

FACTORIAL, PERMUTACIONES Y COMBINACIONES CON EXCEL Y GEOGEGRA

A) FACTORIAL

La factorial está relacionada con el cálculo del número de maneras en las que un conjunto de cosas puede arreglarse en orden.

El número de maneras en el que las n cosas pueden arreglarse en orden es:

$$n! = n(n - 1)(n - 2) \dots \dots \dots 1$$

Donde $n!$ se llama el factorial de n y $0!$ se define como 1

Ejemplos ilustrativos

1) Calcular $7!$

Solución:

$$n! = n(n - 1)(n - 2) \dots \dots \dots 1$$

$$7! = 7(7 - 1)(7 - 2)(7 - 3)(7 - 4)(7 - 5)1$$

$$7! = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$7! = 5040$$

En Excel se calcula de la siguiente manera:

a) Insertar función. Seleccionar la categoría Matemáticas y trigonométricas. Seleccionar la función FACT

	A	B	C	D	E
1	Factorial	Respuesta			
2	7	=			
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					

Insertar función

Buscar una función:

Escriba una breve descripción de lo que desea hacer y, a continuación, haga clic en Ir

O seleccionar una categoría: Matemáticas y trigonométricas

Seleccionar una función:

CSC
CSCH
ENTERO
EXP
FACT
FACT.DOUBLE
GRADOS

FACT(número)
Devuelve el factorial de un número, igual a $1*2*3*\dots*\text{Número}$.

[Ayuda sobre esta función](#)

Aceptar Cancelar

b) Clic en Aceptar. En el cuadro de diálogo de Argumentos de la función, en el recuadro correspondiente a Número seleccionar la celda correspondiente al factorial a calcular (A2).

A2

=FACT(A2)

	A	B	C	D	E
1	Factorial	Respuesta			
2	7	=FACT(A2)			
3					
4					
5					
6					
7					
8					

Argumentos de función

FACT

Número = 7

= 5040

Devuelve el factorial de un número, igual a 1*2*3*...*Número.



Número es el número no negativo del que desea obtener su factorial.

Resultado de la fórmula = 5040

[Ayuda sobre esta función](#)

Aceptar Cancelar

c) Clic en Aceptar

B2	:			<i>f_x</i>	=FACT(A2)
	A	B			
1	Factorial	Respuesta			
2	7	5040			

2) Calcular $3!4!$

Solución:

$$3! 4! = (3 \cdot 2 \cdot 1)(4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1) = 144$$

En Excel se calcula como indica la siguiente figura:

B4		:	\times	\checkmark	f_x	=FACT(A2)*FACT(A3)
	A		B		C	
1	Factorial		Respuesta			
2	3					
3	4					
4	3!4! =		144			

3) Si un conjunto de 6 libros se colocan en un estante. ¿De cuántas formas es posible ordenar estos libros?

Solución:

$$n! = n(n-1)(n-2) \dots \dots \dots 1$$

$$6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$6! = 720$$

B) PERMUTACIONES

En muchos casos se necesita saber el número de formas en las que un subconjunto de un grupo completo de cosas puede arreglarse en orden. Cada posible arreglo es llamado permutación. Si un orden es suficiente para construir otro subconjunto, entonces se trata de permutaciones.

El número de maneras para arreglar r objetos seleccionados a la vez de n objetos en orden, es decir, el número de diferentes *ordenamientos* de n elementos tomados r a la vez es:

$${}_nP_r = n(n-1)(n-2) \dots (n-r+1) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Notas:

Si $n = r$, entonces la permutación se transforma en factorial, es decir:

$${}_nP_n = \frac{n!}{(n-n)!} = \frac{n!}{0!} = n!$$

Cuando los elementos se ordenan alrededor de un objeto formando una cerrada, se llama *permutación circular*, y su ecuación es:

$$P_{c(n)} = (n-1)!$$

Si el número de maneras para arreglar r objetos seleccionados a la vez de n objetos en orden, de los cuales algunos r objetos se repiten, se llama *permutación con elementos repetidos*, y su ecuación es:

$${}_nP_{r_1, \dots, r_r} = \frac{n!}{(r_1)! (r_2)! \dots (r_r)!}$$

Ejemplos ilustrativos:

1) Calcular ${}_7P_3$

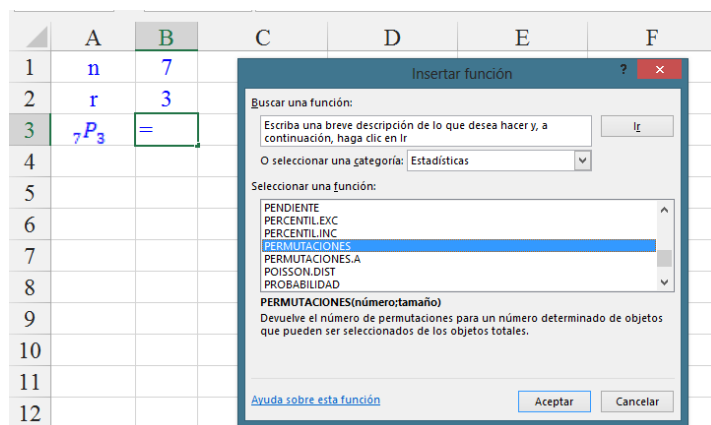
Solución:

$n = 7$ y $r = 3$, entonces aplicando la fórmula se obtiene:

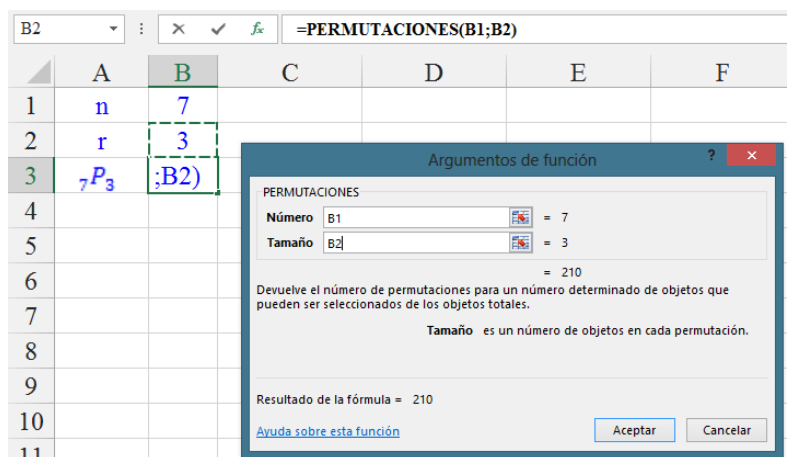
$${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!} \Rightarrow {}_7P_3 = \frac{7!}{(7-3)!} = \frac{7!}{4!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$$

En Excel se calcula de la siguiente manera:

a) Insertar función. Seleccionar la categoría de Estadísticas. En función seleccionar la opción PERMUTACIONES.



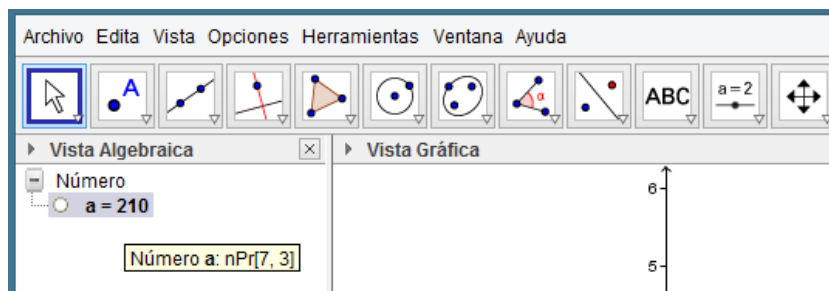
b) Clic en Aceptar. En el cuadro de diálogo de Argumentos de la función, en el recuadro Número seleccionar la celda correspondiente a n (B1), en el recuadro de Tamaño seleccionar la celda correspondiente a r (B2).



c) Clic en Aceptar

B3					
	A	B	C	D	
1	n	7			
2	r	3			
3	${}_7P_3$	210			

Los cálculos en GeoGebra se muestran en la siguientes figuras: En programa GeoGebra, en Entrada: se escribe nPr y aparece nPr[<Número>, <Número>]. Se escribe los números 7 y 3, quedando nPr[7,3]. Enter



2) ¿De cuántas maneras distintas se pueden ubicar 7 personas alrededor de una mesa circular?

Solución: Se trata de una permutación circular

$$P_{c(n)} = (n - 1)! = P_{c(7)} = (7 - 1)! = 6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$$

3) ¿Cuántos arreglos literales pueden obtenerse con las letras de la palabra AEREOLINEA?

