# UNIVERSIDAD NACIONAL DE CAJAMARCA

## ESCUELA ACADÉMICO PROFESIONAL DE INGENIERÍA GEOLÓGICA

TEMA : Desigualdades. Inecuaciones e Intervalos.

CURSO : Matemática Básica I.

DOCENTE : Homero Bardales Taculí.


INTEGRANTES :

- ESTRADA HERNANDEZ, Kevin Leopoldo.
- SILVA ARTEAGA, Rennzo Miguel.
- TACILLA MANTILLA, Misael.
- VÁSQUEZ ZELADA, Hector.


*Cajamarca, Enero del 2014.*

INDICE:

**AGRADECIMIENTO**

Primeramente a Dios por habernos permitido llegar a este punto y habernos dado salud para concluir con este trabajo, agradezco a la Universidad Nacional de Cajamarca, por haberme abierto las puertas a este prestigioso plano del saber, cuna de profesionales.

A todos los compañeros y profesores que nos ayudan a mejorar cada día, para que logremos ser los mejores, a nuestro profesor por su gran apoyo y motivación para la culminación de nuestros estudios profesionales, por su apoyo ofrecido en este trabajo, por haberme transmitido los conocimientos obtenidos y haberme llevado paso a paso en el aprendizaje.

También a cada miembro de nuestras familias que hacen lo necesario para seguir adelante día a día para lograr nuestros objetivos, además de su infinita bondad y su amor.

**Desigualdades: Propiedades y Aplicaciones.**
**Resolución de Inecuaciones algebraicas de segundo y mayor orden.**
**Método de los Intervalos**

**Inequalities: properties and applications.**
**Solving algebraic inequalities of second and higher order.**
**Method Intervals**.


**AUTORES:**

- ✓ **ESTRADA HERNÁNDEZ, Kevin Leopoldo**
  Estudiante de la carrera profesional de INGENIERÍA HIDRÁULICA de la Universidad Nacional de Cajamarca. Email: kevin_leo14@hotmail.com
- ✓ **SILVA ARTEAGA, Rennzo Miguel**
  Estudiante de la carrera profesional de INGENIERÍA HIDRÁULICA de la Universidad Nacional de Cajamarca. Email: rennzo250@hotmail.com
- ✓ **TACILLA MANTILLA, Misael**
  Estudiante de la carrera profesional de INGENIERÍA HIDRÁULICA de la Universidad Nacional de Cajamarca. Email: mitaci2011@hotmail.com
- ✓ **VÁSQUEZ ZELADA, Héctor**
  Estudiante de la carrera profesional de INGENIERÍA HIDRÁULICA de la Universidad Nacional de Cajamarca. Email: rhevaz92@gmail.com

## RESUMEN

El conjunto de números reales está formando por los números racionales e irracionales se designa por $\mathbb{R}$. El conjunto de los números reales contiene todos los números enteros, positivos y negativos; todos los fracciones; El presente trabajo trata sobre los diferentes teoremas y aplicaciones de la matemática en ejercicios aplicados a un tema específico como se señalara más adelante

**DESIGUALDADES:**

Se conoce con el nombre desigualdades a toda proporción que tiene una relación < > ≤ ≥ que.

- **INECUACION LINEALES:** Una inecuación lineal o de primer grado en una variable x, es una desigualdad de la forma:

  P(x): ax + b >0 o P(x):ax + b <0

- **INECUACIONES CUADRATICAS:** Una inecuación cuadrática es una desigualdad condicional que, reducida a su máxima expresión, adopta una de las siguientes formas según sea el caso que se presente.

  P(x): $ax^2$ + bx + c > 0 o P(x): $ax^2$ + bx +c < 0

  Donde a, b, c son números reales y a≠0

- **INECUACIONES RACIONALES:** Una inecuación racional es una desigualdad condicional que reducida a su más simple expresión tiene la forma :

  $\frac{p(x)}{q(x)} > 0$ o $\frac{p(x)}{q(x)} < 0$

  Donde p(x) y q(x) son monomios, binomios y polinomios no nulos con coeficientes reales.

**METODO DE INTERVALOS:** Es el conjunto de números reales contenidos entre dos números fijos llamados extremos; en determinados casos los extremos también forman parte del intervalo.

**JUSTIFICACION DEL ESTUDIO:**

La matemática, en los últimos tiempos, se ha convertido en una ciencia que cumple dos funciones primordiales: la primera, que podría considerarse universal, proporcionar estructura lógica al pensamiento para enfrentar de manera segura diversos campos de la actividad humana, y la segunda, servir como una herramienta que permite resolver adecuadamente las situaciones de la vida diaria que, de una u otra forma, están ligadas a los avances tecnológicos del mundo moderno, fundamentados en el desarrollo y la aplicación de la matemática.

Las matemáticas sirven para todo. Pitágoras decía que el universo estaba hecho de números:

Cuántos años tienes: números
Cuánto mides: números Qué hora es: números Moléculas: números de átomos Células: números de moléculas Seres vivos: números de células

Desde cómo construir una nave espacial, hasta cuántas cucharadas de azúcar le pones a tu café, la matemática nos ayuda a entender, construir y dominar este mundo.

La primera civilización que pudo llamarse civilización fue Sumeria y gracias a las matemáticas tenían mercados, agricultura, ganadería, política, contadores. Además, antes de las matemáticas, todavía se vivía en cavernas.

Las matemáticas son un coco para todos, son muy aburridas, me da flojera estudiar matemáticas, para que voy a utilizar esto en mi perfil profesional, yo no necesito matemáticas, es posible que tengas razón, es posible que no creas que las necesitas, pero está comprobado el rendimiento intelectual superior para aquellas personas que dominan esta disciplina de pensamiento.

