

## Tema 2. Fundamentos de Medición

### Introducción

En un sistema cualquiera la exactitud del funcionamiento depende principalmente de la medición hecha sobre sus variables.

En la operación de medir existirá un valor verdadero (real) de la magnitud de la variable. Valor indicado por el instrumento, cuya aproximación al valor real depende del sistema de medición usado. El grado de aproximación del valor indicado al valor real debe indicarse para hacer un correcto uso de los valores medidos.

### Definiciones

#### Medición

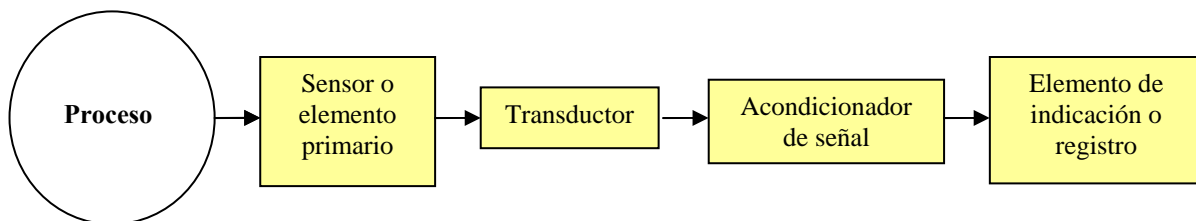
Es la utilización de un instrumento como medio físico para determinar el valor de la variable.

#### Instrumento de medición

Es un dispositivo que tiene como entrada el valor de una variable y como salida algún medio para indicar al operador el valor medido.

Para esto los componentes deben estar interconectados de manera que mantengan una relación funcional con los cambios de la variable.

#### Elementos funcionales de un instrumento de medición.



#### El sensor

Es el elemento que está en contacto con el proceso, y como es sensible a la variable que desea medir produce una salida que es función de esta. La salida puede ser lineal o de otra naturaleza. Esta puede ser un desplazamiento, un voltaje o cualquier otra señal que se pueda medir.

Se asume por el momento que el sensor no es sensible a otras variables.

#### El transductor (convertidor)

Se encarga de convertir la salida del sensor en otra variable de características deseadas y la cual preserva la información entregada por el sensor. En algunos casos el transductor necesita energía externa para realizar esta operación. Cuando no existe suministro de energía es porque él la toma del proceso.

#### Acondicionador de señal

Aunque la salida del transductor sea medible, esta en muchos casos es pequeña e insuficiente para fines de indicación y registro, por lo que es necesario conectar un acondicionador de señal a la salida del transductor.

Las funciones de este elemento son:

- Generar señales de salida proporcionales a la variable medida con valores estandarizados compatibles con receptores comerciales (indicador, registrador, controlador, etc). Los valores extremos de la señal de salida corresponden con los valores extremos de la variable medida.

- Proporcionar una señal de salida con suficiente energía para emplearla con fines de indicación o registro, e incluso para transmitirla a distancia, para mediciones remotas u otros fines.

Los componentes comunes de un acondicionador de señal son: Amplificador, puente, convertidor A/D, etc.

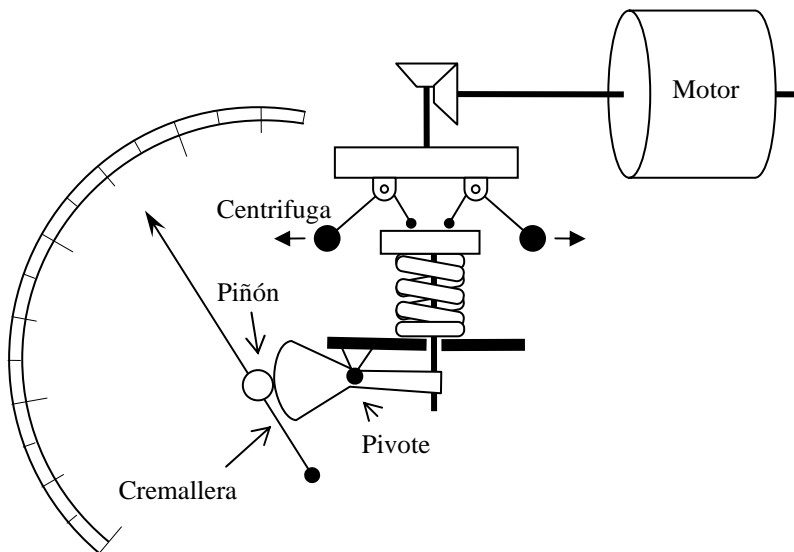
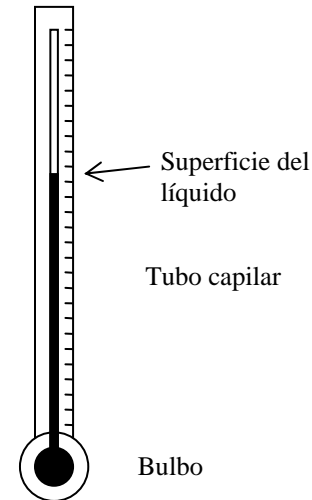
### Elemento de indicación o registro

Es el elemento que permite la lectura o registro de la variable medida. Este puede ser una aguja en una escala graduada, una pantalla digital, una pluma en un registrador, una escala de colores, etc.

### Ejemplo 1

Termómetro de líquido en vidrio

- Sensor: Bulbo
- Transductor : Tubo capilar
- Acondicionador de señal: Tubo capilar o inexistente
- Elemento de indicación: superficie libre del líquido

