

MECÁNICA DE FLUIDOS POR WILLIAM ANDRÉS OCAMPO DUQUE

1 Mecánica De Fluidos

1.1 Introducción

El comportamiento de los fluidos (líquidos, gases y vapores) es importante para los procesos de ingeniería en general y constituye uno de los fundamentos para el estudio de las operaciones unitarias. El conocimiento de los fluidos es esencial no sólo para tratar con exactitud los problemas de movimiento de fluidos a través de tuberías, bombas y accesorios, sino también para el estudio del flujo de calor y de muchas operaciones de separación que dependen de la difusión y la transferencia de materia.

La mecánica de fluidos tiene dos ramas importantes: la *estática* que trata de fluidos en equilibrio sin esfuerzo cortante, y la *dinámica* que trata los fluidos cuando una parte de los mismos se mueven con relación a otras partes.

Si se intenta variar la forma de una masa de fluido se produce un deslizamiento de unas capas de fluido sobre otras hasta que se alcanza una nueva forma. Durante la variación de la forma, se producen esfuerzos cortantes, cuya magnitud depende de la viscosidad del fluido y de la velocidad de deslizamiento, pero cuando se alcanza la forma final, desaparecen todos los esfuerzos cortantes. Un fluido en equilibrio carece pues de esfuerzos cortantes.

A una determinada temperatura y presión, un fluido puro posee una densidad definida, que generalmente se expresa en kg/m^3 . Si la densidad varía poco para cambios moderados en temperatura y presión, el fluido se denomina incompresible; pero si la densidad varía considerablemente con cambios moderados en presión y temperatura se trata de un fluido compresible; en general, los líquidos son incompresibles y los gases son compresibles. Sin embargo, estos términos son relativos pues la densidad de un líquido puede variar considerablemente para grandes variaciones de la temperatura y presión.

1.2 Concepto de presión

El término presión se refiere a los efectos de una fuerza que actúa distribuida sobre una superficie. La fuerza puede ejercerla un sólido, un líquido o un gas. Frecuentemente la fuerza causante de una presión es simplemente el peso de un cuerpo o material. La presión ejercida por un fluido varía directamente con la profundidad. De allí que la presión en el fondo de una presa sea considerablemente mayor que en las zonas cercanas a la coronación de la misma; la presión que actúa sobre los submarinos es enorme en las grandes profundidades de los océanos. La presión que ejerce la atmósfera sobre cada uno de nosotros es significativa, y basta pensar que si una persona se sumerge 10 metros en el fondo del mar la estaría duplicando. La mayor profundidad en el océano llamada la fosa de las Filipinas mide 11000 metros, es decir que en ese punto la presión debe ser considerablemente alta (del orden de 10^5 kPa).

La presión en un fluido se transmite con igual intensidad en todas las direcciones y actúa en forma normal a cualquier superficie plana. En el mismo plano horizontal, el valor de la presión en un líquido es igual en cualquier punto. La medida de la presión relativa se realiza con el manómetro, que puede operar de diversas formas, por altura de columna de fluido como los manómetros de mercurio, por desplazamiento de un resorte, como los manómetros de Bourdon, etc. Se llama presión relativa o manométrica porque al sumar la presión ejercida por la atmósfera tendremos la presión absoluta.

La presión se expresa mediante:

$$p = \frac{dF}{dA} \quad \text{Ec. 1-1}$$

La unidad aceptada por el sistema internacional para la presión es el Pascal (Pa), que se define como una fuerza equivalente a 1 N actuando sobre 1 m². 1 N es aproximadamente el peso que genera un vaso desechable pequeño lleno con agua, lo que indica que un Pascal es una unidad muy pequeña; debido a esto comúnmente se emplea el kPa y el MPa.

El término vacío se utiliza para indicar que en un espacio la presión es menor que la presión de la atmósfera. Se entiende por presión atmosférica, por supuesto, la presión reinante alrededor nuestro. Varía ligeramente con las condiciones meteorológicas y decrece con la altitud. Al nivel del mar la presión atmosférica es 101.325 kPa, que se conoce como presión normal. En Santiago de Cali la presión es 680 mmHg y en la cima del Everest la presión es 200 mmHg. Esta presión varía ligeramente con las condiciones climáticas.

El vacío se mide como el valor de la presión por debajo de la atmósfera. Por ejemplo, si se bombea hacia el exterior el aire contenido en un depósito se obtiene vacío. El vacío máximo que se puede obtener es 101.325 kPa a nivel del mar. El vacío generalmente se expresa en unidades de altura de columna de fluido, como el milímetro de mercurio, mmHg; comúnmente se ha empleado la pulgada de mercurio. Una presión absoluta de 600 mmHg equivale a un vacío de 160 mmHg o una presión de -160 mmHg.

La presión generalmente se expresa como absoluta o manométrica. Por ejemplo, una presión manométrica de 5 kPa, equivale a una presión absoluta de 106.3 kPa si la presión atmosférica en el lugar es 101.3 kPa. Considere una olla a presión dispuesta con un manómetro en la tapa. Usted carga la olla con agua y la cierra herméticamente. En este momento la presión que marca el manómetro es cero. Si usted calienta la olla, lo suficiente para que varias moléculas de líquido pasen a la fase de vapor, observará que el manómetro marcará cada vez una presión mayor. Un manómetro dispuesto en cualquier lugar de un recipiente que contiene gas marcará siempre la misma presión. Un manómetro dispuesto en un recipiente lleno de líquido marcará la mayor presión en el fondo.

El barómetro, construido por Evangelista Torricelli es el instrumento empleado para medir la presión atmosférica. Este consiste de un tubo transparente colocado verticalmente sobre una cubeta que contiene mercurio. La presión que ejerce el aire del ambiente impide que el mercurio salga del tubo. La altura hasta la que el mercurio baja, a nivel del mar, es 760 mm Hg.

Aunque el barómetro puede utilizarse para medir la presión atmosférica, es necesario muy frecuentemente medir la presión de otros fluidos, por ejemplo cuando se desplazan por una tubería cerrada. Se utilizan tubos en U conectados a la línea de flujo o a la pared llenos de un líquido que es insoluble en el fluido de interés; así se puede emplear mercurio o aceite para medir la presión de agua. Estos se conocen como manómetros en U. También se puede conectar un tubo vertical largo a la línea de flujo, así la altura que logra subir el fluido determina la presión a la cual fluye. Estos dispositivos se llaman piezómetros. Existen varias disposiciones para los tubos en U, de tal manera que se podrían medir presiones muy bajas.

Cuando interesa medir la diferencia de presión entre dos puntos de un tramo, se conectan mediante una manguera, cuando la presión en unos de los extremos varía, se observa una diferencia en el nivel del manómetro. La aplicación principal de estos manómetros diferenciales es en la medición de velocidades de flujo, como en el tubo venturi y el tubo de Pitot. El desarrollo de la electrónica ha permitido el uso de sensores de presión que actúan según diversos mecanismos con altas precisiones.

1.3 Equilibrio hidrostático

Considere el elemento diferencial mostrado en la Figura 3.1. La fuerza que actúa sobre el punto A será

$$F_A = F_B + mg$$

donde m es la masa del elemento diferencial y g es la gravedad. Reemplazando las fuerzas utilizando la definición de presión y la masa utilizando la definición de densidad,

$$p_A * A = p_B * A + \rho * V_d * g$$

donde V_d es el volumen y ρ es la densidad. Como

$$Z_B - Z_A = \frac{V_d}{A}$$

se tiene finalmente que

$$p_A = p_B + \rho * g * (Z_B - Z_A)$$

como se trata de un elemento diferencial, se concluye que la variación de presión se expresa mediante

$$dp = -\gamma dZ \quad \text{Ec. 1-2}$$

donde $\gamma = \rho g$, se conoce como peso específico. El signo negativo indica que la presión disminuye al aumentar la altura.

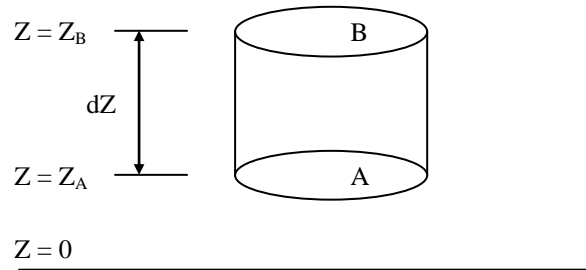


Figura 1.1 Elemento diferencial de un fluido.

La diferencia de presión entre dos puntos a distintos niveles en un líquido (fluido incompresible) es:

$$p_2 - p_1 = \gamma(Z_2 - Z_1) \quad \text{Ec. 1-3}$$

donde γ es el peso específico del fluido y Δh es la diferencia de niveles. Si el punto 1 está en la superficie del líquido y h incrementa hacia abajo, la ecuación se transforma en

$$p = \gamma h \quad \text{Ec. 1-4}$$

Las ecuaciones anteriores se aplican si el peso específico permanece constante con la altura. La altura de líquido que produce una presión relativa p se obtiene mediante

$$h = \frac{p}{\gamma} \quad \text{Ec. 1-5}$$

Las variaciones de presión en un fluido compresible son pequeñas, por lo general, ya que los pesos específicos son pequeños, como lo son también las diferencias de elevación consideradas generalmente en casos prácticos. Solamente para el mercurio, que tiene un peso específico 13.6 veces mayor que el del agua, se tienen presiones significativas con pequeñas alturas de columna de fluido.

La ecuación diferencial de presión hidrostática permite el cálculo de la presión barométrica en la troposfera, aplicada a un fluido compresible: el aire. Utilizando la densidad del aire calculada con la ecuación de los gases ideales y suponiendo una disminución lineal de la temperatura con la altura, se puede determinar la presión barométrica como función de la altura y de la temperatura, como se muestra a continuación:

Para un gas ideal,

$$\rho = \frac{PM}{RT}$$

donde P es la presión (en kPa), M es el peso molecular del aire, 29 kg/kmol, R es la constante de los gases ideales 8.31451 kPa·m³kmol⁻¹K⁻¹ y T es la temperatura (en K). Se puede suponer que la temperatura varía con la altura mediante

$$T = T_0 - \alpha Z$$

donde $\alpha=0.0065$ K/m, $T_0 = 288$ K (15 °C).

