# DISTRIBUCIÓN DE POISSON CON EXCEL, WINSTATS Y GEOGEBRA

**Introducción.-** Muchos estudios se basan en el conteo de las veces que se presenta un evento dentro de *un* área de oportunidad dada. El *área de oportunidad* es una unidad continua o intervalo de tiempo o espacio (volumen o área) en donde se puede presentar más de un evento. Algunos ejemplos serían los defectos en la superficie de un refrigerador, el número fallas de la red en un día, o el número de pulgas que tiene un perro. Cuando se tiene un área de oportunidad como éstas, se utiliza la *distribución de Poisson* para calcular las probabilidades si:

- Le interesa contar las veces que se presenta un evento en particular dentro de un área de oportunidad determinada. El área de oportunidad se define por tiempo, extensión, área, volumen, etc.
- La probabilidad de que un evento se presente en un área de oportunidad dada es igual para todas las áreas de oportunidad.
- El número de eventos que ocurren en un área de oportunidad es independiente del número de eventos que se presentan en cualquier otra área de oportunidad.
- La probabilidad de que dos o más eventos se presenten en un área de oportunidad tiende a cero conforme esa área se vuelve menor.

**Fórmula.-** La distribución de Poisson tiene un parámetro, llamado $\lambda$ (letra griega lambda minúscula), que es la media o el número esperado de eventos por unidad. La varianza de la distribución de Poisson también es igual a $\lambda$, y su desviación estándar es igual a $\sqrt{\lambda}$. El número de eventos X de la variable aleatoria de Poisson fluctúa desde 0 hasta infinito.

$$P(X)=\frac{e^{-\lambda}\cdot\lambda^{X}}{X!}$$

Donde:
$P(X) =$ Probabilidad de X eventos en un área de oportunidad
$\lambda =$ Número de eventos esperados
$X =$ Número de eventos
$e =$ Constante matemática base de los logaritmos naturales aproximadamente igual a 2718281828…. Este número es de gran importancia, tan sólo comparable a la del número $\pi$ $(pi)$, por su gran variedad de aplicaciones. El número $e$ suele definirse como el límite de la expresión:

$$(1+1/\mathrm{n})^{\mathrm{n}}$$

Cuando *n* tiende hacia el infinito. Algunos valores de esta expresión para determinados valores de la *n* se muestran en la tabla siguiente:

| VALOR NUMÉRICO DE $(1+1/\mathrm{n})^{\mathrm{n}}$ PARA VALORES CRECIENTES DE n | | |
|---|---|---|
| $n$ | $(1+1/n)^{n}$ | Valor numérico |
| 1 | $(1+1/1)^{1}$ | 2 |
| 3 | $(1+1/3)^{3}$ | 2,369 |
| 5 | $(1+1/5)^{5}$ | 2,489 |
| 20 | $(1+1/20)^{20}$ | 2,653 |
| 40 | $(1+1/40)^{40}$ | 2,684 |
| 50 | $(1+1/50)^{50}$ | 2,691 |
| 100 | $(1+1/100)^{100}$ | 2,705 |
| 1000 | $(1+1/1000)^{1000}$ | 2,717 |
| 10000 | $(1+1/10000)^{10000}$ | 2,718 |
| ∞ | …………………….. | 2,71828…. |

Observando la columna de la derecha de la tabla anterior, se puede ver que a medida que *n* crece el valor de la expresión se aproxima, cada vez más, a un valor límite. Este límite es 2,7182818285….