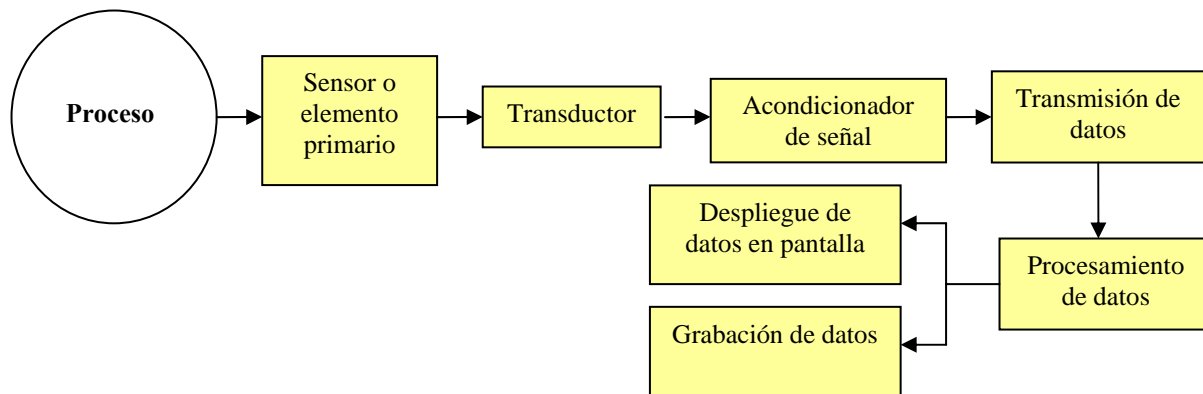


### Ejemplo 2

Medidor de velocidad de Watt

- Sensor: Centrifuga
- Transductor: resorte
- Acondicionador de señal: Piñón cremallera
- Elemento de indicación: aguja en carátula

## Elementos funcionales de un sistema digital de medición.



El sensor y el transductor son elementos comunes al sistema analógico. El acondicionador de señal debe generar señales analógicas o digitales que puedan ser transmitidas por diferentes medios (cables, radio frecuencia, fibra óptica):

Para desplegar en pantalla los valores de una variable y para guardar datos las señales deben ser digitalizadas, en el caso de llegar de forma analógica. Esta operación se puede realizar externamente mediante el uso de un convertidor análogo digital (A/D) (o tarjeta de adquisición de datos) o internamente dentro del sistema.

## Conceptos relacionados con la adquisición y transmisión de datos

### *Señal analógica*

Es una señal continua limitada por un nivel inferior y otro superior, pudiendo tomar cualquier valor intermedio (infinitos valores) entre dichos límites.

### *Señal digital*

Es una señal que solo puede tomar un número finito de valores. La más usada es la señal binaria que solo toma valores de 0 y 1.

### *Interfase*

Es el lugar donde se encuentran sistemas independientes para actuar o comunicarse entre sí. Los circuitos de interfase de las computadoras permiten a los dispositivos periféricos (monitores, impresoras, etc) interactuar con microprocesadores. Existen básicamente tres tipos de interfase: paralela, serial, analógica.

**Interfase paralela.** Los datos se transmiten en un conjunto de cables al mismo tiempo. Las variaciones de esta interfase se presentan en el número de líneas de data usada y en cuantas líneas se usan para controlar la rata a la cual se mueve la información entre los dispositivos.

**Interfase serial.** Utiliza un solo conductor para transmitir la data. La información se transmite bit por bit. Hay dos tipos de transmisión serial, la sincrónica donde se utiliza un reloj de sincronización entre el transmisor y el receptor, y la asincrónica donde no se usa reloj de sincronización.

**Interfase analógica.** Convierte una señal digital a analógica o una señal analógica en digital. Permite que el computador se comunique con el mundo real.

### *Módem*

Este instrumento permite que los sistemas digitales recomuniquen a través de medios telefónicos.

## Características de los instrumentos

### Características relacionadas con la capacidad de medición del instrumento

#### Rango (range)

Son los valores mínima y máximo de la variable que el instrumento es capaz de medir.

Por ejemplo si el rango de un termómetro es de 100°C a 300°C significa que este no puede leer temperaturas menores a 100°C ni mayores de 300°C.

#### Observaciones

- El rango siempre se refiere a valores de entrada
- Para instrumentos de multiples rangos, esta definición se aplica al rango para el cual el instrumento fue calibrado.

#### Amplitud (span)

Es la diferencia entre el valor superior y el valor inferior del rango de un instrumento.

Por ejemplo para el termómetro anterior la amplitud sería 200°C (= 300°C – 100°C )

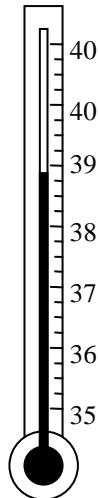
#### Elevación de cero

Es la cantidad con que el valor cero de la variable medida supera el valor inferior del rango del instrumento. Puede expresarse en unidades de la variable medida o como porcentaje de la amplitud.

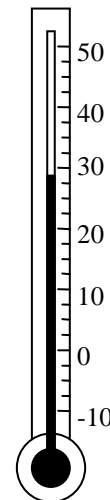
#### Supresión de cero

Es la cantidad con que el valor inferior del rango supera el valor cero de la variable medida.

Ejemplos:



Supresión de cero de 35 °C



Elevación de cero de 10 °C

## Características estáticas de los instrumentos

Las características estáticas de un instrumento se obtienen cuando la variable medida no cambia con el tiempo.

Las más conocidas son:

## Error estático

Es la diferencia algebraica entre el valor indicado por el instrumento y el valor real de la variable medida. Estos se deben principalmente a desajustes de los instrumentos y se pueden corregir por calibración.

Se expresa en  $+$  o  $-x$  unidades de la variable a medir.  $+$  significa que la salida está en exceso,  $-$  en defecto.

## Exactitud (accuracy)

Es el grado de acercamiento de la lectura o salida del instrumento, correspondiente a una entrada, a la salida que realmente debe corresponder a esa entrada y define los límites cuando el instrumento se emplea en condiciones normales de servicio.

La exactitud de un instrumento puede variar en cada punto del campo de medida y en muchos casos esta se expresa referida a la máxima desviación de la lectura con respecto al valor real de la variable.

Formas de expresar la exactitud:

- En unidades de la variable, por ejemplo  $\pm 1^\circ\text{F}$
- En porcentaje de la amplitud

$$\text{Exactitud} = \frac{\text{Error max}}{\text{Amplitud}} \times 100$$

- Como un porcentaje del valor máximo del rango
- Expresada como un porcentaje de la lectura.

Por ejemplo, si la exactitud de un manómetro es de  $\pm 0.5\%$  de amplitud y este indica 150 psi y su rango es de 0 a 200psi. El valor real de la presión será:

$$150 \pm \frac{0.5(200 - 0)}{100} = 150 \pm 1 \text{ psi}$$

O sea entre 149 y 151 psi.

En instrumentos industriales a veces es necesario designar una exactitud global. Ya que muchos instrumentos están compuestos por unidades separadas las cuales tienen sus exactitudes por separado. Si la exactitud de cada una es:

$\pm a$ ,  $\pm b$ ,  $\pm c$  la exactitud global se define como:

$$\text{Exactitud aritmética: } \pm (a + b + c)$$

$$\text{Exactitud geométrica: } \pm \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

La exactitud geométrica es la más justificable ya que es poco probable que todos las unidades tengan el mayor error en el mismo punto y al mismo tiempo.