Permítanme citarles un ejemplo: en cierta empresa, el jefe de personal hace una entrevista de ingreso a tres personas, la pregunta decisiva fue un acertijo que tenía que ver con las matemáticas, a lo que todos preguntaron; qué tiene que ver esto con el puesto de operario de máquinas?, sencillo, necesito alguien que ante cualquier situación que se llegara a presentar, pueda ser capaz de tomar la decisión más lógica, de acuerdo a la función que desempeña, cierto o verdad, no lo sé, solo sé que en manos de ustedes y con mi colaboración, sacaremos el mejor provecho de este corto, pero muy productivo curso, que solo hasta llegar al final, lo podremos juzgar.

**METODOS Y TECNICAS EMPLEADAS:**

1. Investigación del tema.
2. Elaboración y presentación.
3. Exposición de conceptos, principios, teoremas, propiedades y demostraciones.
4. Ejemplos y resolución de ejercicios.

**FUENTES A LAS QUE SE A RECURRIDO:**

1. Biblioteca.
2. Libros.

**OBJETIVOS:**

Los objetivos deben entenderse como las intenciones que sustentan el diseño y la realización de las actividades necesarias para la consecución de las grandes finalidades educativas. Se conciben así como elementos que guían los procesos de enseñanza-aprendizaje, ayudando al profesorado en la organización de su labor educativa.

Los Objetivos Generales del área de Matemáticas en la Educación Secundaria Obligatoria, deben pues entenderse como aportaciones que, desde el área, contribuyen a la consecución de los Objetivos Generales de la etapa.

La Educación Matemática en esta etapa se orientará a facilitar los aprendizajes necesarios para desarrollar en el alumnado las siguientes capacidades:

1. Utilizar el conocimiento matemático para organizar, interpretar e intervenir en diversas situaciones de la realidad.

2. Comprender e interpretar distintas formas de expresión matemática e

incorporarlas al lenguaje y a los modos de argumentación habituales.

3. Reconocer y plantear situaciones en las que existan problemas susceptibles de ser formulados en términos matemáticos, utilizar diferentes estrategias para resolverlos y analizar los resultados utilizando los recursos apropiados.

4. Reflexionar sobre las propias estrategias utilizadas en las actividades matemáticas.

5. Incorporar hábitos y actitudes propios de la actividad matemática.

6. Utilizar con soltura y sentido crítico los distintos recursos con especial énfasis en los recursos tecnológicos (calculadoras, programas informáticos) de forma que supongan una ayuda en el aprendizaje y en las aplicaciones instrumentales de las matemáticas

**INTRODUCCIÓN:**

Matemática es la única asignatura que se estudia en todos los países del mundo y en todos los niveles educativos. Supone un pilar básico de la enseñanza en todos ellos. La causa fundamental de esa universal presencia hay que buscarla en que las matemáticas constituyen un idioma poderoso, conciso y sin ambigüedades Este trabajo trata de la resolución de problemas que es considerada en la actualidad la parte más esencial de la educación matemática. Mediante la resolución de problemas, los estudiantes experimentan la potencia y utilidad de las Matemáticas en el mundo que les rodea.

La resolución de problemas es un proceso mental que supone la conclusión de un proceso más amplio que tiene como pasos previos la identificación del problema y su modelado. La resolución de problemas reside principalmente en dos áreas: la resolución de problemas matemáticos y la resolución de problemas personales (en los que se presenta algún tipo de obstáculo a su resolución).

A. **DESIGUALDADES**

**Matemática Básica I / Ricardo Figueroa García / Octava edición (2004) / Editorial América Lima, manifiesta:**

Se conoce con el nombre desigualdades a toda proporción que tiene una relación < > ≤ ≥ que.

1) $a < b \rightarrow b - a > 0$
2) $a > b \rightarrow a - b > 0$
3) $a \leq b \rightarrow a < b$ , $a = b$
4) $a \leq b \rightarrow a > b$ , $a = b$

$a < b \wedge a > b$, se llaman desigualdades estrictas.

$a \leq b \wedge a \geq b$ , se les llama desigualdades no estrictas.

Para un mejor desarrollo de citan los siguientes teoremas ya que dichos teoremas iniciara con una enumeración que continua de temas anteriores que son de capítulo de sistema de numero reales.

Teorema 19: si $a < b \wedge c < d \rightarrow a + c < b + d$

Demostración

1. si $a < b \wedge c \in R \rightarrow a + c < b + c$ $O_3$
2. si $c < d \wedge b \in R \rightarrow c + b < d + b$ $O_3$
3. $b + c < b + d$ $A_2$
4. de 1 y 3 $a + c < b + c \wedge b + c < b + d \rightarrow a + c < b + d$ $O_2$

Teorema 20: Si $a < b \rightarrow -a > -b$

$-b < -a$

Demostración

Si $a < b \rightarrow a < b$

$a + (-a) + (-b) < b + (-a) + (-b)$ $\quad O_3$

$[a + (-a)] + (-b) < [b + (-b)] + (-a)$ $\quad A_5, A_3$

$0 + (-b) < 0 + (-a)$ $\quad A_4$

$-b < -a$

$-a > -b$

Teorema 21: Si $a < b \wedge c < o \rightarrow ac > bc$

Demostración

$a < b \wedge c < 0 \rightarrow a < b$

$a < b \wedge -c > 0 \rightarrow a(-c) < b(-c)$ $\quad O_3$

$(-ac) < (-bc)$ $\quad T_3$

$[-(-ac)] > [-(-bc)]$ $\quad T_{20}$

$Ac > bc$ $\quad T_4$

Teorema 22: Si $a < b \wedge c > o \rightarrow ac < bc$

Demostración

$a < b \wedge c > 0 \rightarrow a < b$

$a < b \wedge -c < 0 \rightarrow a(-c) > b(-c)$ $\quad O_3$

| | |
|---|---|
| $(-ac) > (-bc)$ | $T_3$ |
| $[-(-ac)] < [-(-bc)]$ | $T_{20}$ |
| $ac < bc$ | $T_4$ |