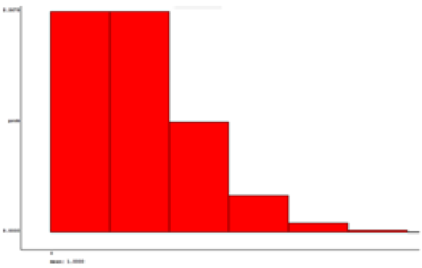
**Ejemplos ilustrativos**
**1)** Suponga una distribución de Poisson. Si $\lambda = 1$ , calcular P(X= 0)

**Solución:**
Aplicando la fórmula se obtiene:

$$P(X) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^X}{X!} = \frac{2{,}71828^{-1} \cdot 1^0}{0!} = 0{,}3679$$

También se puede obtener con lectura de la tabla de probabilidades de Poisson

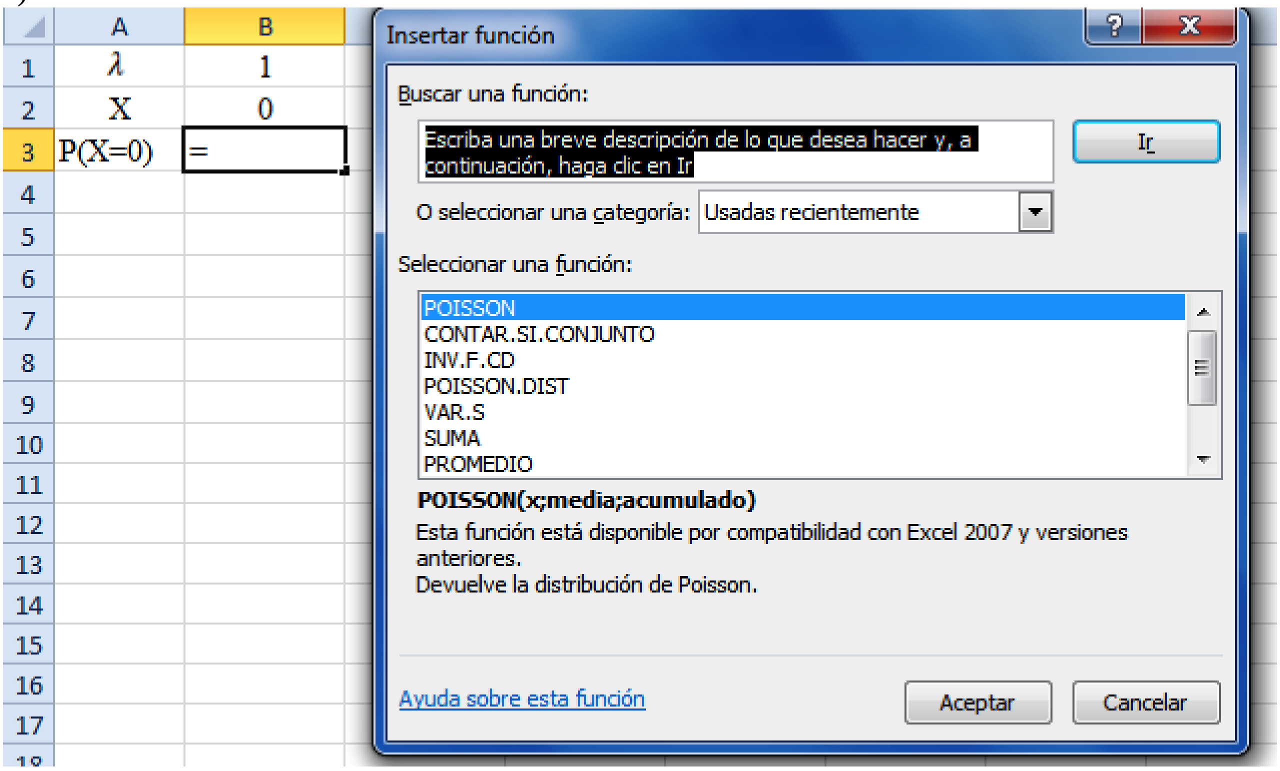
**TABLA N° 2**
**PROBABILIDADES DE POISSON**