La ecuación de presión hidrostática quedará

$$dp = -\rho g dZ = -\frac{PM}{R(T_0 - \alpha Z)} g dZ$$

Separando variables

$$-\frac{dp}{p} = \frac{Mg}{R} \frac{dZ}{T_0 - \alpha Z}$$

Integrando teniendo en cuenta que para $Z = 0$, $p = 101.325$ kPa se obtiene

$$p = 101.325 * \left(\frac{T_0 - \alpha Z}{T_0} \right)^{\frac{Mg}{R\alpha}} \quad \text{Ec. 1-6}$$

Observe que $Mg/(R\alpha)$ es adimensional

$$\frac{Mg}{R\alpha} = \frac{29 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}} * 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}} * \frac{1 \text{ kN}}{1000 \text{ N}}}{8.31451 \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{kmol} \cdot \text{K}} * 0.0065 \frac{\text{K}}{\text{m}}} = 5.258647$$

Esta ecuación predice una presión a la altura del Everest de tan solo 31.40 kPa (236 mmHg) con una temperatura de -42.51 °C, tal como se muestra en la Tabla siguiente.

Tabla 1-1 Resultados de la modelación del aire como un fluido estático.

$Z(\text{m})$	$p \text{ (kPa)}$	$T \text{ (°C)}$
0	101.33	15.00
100	100.13	14.35
500	95.45	11.75
1000	89.86	8.50
2000	79.47	2.00
8848	31.40	-42.51
10000	26.40	-50.00

1.4 Manómetros

Un manómetro es un dispositivo que sirve para medir presiones manométricas o diferencias de presiones en ductos.

Ejemplo 1:

Para una presión manométrica en A de -10.89 kPa, encontrar la densidad relativa del líquido manométrico B de la Figura 3.2.

Solución:

$$p_C = p_D \quad p_A + 1.6 * \gamma_{agua} * (3.200 - 2.743) = -10.89 + 1.6 * 9.8 * 0.457 = -3.724 \text{ kPa}$$

Ahora bien $p_G = p_D = -3.724$ kPa, ya que el peso de los 0.686 m de aire puede despreciarse sin cometer un error apreciable. Además $p_F = p_E = 0$.

Por tanto,

$$p_G = p_E - S * 9.800 * (3.429 - 3.048)$$

$$-3.724 = 0 - S * 9.800 * (0.381)$$

$$S = 0.997$$

Lo que implica que el fluido B es agua!

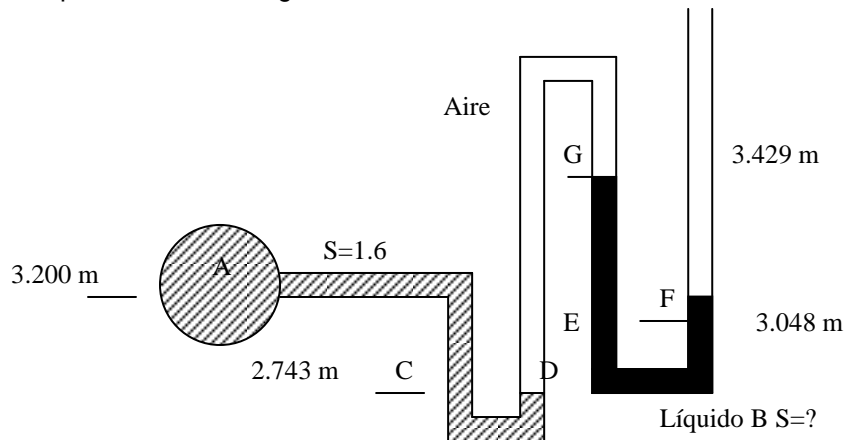


Figura 1.2 Manómetro con un líquido de densidad desconocida.

Ejemplo 2:

Determinar la presión diferencial entre las tuberías A y B para la lectura del manómetro diferencial que se muestra en la Figura 3.3.

Solución:

$$p_A - p_1 = \gamma_{agua} * (Z_1 - Z_A) = 9800 * x$$

$$p_1 - p_2 = 0.8 * \gamma_{agua} * (Z_2 - Z_1) = 0.8 * 9800 * 0.7$$

$$p_2 - p_B = \gamma_{agua} * (Z_B - Z_2) = -9800 * (x + 0.7 - 1.5)$$

Sumando las tres ecuaciones, se obtiene

$$p_A - p_B = 9800(x + 0.8 * 0.7 - x - 0.7 + 1.5) = 13328 \text{ Pa} = 13.328 \text{ kPa}$$

Los principios físicos más útiles en las aplicaciones de la mecánica de fluidos, en la parte concerniente a la dinámica, son el balance de materia o ecuación de continuidad, la ecuación del balance de cantidad de movimiento (o ecuación de Bernoulli) y el balance de energía mecánica.

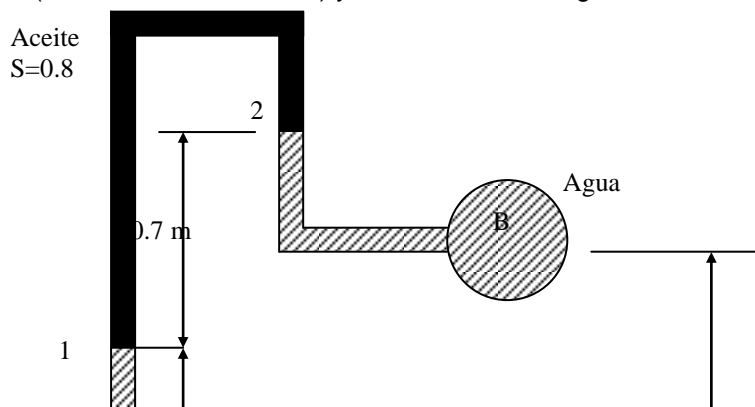


Figura 1.3 Manómetro con una longitud desconocida.

1.5 Ecuación de continuidad

En el flujo estacionario, el balance de materia, es sencillo. La velocidad de entrada de masa en el sistema de flujo es igual a la de salida, ya que la masa no puede acumularse ni vaciarse dentro del sistema de flujo en condiciones estacionarias.

Consideremos el tubo representado en la Figura 3.4. El fluido entra a la tubería en el punto A, donde el área de sección transversal es A_A , la velocidad es V_A y la densidad es ρ_A , y sale por el punto B, donde el área de la sección transversal es A_B , la velocidad es V_B y la densidad es ρ_B . Así el flujo másico en el punto A será,

$$\dot{m}_A = \rho_A V_A A_A \quad \text{Ec. 1-7}$$

y el flujo másico en el punto B será:

$$\dot{m}_B = \rho_B V_B A_B \quad \text{Ec. 1-8}$$

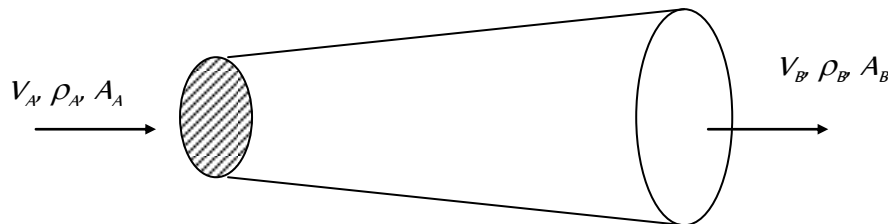


Figura 1.4 Volumen de control para demostrar la ecuación de continuidad.

El principio de conservación de masa establece que:

$$\dot{m}_A = \dot{m}_B \quad \text{Ec. 1-9}$$

Con lo que se obtiene

$$\rho_A V_A A_A = \rho_B V_B A_B \quad \text{Ec. 1-10}$$

que se conoce como ecuación de continuidad y se aplica tanto a fluidos compresibles como incompresibles. El término $V_A A_A$ se conoce como flujo volumétrico o caudal. La velocidad V_A en realidad es una velocidad promedio ya que el perfil de velocidades en cualquier punto de una tubería es variable, haciéndose mínimo en cercanías a la pared de tubería, como se muestra en la Figura 3.5, donde además se presentan líneas de corriente (punteadas).

Una línea de corriente es una línea imaginaria en la masa de fluido en movimiento, representada de forma tal que en cada punto de la curva, el vector de velocidad es tangente a la línea. Entre dos líneas de corriente existe una lámina de corriente que se desliza con velocidad propia sobre la lámina inferior. El efecto del deslizamiento produce un esfuerzo cortante conocido como viscosidad.

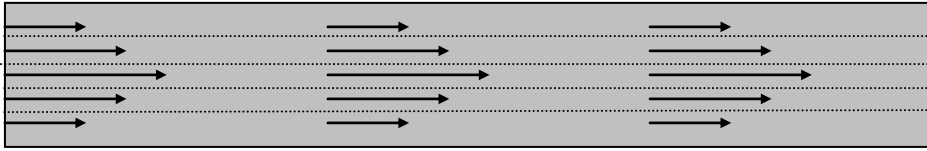


Figura 1.5 Perfiles de velocidad en una tubería y líneas de corriente.

Si la densidad del fluido no cambia en el tramo estudiado y si la tubería es de sección transversal circular se tiene:

$$V_A A_A = V_A \pi \frac{D_A^2}{4} = V_B A_B = V_B \pi \frac{D_B^2}{4}$$

donde D_A es el diámetro de la tubería en el punto A y D_B es el diámetro de la tubería en el punto B. Así,

$$\frac{V_A}{V_B} = \left(\frac{D_B}{D_A} \right)^2 \quad \text{Ec. 1-11}$$

Ejemplo 3:

Fluye agua a una velocidad uniforme de 3 m/s hacia una tobera que reduce el diámetro desde 10 cm hasta 2 cm. Calcule la velocidad del agua que sale de la tobera y el flujo másico y el caudal respectivo.