Teorema 23: si $a \neq 0 \rightarrow a^2 > 0$

Demostración

1. Si $a < 0$
2. Si $a > 0$

Si $a < 0 \wedge -a > 0 \rightarrow a < 0$

| | |
|---|---|
| $a(-a) < 0(-a)$ | $O_3$ |
| $-(a.a) < 0$ | $T_3$, $T_1$ |
| $-(a^2) < 0$ | potenciación |
| $-(-a^2) > 0$ | $T_{20}$ |
| $a^2 > 0$ | $T_4$ |

Si $a > 0 \wedge -a < 0 \rightarrow a>0$

| | |
|---|---|
| $a(-a) > 0(-a)$ | $O_3$ |
| $-(a.a) > 0$ | $T_3$, $T_1$ |
| $-(a^2) > 0$ | potenciación |
| $-(-a^2) < 0$ | $T_{20}$ |
| $a^2 < 0$ | $T_4$ |

Teorema 24: i) Si $a > 0 \rightarrow a^{-1} >0$

ii) Si $a < 0 \rightarrow a^{-1} < 0$

Demostración

i) $a > 0 \longrightarrow a^{-1} > 0$

1. $a^{-1} < 0$
2. $a^{-1} = 0$
3. $a^{-1} > 0$

1. $a > 0 \ \wedge a^{-1} < 0 \longrightarrow a > 0$

$aa^{-1} < 0a^{-1}$ $O_3$

$1 < 0$ $M_5\ T_1$

2. $a > 0 \ \wedge a^{-1} = 0 \longrightarrow a > 0$

$aa^{-1} > 0a^{-1}$ $O_3$

$1 > 0$ $M_5\ T_1$

3. $a > 0 \ \wedge a^{-1} > 0 \longrightarrow a > 0$

$aa^{-1} > 0a^{-1}$ $O_3$

$1 > 0$ $M_5\ T_1$

ii) $a < 0 \longrightarrow a^{-1} < 0$

1. $a < 0 \ \wedge a^{-1} < 0 \longrightarrow a < 0$

$aa^{-1} > 0a^{-1}$ $O_3$

$1 > 0$ $M_5\ T_1$

2. $a < 0 \ \wedge a^{-1} = 0 \longrightarrow a < 0$

$aa^{-1} < 0a^{-1}$ $O_3$

$_1 \quad < 0$ $M_5\ T_1$

3. $a < 0 \ \wedge a^{-1} > 0 \longrightarrow a < 0$

$a^{-1} < 0a^{-1}$ $O_3$

$1 < 0$ $M_5\ T_1$

Teorema 25: Si a y b tiene el mismo signo y si $a < b \longrightarrow a^{-1} < b^{-1}$

Demostración

1° Si de que ay b sean positivos $a > 0$ y $b > 0$

2° Si es que a y b sean negativos $a < 0$ y $b < 0$

1. $a < b \longrightarrow a < b$

$a > 0 \wedge a^{-1} > 0 \rightarrow aa^{-1} < ba^{-1}$ $T_{24}$

$b > 0 \wedge b^{-1} > 0 \rightarrow aa^{-1}b^{-1} < ba^{-1}b^{-1}$ $T_{24}$

$(aa^{-1})b^{-1} < (bb^{-1})a^{-1}$ $M_3, M_2$

$1b^{-1} < 1a^{-1}$ $M_5$

$b^{-1} < a^{-1}$ $M_4$

2. $a < b \rightarrow a < b$

$a < 0 \wedge a^{-1} < 0 \rightarrow aa^{-1} > ba^{-1}$ $T_{24}$

$b < 0 \wedge b^{-1} < 0 \rightarrow aa^{-1}b^{-1} < ba^{-1}b^{-1}$ $T_{24}$

$(aa^{-1})b^{-1} < (bb^{-1})a^{-1}$ $M_3, M_2$

$1b^{-1} < 1a^{-1}$ $M_5$

$b^{-1} < a^{-1}$ $M_4$

Teorema 26: i) $ab > 0 \leftrightarrow (a > 0 \wedge b > 0) \vee (a < 0 \wedge b < 0)$

ii) $ab < 0 \leftrightarrow (a > 0 \wedge b < 0) \vee (a < 0 \wedge b > 0)$

Demostración

i) $ab > 0 \leftrightarrow (a > 0 \wedge b > 0) \vee (a < 0 \wedge b < 0)$

Si $a > 0 \wedge b > 0 \rightarrow ab > 0$

$a > 0 \wedge -b < 0 \rightarrow a(-b) < 0(-b)$ $O_3$

$-(ab) < 0$ $T_3$

$-[-(ab)] > 0$ $T_{20}$

$ab > 0$ $T_4$

Si $a < 0 \wedge b < 0 \rightarrow ab > 0$

$a < 0 \wedge -b > 0 \rightarrow a(-b) < 0(-b)$ $O_3$

$-(ab) < 0$ $T_3$

$-[-(ab)] > 0$ $T_{20}$

$ab > 0$ $T_4$

ii) $ab < 0 \rightarrow (a > 0 \wedge b < 0) \vee (a < 0 \wedge b > 0)$

Si $a > 0 \wedge b < 0 \rightarrow ab > 0$

$a > 0 \wedge -b > 0 \rightarrow a(-b) > 0(-b)$ $\quad O_3$

$-(ab) > 0$ $\quad T_3$

$-[-(ab)] < 0$ $\quad T_{20}$

$ab < 0$ $\quad T_4$

Si $a < 0 \wedge b > 0 \rightarrow ab > 0$

$a < 0 \wedge -b > 0 \rightarrow a(-b) > 0(-b)$ $\quad O_3$

$-(ab) > 0$ $\quad T_3$

$-[-(ab)] < 0$ $\quad T_{20}$

$ab < 0$ $\quad T_4$

i) $ab > 0 \rightarrow (a > 0 \wedge b > 0) \vee (a < 0 \wedge b < 0)$

Probando si $a > 0 \rightarrow b > 0$

$a < 0 \rightarrow b < 0$

1. $a > 0 \rightarrow 1/a > 0$ $\quad T_{24}$
   $ab > 0 \rightarrow 1/a(ab) > 1/a(0)$ $\quad O_3$
   $b > 0$
2. si $a < 0 \rightarrow b < 0$
   $a < 0 \rightarrow 1/a < 0$ $\quad T_{24}$
   $ab > 0 \rightarrow 1/a(ab) < 1/a(0)$ $\quad O_3$
   $b < 0$

ii) $ab < 0 \rightarrow (a > 0 \wedge b < 0) \vee (a < 0 \wedge b > 0)$

Probando si $a > 0 \rightarrow b < 0$

$a < 0 \rightarrow b > 0$

1. $a > 0 \rightarrow 1/a > 0$ $\quad T_{24}$
   $ab < 0 \rightarrow 1/a(ab) < 1/a(0)$ $\quad O_3$
   $b < 0$
2. si $a < 0 \rightarrow b > 0$

