periodo (T) del movimiento armónico simple en función de la masa de la partícula y de la constante elástica de la fuerza que actúa sobre ella:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Energía del movimiento armónico simple:



Energía del movimiento armónico simple frente a la elongación.

Las fuerzas involucradas en un movimiento armónico simple son centrales y, por tanto, conservativas. En consecuencia, se puede definir un campo escalar llamado energía potencial (E_p) asociado a la fuerza. Para hallar la expresión de la energía potencial, basta con integrar la expresión de la fuerza (esto es extensible a todas las fuerzas conservativas) y cambiarla de signo, obteniéndose:

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2$$

La energía potencial alcanza su máximo en los extremos de la trayectoria y tiene valor nulo (cero) en el punto $x = 0$, es decir el punto de equilibrio.

La energía cinética cambiará a lo largo de las oscilaciones pues lo hace la velocidad:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

La energía cinética es nula en $-A$ o $+A$ (v=0) y el valor máximo se alcanza en el punto de equilibrio (máxima velocidad Aω).

$$E_c^{max} = \frac{1}{2}m\omega^2A^2$$

Como sólo actúan fuerzas conservativas, la energía mecánica (suma de la energía cinética y potencial) permanece constante.

$$E_p + E_c = E_m$$

Finalmente, al ser la energía mecánica constante, puede calcularse fácilmente considerando los casos en los que la velocidad de la partícula es nula y por lo tanto la energía potencial es máxima, es decir, en los puntos $x = -A$ y $x = A$. Se obtiene entonces que,

$$E_m = E_p^{max} + 0 = \frac{1}{2}kA^2$$

O también cuando la velocidad de la partícula es máxima y la energía potencial nula, en el punto de equilibrio $x = 0$

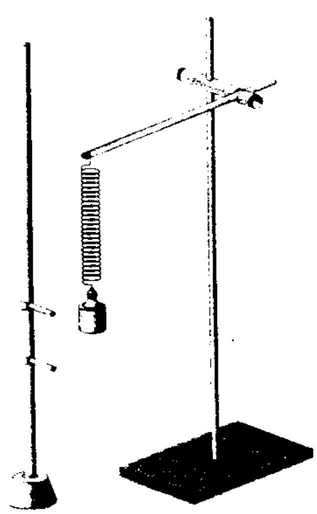
$$E_m = 0 + E_c^{max} = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2$$

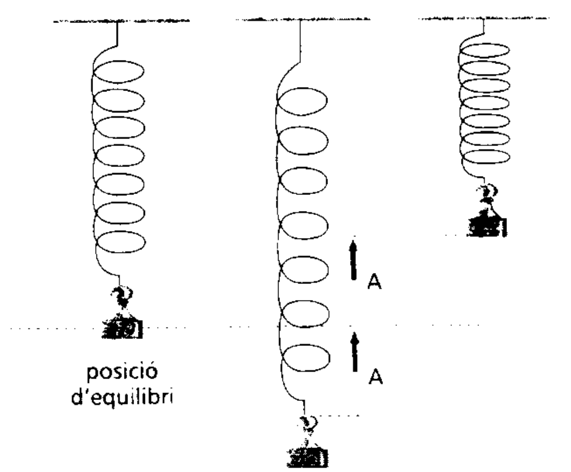
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad \Rightarrow \quad m = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 k$$

IV. EXPERIMENTO:

A. Montaje:

Montamos todo el equipo como se muestra en la figura:





B. Procedimiento:

4.1. Utilizamos la balan para determinar los valores de las masas del resorte y del porta pesas:

$M_{resorte}$= 0.198 Kg
$M_{porta\ pesas}$=0.05 Kg

4.2. Colgamos de la varilla el resorte y anotamos su posición inicial: 16.5 cm.

4.3. Seguimos aumentando peso y anotamos cada valor de este y llenamos la siguiente tabla:

TABLA 1

Masa del porta pesa = 50 gr						
	M(Kg)	X_1(m)	X_2(m)	X(m)	F(N)	K(N/M)
1	0.100	0.03	0.027	0.0285	0.98	37.39
2	0.150	0.07	0.07	0.07	1.47	21
3	0.250	0.143	0.147	0.145	2.45	16.89
4	0.350	0.22	0.217	0.219	3.43	15.66