Solución:

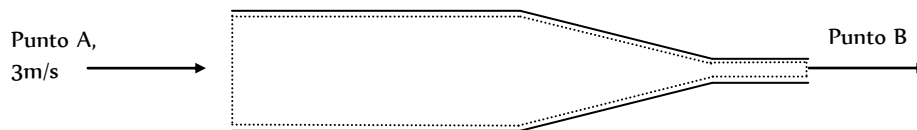


Figura 1.6 Tobera del ejemplo 3.

Se escoge como volumen de control el interior de la tobera. Al utilizar la ecuación de continuidad se obtiene:

$$V_B = V_A \left(\frac{D_A^2}{D_B^2} \right) = 3 * \left(\frac{10}{2} \right)^2 = 75 \text{ m/s}$$

$$\dot{m}_B = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} * 75 \frac{\text{m}}{\text{s}} * \pi \frac{(0.02 \text{ m})^2}{4} = 7.5 \text{ kg/s}$$

$$Q_B = \frac{\dot{m}_B}{\rho} = \frac{7.5}{1000} = 7.5 * 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 27 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

Las tuberías comerciales tienen diámetros nominales que no necesariamente coinciden con su diámetro interno real; también debido a sus diseños para soportar diversas presiones, las tuberías tienen diversos espesores que se denominan catálogos o cédulas. La Tabla siguiente muestra las dimensiones de tuberías comerciales de acero. Los cálculos de tuberías están restringidos a las dimensiones comerciales por razones de obtención de ellas.

Tabla 1-2 Dimensiones y pesos de tuberías normalizadas de Acero basadas en ANSI B36.10-1959

Tamaño (in)	nominal	Catálogo	DE (cm)	DI (cm)	Espesor (cm)	Peso (kg/m)
¼		40	1.372	0.925	0.224	0.63
		80	1.372	0.767	0.302	0.80
½		40	2.134	1.580	0.277	1.27
		80	2.134	1.387	0.373	1.62
¾		40	2.667	2.093	0.287	1.68
		80	2.667	1.885	0.391	2.19
1		40	3.340	2.664	0.338	2.50
		80	3.340	2.431	0.455	3.23
1 ½		40	4.826	4.089	0.368	4.05
		80	4.826	3.810	0.508	5.40
2		40	6.033	5.250	0.391	5.43
		80	6.033	4.925	0.554	7.47
3		40	8.890	7.793	0.549	11.28
		80	8.890	7.366	0.762	15.25
5		40	14.130	12.819	0.655	21.76
		80	14.130	12.225	0.953	30.92

* DE: Diámetro exterior, DI: Diámetro interior.

Ejemplo 4:

Por la conducción que se presenta en la Figura 3.7 fluye crudo de petróleo cuya densidad relativa es 0.887. La tubería A es de 2 pulgadas catálogo 40, la tubería B es de 3 pulgadas catálogo 40 y cada una de las tuberías C es de 1 ½ pulgadas catálogo 40. A través de cada una de las tuberías C circula la misma cantidad de líquido. A través de la tubería A se tiene un flujo de 6.7 m³/h. Calcular el flujo másico, el caudal y la velocidad media en cada tubería.

Solución:

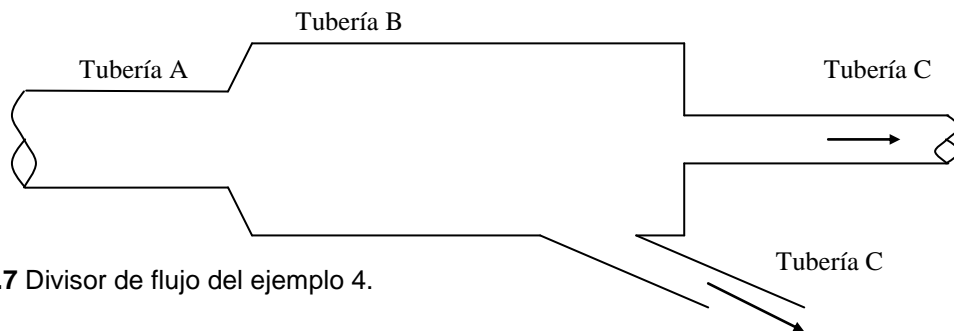


Figura 1.7 Divisor de flujo del ejemplo 4.

Tubería A:

$$Q_A = 6.7 \frac{\text{m}^3}{\text{h}} * \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 1.8611 * 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\dot{m}_A = 887 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} * 1.8611 * 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 1.6508 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

$$A_A = \pi * \frac{0.0525^2 \text{ m}^2}{4} = 2.16475 * 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$V_A = \frac{1.8611 * 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}}{2.1647 * 10^{-3} \text{ m}^2} = 0.85973 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Tubería B:

$$V_B = 0.85973 * \left(\frac{5.250}{7.793} \right)^2 = 0.39019 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\dot{m}_B = 0.39019 \frac{\text{m}}{\text{s}} * \pi * \frac{0.07793^2 \text{ m}^2}{4} * 887 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 1.6508 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

Tuberías C:

Por cada tubería C fluye la mitad de la masa, así:

$$\dot{m}_C = 0.8254 \text{ kg/s}$$

$$V_C = \frac{Q_C}{A_C} = \frac{\frac{1.8611 * 10^{-3}}{2}}{\pi * \frac{0.04089^2}{4}} = 0.70862 \text{ m/s}$$

A continuación estudiaremos los efectos de la viscosidad sobre un flujo interno incompresible. Estos flujos son especialmente importantes para los ingenieros. El flujo en un tubo circular es sin duda el flujo interno más común de fluidos; existe en las venas y arterias de un cuerpo, en el sistema de agua de una ciudad, en el sistema de riego de un agricultor, en los sistemas de tuberías que transportan fluidos en una fábrica, en las líneas hidráulicas de un avión y en el chorro de tinta de la impresora de una computadora. También existen los flujos en ductos no circulares, en canales abiertos y en redes de tuberías como los acueductos y alcantarillados.

1.6 Ecuación de Bernoulli

Una importante relación, denominada ecuación de Bernoulli sin fricción, puede deducirse aplicando el balance de cantidad de movimiento para el flujo estacionario de un fluido con flujo potencial a un elemento diferencial de volumen. La ecuación de Bernoulli es una forma especial del Balance de Energía en el que sólo aparecen términos de energía mecánica.

Consideremos un elemento de volumen de fluido que circula a lo largo de un tubo de sección transversal constante con flujo potencial estacionario como se muestra en la Figura 3.8.

La segunda Ley de Newton, aplicada en la dirección del flujo será:

$$pA - (p + dp)A - mg \cos \theta = ma \quad \text{Ec. 1-12}$$

$$pA - (p + dp)A - \rho g A dL \cos \theta = \rho A dL \frac{dV}{dt} \quad \text{Ec. 1-13}$$

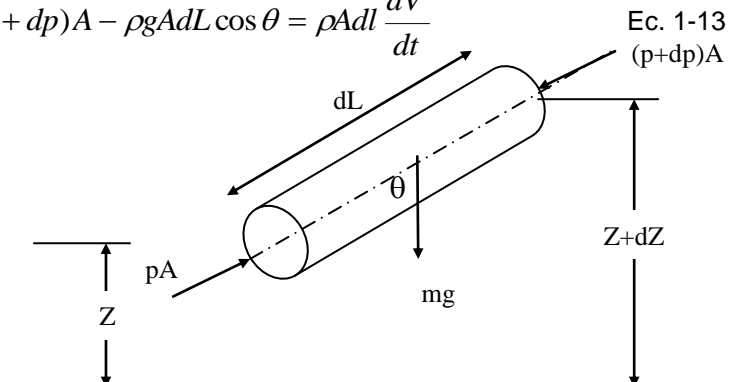


Figura 1.8 Elemento diferencial con flujo potencial.

como $\cos \theta = \frac{dZ}{dL}$, se obtiene

$$pA - pA - dpA - \gamma dLA \frac{dZ}{dL} = \rho A dL \frac{dV}{dL} \frac{dL}{dt} \quad \text{Ec. 1-14}$$

Así,

$$-dp - \gamma dZ = \rho V dV \quad \text{Ec. 1-15}$$

Integrando entre dos puntos de un tramo de tubería se obtiene

$$p_1 - p_2 - \gamma(Z_2 - Z_1) = \frac{\gamma}{2g}(V_2^2 - V_1^2) \quad \text{Ec. 1-16}$$

Dividiendo por γ y agrupando términos se tiene finalmente

$$\frac{p_1}{\gamma} + Z_1 + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + Z_2 + \frac{V_2^2}{2g} \quad \text{Ec. 1-17}$$

que es la ecuación de Bernoulli, o ecuación de energía en términos de carga (en unidades de longitud). Cada término de la ecuación de Bernoulli tiene un nombre: $\frac{p}{\gamma}$ es la carga de presión

estática, $\frac{p}{\gamma} + Z$ es la carga piezométrica y $\frac{V^2}{2g}$ es la carga de velocidad. La suma de carga

piezométrica y carga de velocidad se denomina carga total. Observe que para un fluido quieto, la ecuación de Bernoulli se convierte en la ecuación del equilibrio hidrostático.

La ecuación de Bernoulli es de gran utilidad en el tratamiento de fluidos incompresibles. Dicha ecuación establece que en flujo potencial (en ausencia de fricción o efectos viscosos), cuando la velocidad disminuye, la presión o la altura o ambas tienden a aumentar. La razón de la compensación entre la presión, altura y velocidad se entiende si se tiene en cuenta que estos son términos que representan el trabajo mecánico, energía potencial y energía cinética respectivamente, lo cual está de acuerdo con el principio de la conservación de energía.

Es común referirse a la presión p como presión estática y la suma de los dos términos

$$p + \rho \frac{V^2}{2} = p_E \quad \text{Ec. 1-18}$$

se denomina presión de estancamiento.