$a < 0 \rightarrow 1/a < 0$ $\quad T_{24}$

$ab < 0 \rightarrow 1/a(ab) > 1/a(0)$ $\quad O_3$

$b > 0$

Teorema 27: i) $a/b > 0 \wedge b \neq 0 \leftrightarrow (a > 0 \wedge b > 0) \vee (a < 0 \wedge b < 0)$

ii) $a/b < 0 \wedge b \neq 0 \leftrightarrow (a > 0 \wedge b < 0) \vee (a < 0 \wedge b > 0)$

Demostración

i) $(a > 0 \wedge b > 0) \vee (a < 0 \wedge b < 0) \rightarrow a/b > 0,\ b \neq 0$

Si $a > 0 \wedge b > 0 \rightarrow a/b$

$a > 0 \wedge b^{-1} > 0 \rightarrow a(b^{-1}) > 0(b^{-1})$ $\quad T_{24}, O_3$

$a/b > 0$

i) Si $a/b > 0 \rightarrow (a < 0 \wedge b < 0) \vee (a > 0 \wedge b > 0)$ , $b \neq 0$

$a > 0 \rightarrow b > 0$

$a > 0 \rightarrow a^{-1} > 0$ $\quad T_{24}$

$a/b > 0 \rightarrow a/b(a^{-1}) > 0(a^{-1})$ $\quad O_3$

$1/b > 0$

Si $b > 0 \rightarrow b^{-1} > 0$

Teorema 28: Si $a \geq 0 \wedge b \geq 0 \rightarrow a^2 > b^2 \leftrightarrow a > b$

Demostración

I Si $a \geq 0 \wedge b \geq 0 \rightarrow a^2 > b^2$

$a > 0 \wedge b \geq 0 \rightarrow a^2 + (-b^2) > b^2 + (-b^2)$

$(a - b)(a + b) > 0$

$(a - b)(a + b)(a + b)^{-1} > 0(a + b)^{-1}$ $\quad M_5$

$(a - b)[(a + b)(a + b)^{-1}] > 0$ $\quad M_3, T_1$

$(a - b)1 > 0$ $\quad$ $M_4$

$a - b >$

$a + (-b) + [-(-b)] > 0 + [-(-b)]$ $\quad$ $A_5$

$a + (-b) + b > b$ $\quad$ definición de sustracción

$a > b$

II $\quad$ Si $a \geq 0 \wedge b \geq 0 \rightarrow a > b \rightarrow a^2 > b^2$

1. Si $a > 0 \wedge b \geq 0 \rightarrow aa > ba$ $\quad$ $O_3$
   $a^2 > ab$
2. Si $a \geq 0 \wedge b > 0 \rightarrow ab > bb$ $\quad$ $O_3$
   $ab > b^2$
3. De 1 y 2 se tiene $\rightarrow a^2 > b^2$
   $a^2 > ab \wedge ab > b^2$

I $\quad$ Si $a \geq 0 \wedge b \geq 0 \rightarrow a^2 > b^2 \rightarrow a > b$

II $\quad$ Si $a \geq 0 \wedge b \geq 0 \rightarrow a > b \rightarrow a^2 > b^2$

$a \geq 0 \wedge b \geq 0 \rightarrow a^2 > b^2 \leftrightarrow a > b$

Teorema 29: si $b \geq 0 \rightarrow a^2 > b \leftrightarrow a > \sqrt{b} \quad a < -\sqrt{b}$

$b \geq 0 \rightarrow a^2 \geq b \leftrightarrow a \geq \sqrt{b} \quad a \leq -\sqrt{b}$

Demostración

i) Consideramos los casos $a > 0$ y $a < 0$

1. Si $a > 0$, $b \geq 0 \rightarrow a^2 > b$

   $a^2 > (\sqrt{b})^2$

   $a > \sqrt{b}$ $\quad$ $T_{32}$

2. Si $a < 0$, $b \geq 0 \rightarrow (-a)^2 > b$

   $(-a)^2 > (\sqrt{b})^2$ $\quad$ $T_{32}$

   $-a > \sqrt{b}$

$$a < -\sqrt{b}$$

Por lo tanto de 1 y 2: $a^2 > b \leftrightarrow a > \sqrt{b} \;\; v \;\; a < -\sqrt{b}$

Teorema 30: Si i) $b > 0 \rightarrow a^2 > b \leftrightarrow -\sqrt{b} < a < \sqrt{b}$

ii) $b \leq 0 \rightarrow a^2 \leq b \leftrightarrow -\sqrt{b} \leq a \leq \sqrt{b}$

La demostración de este teorema es similar a la demostración del teorema 29 por lo que ya no de redactar en este informe.

Teorema 31: i) si $a \geq 0 \wedge b \geq 0 \rightarrow (\sqrt{a} \leq \sqrt{b} \leftrightarrow 0 \leq a \leq b)$

ii) si $a \geq 0 \wedge b > 0 \rightarrow (\sqrt{a} < \sqrt{b} \leftrightarrow 0 \leq a < b)$

Demostración

1. Si $\sqrt{a} \leq \sqrt{b} \leftrightarrow (\sqrt{a})^2 \leq (\sqrt{b})^2$ $\quad T_{32}$
2. $\leftrightarrow a \leq b$

Pero si $a \geq 0 \wedge b \geq 0 \rightarrow 0 \leq a \leq b$

## B. <u>INECUACIONES</u>

**Matemática Básica / A. Venero B. / 2 Edición 2012, menciona:**

Es toda desigualdad condicional que contiene una o más cantidades desconocidas llamadas variables y que solo son verdaderas para determinados valores de dichas variables.