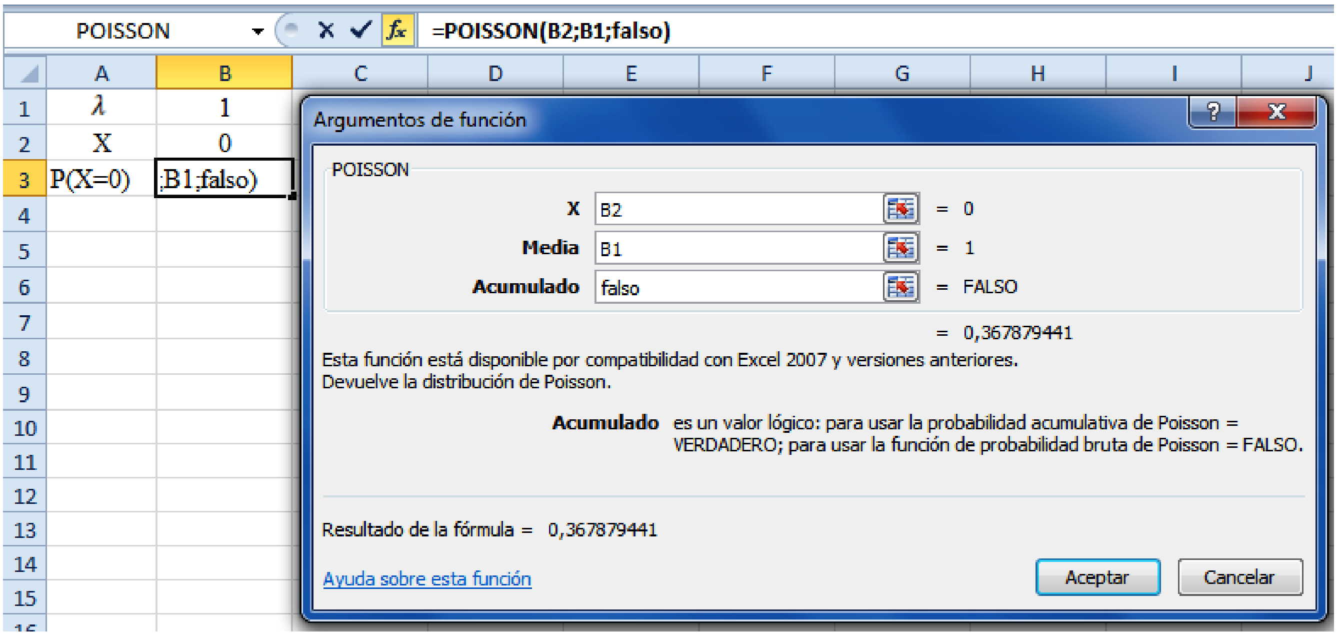
$Para\ \lambda = 1\ y\ X = 0 \Rightarrow P(X = 0) = 0{,}3679$

| | $\lambda$ | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| X | 0,005 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,04 | 0,05 | 0,06 | 0,07 | 0,08 | 0,09 |
| 0 | 0,9950 | 0,9900 | 0,9802 | 0,9704 | 0,9608 | 0,9512 | 0,9418 | 0,9324 | 0,9231 | 0,9139 |
| 1 | 0,0050 | 0,0099 | 0,0196 | 0,0291 | 0,0384 | 0,0476 | 0,0565 | 0,0653 | 0,0738 | 0,0823 |
| 2 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0002 | 0,0004 | 0,0008 | 0,0012 | 0,0017 | 0,0023 | 0,0030 | 0,0037 |
| 3 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0001 | 0,0001 | 0,0001 |
| | $\lambda$ | | | | | | | | | |
| X | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 | 1 |
| 0 | 0,9048 | 0,8187 | 0,7408 | 0,6703 | 0,6065 | 0,5488 | 0,4966 | 0,4493 | 0,4066 | 0,3679 |

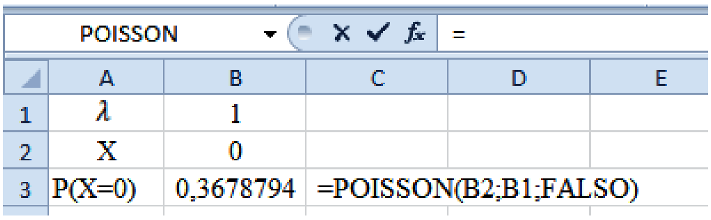
El cálculo de $P(X = 0)$con $\lambda = 1$ en Excel se realizan de la siguiente manera:
a) Se inserta la función POISSON