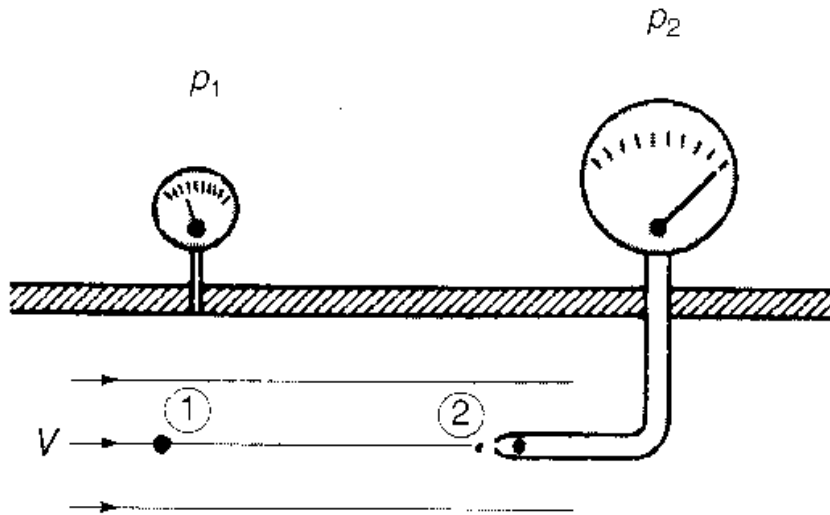


Figura 1.9 Piezómetro y tubo de Pitot.

La presión estática en una tubería puede medirse con sólo instalar un piezómetro, que se muestra en la Figura 3.9. Un dispositivo llamado tubo de Pitot, que se muestra esquemáticamente sirve para medir la presión de estancamiento en un fluido. El punto 2 justo adentro del tubo de Pitot es un punto de estancamiento, donde la velocidad es cero. Podemos utilizar la diferencia entre las lecturas para determinar la velocidad en el punto 1, mediante la ecuación de Bernoulli, así

$$V_1 = \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_2 - p_1)} \quad \text{Ec. 1-19}$$

Ejemplo 5:

La carga de presión estática en una tubería de aire se mide con un piezómetro que marca 16 mm de agua. Un tubo de Pitot en el mismo punto indica 24 mm de agua. Calcule la velocidad del aire a 20°C.

Solución:

La densidad del aire será

$$\rho = \frac{P}{RT} = \frac{101.325 + 0.016 * 9.8}{8.314 / 28.84 * 293.15} = 1.2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

La velocidad, aplicando la ecuación en el punto de estancamiento del tubo de Pitot será:

$$V_1 = \sqrt{\frac{2}{1.2}(0.024 - 0.016) * 9800} = 11.43 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Ejemplo 6:

Por el fondo de un gran tanque abierto, Figura 3.10 se está derramando aceite con una densidad relativa de 0.8 por una tubería de ½ pulgada, catálogo 40. El punto de vaciado está 5 m debajo del nivel del tanque de aceite. Calcule el caudal y la velocidad de salida del aceite despreciando los efectos viscosos.

Solución:

La aplicación de la ecuación de Bernoulli entre los puntos 1 y 2 se hace teniendo en cuenta varias consideraciones. La presión estática en ambos puntos es cero, pues generalmente se supone que la presión manométrica en el nivel superior de tanques abiertos vale cero. La velocidad en el punto 1 es tan baja que se puede igualar a cero, así, la ecuación de Bernoulli quedará resumida a

$$Z_1 = Z_2 + \frac{V_2^2}{2g}$$

Obteniéndose

$$V_2 = \sqrt{2g(Z_1 - Z_2)} = \sqrt{2 * 9.8 * (5)} = 9.899 \text{ m/s}$$

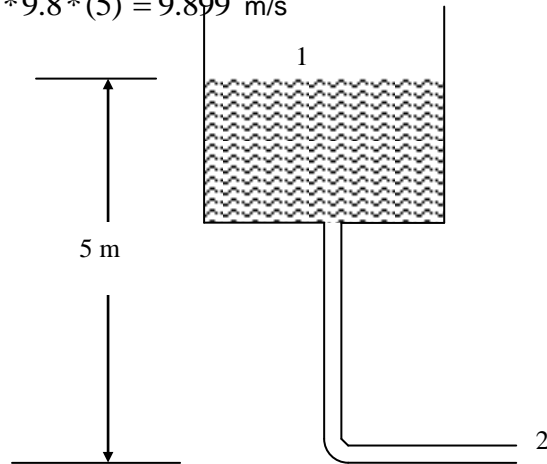


Figura 1.10

La aplicación de la ecuación de Bernoulli permite el cálculo del caudal de diversos flujos mediante el empleo de un tubo venturi. Un tubo venturi es una contracción en la tubería. Se determina el caudal en la tubería midiendo la caída de presión por efecto de la contracción.

Ejemplo 7:

La caída de presión en un tubo venturi se muestra en la Figura 3.11. En el punto 1 la tubería tiene un diámetro de 10 cm. En el punto 2 el diámetro es 8 cm. El manómetro utiliza mercurio. Determine el caudal.

Solución:

La ecuación de Bernoulli aplicada entre los puntos 1 y 2 será

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \frac{V_2^2}{2g} - \frac{V_1^2}{2g}$$

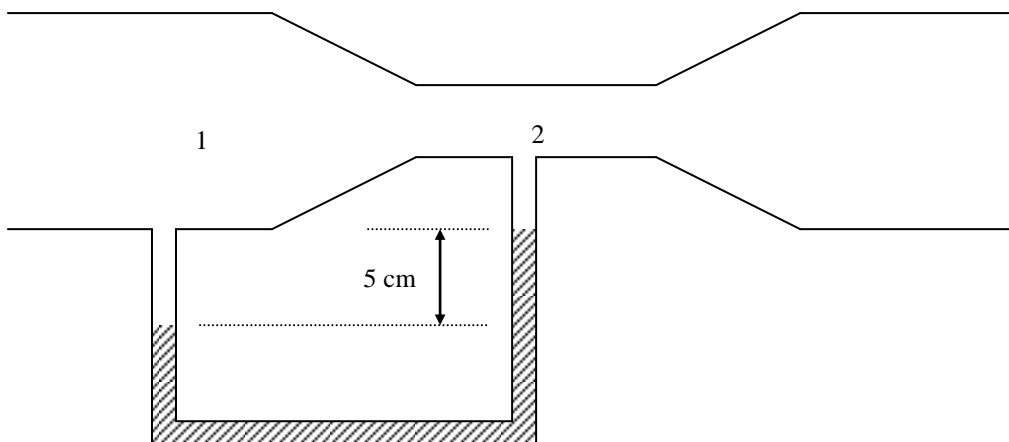


Figura 1.11 Tubo venturi. como $Q = V_1 * \pi \frac{D_1^2}{4} = V_2 * \pi \frac{D_2^2}{4}$

$$\text{se tiene } \frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \frac{1}{2g} \frac{4^2}{\pi^2} \left(\frac{Q^2}{D_2^4} - \frac{Q^2}{D_1^4} \right)$$

Despejando el caudal se tiene

$$Q = \sqrt{\frac{2g\pi^2 * \left(\frac{p_1 - p_2}{\gamma} \right)}{4^2 * \left(\frac{1}{D_2^4} - \frac{1}{D_1^4} \right)}}$$

La caída de presión entre los puntos 1 y 2 se puede igualar a la diferencia de niveles en el manómetro de mercurio, así

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} = Z_2 - Z_1 = 5 \text{ cm Hg}$$

$$p_1 - p_2 = 13.6 * 9800 * 0.05 = 6664 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

Entonces

$$Q = \sqrt{\frac{2 * 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} * \pi^2 * \frac{6664 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{9800 \frac{\text{N}}{\text{m}^3}}}{16 * \left(\frac{1}{0.08^4} - \frac{1}{0.1^4} \right) \frac{1}{\text{m}^4}}} = 0.02388 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 23.88 \frac{\text{L}}{\text{s}}$$

1.7 Balance de Energía

Cuando un cuerpo sólido se mueve en un fluido, se originan fuerzas que no tendrían lugar si el sólido se moviera en su espacio vacío. Por la tercera Ley de Newton, el cuerpo ejerce sobre el fluido una fuerza igual pero de sentido contrario a la que el fluido ejerce sobre el sólido. Esta fuerza que el fluido ejerce sobre el sólido se traduce en pérdidas de energía debido al movimiento del sólido en el fluido. Esta fuerza también es análoga a la fuerza que experimenta un fluido cuando se mueve por una superficie sólida, como en el caso del agua que se transporta por una tubería o el movimiento del fluido entre dos placas.

En casi todos los problemas de flujo, es necesario considerar las pérdidas, las cuales se deben a dos efectos primarios: 1. La viscosidad produce fricción interna que eleva la energía interna o causa transferencia de calor. 2. Los cambios de geometría producen flujos separados que requieren energía útil para mantener los movimientos secundarios que se generan.

En una tubería, las pérdidas debidas a efectos viscosos se distribuyen por toda la longitud, mientras que la pérdida debida a un cambio de geometría (una válvula, un codo, un ensanchamiento) se concentra en las inmediaciones del cambio de geometría. El cálculo analítico de las pérdidas es un poco difícil, sobre todo si el flujo es turbulento. En general, la predicción de las pérdidas se basa en fórmulas empíricas, como se verá más adelante. El flujo de fluidos está siempre acompañado de rozamiento de las partículas de fluido entre sí y, consecuentemente, por la pérdida de energía disponible; en otras palabras, tiene que existir una pérdida de presión en el sentido del flujo.