Las inecuaciones de una variable son proposiciones que tienen la forma

Po la solución de una inecuación entendemos al conjunto de todos los números, cada uno de los cuales, al reemplazar la variable x, hace verdadera la desigualdad.

A continuación veremos las técnicas para resolver diversos tipos de inecuaciones de una variable en R.

- **INECUACION LINEALES**

Una inecuación lineal o de primer grado en una variable x, es una desigualdad de la forma: P(x): ax + b >0 o P(x): ax + b <0

Para resolver este tipo de inecuaciones es muy sencillo porque solamente nos basamos en la aplicación de los axiomas de orden y de teoremas aplicados a los ejercicios que estemos tratando en lugar de los postulados de la igualdad.

**Ejemlos:**

**1) -**$2x + 1 \leq x - 3$

**Despejando**

$-2x + 1 \leq x - 3$

$-2x - x \leq -3 - 1$

$-3x \leq -4$

$x \geq -4 : (-3)$

**Aplicando propiedades**

$-2x + 1 \leq x - 3$

$-2x + 1 + (-x) \leq x - 3 + (-x)$

$[-2x + (-x)] + 1 \leq [x + (-x)] - 3$

$-3x + [1 + (-1)] \leq -3 + (-1)$

$-3x \leq -4$

$-3\left(-\frac{1}{3}\right) x \geq -4(-\frac{1}{3}) \quad \rightarrow \quad x \geq \frac{4}{3}$

Solución: $S = [\frac{4}{3}, +\infty)$

- **INECUACIONES CUADRATICAS**

Una inecuación cuadrática es una desigualdad condicional que, reducida a su máxima expresión, adopta una de las siguientes formas según sea el caso que se presente.

P(x): $ax^2$ + bx + c > 0

P(x): $ax^2$ + bx + c < 0

Donde a, b, c son números reales y a≠0.

Para determinar los valores de x que satisfagan las inecuaciones (1) y (2) existen dos métodos:

a) Método de factorización
b) Método de completar el cuadrados

**a) Método de factorización: se** utiliza cuando el trinomio $ax^2$ + bx +c es factorizable y su resolución se basa en la aplicación del teorema 30 (se aplica regla de los signos para la multiplicación).

i) $a.b > 0 \leftrightarrow [(a > 0 \wedge b > 0) \vee (a < 0 \wedge b < 0)]$

ii) $a.b < 0 \leftrightarrow [(a > 0 \wedge b < 0) \vee (a < 0 \wedge b > 0)]$

**b) Método de completar el cuadrado:** este método consiste en transformar el trinomio P(x): $ax^2$ + bx +c a la forma a$(x + \frac{b}{a})^2$=k con el fin de hacer uso de los teoremas:

Si $b \geq 0 \rightarrow a^2 > b \leftrightarrow a > \sqrt{b} \vee a < -\sqrt{b}$

Si $b > 0 \rightarrow a^2 < b \leftrightarrow -\sqrt{b} < a < \sqrt{b}$

**Ejemlos:**

**1) 3$x^2$ +23x <- 8**

Solución:

**3$x^2$ +23x +8< 0**

**(X+8)(3x+1)<0,** entonces aplicamos el teorema

ii) $a.b < 0 \leftrightarrow [(a > 0 \wedge b < 0) \vee (a < 0 \wedge b > 0)]$

$(X+8)(3x+1)<0 \leftrightarrow [(X+8>0 \wedge 3x+1<0) \vee (X+8<0 \wedge 3x+1>0)]$

$\leftrightarrow [\quad (-8<x<-\frac{1}{3}) \quad \vee \quad \emptyset \quad ]$

$\leftrightarrow \quad -8<x<-\frac{1}{3}$

Por lo tanto se tiene que el conjunto solucion para la inecuacion sera:

CS= x€<-8; $-\frac{1}{3}$>

2) $2x^2+x+3>0$

En este caso, para la expresión; se tiene: $2x^2+x+3$

$a=2$ y

$\Delta = 1^2-4(2)(4) = -48$

Como $\Delta<0$ y $a>0$, entonces $2x^2+x+3>0$; $\forall x \in \mathbb{R}$

$\therefore$ El conjunto solución $2x^2+x+3>0$ es $\mathbb{R}$ de o sea: S = $\mathbb{R}$

- **INECUACIONES RACIONALES**

**Matemática Básica I / A VENERO B. / 2 Edición (2012) / Editorial Gemar, manifiesta:**

Una inecuación racional es una desigualdad condicional que reducida a su más simple expresión tiene la forma

$\frac{p(x)}{q(x)}>0$ o $\frac{p(x)}{q(x)}<0$

Donde p(x) y q(x) son monomios, binomios y polinomios no nulos con coeficientes reales. Entre las variadas técnicas para resolver una inecuación racional, destacamos los siguientes casos:

**PRIMER CASO.** La inecuación racional tiene la forma

$\frac{ax+b}{cx+d} > 0$ o $\frac{ax+b}{cx+d} < 0$

Estas inecuaciones pueden reducirse a una inecuación cuadrática equivalente

$(ax+b)(cx+d) > 0$ o $(ax+b)(cx+d) < 0$

**Ejemplo 1**

Resolver la inecuación: $\frac{x+1}{x-2} > 0$

**Solución**

Solución la inecuación equivalente es: $(x+1)(x-2) >$

$\rightarrow (x+1)(x-2) > 0 \leftrightarrow (x+1>0 \wedge x-2>0) \vee (x+1<0 \wedge x-2<0)$