## Sensibilidad (sensitivity)

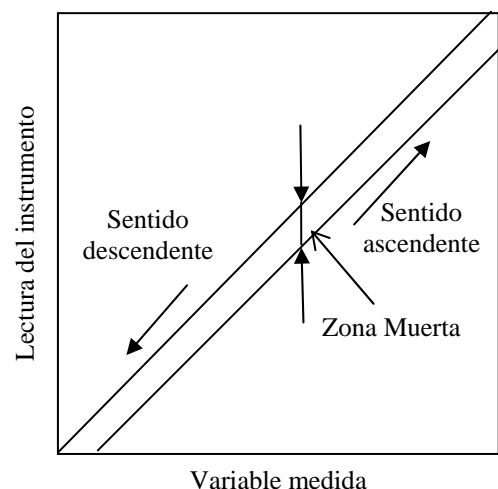
Tiene dos significados:

- Variación de la salida por variación unitaria de la entrada
- Mínimo cambio en la entrada capaz de originar un cambio en la salida de características deseadas. Menor cambio en la entrada para el cual el instrumento comienza a responder.

Por lo general en los instrumentos que tienen una escala definida, la sensibilidad se determina por la subdivisión más pequeña de la misma: sensibilidad suele tener el mismo valor que la apreciación.

## Zona Muerta (dead band)

Es el rango de valores de la entrada dentro del cual el instrumento no responde. Esta usualmente expresado como un porcentaje de la amplitud. Los causantes directos de la zona muerta, en instrumentos mecánicos, son la fricción y el juego entre los elementos, ya que la entrada puede cambiar sin fuerza o suficiente movimiento en el elemento conducido. La zona muerta es el doble de la sensibilidad.

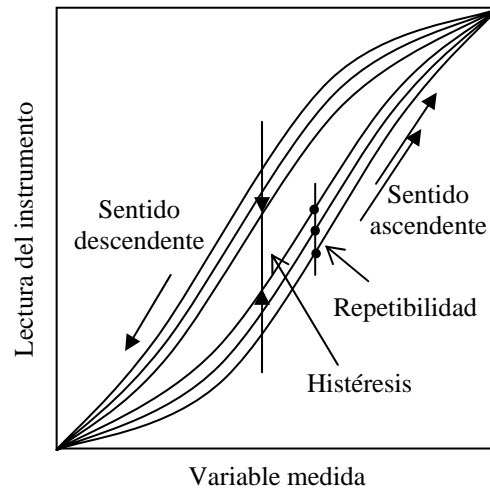


## Histéresis

Es la máxima diferencia que se observa en los valores de salida de un instrumento para una misma entrada cuando esta recorre la escala en los dos sentidos, ascendente y descendente. Se acostumbra expresarla como un porcentaje de la amplitud. Por lo general este error es despreciable, ya que su magnitud suele ser menor a la sensibilidad del instrumento.

## Repetibilidad

Es el grado de acercamiento de la lectura de un instrumento al valor real de la variable al introducir repetidamente valores idénticos de la entrada en el mismo lugar, en las mismas condiciones de servicio y en el mismo sentido de la variación, recorriendo todo el rango.



## Resolución o apreciación

Es la magnitud de los cambios en escalón de la salida, al ir variando continua y lentamente la entrada en todo el rango.

## Desvío (drift)

Se produce cuando ocurre un cambio en la relación de entrada salida de un instrumento sobre un período de tiempo. Una Repetibilidad perfecta significa que el instrumento no tiene desvíos.

## Características dinámicas de los instrumentos

Las características dinámicas se obtienen cuando la variable medida sufre cambios con el tiempo. Las más comunes son:

### Velocidad de respuesta

Es la rapidez con que un instrumento responde a cambios en la variable medida.

### Constante de tiempo

La constante de tiempo ( $\tau$ ) se define, para instrumento cuya respuesta es de primer orden, como el tiempo que tarda un instrumento en alcanzar el 63.21% de un cambio escalonado de la variable medida. Es por tanto una medida de la velocidad de respuesta.

$$\tau D\theta_0 + \theta_0 = \theta_a$$

### Característica de tiempo

Es la medida que define la velocidad de respuesta de instrumentos cuya respuesta es de segundo orden.

$$D^2\theta_0 + 2\xi\omega_n D\theta_0 + \omega_n^2\theta_0 = \omega_n^2\theta_a$$

Donde:

$\xi$  : coeficiente de amortiguamiento

$\omega_n$  : frecuencia natural

La característica de tiempo se define como:

$$CT = \frac{1}{\xi\omega_n}$$

## Retraso de medición o retardo (measuring lag)

Es un retraso o retardo en la respuesta de un instrumento a cambios de la variable medida.

## Tiempo de respuesta

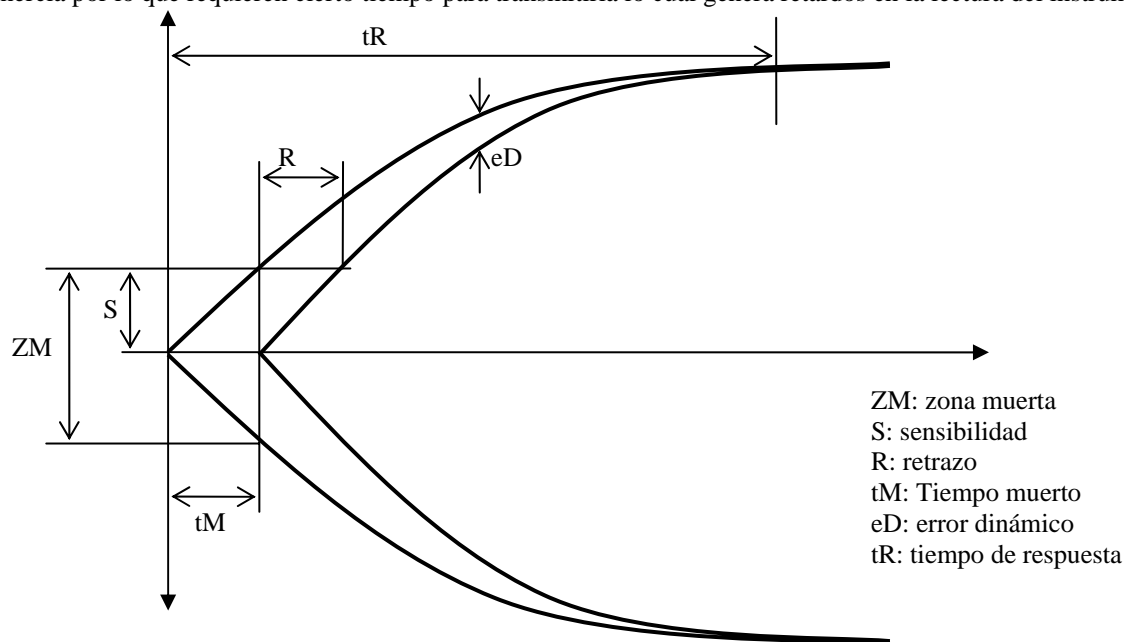
Es el tiempo transcurrido desde que se produce un cambio en la variable hasta que la lectura o respuesta se estabiliza en un nuevo valor.