Para aplicar la ecuación de Bernoulli a flujos reales se introduce un valor de corrección llamado pérdida de carga, h_L , que es igual a la suma de la pérdida de carga por la fricción del fluido h_f y la pérdida de carga por los cambios en la geometría de la tubería h_K . La pérdida de carga representa la conversión de energía mecánica en calor, es decir, todas las formas de energía no utilizables; y que aparece mientras el fluido fluye desde el punto uno hasta el punto dos. El valor de la pérdida de carga h_L siempre es positivo, así se respeta la pérdida de energía entre el punto uno y el punto dos:

$$\frac{p_1}{\gamma} + Z_1 + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + Z_2 + \frac{V_2^2}{2g} + h_L \quad \text{Ec. 1-20}$$

El flujo de fluido real es mucho más complejo que el flujo de fluido ideal. Debido a la viscosidad de los fluidos reales, en su movimiento aparecen fuerzas cortantes entre las partículas fluidas y las paredes del contorno y entre las diferentes capas de fluido. Existen dos tipos de flujos permanentes en el caso de flujos reales, estos son el flujo laminar y el flujo turbulento. En el flujo laminar las partículas fluidas se mueven según trayectorias paralelas formando el conjunto de ellas capas o láminas. Los módulos de las velocidades de capas adyacentes no tienen el mismo valor. El flujo laminar está gobernado por la ley de los fluidos Newtonianos que relaciona la tensión cortante con la velocidad de deformación angular, es decir, la tensión cortante es igual al producto de la viscosidad del fluido por el gradiente de velocidades.

$$\tau = \mu \frac{dV}{dy} \quad \text{Ec. 1-21}$$

El número de Reynolds (Re), que es un grupo adimensional, viene dado por el cociente de las fuerzas inerciales sobre las fuerzas viscosas, que permite la distinción entre un flujo laminar y un flujo turbulento. Para el flujo laminar la viscosidad del fluido es la magnitud física predominante y su acción amortigua cualquier tendencia a la turbulencia. Para el flujo turbulento predominan las fuerzas inerciales sobre la viscosidad.

Tabla 1-3 Propiedades del agua.

Temperatura (°C)	Densidad (kg/m ³)	Peso específico (N/m ³)	Viscosidad cinemática (m ² /s)
0	999.9	9809	1.792
10	999.7	9807	1.308
20	998.2	9792	1.007
30	995.7	9768	0.804
40	992.2	9733	0.661
50	988.1	9693	0.556
60	983.2	9645	0.477
70	977.8	9592	0.415
80	971.8	9533	0.367
90	965.3	9470	0.328
100	958.4	9402	0.296

* Viscosidad cinemática = valor de la tabla * 10⁻⁶

Tabla 1-4 Propiedades del aire a presión atmosférica.

Temperatura (°C)	Densidad (kg/m ³)	Viscosidad (m ² /s)*10 ⁶	cinemática*
-30	1.452	1.08* 10 ⁻⁶	
-20	1.394	1.16* 10 ⁻⁶	
-10	1.342	1.24* 10 ⁻⁶	
0	1.292	1.33* 10 ⁻⁶	
10	1.247	1.42* 10 ⁻⁶	

20	1.204	$1.51 \cdot 10^{-6}$
30	1.164	$1.60 \cdot 10^{-6}$
40	1.127	$1.69 \cdot 10^{-6}$
50	1.092	$1.79 \cdot 10^{-6}$
60	1.060	$1.89 \cdot 10^{-6}$
80	1.000	$2.09 \cdot 10^{-6}$
100	0.946	$2.30 \cdot 10^{-6}$
200	0.746	$3.45 \cdot 10^{-6}$

Para tuberías circulares en flujo a tubería llena, el número de Reynolds será

$$Re = \frac{VD\rho}{\mu} = \frac{VD}{\nu} \quad \text{Ec. 1-22}$$

donde V es la velocidad (en m/s), D es el diámetro de la tubería (en m), ρ es la densidad del fluido (en kg/m^3), μ es la viscosidad dinámica (en $\text{kg}\cdot\text{s/m}^2$), y ν es la viscosidad cinemática (en m^2/s).

Tabla 1-5 Viscosidades y densidades relativas de diversas sustancias.

T (°C)	Tetracloruro de carbono		Solvente comercial		Aceite lubricante medio	
	S	ν (m^2/s)*	S	ν (m^2/s)*	S	ν (m^2/s)*
10	1.608	0.696	0.725	1.376	0.900	260
20	1.584	0.612	0.718	1.189	0.893	122
30	1.558	0.531	0.710	1.049	0.886	71
40	1.522	0.482	0.703	0.932	0.875	39.4
50					0.866	25.7

T (°C)	Fuel-oil medio		Fuel-oil pesado		Gasolina	
	S	ν (m^2/s)*	S	ν (m^2/s)*	S	ν (m^2/s)*
10	0.861	5.16	0.918	400	0.733	0.710
20	0.855	3.94	0.909	156	0.725	0.648
30	0.849	3.11	0.904	89	0.717	0.595
40	0.842	2.39	0.898	52.8	0.709	0.545

Fluido	Densidad relativa	Viscosidad cinemática (m^2/s)*
Turpentina a 20 °C	0.862	1.73
Aceite de linaza a 30 °C	0.925	35.9
Alcohol etílico a 20 °C	0.789	1.53
Benceno a 20 °C	0.879	0.745
Glicerina a 20 °C	1.262	661
Aceite de castor a 20 °C	0.960	1.031

* Viscosidad cinemática = valor de la tabla $\cdot 10^{-6}$

Para la viscosidad dinámica se utiliza comúnmente la unidad llamada Poise (1P= 0.1 Pa·s). Para la viscosidad cinemática se utiliza comúnmente la unidad llamada Stoke, (1 St = $10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$). La Tabla 3.3 muestra las viscosidades cinemáticas para agua. La Tabla 3.4 muestra las viscosidades cinemáticas para el aire. La Tabla 3.5 presenta la viscosidad y la densidad relativa para diversas sustancias.

La velocidad crítica es aquella velocidad por debajo de la cual toda turbulencia es amortiguada por la viscosidad. La experiencia demuestra que un límite superior para el régimen laminar, en tuberías viene fijado por un valor del número de Reynolds alrededor de 2000.

La región que se conoce como la zona crítica aparece entre los números de Reynolds de 2000 y 4000. En esta región, el flujo puede ser tanto laminar como turbulento, dependiendo de varios factores; éstos incluyen cambios de sección, de dirección del flujo y obstrucciones tales como válvulas corriente arriba de la zona considerada. El factor de fricción en esta región es indeterminado y tiene límites más bajos si el flujo es laminar y más altos si el flujo es turbulento.

Cuando Re es alto, mayor que 4000, significa que dominan las fuerzas inerciales. En el flujo turbulento las partículas fluidas se mueven en forma desordenada en todas direcciones. Es imposible conocer la trayectoria de una partícula individualmente. Para flujo turbulento, las condiciones vuelven a ser más estables y puede establecerse factores de rozamiento definitivos. Esto es importante ya que permite al ingeniero determinar las características del flujo de cualquier fluido que se mueva por una tubería, suponiendo conocidas la viscosidad y la densidad en las condiciones del flujo.

Ejemplo 8:

Se utiliza una tubería de 2 cm de diámetro para transportar agua a 20°C. Calcule la velocidad media máxima que puede desarrollar el agua para que el flujo sea laminar.

Solución:

A 20°C $\nu = 1.007 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, entonces

$$V = \frac{Re \cdot \nu}{D} = \frac{2000 \cdot 1.007 \cdot 10^{-6}}{0.02} = 0.101 \text{ m/s}$$

1.8 Factor de fricción

La pérdida de carga h_f causada por el esfuerzo cortante en la pared para un flujo desarrollado se calcula mediante la ecuación de Darcy –Weisbach:

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \quad \text{Ec. 1-23}$$

donde f es el coeficiente de fricción que depende tanto de las propiedades del fluido y del flujo como de la rugosidad de la tubería. En general

$$f = f\left(Re, \frac{e}{D}\right) \quad \text{Ec. 1-24}$$

donde e/D es la aspereza relativa. La rugosidad de una tubería, depende del material de la pared, la cual vista al microscopio sería como se muestra en la Figura 3.12. El perfil de velocidad promediado temporalmente para una tubería es muy sensible a la magnitud de la altura media de los elementos de aspereza de la pared.

Todos los materiales son ásperos si se les examina con la suficiente amplificación, aunque podemos suponer que el vidrio y el plástico son lisos con $e = 0$.

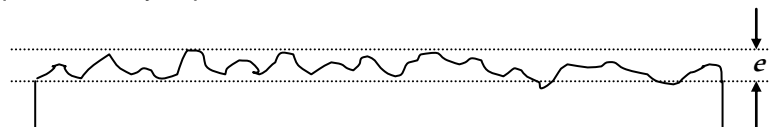
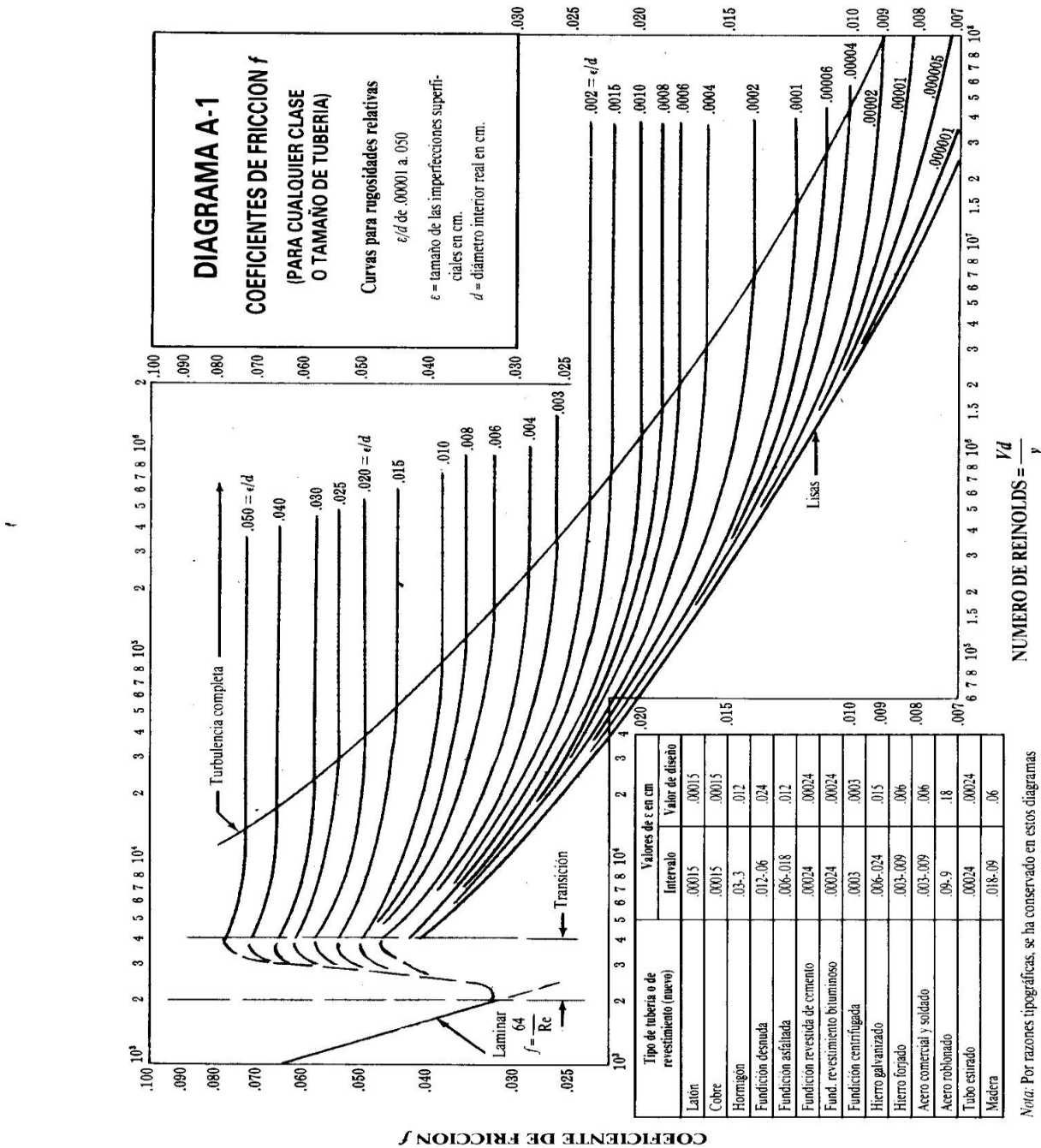