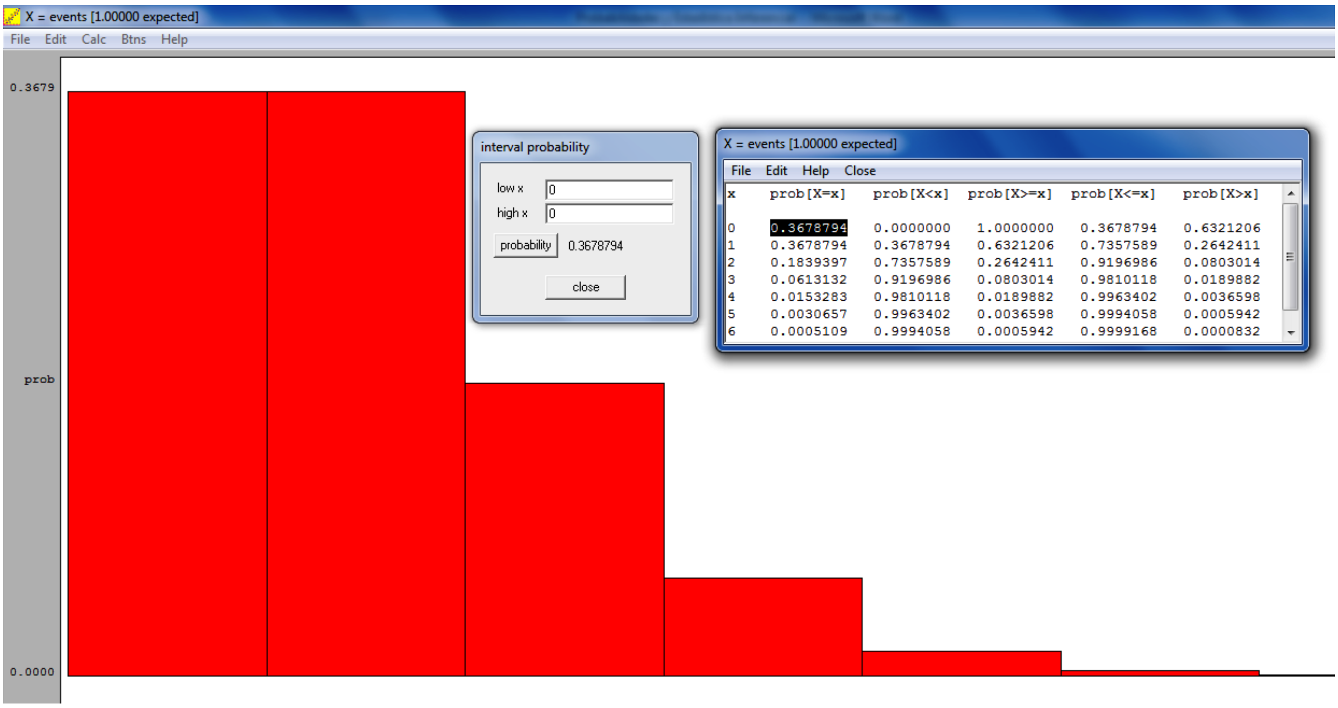
b) Clic en Aceptar. En la ventana de Argumentos de la función, en X seleccionar B2 en Media escribir o seleccionar B1 y en Acumulado escribir Falso.