## Tiempo muerto

Es el tiempo que tarda un instrumento en responder a un cambio en la entrada.

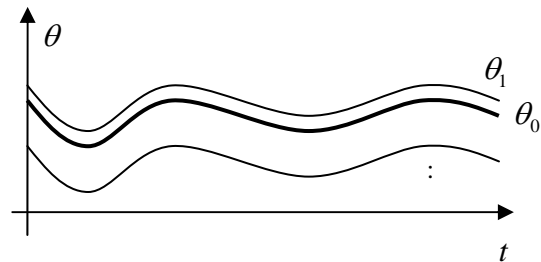
## Error dinámico

Es la diferencia entre el valor real de la variable que cambia con el tiempo y la lectura del instrumento asumiendo que no hay error estático. Los errores dinámicos se deben a que los componentes del instrumento absorben energía y poseen inercia por lo que requieren cierto tiempo para transmitirla lo cual genera retardos en la lectura del instrumento.



## Fidelidad

Es el grado de igualdad con el cual un instrumento indica los cambios en la variable medida, sin error dinámico.



## Amortiguamiento (damping)

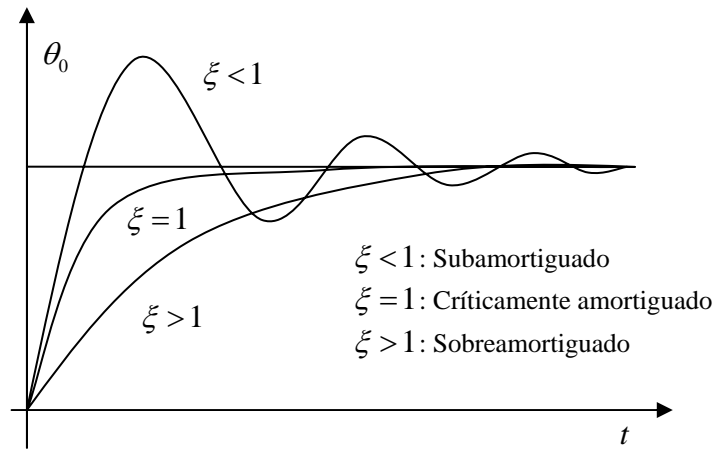
Es la reducción progresiva en las oscilaciones de la respuesta de un instrumento cuando la variable sufre un cambio escalonado. Esta característica se debe a pérdidas de energía dentro del propio instrumento.

En un instrumento pueden existir dos tipos de amortiguación.

- 1. Periódica (subamortiguada):** La respuesta inicial oscila alrededor del nuevo valor de la variable y luego alcanza su valor final que debe estar cerca del nuevo valor de la variable.
- 2. No periódica (sobreamortiguada):** La salida se estabiliza sin sobrepasar nunca el valor final.

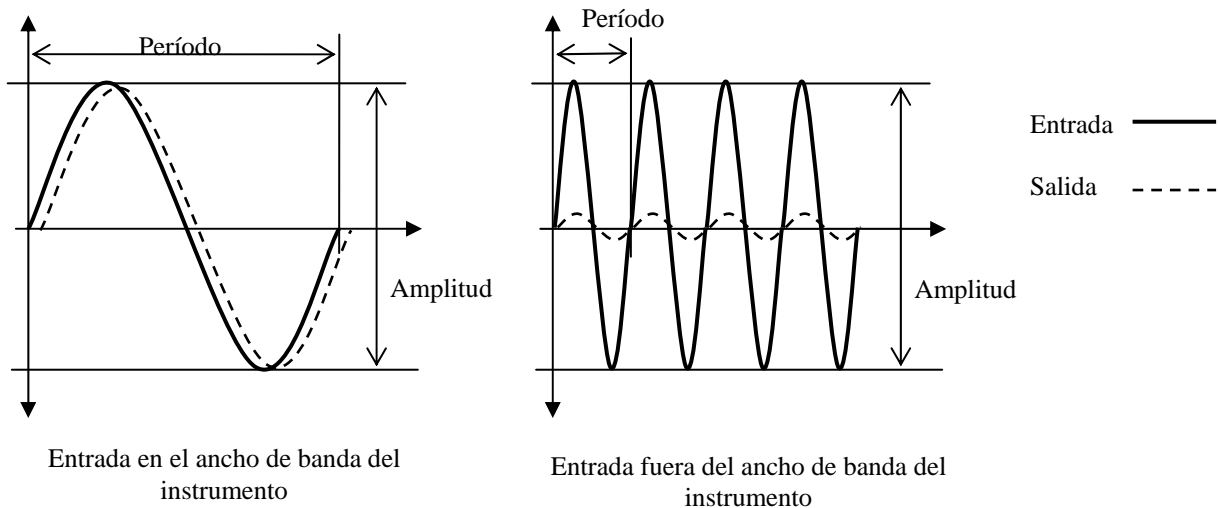
El punto de cambio entre sobreamortiguado y subamortiguado se denomina críticamente amortiguado.

Es posible observar los dos tipos de amortiguamiento en los instrumentos de segundo orden o de orden superior, SINDO los instrumentos de primer orden siempre sobreamortiguados. En el caso de los instrumentos de segundo orden el amortiguamiento depende del coeficiente de amortiguamiento  $\xi$



### Ancho de banda

Es el rango de frecuencias de un instrumento, sometido a una entrada que varía senoidalmente, dentro del cual el instrumento responde con una amplitud de onda específica.