Figura 1.12 Aspereza de un material en una tubería.

Se han obtenido datos experimentales que relacionan el factor de fricción con el número de Reynolds en flujos plenamente desarrollados en una amplia gama de asperezas de pared,

incluyendo paredes lisas. Estos datos están almacenados en el Diagrama de Moody, Figura 3.13.

El diagrama de Moody tiene varias características: Para flujo laminar en todas las tuberías y para cualquier fluido el factor de fricción es sólo función del número de Reynolds, así $f = \frac{64}{Re}$



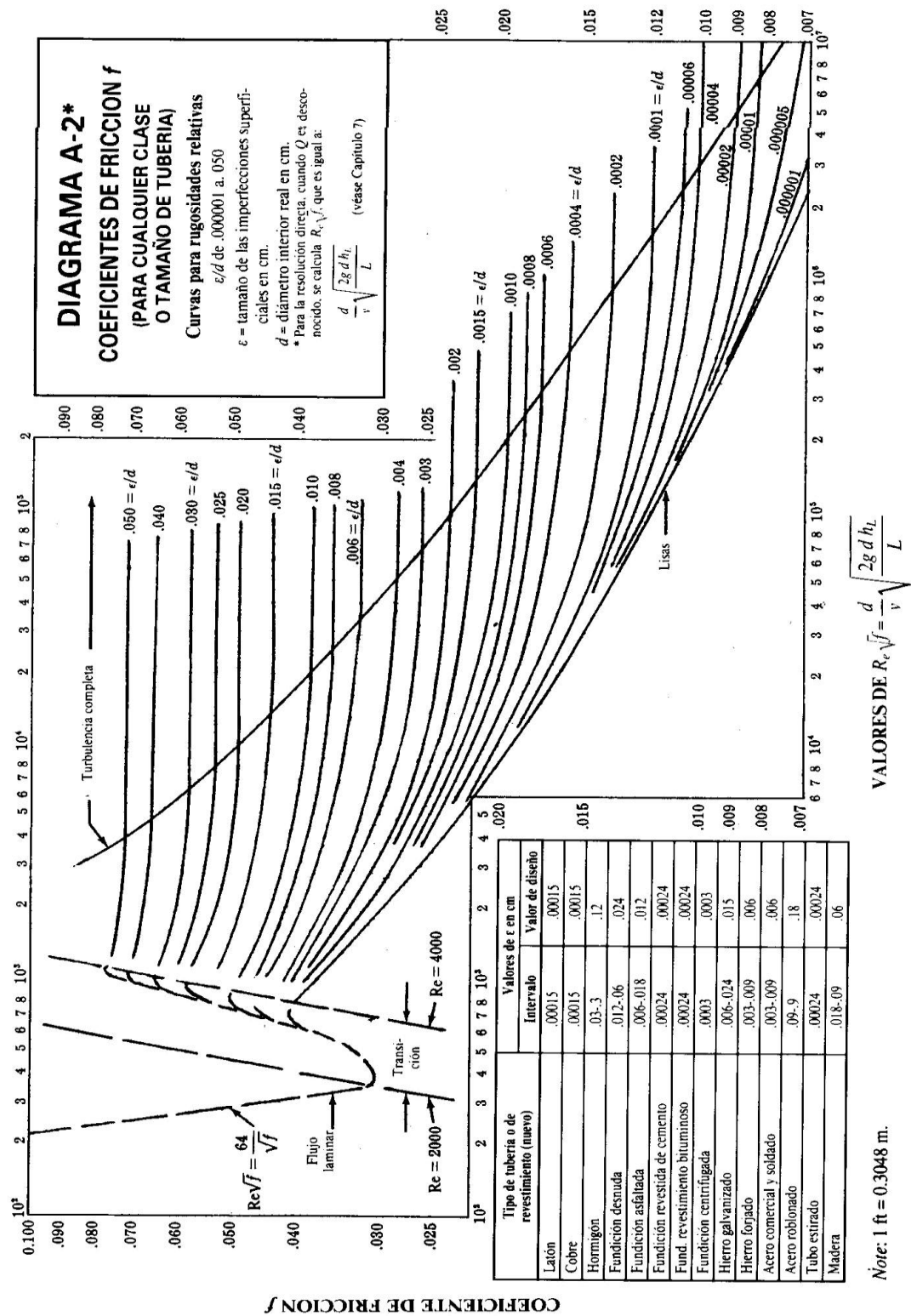


Figura 1.13 Diagrama de Moody.

Para una aspereza de pared dada, medida por la aspereza relativa e/D , hay un valor de Re por encima del cual el factor de fricción es constante, y esto define el régimen completamente turbulento. La resistencia al flujo se debe primordialmente al arrastre de los elementos de aspereza que penetran el flujo.

Con valores de aspereza relativa e/D más pequeños se observa que, al disminuir Re , el factor de fricción aumenta en la zona de transición y finalmente adquiere el mismo valor que para una tubería lisa. Los elementos de aspereza quedan sumergidos en la capa viscosa de pared y casi no afectan el flujo principal.

Con $Re < 2000$, se muestra el factor de fricción del flujo laminar. La zona crítica acopla el flujo turbulento con el laminar y podría representar un flujo oscilante que existe de forma alternada como turbulento y como laminar.

Los valores de e en el diagrama corresponden a tuberías nuevas. Con el tiempo las tuberías se corroen y ensucian, lo que altera tanto el diámetro como la aspereza y hace que aumente el factor de fricción.

Las ecuaciones empíricas siguientes representan el Diagrama de Moody para $Re > 4000$

Flujo en tubería lisa:
$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 0.86 \ln Re \sqrt{f} - 0.8 \quad \text{Ec. 1-25}$$

Zona completamente turbulenta:
$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -0.86 \ln \frac{e}{3.7D} \quad \text{Ec. 1-26}$$

Zona de transición:
$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -0.86 \ln \left(\frac{e}{3.7D} + \frac{2.51}{Re \sqrt{f}} \right) \quad \text{Ec. 1-27}$$

La ecuación de zona de transición se llama ecuación de Colebrook. Si $e=0$ en la ecuación de Colebrook se obtiene la ecuación de flujo en tubería lisa. Si $Re=\infty$ se obtiene la ecuación de zona completamente turbulenta.

Se puede obtener una buena aproximación a la pérdida de carga en ductos con sección transversal no circular utilizando el *radio hidráulico* R , que se define como

$$R = \frac{A}{P} \quad \text{Ec. 1-28}$$

donde A es el área de la sección transversal y P es el perímetro mojado; así el número de Reynolds, la aspereza relativa y la pérdida de carga serán

$$Re = \frac{V(4R)}{\nu}, \text{ aspereza relativa} = \frac{e}{4R}, h_f = f \frac{L}{4R} \frac{V^2}{2g} \quad \text{Ec. 1-29}$$

Podemos identificar tres categorías de problemas para flujo turbulento desarrollado en una tubería de longitud L :

Categoría	Datos	Incógnita
1	Q, D, e, ν	h_f
2	D, e, ν, h_f	Q
3	Q, e, ν, h_f	D

Un problema de categoría 1 es directo y no requiere un procedimiento de iteración cuando se utiliza el Diagrama de Moody. Los problemas de categoría 2 y 3 requieren un procedimiento de iteración, ensayo y error, al utilizar el Diagrama de Moody. Los problemas tipo uno no son importantes, porque generalmente se quiere conocer el diámetro o el caudal en una tubería. Una alternativa al uso del Diagrama de Moody, que evita los procedimientos de ensayo y error, es utilizar fórmulas deducidas empíricamente. Swamee y Jain en 1976 presentaron unas fórmulas para flujos en tuberías, las cuales evitan el método iterativo, estas son:

$$h_f = 1.07 \frac{Q^2 L}{g D^5} \left\{ \ln \left[\frac{e}{3.7 D} + 4.62 \left(\frac{\nu D}{Q} \right)^{0.9} \right] \right\}^{-2} \quad \text{para } 10^{-6} < e/D < 10^{-2} \text{ y } 3000 < Re < 3 \cdot 10^8$$

$$Q = -0.965 \left(\frac{g D^5 h_f}{L} \right)^{0.5} \ln \left[\frac{e}{3.7 D} + \left(\frac{3.17 \nu^2 L}{g D^3 h_f} \right)^{0.5} \right] \quad \text{para } Re > 2000$$

$$D = 0.66 \left[e^{1.25} \left(\frac{L Q^2}{g h_f} \right)^{4.75} + \nu Q^{9.4} \left(\frac{L}{g h_f} \right)^{5.2} \right]^{0.04} \quad \text{para } 10^{-6} < e/D < 10^{-2} \text{ y } 5000 < Re < 3 \cdot 10^8$$

Se pueden utilizar tanto unidades SI como inglesas en estas ecuaciones. Las diferencias entre los resultados reportados por las ecuaciones de Swamee-Jain y el Diagrama de Moody son de menos del 2%.