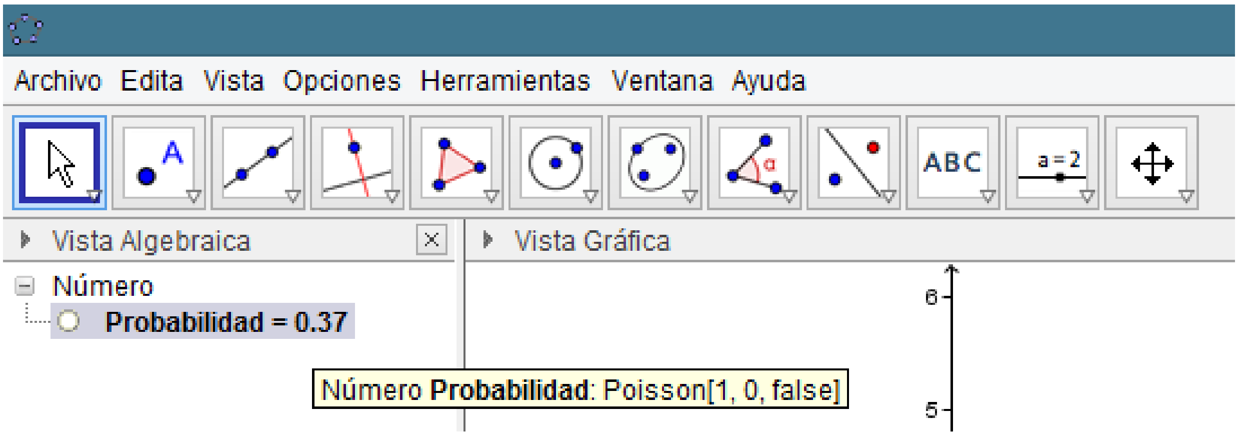

c) Clic en Aceptar



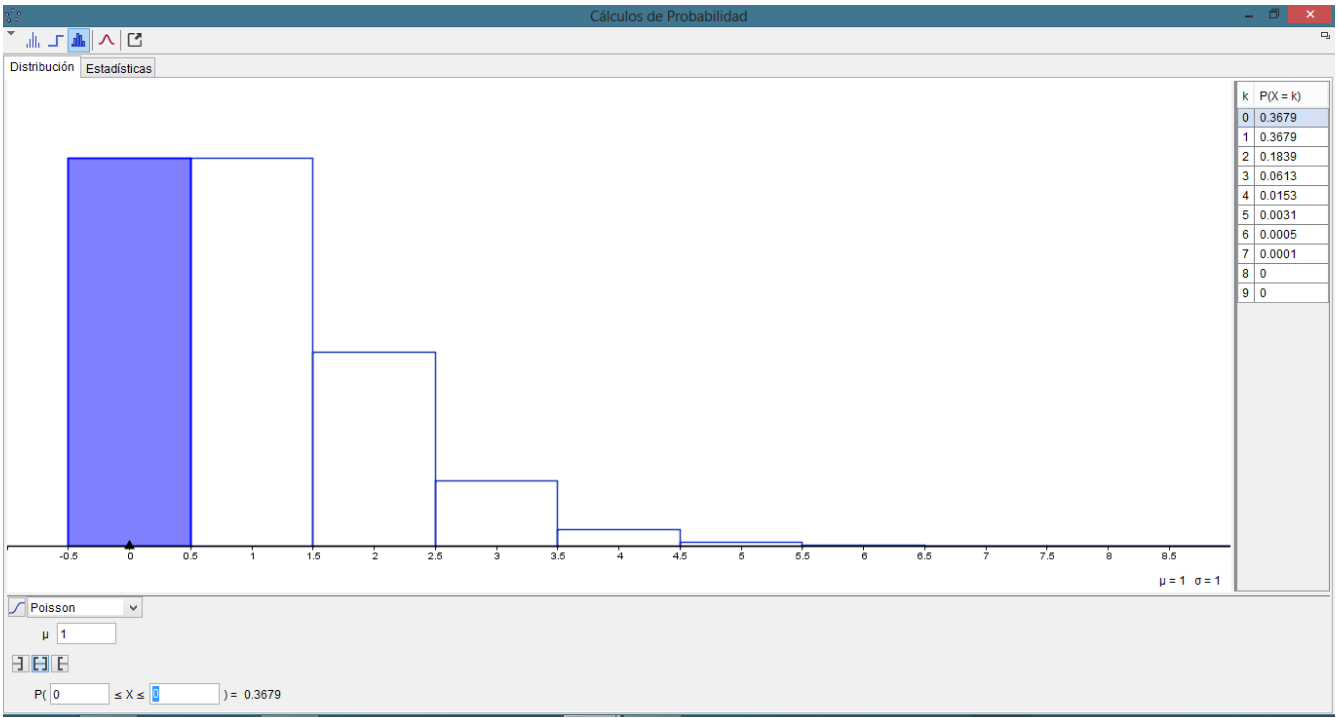

Los cálculos en Winstats se muestran en la siguiente figura:

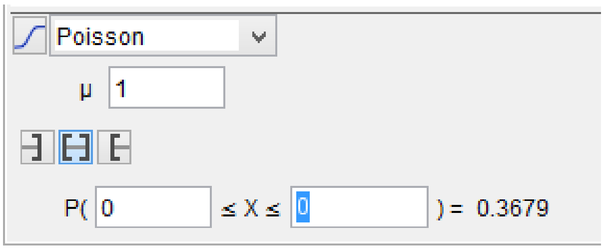


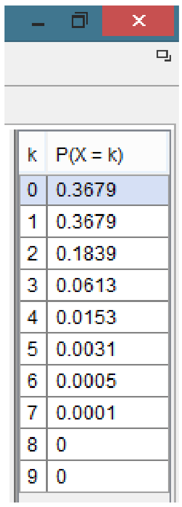
Los cálculos en GeoGebra se muestran en la siguiente figura:




**Nota:**
Escoger la opción Poisson[ <Media>, <Valor de Variable>, <Acumulativa Booleana> ]
Escribir 1 en <Media>, 0 en <Valor de Variable>, false en <Acumulativa Booleana>
Para P(X= n), siendo n el número de eventos o ensayos, en <Acumulada Booleana> se escribe false
Para P(X≤ n), siendo n el número de eventos o ensayos, en <Acumulada Booleana> se escribe true



| k | P(X = k) |
|---|---|
| 0 | 0.3679 |
| 1 | 0.3679 |
| 2 | 0.1839 |
| 3 | 0.0613 |
| 4 | 0.0153 |
| 5 | 0.0031 |
| 6 | 0.0005 |
| 7 | 0.0001 |
| 8 | 0 |
| 9 | 0 |

**2)** Suponga una distribución con $\lambda = 5$. Determine $P(X \geq 10)$

**Solución:**
$P(X \geq 10) = 1 - P(X \leq 9)$
$P(X \leq 9) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) + \cdots + P(X = 9)$

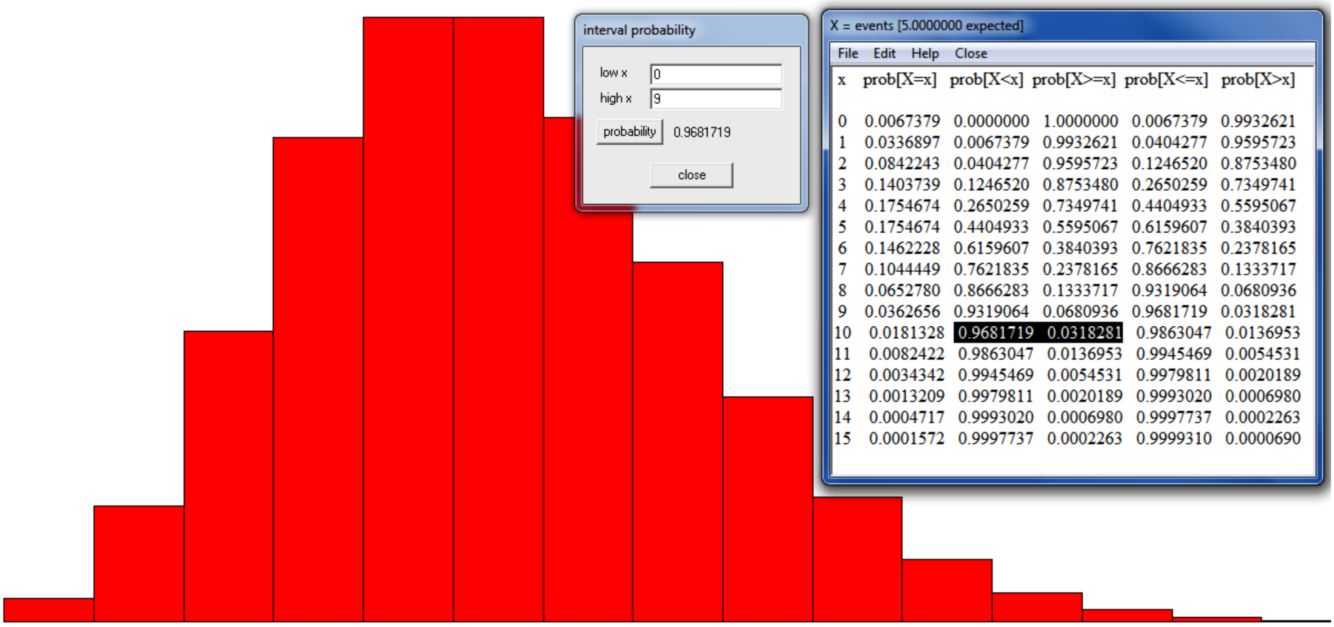
Aplicando la fórmula o con lectura en la tabla de la distribución de Poisson se obtiene:
$P(X \leq 9) =$ 0,0067 + 0,0337 + 0,0842 + 0,1404 + 0,1755 + 0,1755 +0,1462 + 0,1044 +0,0653 + 0,0363
$P(X \leq 9) = 0{,}9682$