Solución: Como se pide calcular una permutación con elementos repetidos. Los elementos ordenados en orden alfabético son: A A E E E I L N O R, donde la A se repite dos veces y la E tres veces, entonces:

$${}_nP_{r_1, \dots, r_r} = \frac{n!}{(r_1)! (r_2)! \dots (r_r)!} \Rightarrow {}_{10}P_{2;3} = \frac{10!}{(2)! (3)!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 302400$$

C) COMBINACIONES

En muchas situaciones no interesa el orden de los resultados, sino sólo el número de maneras en las que r objetos pueden seleccionarse a partir de n cosas, sin consideración de orden. Si dos subconjuntos se consideran iguales debido a que simplemente se han reordenado los mismos elementos, entonces se trata de combinaciones.

El número de maneras para arreglar r objetos seleccionados a la vez de n objetos, sin considerar el orden, es decir, el número de *agrupamientos* de n elementos tomados r a la vez es:

$${}_nC_r = \binom{n}{r} = \frac{n(n-1)(n-2) \dots (n-r+1)}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

Ejemplos ilustrativos:

1) Calcular ${}_7C_3$

Solución:

$n = 7$ y $r = 3$, entonces aplicando la fórmula se obtiene:

$${}_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!} \Rightarrow {}_7C_3 = \frac{7!}{3!(7-3)!} = \frac{7!}{3!4!}$$

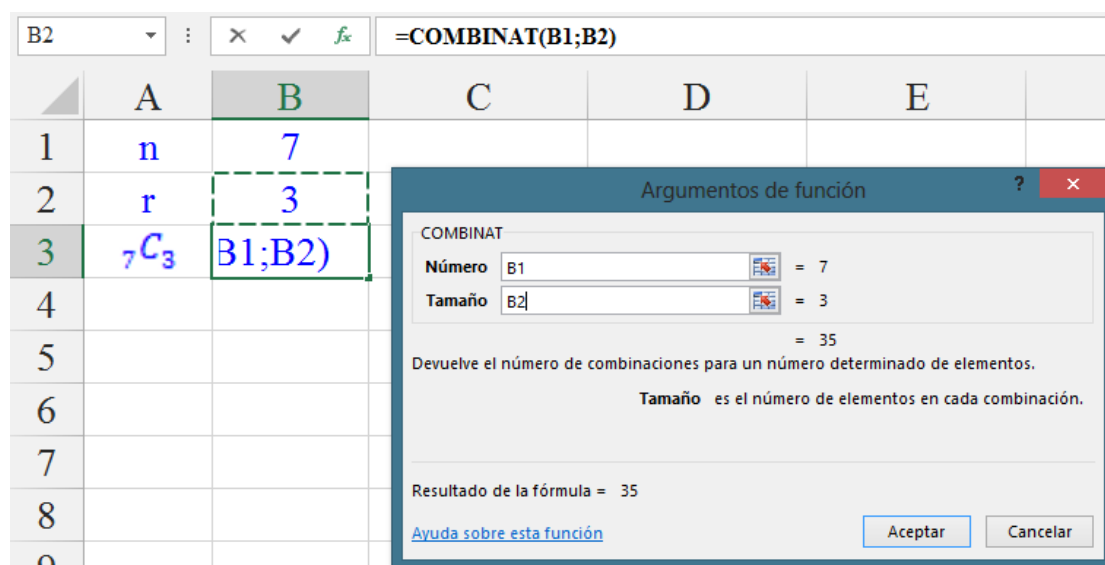
$${}_7C_3 = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{(3 \cdot 2 \cdot 1)(4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1)} = 7 \cdot 5 = 35$$

En Excel se calcula de la siguiente manera:

a) Insertar función. Seleccionar la categoría de Matemáticas y trigonométricas. En función seleccionar la opción COMBINAT

	A	B	C	D	E
1	n	7			
2	r	3			
3	${}_7C_3$	=			
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					

b) Clic en Aceptar. En el cuadro de diálogo de Argumentos de la función, en el recuadro Número seleccionar la celda correspondiente a n (B1), en el recuadro de Tamaño seleccionar la celda correspondiente a r (B2).



c) Clic en Aceptar

B3	:	x	✓	f _x	=COMBINAT(B1;B2)
	A	B	C		
1	n	7			
2	r	3			
3	${}_7C_3$	35			
4					
5					
6					
7					
8					
9					

2) Si se desean ordenar 6 libros en un estante, pero sólo hay espacio para 3 libros. Calcular el número de resultados posibles de acomodar dichos libros sin importar el orden.