### Ruido (noise)

Es cualquier perturbación eléctrica o señal accidental no deseada que modifica la transmisión, indicación o registro de los datos deseados. Dependiendo de su diseño un instrumento puede ser sensible al ruido o no.

## Amplificadores mecánicos usados en instrumentación

Los amplificadores mecánicos más utilizados en instrumentación son:

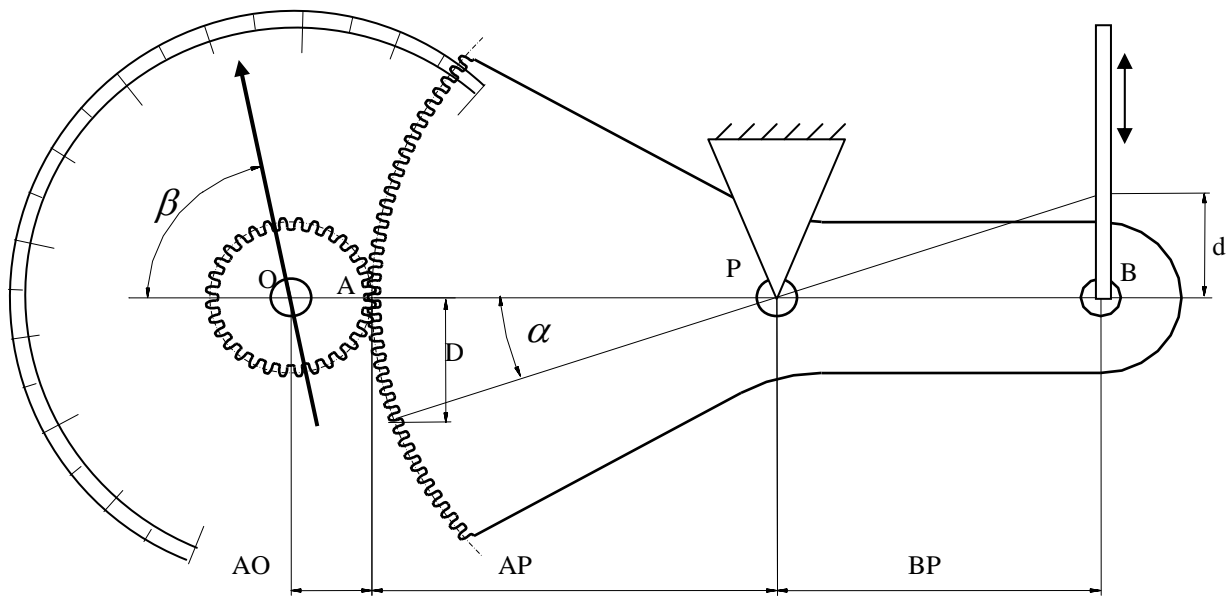
### Amplificador de piñón cremallera

Consiste en una palanca que pivotea en un punto **P** y en cuyo extremo existe un sector dentado (cremallera) que engrana con un pequeño piñón.

Este mecanismo de amplificación además de amplificar los movimientos es capaz de transformar un movimiento lineal en un movimiento angular con la ayuda de una biela.

Es muy usado en manómetros de tubo Bourdon, y para otros elementos donde se requiera una amplificación grande. Por lo general el punto **B** suele ser móvil con el fin de permitir el ajuste de la amplificación del mecanismo.



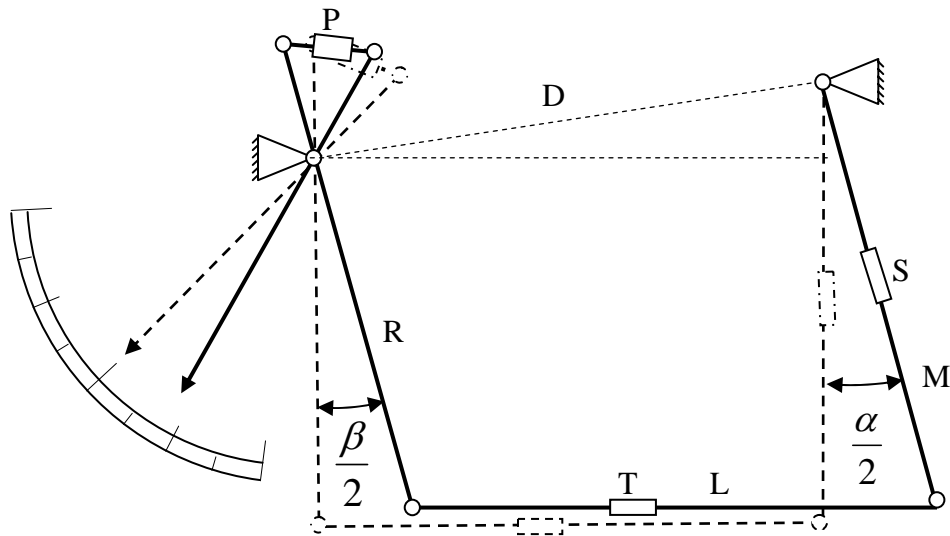


En este mecanismo al producirse un desplazamiento en el punto **B** la palanca gira y produce una rotación  $\beta$  del piñón que esta en contacto con la cremallera. La relación de transmisión viene dada por la expresión siguiente:

$$\beta = \frac{AP}{OP} \operatorname{Arctg} \left( \frac{d}{BP} \right)$$

### Mecanismo de amplificación de cuatro barras

Este mecanismo de amplificación utiliza como su nombre lo indica un mecanismo de cuatro barras, en donde la amplificación que produce será función de la longitud de las barras motora y receptora. Se utiliza en general para instrumentos en donde la amplificación requerida es pequeña, ya que la su relación entrada salida se puede aproximar a una relación lineal solo para movimientos pequeños.