Ejemplo 9:

Determine la caída de presión en un tramo de 800 m de una tubería de hierro forjado de 1 ½ pulgadas cédula 40 que transporta agua a 20°C con una caudal de 0.003 m³/s.

Solución:

Velocidad media:

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{\pi \frac{D^2}{4}} = \frac{0.003}{\pi \frac{(4.089/100)^2}{4}} = 2.2845 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Número de Reynolds:

$$Re = \frac{VD}{\nu} = \frac{2.2845 * 0.04089}{1.007 * 10^{-6}} = 92765$$

Aspereza relativa:

$$\frac{e}{D} = \frac{0.046}{40.89} = 0.001125$$

donde el valor de e corresponde a una tubería de hierro forjado.

Hay dos opciones para determinar el factor de fricción, ellos son el diagrama de Moody y la ecuación de Colebrook. La ecuación permite el cálculo de más cifras significativas, pero generalmente el diagrama permite una determinación más rápida.

El factor de fricción leído del diagrama de Moody con $e/D = 0.0011$ y $Re = 9.3 \cdot 10^4$ será:

$$f = 0.023$$

El factor de fricción calculado mediante la ecuación de Colebrook, por un procedimiento iterativo con cuatro cifras significativas será:

Tabla 1-6 Resultados del factor de fricción (ejemplo 9) usando la ecuación de Colebrook.

f supuesto	$\frac{1}{\sqrt{f}}$ supuesto	$\frac{1}{\sqrt{f}}$ calculado	Error
0.02100	6.90065559	6.55281616	0.34783944
0.02200	6.74199862	6.560372	0.18162662
0.02300	6.59380473	6.56749003	0.02631471
0.02310	6.57951695	6.56817942	0.01133753
0.02317	6.56957058	6.56865966	0.00091092
0.02318	6.56815335	6.56872811	-0.00057476
0.02319	6.56673704	6.56879653	-0.00205948
0.02320	6.56532164	6.5688649	-0.00354325

Así,

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} = 0.02318 * \frac{500}{0.04089} * \frac{2.2845^2}{2 * 9.8} = 75.4752 \text{ m}$$

La pérdida de carga también se puede calcular utilizando la ecuación de Swamee-Jain, con la cual se obtiene:

$$h_f = 1.07 * \frac{0.003^2 * 500}{9.8 * 0.04089^5} \left\{ \ln \left[\frac{0.046}{3.7 * 40.89} + 4.62 \left(\frac{1.007 * 10^{-6} * 0.04089}{0.003} \right)^{0.9} \right] \right\}^{-2} = 74.3310 \text{ m}$$

Se observa una diferencia entre el valor calculado por la ecuación de Swamee-Jain y el valor obtenido con la ecuación de Colebrook del 1.52 %

Finalmente, la caída de presión será

$$\Delta P = \gamma h_f = 9792 * 75.4752 / 1000 = 739 \text{ kPa}$$

Ejemplo 10:

Se mide una caída de presión de 700 kPa en un tramo de 300 m de una tubería horizontal de hierro forjado de 10 cm de diámetro que transporta petróleo ($S = 0.9$, $\nu = 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$). Determine el flujo volumétrico.

Solución:

La pérdida de carga será

$$h_f = \frac{\Delta p}{\gamma} = \frac{700000}{0.9 * 9800} = 79.4 \text{ m}$$

Utilizando la ecuación de Swamee-Jain, la solución directa será

$$Q = -0.965 \left(\frac{9.8 * 0.1^5 * 79.4}{300} \right)^{0.5} \ln \left[\frac{0.046}{3.7 * 100} + \left(\frac{3.17 * (10^{-5})^2 * 300}{9.8 * 0.1^3 * 79.4} \right)^{0.5} \right] = 0.03762 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

Utilizando el diagrama de Moody, la solución requiere un procedimiento iterativo, como en el siguiente algoritmo:

Paso 1 Suponer flujo completamente turbulento ($Re = \infty$) para leer f .

Paso 2 Calcular velocidad con la ecuación de Darcy-Weisbach, $V = \sqrt{\frac{2gDh_f}{fL}}$

Paso 3 Calcular el número de Reynolds, $Re = \frac{VD}{\nu}$

Paso 4 Volver a leer f con Re , y e/D .

Paso 5 Comparar f del paso 4 con f del paso 1.

(Si son iguales finalizar la iteración. Si son diferentes volver al paso 2, utilizando el f obtenido en el paso 4.)

Los resultados del procedimiento iterativo se presentan a continuación:

Tabla 1-7 Resultados de la iteración (ejemplo 10) usando el diagrama de Moody

f viejo	V (m/s)	Re	f nuevo
0.0165	5.61	$5.61 \cdot 10^4$	0.023
0.023	4.75	$4.75 \cdot 10^4$	0.023

En los pasos 1 y 4 se puede reemplazar la lectura del factor de fricción, por el cálculo de éste, usando la ecuación de Colebrook. Los resultados se presentan a continuación.

Tabla 1-8 Resultados de la iteración para el ejemplo 10 usando la ecuación de Colebrook.

f viejo	V (m/s)	Re	f nuevo
0.01672	5.569	55689	0.0224
0.0224	4.811	48112	0.023
0.023	4.748	47481	0.0231
0.0231	4.738	47378	0.0231

El caudal será

$$Q = V * \pi \frac{D^2}{4} = 4.74 * \pi \frac{0.1^2}{4} = 0.0372 \frac{m}{s}$$

El valor obtenido con la ecuación de Swamee-Jain difiere de este en un 1.1 %.

Ejemplo 11:

Determine el diámetro de tubo estirado que debe escogerse para transportar $0.002 \text{ m}^3/\text{s}$ de agua a 20°C una distancia de 400 m sin que la pérdida de carga exceda 30 m.

Solución:

La velocidad será:

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{0.002}{\pi \frac{D^2}{4}} = \frac{0.002546}{D^2} \quad \text{Ec. 1-30}$$

La ecuación de Darcy-Weisbach será:

$$30 = f \frac{400}{D} \frac{\left(\frac{0.002546}{D^2} \right)^2}{2 * 9.8}$$

que conduce a

$$f = 226692.4761 * D^5 \quad \text{Ec. 1-31}$$

El número de Reynolds será:

$$Re = \frac{VD}{\nu} = \frac{\frac{0.002546}{D^2} * D}{1.007 * 10^{-6}} = \frac{2529}{D} \quad \text{Ec. 1-32}$$

Como todas las variables dependen del diámetro, se puede pensar en resolver el problema iterando en D . Sin embargo, es más funcional iterar en el factor de fricción. El algoritmo será:

Paso 1 Suponer $f = 0.02$ porque “es el mejor valor inicial” en todos los casos.

Paso 2 Calcular D con la ecuación 3.31.

Paso 3 Calcular Re con la ecuación 3.32

Paso 4 Calcular e/D .

Paso 5 Leer f con Re calculado en el paso 3 y e/D calculado en el paso 4.
(o calcular f usando la ecuación de Colebrook.

Paso 6 Comparar f leído en el paso 5 con f supuesto en el paso 1.

(Si son iguales finalizar la iteración. Si son diferentes volver al paso 2 utilizando el f obtenido en el paso 5.)

Los resultados de la iteración usando la ecuación de Colebrook se muestran a continuación.

Tabla 1-9 Resultados de la iteración para el ejemplo 11.

f viejo	D (m)	Re	e/D	f nuevo
0.02	0.03883	65132	0.0000386	0.0236
			3	
0.0236	0.04013	63011	0.0000373	0.0235
			8	
0.0235	0.04010	63064	0.0000374	0.0235
			1	

Ejemplo 12:

Se quiere transportar aire a 30°C y presión atmosférica por un ducto rectangular liso y horizontal de 30 cm por 20 cm con un caudal de 0.24 m³/s. La longitud del tramo es 100 m. Calcular la caída de presión.

Solución:

Como se trata de un ducto que no es cilíndrico, se debe utilizar el radio hidráulico en los cálculos.

$$R = \frac{A}{P} = \frac{0.3 * 0.2}{0.3 * 2 + 0.2 * 2} = 0.06 \text{ m}$$

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{0.24}{0.3 * 0.2} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$Re = \frac{4RV}{\nu} = \frac{4 * 0.06 * 4}{1.6 * 10^{-5}} = 60000$$

Utilizando un ducto liso tenemos un factor de fricción calculado usando la ecuación de Colebrook de $f = 0.0205$

Así,

$$h_f = f \frac{L}{4R} \frac{V^2}{2g} = 0.0205 * \frac{100}{4 * 0.06} * \frac{4^2}{2 * 9.8} = 6.9728 \text{ m}$$

La caída de presión será

$$\Delta p = \rho * g * h_f = 1.164 * 9.8 * 6.9728 = 79.54 \text{ Pa}$$

1.9 Presencia de accesorios en las tuberías

Las pérdidas, no consideradas hasta ahora, se agrupan con el nombre de pérdidas menores. Se producen, en general como resultado de una variación significativa de la configuración del flujo. Por tanto, tienen lugar en las contracciones o ensanchamientos (sean bruscos o graduales) de los conductos, en válvulas, accesorios, codos, tes, etc., y en las entradas o en las salidas. En algunos casos, estas pérdidas menores pueden ser muy importantes. Las pérdidas en las entradas se producen cuando los líquidos entran a un conducto desde un depósito o recipiente de grandes dimensiones. La magnitud de las pérdidas depende de la forma de la entrada. Si la forma es redondeada la pérdida puede ser muy pequeña.