Entonces:
$P(X \geq 10) = 1 - P(X \leq 9) = 1 - 0{,}9682 = 0{,}0318$

Los cálculos en Excel se muestran en la siguiente figura:

| | A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | λ | 5 | | | |
| 2 | X | 9 | | | |
| 3 | P(X≤ 9) | 0,9681719 | =POISSON(B2;B1;VERDADERO) | | |
| 4 | P(X ≥10) | 0,0318281 | =1-B3 | | |

Los cálculos en Winstats se muestran en la siguiente figura:




| x | prob[X=x] | prob[X<x] | prob[X>=x] | prob[X<=x] | prob[X>x] |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0.0067379 | 0.0000000 | 1.0000000 | 0.0067379 | 0.9932621 |
| 1 | 0.0336897 | 0.0067379 | 0.9932621 | 0.0404277 | 0.9595723 |
| 2 | 0.0842243 | 0.0404277 | 0.9595723 | 0.1246520 | 0.8753480 |
| 3 | 0.1403739 | 0.1246520 | 0.8753480 | 0.2650259 | 0.7349741 |
| 4 | 0.1754674 | 0.2650259 | 0.7349741 | 0.4404933 | 0.5595067 |
| 5 | 0.1754674 | 0.4404933 | 0.5595067 | 0.6159607 | 0.3840393 |
| 6 | 0.1462228 | 0.6159607 | 0.3840393 | 0.7621835 | 0.2378165 |
| 7 | 0.1044449 | 0.7621835 | 0.2378165 | 0.8666283 | 0.1333717 |
| 8 | 0.0652780 | 0.8666283 | 0.1333717 | 0.9319064 | 0.0680936 |
| 9 | 0.0362656 | 0.9319064 | 0.0680936 | 0.9681719 | 0.0318281 |
| 10 | 0.0181328 | 0.9681719 | 0.0318281 | 0.9863047 | 0.0136953 |
| 11 | 0.0082422 | 0.9863047 | 0.0136953 | 0.9945469 | 0.0054531 |
| 12 | 0.0034342 | 0.9945469 | 0.0054531 | 0.9979811 | 0.0020189 |
| 13 | 0.0013209 | 0.9979811 | 0.0020189 | 0.9993020 | 0.0006980 |
| 14 | 0.0004717 | 0.9993020 | 0.0006980 | 0.9997737 | 0.0002263 |
| 15 | 0.0001572 | 0.9997737 | 0.0002263 | 0.9999310 | 0.0000690 |