$\leftrightarrow (x>-1 \wedge x>2) \vee (x<-1 \wedge x<2)$

$\leftrightarrow (x>2) \vee (x<-1)$

$\therefore$S= $[X \in R \mid x<-1 \vee x>2]$

**Ejemplo 2**

Resolver $\frac{2x-3}{x-2} \geq 3$

**Solución**

$\frac{2x-3}{x-2} - 3 \geq 0 \leftrightarrow \frac{3-x}{x-2} \geq 0 \leftrightarrow \frac{x-3}{x-2} \leq 0$

Inecuación equivalente $(x-2)(x-3) \leq 0$ , $x \neq 2$

$(x-2)(x-3) \leq 0 \leftrightarrow (x-2>0 \wedge x-3 \leq 0) \vee (x-2<0 \wedge x-3 \geq 0)$

$\leftrightarrow (x>2 \wedge x \leq 3) \vee (x<2 \wedge x \geq 3)$

$\leftrightarrow (x>2 \wedge x \leq 3) \vee (x<2 \wedge x \geq 3)$

$\therefore$S= $[X \in R \mid 2<x \leq 3]$

**SEGUNDO CASO.** La ecuación tiene la forma**:**

$\frac{ax^2+bx+c}{a'x^2+b'x+c'} > 0$ o $\frac{ax^2+bx+c}{a'x^2+b'x+c'} < 0$

**HIPOTESIS**

Uno de los trinomios no tiene soluciones reales o tiene una raíz doble .Es decir, si

Δ=$b^2 - 4ac < 0$, o si Δ=$b^2 - 4ac$=0, entonces , $ax^2 + bx + c$ o $a'x^2 + b'x + c'$ tienen signo fijo (> 0, ∀ X£R )

**Ejemplo 1**

Resolver: $\frac{x^2-x-12}{x^2-2x+3} < 0$

Solucion inecuacion equivalente : $(x^2 - 2x + 3)$ $(x^2 - x - 12)$ < 0

Para el pimer factor Δ=$(-2)^2 - 4(1)(3)$= -8 < 0,luego no tiene soluciones reales , por lo que $x^2 - 2x + 3$ > 0 , ∀ X£R

**para el segundo factor:** Δ=$(-1)^2 - 4(1)(-12)$= 49 > 0

luego, para halar los valores de X que satisfagan (1)

bastara resolver :$x^2 - x - 12 < 0$ ↔ $(x - 4)(x + 3 < 0$

$\leftrightarrow (x - 4 > 0 \wedge x + 3 < 0)$ 0 ∨ $(x - 4 < 0 \wedge x + 3 > 0)$

$\leftrightarrow (x > 4 \wedge x < 3) \vee (x - 4 < 0 \wedge x + 3 > 0)$

$\leftrightarrow (\phi) \vee (-\mathbf{3} < x < 4) \leftrightarrow (-3 < X < 4)$

∴S= $[X \in R \mid -3 < x < 4]$

**Ejemplo 2**

Resolver: $1 + \frac{15-7x}{x^2+x-6} > 0$

**Solución**

Efectuando operaciones se tiene: $\frac{x^2-6x+9}{x^2+x-6} > 0$

Inecuacion equivalente : $(x^2 - 6x + 9)(x^2 + x - 6) > 0$ ……………………………(1)

Para el primer factor : $\Delta=(-6)^2 - 4(1)(9)= 0$, el trinomio es un cuadrado perfecto , por lo que : $(x^2 - 6x + 9 = (x-3)^2 > 0$, $\forall$ X£R -[3]. En este caso x =3 es un valor restringido por que no satisface la inecuacion original .

Para el segundo factor : $\Delta=(1)^2 - 4(1)(-6)= 25 > 0$ Luego para que se cumpla (1), bastara resolver la inecuacion

$(x^2 + x - 6) > 0 \leftrightarrow (X + \mathbf{3})(x - 2) > 0 \quad , X \neq 3)$(restricción)

$\leftrightarrow (X + 3 > 0 \wedge x - 2 > 0) \vee (X + 3 < 0 \wedge x - 2 < 0)$, $x \neq 3$

$\leftrightarrow (X > 2) \vee (X < -3)$ , $x \neq 3$

$\therefore$S= $[X \in R \mid x < -3 \vee x > 2]$ -[3].

**Segunda hipótesis** ambos trinomios tienen raíces reales y distintas, entonces la inecuación equivalente se transforma en una inecuación polinómica

**TERCER CASO:** la inecuación racional tiene la forma

$\frac{p(x)}{q(x)} > 0$ o $\frac{p(x)}{q(x)} < 0$ donde $p(x)$ y $q(x)$ son polinomios no nulos de grado mayor que dos.

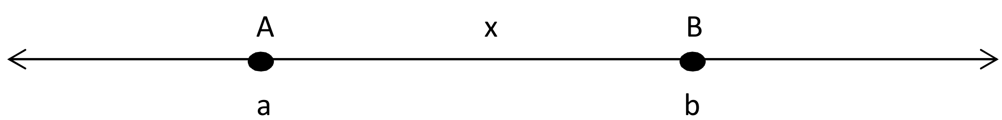
**Nota.** debido a las diversas alternativas que se presentan en la resolución de inecuaciones de este caso, así como de la segunda hipótesis del caso anterior , los ejemplos ilustrados correspondientes se darán más adelante , cuando desarrollemos , en las siguientes secciones , el estudio de la recta real y los intervalos

## C. <u>MÉTODO DE LOS INTERVALOS:</u>

**Matemática Básica I / Ricardo Figueroa García / Novena Edición (2006) / Editorial RFG, manifiesta:**

Conjunto de números reales contenidos entre dos números fijos llamados extremos; en determinados casos los extremos también forman parte del intervalo.