Donde:

- M: longitud de la manivela motora
- R: longitud de la manivela receptora
- L: longitud e la biela

D: distancia entre ejes motor y receptor  
 $\alpha$  : movimiento angular de la barra motora  
 $\beta$  : movimiento angular de la barra receptora  
P: tornillo de ajuste de cero  
S: Tornillo de ajuste de amplitud  
T: tornillo de ajuste de angularidad

La relación de transmisión ( $K$ ) viene dada por la expresión siguiente:

$$K = \frac{M}{R} = \frac{\beta \cos(\beta/2)}{\alpha \cos(\alpha/2)}$$

Como este mecanismo se usa solo para ángulos muy pequeños en donde  $\cos(\alpha/2) \approx \cos(\beta/2) \approx 1$ , entonces la relación de transmisión se puede aproximar a la expresión siguiente:

$$K = \frac{M}{R} = \frac{\beta}{\alpha}$$

Otra relación utilizada en estos mecanismos es:

$$D^2 = L^2 + (M - R)^2$$

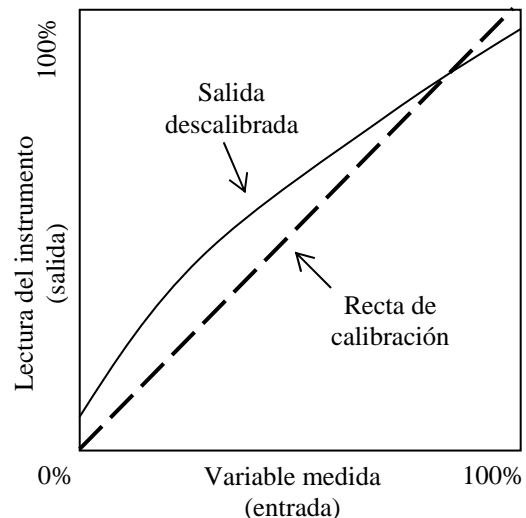
## Calibración de Instrumentos

En los instrumentos debe haber una relación definida entre la salida y la entrada. En un instrumento ideal esa relación es lineal, en una figura esto se vería como una recta a 45° conocida como **recta de calibración**.

Existen otros instrumentos que no poseen una relación lineal y cuyo patrón de calibración lo provee el fabricante.

El objeto de la calibración de un instrumento es corregir diferencias que existen entre la salida del instrumento y su recta de calibración, comúnmente llamados DESVIOS.

Un instrumento se considera bien calibrado cuando en todos los puntos de su rango, la diferencia entre el valor real de la variable y el valor indicado, esta comprendido entre los límites determinados por su exactitud.



Debido a desajustes que se producen en los diferentes componentes del instrumento se originan errores estáticos que pueden variar en todo el rango y se denominan desvíos, cuando esto ocurre se dice que el instrumento está descalibrado.

## Desvíos de un Instrumento

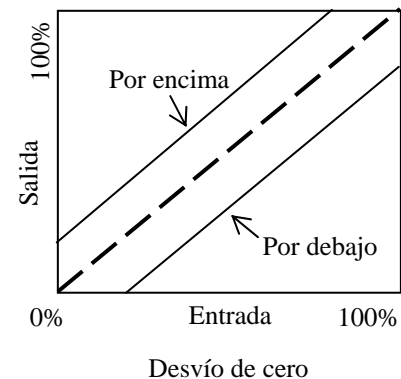
Los instrumentos se pueden ajustar para corregir los desvíos, los cuales se deben identificar previamente haciendo la curva del instrumento.

Existen tres tipos de desvíos, los cuales se pueden presentar simultáneamente, y que son:

### Desvío de cero (zero)

Cuando el instrumento presenta un error constante a lo largo de todo su rango. La salida puede estar por encima o por debajo de la recta de calibración.

Este desvío se origina, en los instrumentos con indicación mediante aguja porque la aguja se desvía de la posición que le corresponde debido a



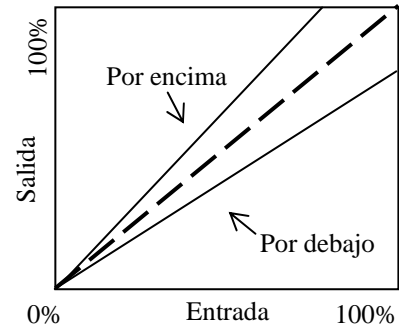
vibraciones o choques. En los instrumentos con indicación digital este se origina por desajustes en alguna resistencia variable.

Este desvío se corrige ajustando el tornillo de cero, el cual existe en la mayoría de los instrumentos. En los instrumentos de aguja si el tornillo no es suficiente para corregir el desvío, se extrae la aguja y se reinstala en el cero de la escala, luego se usa el tornillo de cero para el ajuste fino.

### Desvío de amplitud (span)

La salida del instrumento se aleja de la recta de calibración en forma proporcional comenzando desde cero.

El desvío de amplitud se origina porque de alguna manera se a variado la ganancia del instrumento y se corrige actuando sobre el tornillo de amplitud, para hacer variar la ganancia del instrumento, con lo cual se aumenta o disminuye progresivamente la lectura sobre la escala.



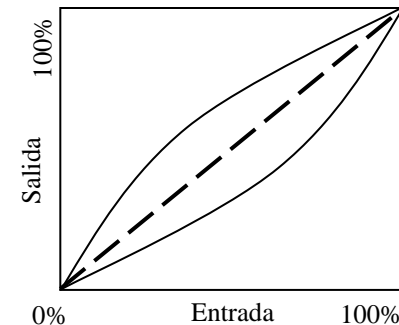
Desvío de amplitud

### Desvío de angularidad

La salida del instrumento coincide en los puntos 0% y 100% de la recta de calibración, pero se aparta de la misma en los puntos restantes. La salida del instrumento es una curva y la desviación máxima suele ocurrir en la mitad de la escala.

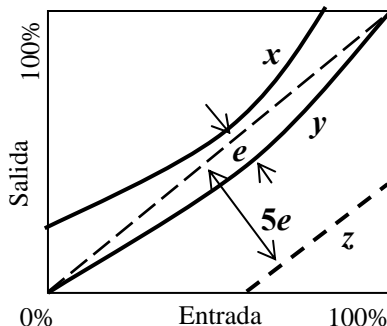
Muchos instrumentos por su construcción no pueden presentar este tipo de desvío, ya que este es producto de fenómenos no lineales en la relación entrada salida del instrumento.

Este desvío se produce principalmente en los instrumentos con mecanismo de amplificación de 4 barras. El desvío de angularidad se anula (se vuelve despreciable) en estos mecanismos cuando las barras quedan exactamente encuadradas ( $90^\circ$ ) cuando la variable medida esta en un 50% del rango del instrumento.