De:

$$X = \frac{x1+x2}{2}$$ ……………..donde X= elongación media

F=m.a donde: $a = 9.8 m/s^2$

4.4. Para hallar K utilizamos:

F=KX……………….. donde X= elongación media

4.5. Para hallar K_1 aplicamos:

$$K_1 = \frac{37.39+21+16.89+15.66}{4}$$

K_1= 21.99

4.6. De nuestra grafica F versus X ……….K_2 = 13.04
4.7. Comprando K_1 y K_2 es evidente que hay un margen de error muy elevado……..……......%E = 40.7 %
4.8. El valor más esperado de la constante elástica es: K= 17.51

C. Determinación del periodo de Oscilación:

4.9. El periodo de oscilación se determina mediante la ecuación:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m+\frac{mr}{3}}{K}} \text{……………… (1)}$$

4.10. Colocamos el porta pesas y anotamos su masa en la tabla 2. La distancia a su anterior posición de equilibrio es x= 0.03m.
4.11. Desplazamos verticalmente esta pesa pequeña una distancia pequeña A= 5 cm y la dejamos oscilar libremente; el tipo de movimiento que describe es como un vaivén de arriba hacia abajo y viceversa.
4.12. Calibramos el cronometro y tomamos nota en la siguiente tabla por cada 10 oscilaciones:

TABLA 2

	M(Kg)(pesa + porta pesa)	T(10osc.)	T(s)	$T^2(s^2)$
1	0.150	6.59	0.659	0.434
2	0.250	7.63	0.763	0.582
3	0.300	9.10	0.910	0.828
4	0.350	10.50	1.05	1.103

4.13. Hacemos las gráficas respectivas T vs m y T2 vs m.
4.14. Ambas graficas son rectas?
Si ambas graficas son rectas por su dependencia, aunque con cierto margen de error pues vemos que lo puntos no están casi en la recta.
4.15. Determinamos la frecuencia angular natural de oscilación mediante la ecuación:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

w= 7.43 Hz.

4.16. ¿Influye el cambio de pesas en el periodo de oscilación?..........Si, pero lo hace en mínima proporción reemplazando los dato en la ecuación vemos que precisamente influye de manera proporcional (poco a poco).

V. AUTOEVALUACION:

5.1. Comparando los resultados obtenidos en la determinación de la constante K…….K_1 = 21.99 es un resultado basado en un promedio experimental y K_2= 13.04 es un resultado aproximado de mínimos cuadrados.

5.2. Determinamos el error porcentual en el periodo calculado y el periodo medido:

De la ecuación: $\%E= \left|\frac{Vteorico - V\ experimental}{V\ teorico}\right| \times 100$…….. (2)

- ✓ Para el primer dato: T= 0.659 y de la ecuación 1 obtenemos 0.60 con la ecuación 2 obtenemos el porcentaje de error: %E= 8.9%
- ✓ Para el segundo dato: T= 0.763 y de la ecuación 1 obtenemos 0.75 con la ecuación 2 obtenemos el porcentaje de error: %E= 1.7%
- ✓ Para el tercer dato: T= 0.910 y de la ecuación 1 obtenemos 0.90 con la ecuación 2 obtenemos el porcentaje de error: %E= 1.09%
- ✓ Para el cuarto dato: T= 1.055 y de la ecuación 1 obtenemos 0.973 con la ecuación 2 obtenemos el porcentaje de error: %E= 7.2%

5.3. ¿Hay diferencia? ¿A qué atribuye esta diferencia?...............Hay una diferencia mínima debido quizás al mal manejo del cronometro.

VI. BIBLIOGRAFIA:

http://es.wikipedia.org/wiki/Movimiento_arm%C3%B3nico_simple

http://www.google.com.pe/imgres?imgurl=http://html.rincondelvago.com/000135600.png&imgrefurl=http://html.rincondelvago.com/movimiento-armonico-simple-en-un-resorte.html&usg=__nrO_j13FCkK7ZeCylmMkCAY5gUg=&h=2358&w=4679&sz=36&hl=es&start=0&zoom=1&tbnid=y2XXM3V7JC1MAM:&tbnh=81&tbnw=160&prev=/images%3Fq%3Dmovimiento%2Barmonico%2Bsimple%26um%3D1%26hl%3Des%26sa%3DN%26biw%3D1345%26bih%3D562%26tbs%3Disch:1&um=1&itbs=1&iact=hc&vpx=88&vpy=260&dur=4930&hovh=159&hovw=316&tx=136&ty=99&ei=BPrFTOLINtTvngf__eXWCQ&oei=0fnFTP2kE4P58Aa-qvivDw&esq=18&page=1&ndsp=22&ved=1t:429,r:7,s:0