Si representamos la desigualdad a < b sobre una recta numérica:




Vemos que el punto A, que representa al número a, está a la izquierda del punto B que representa al número b. Esto nos da una idea de que existen números reales entre a y b o también que existen números que están antes que a y después de b (subconjuntos de R). Si ocurre que a < x < b, esto se puede escribir como una desigualdad continúa de la siguiente manera:

$$a < x < b$$

A estos subconjuntos numéricos en R, que están definidos mediante la propiedad de sus elementos satisfacen ciertas desigualdades, se les denomina INTERVALOS.

- **CLASES DE INTEVALOS:**

**Algebra / Centro Preuniversitario de la UNC (Cepunc) / Mario René Carranza Liza, manifiesta:**

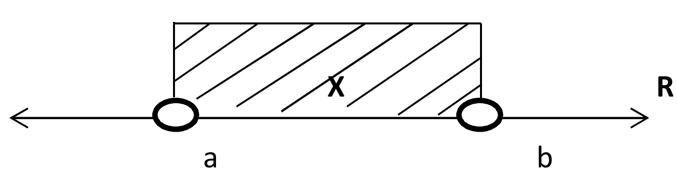
1. **INTERVALO ABIERTO:**

No se considera a los extremos, sólo a los números que están contenidos entre ellos, su símbolo es: < > ó ] [.

Si a y b son números reales tales que a ≤ b, se denomina intervalo abierto al conjunto de todos los reales x para los cuales: a < x < b. (No están incluidos los extremos a y b). Se denota < a, b > o también: ] a, b [, de modo que:

$\langle a, b \rangle = \{ x \in R \,/\, a < x < b \}$

O si $x \in \langle a, b \rangle \Leftrightarrow a < x < b$



Obsérvese que si a = b → < a, b > = ø

En la representación gráfica del intervalo, los puntos extremos se indican con círculos en blanco.

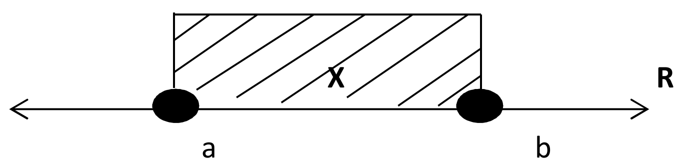
2. **INTERVALO CERRADO:**

Considera a los extremos y a los números contenidos entre ellos, su símbolo es [ ].

Si a y b son números reales tales que a ≤ b, se denomina intervalo cerrado al conjunto de todos los reales x para los cuales: a ≤ x ≤ b. (Están incluidos los extremos a y b). Se denota por: [a, b] de modo que:

[a, b] = {x ε R / a ≤ x ≤ b}

O si x ε [a, b] ⟺ a ≤ x ≤ b




Obsérvese que si a = b → {a} o {b}

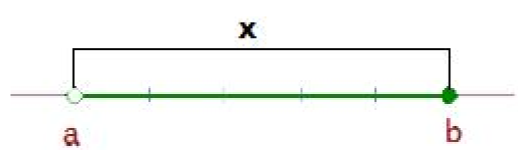
En la representación gráfica del intervalo, los extremos se indican con círculos en negro.

3. **INTERVALO SEMIABIERTO POR LA IZQUIERDA**

Si a y b son números reales tales que a<b, se denomina intervalo semiabierto por la izquierda al conjunto de todos los números reales x para los cuales: a < x ≤ b. se denota: <a,b], tal que,

<a,b] = {xεR/ a < x ≤ b }

O si < ε <a,b] ⟺ a < x ≤ b

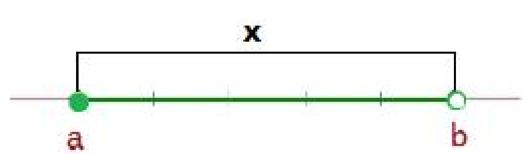



4. **INTERVALO SEMIABIERTO POR LA DERECHA**

Si a y b son números reales tales que a < b, se denomina intervalo semiabierto por la derecha al conjunto de todos los números reales x para los cuales: a ≤ x < b. se denota: [a,b>, tal que,

[a,b> = {xεR/ a ≤ x < b }

O si x ε [a,b> ⟺ a ≤ x < b



5. **INTERVALOS INFINITOS**

Para indicar a los conjuntos de números reales que se extienden infinitamente por la derecha o por la izquierda de un número a, existen los llamados intervalos infinitos que tienen la forma:

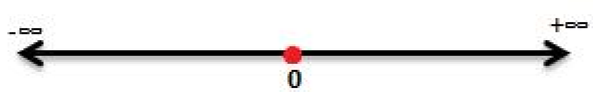
a) <a,+∞> = {x ε R / x > a}


b) [a,+∞> = {x ε R / x ≥ a}


c) <-∞,a> = {x ε R / x > a}


d) <-∞,a] = {x ε R / x ≤ a}


e) <-∞,+∞> = {x ε R / x > R}

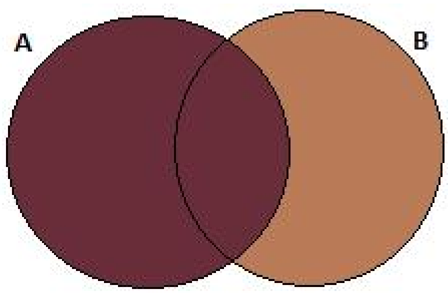



**NOTA:** La notación ∞, que se lee infinito, no es un número real, sino un símbolo que se utiliza para indicar que a partir de un número x hay números tan grandes como se quiera, por la derecha (+∞) o por la izquierda (-∞)

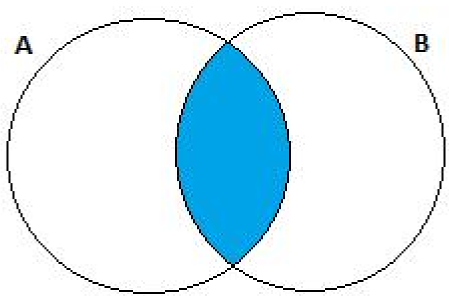
- **OPERACIONES CON INTERVALOS:**

Siendo los intervalos subconjuntos de los números reales, es posible realizar con ellos las propiedades operativas de conjuntos**,** como son intersección, unión, diferencia y complementación.