Desvío de angularidad

Cuando en un mecanismo de amplificación de 4 barras la biela ( $L$ ) es más larga que el valor requerido para formar el ángulo de  $90^\circ$  para un 50% del rango entonces se produce un desvío positivo en todo el rango y se puede comprobar que este desvío es menor cerca del 50% del rango. Se obtiene entonces una curva similar a la curva  $x$ .



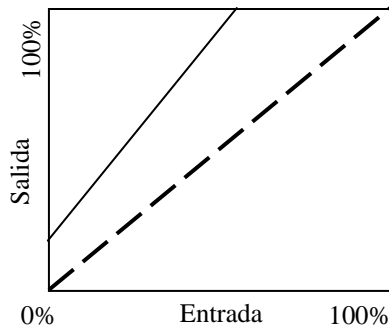
Al eliminar el desvío de cero y luego el de amplitud resulta la curva  $y$ . La cual hace aparecer el desvío máximo en el centro de la escala. Para eliminar el desvío es necesario entonces disminuir la longitud de la biela ( $L$ ), lo cual indica que la curva tiende a alejarse en el medio del rango. Por consiguiente luego será necesario corregir de nuevo el desvío de cero y de amplitud.

Nótese que al disminuir la longitud de la biela ( $L$ ) se estará moviendo la tuerca de angularidad en el sentido contrario a lo que pareciera ser lógico, es decir en la dirección del error. La práctica indica que se debe aumentar este error aproximadamente 5 veces el error encontrado en el 50% del rango obteniendo la curva  $z$ . Y luego se debe volver a calibrar el desvío de cero y de

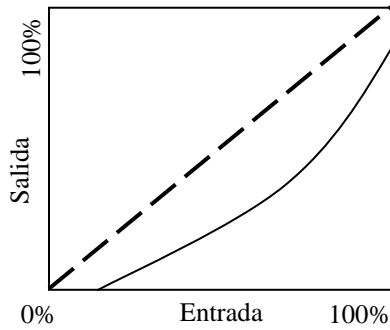
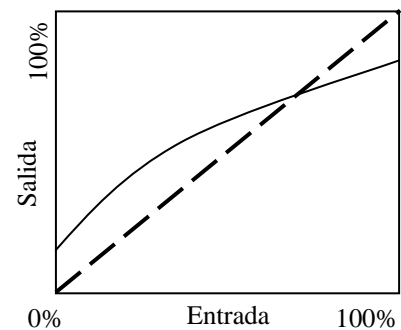
amplitud, y el valor del desvío de angularidad debe volverse casi nulo.

Otra forma de disminuir el desvío de angularidad es encuadrar las barras para que formen un ángulo de  $90^\circ$  en el 50% del rango. Sin embargo este procedimiento no es práctico por ser difícil la medida sobre el instrumento y por la poca precisión en la medida de ángulo que se puede obtener con éste.

Los tres desvíos pueden aparecer simultáneamente, por ejemplo:

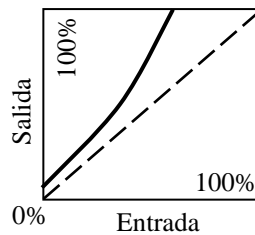


Desvío de cero + amplitud

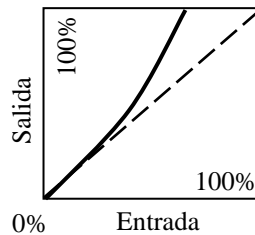
Desvío de cero +  
angularidadDesvío de cero + amplitud  
+angularidad

## Procedimiento general de calibración de un instrumento

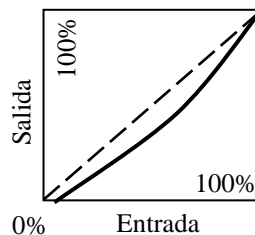
1. Trazar la curva de valores de salida versus valores de entrada



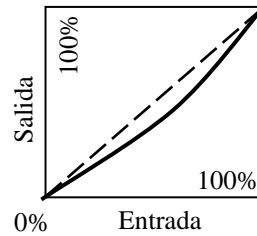
2. Verificar si existe desvío de cero. Este se reconoce porque para una entrada cero (valor mínimo del rango) el instrumento da una salida diferente del valor mínimo del rango. Si este desvío existe se corrige con el tornillo de ajuste de cero



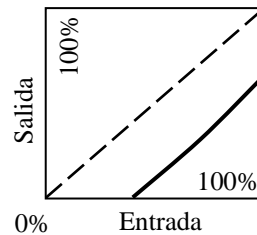
3. Una vez corregido el desvío de cero se procede a verificar si existe desvío de amplitud. Para ello se introduce al instrumento el valor máximo de la entrada, si no da la salida correspondiente, entonces existe un desvío de amplitud. Se ajusta entonces el tornillo de amplitud (span) hasta que la salida corresponda con el valor máximo de la entrada.



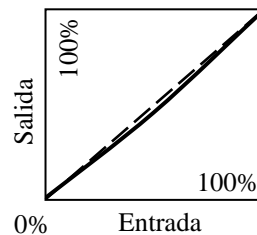
4. Como el cero puede descalibrarse al efectuar el paso anterior, entonces se repiten los pasos 2 y 3 sucesivamente hasta que las lecturas sean correctas en los valores máximo y mínimo.



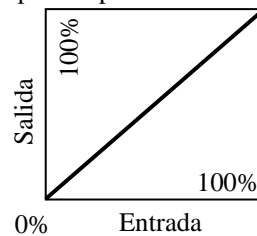
5. Se lleva la entrada al 50% del rango. Si la salida del instrumento no corresponde, entonces existe desvío de angularidad. Si este desvío existe se procede a realizar uno de los ajustes siguientes:
  - Ajustar la tuerca de angularidad hasta mover la salida unas 5 veces el valor del error en la dirección del mismo, con lo cual obtenemos una curva más plana
  - Encuadrar las barras con la entrada en un 50% del valor del rango.



6. Reajustar sucesivamente el tornillo de cero y de amplitud como en los pasos 2 y 3, hasta conseguir la exactitud deseada.