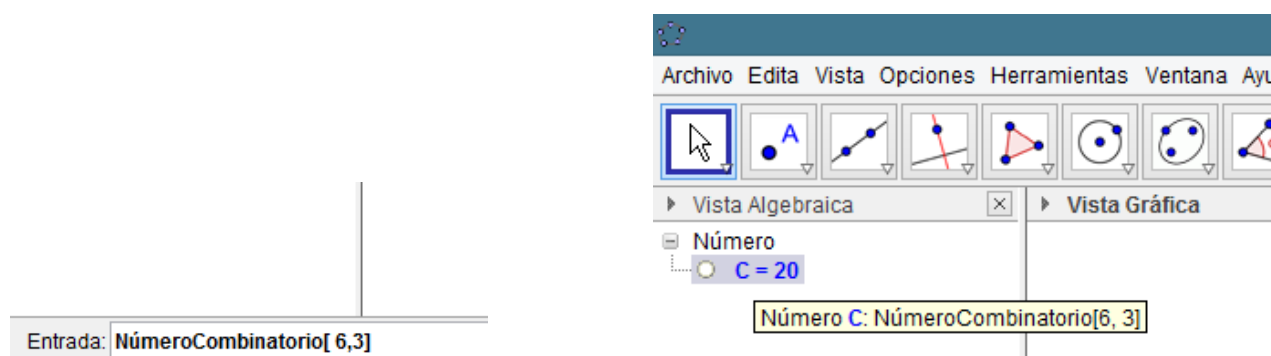
Solución:

Como se pide calcular ${}_6C_3$, entonces,

$${}_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!} \Rightarrow {}_6C_3 = \frac{6!}{3!(6-3)!} = \frac{6!}{3!3!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{(3 \cdot 2 \cdot 1)(3 \cdot 2 \cdot 1)} = 5 \cdot 4 = 20$$

Los cálculos en GeoGebra se muestran en la siguiente figura:

Se escribe en Entrada: Número y aparece NúmeroCombinatorio[<Número n (o valor numérico)>, <Número r (o valor numérico)>]. Digitar el 6 y el 3, y queda NúmeroCombinatorio[6,3]. Enter



TAREA DE INTERAPRENDIZAJE

1) Realice un organizador gráfico (mapa conceptual, organigrama, mentefacto, etc.) sobre el análisis combinatorio.

2) Resuelva de manera manual, empleando Excel y GeoGebra

2.1) $8!$	40320
2.2) $10!$	3628800
2.3) ${}_8P_3$	336
2.4) ${}_{10}P_3$	720
2.5) ${}_8C_3$	56
2.6) $\binom{10}{3}$	120

3) En la fórmula de la permutación, ¿qué valor debe tener r para que la permutación sea igual a la factorial?. Ilustre su respuesta con un ejemplo

n

4) Realice los cálculos de manera manual y empleando Excel para que compruebe las siguientes igualdades:

$$4.1) 5! = {}_5P_5 \quad 4.2) \binom{5}{0} = \binom{5}{5} \quad 4.3) \binom{6}{3} - \binom{5}{3} = \binom{5}{2}$$

5) Don Albertito desea parquear 3 automóviles en su garaje. Calcular el número de resultados posibles de parquear dichos automóviles. Realice los cálculos de manera manual y empleando GeoGebra

6

6) Se desea ordenar 4 libros en un estante. Calcular el número de resultados posibles de ordenar los mencionados libros. Realice los cálculos de manera manual y empleando Excel

24

7) Se desea ordenar 4 libros en un estante, pero solo hay espacio para 2 libros. Calcular el número de resultados posibles de ordenar los mencionados libros. Realice los cálculos de manera manual y empleando GeoGebra

12

8) ¿De cuántas maneras posibles se puede formar con 8 personas una comisión de 3 miembros?. Realice los cálculos de manera manual y empleando Excel

56

Fuente:

Suárez, Mario. (2014). *Probabilidades y Estadística empleando las TIC*, Ecuador: Imprenta GRAFICOLOR

Nota: Libros y artículos del Mgs. Mario Suárez sobre Aritmética, Álgebra, Geometría, Trigonometría, Lógica Matemática, Probabilidades, Estadística Descriptiva, Estadística Inferencial, Cálculo Diferencial, Cálculo Integral, Los Poliprismas, y Planificaciones Didácticas se encuentran publicados en:

<http://repositorio.utn.edu.ec/handle/123456789/24>

<http://docentesinnovadores.net/Usuarios/Ver/29591>

<http://es.scribd.com/mariosuarezibujes>

http://www.monografias.com/usuario/perfiles/mario_suarez_7/monografias