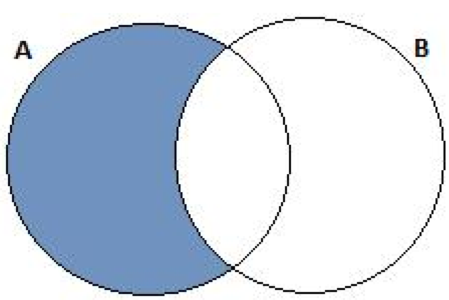
**A)** A U B = { x ε R / x ε A v x ε B }



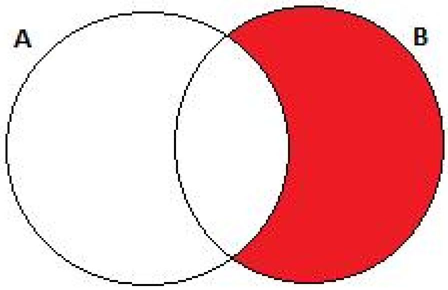

**B)** A ∩ B = { x ε R / x ε A ^ x ε B }



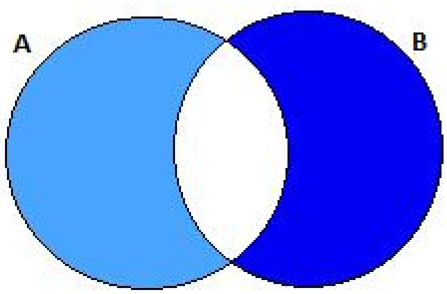

**C)** A – B = { x ε R / x ε A ^ x B }



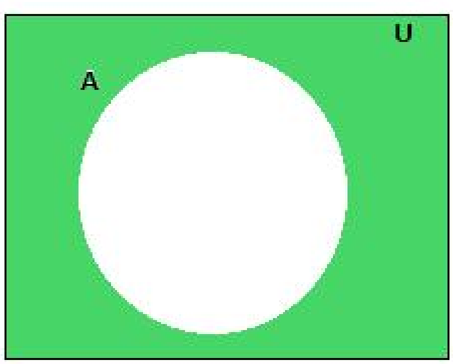
**D)** B – A = { x ε R / x ε B ^ x A }




**E)** A Δ B = (A - B) U (B – A)




**F)** A' = $A^c$ = { x ε R / x A }



**EJEMPLO:**

Sean: A = [-4; 4> y B = [0; 0], determinar:

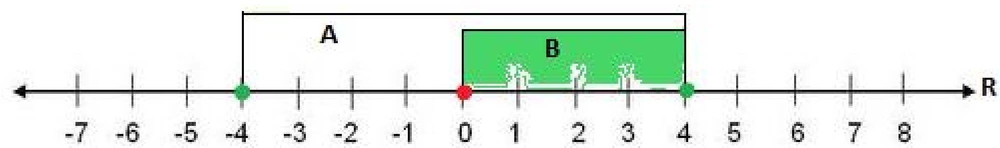
a) A U B  d) B – A

b) A ∩ B  e) A Δ B

c) A – B  f) $A^c$

**RESOLUCIÓN:**

Graficando los intervalos A y B en la recta numérica real.




a) A U B = [ -4 ; 4]  d) B – A = { 4 }

b) A ∩ B = [ 0 ; 4]  e) A Δ B = [ -4 ; 0> U { 4 }

c) A – B = [ -4 ; 0>  f) $A^c$ = <-∞ ; -4> U [ 4 , +∞>

- **INECUACIONES:**

Es toda desigualdad condicional que contiene una o más cantidades desconocidas, llamadas variables, y que solo es verdadera para determinados valores de dichas variables. Las inecuaciones de una variable son proporcionales a la forma.

$P(x) > 0$, $P(x) < 0$, $P(x) \geq 0$ ó $P(x) \leq 0$

- **INECUACIONES LINEALES O DE PRIMER GRADO:**

En una variable x, es una desigualdad de la forma:

P(x): $ax+b > 0$ ó P(x): $ax+b < 0$

La solución se basa en la aplicación establecida para la relación de orden $O_3$.

*EJEMPLO:*

3X-5 > 5X+1. Por el método intervalo solucionar e ilustrar la solución en la recta numérica.

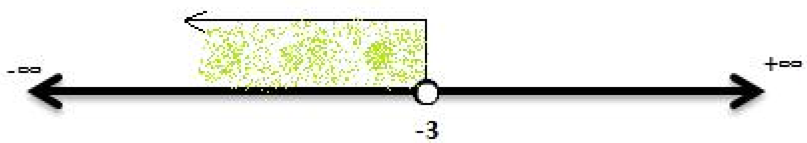
*Solución:*

$3x - 5 > 5x + 1 \Leftrightarrow 3x - 5 + (-5x + 5) > 5x + 1 + (-5x + 5)$

$\Leftrightarrow -2x > 6 \Leftrightarrow x < -3$

$S = \{x \notin R \,/\, x < -3\}$

Intervalo de solución: $S = < -\infty, -3 >$




**NOTA:** En la práctica, para resolver una inecuación lineal se transpone todos los términos que contienen la variable x al primer miembro y los cristales al segundo miembro de la desigualdad.

## BIBLIOGRAFÍA:


- R. FIGUEROA G. 2006. Matemática Básica I. 1° edición. Editorial RFG. Pág. 224 – 255.
- A. VENERO B. 2005. Matemática Básica I de la menciona: Pág. 48 – 87.
- R. CARRANZA L. (CEPUNC). 2003. Algebra. 1° Edición. Editorial Enrrique Bracamole Vera S.A. Pág. 147 - 150.
- SAN FERNANADO. 2006. Algebra. 1° Edición. Editorial Imprenta J&W. Pág. 42 – 49.
- LUMBRERAS EDITORES. Algebra. 1° Tomo. Editorial Asociación Fondo de Investigación y Editores. Pág. 475 – 477.