7. Si sigue habiendo desvío de angularidad repetir el procedimiento a partir del paso 5.



## Errores que se cometen al efectuar una medición

Al efectuar una medición se pueden cometer errores, los errores más comunes se pueden clasificar como sigue:

- Fijos o sistemáticos: son aquellos que se repiten sistemáticamente al realizar una medición en un instrumento dado, los más comunes son:
  - Calibración. Se caracterizan por ser de forma constante o similar. Generalmente se presentan debido a condiciones o procedimientos impropios durante la medición o por mala calibración de los instrumentos (desvíos).
  - Humanos. Pueden ser sistemáticos si por sus costumbres presentan una tendencia individual que puede ser por ejemplo tener una mala posición frente al instrumento lo que origina un mal ángulo de visión, desvirtuándose la lectura.
  - Experimental. Aparecen cuando el método para realizar las mediciones no es el más adecuado para realizar la investigación que se está realizando.
  - Técnica. Se debe a malos diseños o selección de los instrumentos. Entre los ejemplos de causas de este tipo de error podemos citar a instrumentos con rango inadecuado al proceso, graduaciones incorrectas

de la escala, engranajes defectuosos, articulaciones incorrectas. Algunas veces este error se puede corregir por calibración pero no siempre.

- Accidentales o fortuitos: son aquellos que se producen de vez en cuando caracterizándose por su falta de consistencia, los más comunes son:
  - Juicio. Se presentan por ejemplo cuando las personas encargadas de realizar las mediciones dan valores con una precisión superior a la sensibilidad del instrumento.
  - Variación de condiciones. Se producen cuando en el proceso existen elementos de disturbio (por ejemplo ruido) los cuales originan variaciones incontroladas o pobremente controladas de las variables medidas. Este tipo de errores se pueden corregir por el método de simetría que consiste en tomar valores extremos mientras la variable oscila para luego tomar como valor definitivo el valor promedio.
  - Definición. Se presentan por la forma como se evalúa la variable a medir, por ejemplo el diámetro exacto de una barra de hacer no se puede determinar haciendo la medida en un solo punto, ya este varía en un cierto valor en toda su longitud. Estos valores son en general despreciables dentro de tolerancias específicas.
- Ilegítimos: son errores que como su nombre lo indica no deberían presentarse, pero se presentan, sobre todo al principio de un acoplamiento de un sistema de medición.
  - Equivocaciones. Son casi siempre ocasionados por inexperiencias de los operadores o descuidos. Presentándose por mala observación o mal montaje del instrumento.
  - Errores de computación. Se presentan en sistemas centralizados de recopilación de datos, lo cual requiere de programas que analicen y presenten dichos datos. Los resultados presentados pueden verse o no afectados por limitaciones o alcance de los programas.
  - Errores caóticos. Incluyen disturbios eventuales los cuales pueden tener una magnitud suficiente para esconder la información, estos se pueden presentar por vibraciones o choques mecánicos de suficiente magnitud. Si estos se producen se deben suspender las mediciones hasta tanto no se eliminan las perturbaciones.

## Teoría de errores de Gauss

Esta teoría nos permite determinar la probabilidad de que el valor real sea igual al valor indicado en un conjunto de medidas de una misma variable de entrada para un experimento controlado.

Repasaremos algunos términos estadísticos para una mejor comprensión de ésta teoría.

### La media aritmética

Es el valor promedio alrededor del cual oscilan las magnitudes de los valores leídos en cualquier experimento:

$$X_m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

### La desviación de cada lectura

Es la diferencia que existe entre cada lectura y la media aritmética:

$$d_i = X_i - X_m$$

### La desviación estándar

Que es la desviación media cuadrada:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - X_m)^2}$$

### La varianza

Es la desviación estándar elevada al cuadrado:  $\sigma^2$

## La probabilidad de que un evento ocurra

Está definida como el cociente entre el número de veces que el elemento pueda ocurrir y el número de posibles eventos. Por ejemplo en un dado la probabilidad de que salga una de sus caras al lanzarlo es de 1/6.

## Distribución Gaussiana o normal del error

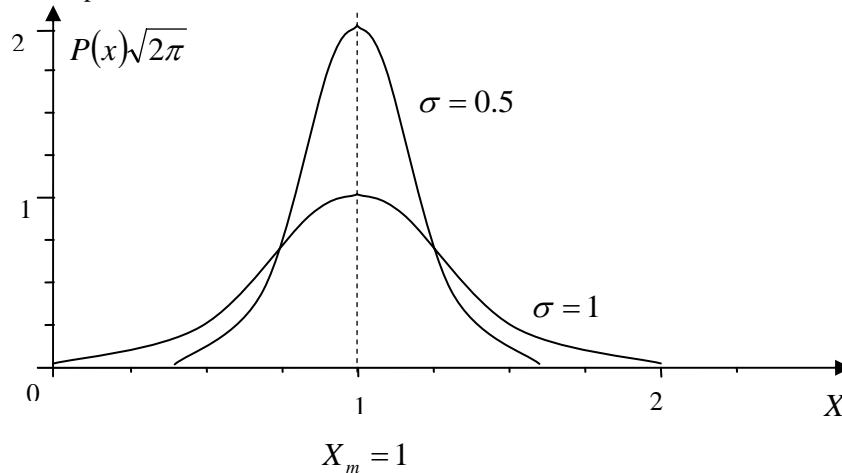
Supongamos que realizamos un cierto experimento y obtenemos un valor para una medición realizada, este valor se ve afectado por errores que se presentan durante la medición. Si llamamos  $X$  al valor medido entonces la probabilidad de que  $X$  esté en un rango medido  $X$  y  $X+\Delta X$  está dada por la expresión:

$$P(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-X_m)^2}{2\sigma^2}}$$

Si se observa la ecuación nos damos cuenta que la máxima probabilidad ocurre para el valor  $X_m$ :

$$P(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$$

La gráfica de esta ecuación puede observarse a continuación.



Se nota en la figura que la media aritmética de las medidas es la más probable y que la desviación estándar es una medida de la extensión de la curva de distribución. Mientras mayor sea el valor de  $\sigma$  la curva es más plana y por ende el error esperado en cada medición es más grande.

La ecuación de  $P(x)$  está normalizada de manera que el área total bajo la curva es igual a 1:

$$\int_{-\infty}^{\infty} P(x) dx = 1$$

En esta curva se puede notar la similitud entre la distribución Gaussiana con la curva obtenida experimentalmente cuando se toman bastantes valores de una variable en un punto constante. Entonces si la desviación estándar es pequeña los valores medidos se acercan más al valor real ( $X_m$ ) y si la desviación estándar es grande entonces las medidas se alejarán más del valor real.

En materia de verificación experimental se considera que la distribución Gaussiana representa los errores aleatorios de una forma adecuada para experimentos controlados.