Las pérdidas en las salidas tienen lugar en las secciones por donde desaguan los fluidos en grandes depósitos o recipientes. Las pérdidas en contracciones bruscas ocurren cuando los ductos sufren un estrechamiento abrupto de su sección recta, y las pérdidas en ensanchamientos bruscos suceden cuando esta discontinuidad se da al pasar de una sección a otra sección mayor. Análogamente las pérdidas en ensanchamientos graduales y las pérdidas en contracciones graduales tienen lugar cuando la transición de una sección a otras se hace de forma suave. En muchos casos las pérdidas por accesorios pueden despreciarse, sin embargo, hay casos en los que no deben despreciarse. Las pérdidas menores se expresan en términos de un coeficiente de pérdida K . Como es de esperarse, las pérdidas dependen de la velocidad del flujo y de la geometría del accesorio. Estas se obtienen mediante

$$h_K = K \frac{V^2}{2g} \quad \text{Ec. 1-33}$$

Los valores de K dependen del tipo de accesorio, sus valores se han determinado experimentalmente. Los valores de K para diversos accesorios se muestran a continuación. Es común expresar un coeficiente de pérdida como una longitud equivalente L_e de tubería, lo que se hace igualando la ecuación de Darcy-Weisbach con la ecuación anterior

$$K \frac{V^2}{2g} = f \frac{L_e}{D} \frac{V^2}{2g} \quad \text{Ec. 1-34}$$

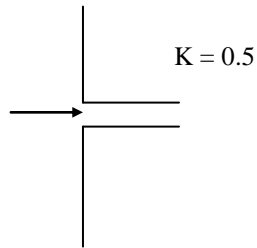
para obtener la relación

$$L_e = K \frac{D}{f} \quad \text{Ec. 1-35}$$

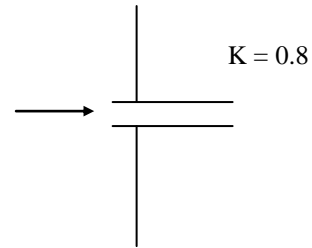
Tabla 1-10 Valores de K para diversos accesorios.

Accesorio	Roscado			Bridado		
	1 in	2 in	4 in	2 in	4 in	8 in
Válvula de globo (Abierta 100 %)	8.2	6.9	5.7	8.5	6	5.8
Válvula de globo (Abierta 50 %)	20	17	14	21	15	14
Válvula de globo (Abierta 25 %)	57	48	40	60	42	41
Válvula de ángulo (Abierta)	4.7	2	1	2.4	2	2
Válvula de retención disco oscilante (Abierta)	2.9	2.1	2	2	2	2
Válvula de compuerta (Abierta)	0.24	0.16	0.11	0.35	0.16	0.07
Curva de retorno	1.5	0.95	0.64	0.35	0.30	0.25
Te (ramificación)	1.8	1.4	1.1	0.80	0.64	0.58
Te (línea)	0.9	0.9	0.9	0.19	0.14	0.10
Codo estándar	1.5	0.95	0.64	0.39	0.30	0.26
Codo de extensión larga	0.72	0.41	0.23	0.30	0.19	0.15
Codo de 45°	0.32	0.30	0.29			

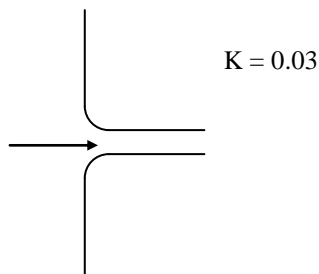
Admisión de tubería con borde cuadrado



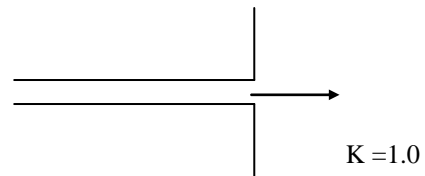
Admisión de tubería entrante



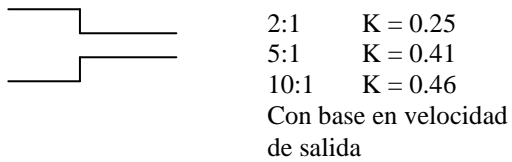
Admisión de tubería bien redondeada



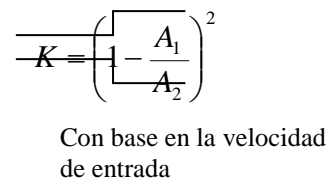
Salida de tubería



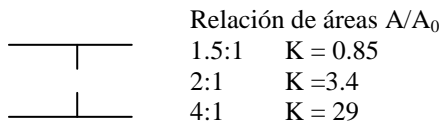
Contracción repentina



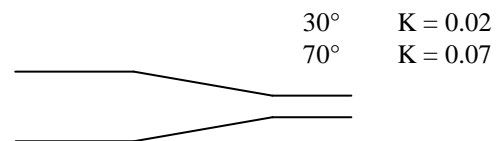
Ensanchamiento repentino



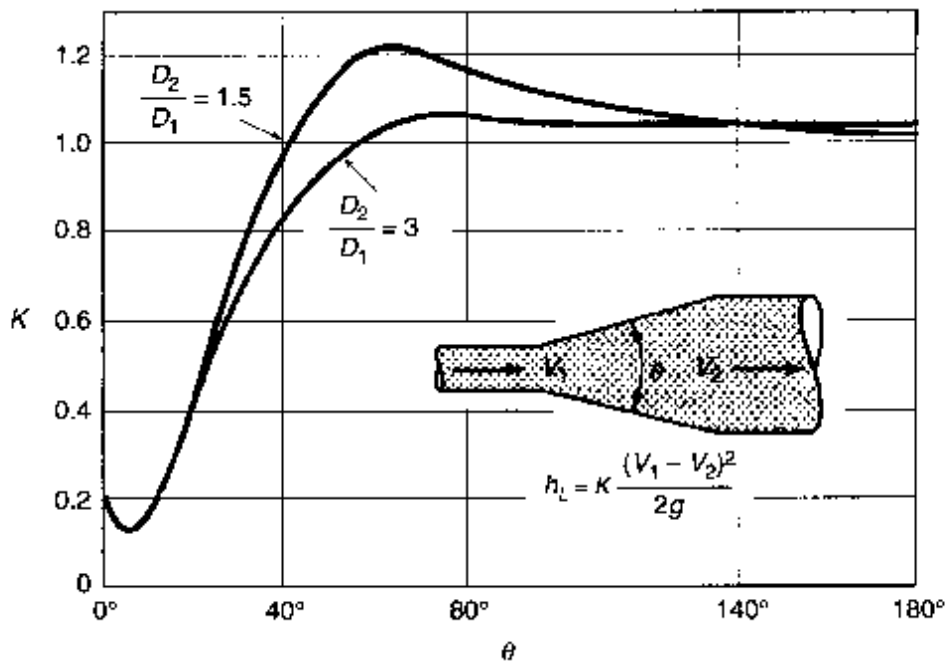
Placa de orificio



Contracción angular



Expansión angular



Ejemplo 13:

Para el sistema mostrado en la Figura 3.14, se sabe que el caudal es $0.04 \text{ m}^3/\text{s}$ de agua a 20°C y que el diámetro de la tubería de hierro forjado es 10 cm. ¿Cuál es la diferencia de alturas entre ambos tanques?

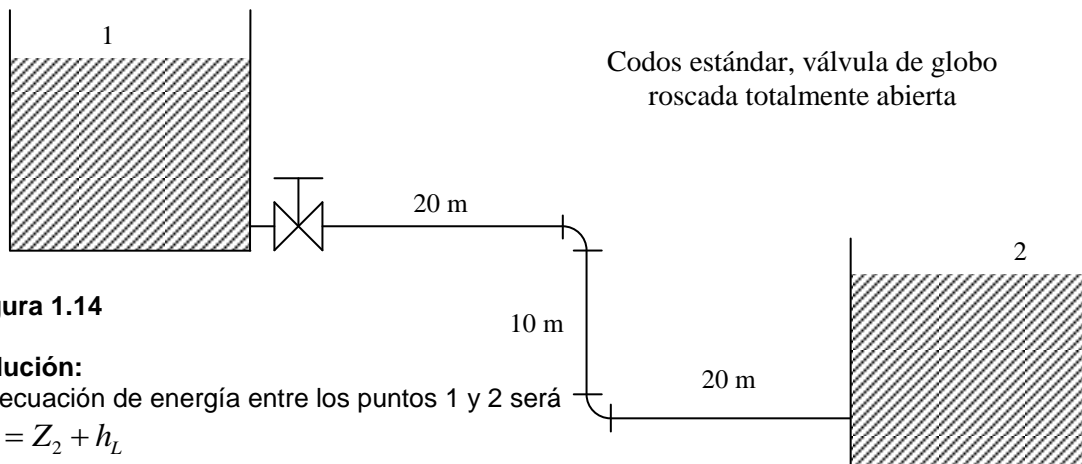


Figura 1.14

Solución:

La ecuación de energía entre los puntos 1 y 2 será

$$Z_1 = Z_2 + h_L$$

Tomando las pérdidas por fricción y por cada accesorio se tiene

$$Z_1 - Z_2 = \left(f \frac{L}{D} + K_{\text{entrada}} + K_{\text{válvula}} + 2K_{\text{codo}} + K_{\text{salida}} \right) \frac{V^2}{2g}$$

La velocidad, el número de Reynolds y la aspereza relativa serán

$$V = \frac{0.04}{\pi \frac{0.1^2}{4}} = 5.09 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{Re} = \frac{5.09 * 0.1}{1.007 * 10^{-6}} = 5.09 * 10^5$$

$$\frac{e}{D} = \frac{0.046}{100} = 0.00046$$

Con la lectura a partir del diagrama de Moody, $f = 0.0173$

Utilizando los coeficientes de pérdida tabulados anteriormente para elementos roscados de 4 in ($\cong 10$ cm) se obtiene

$$Z_1 - Z_2 = \left(0.5 + 5.7 + 2 * 0.64 + 1 + 0.0173 \frac{50}{0.1} \right) \frac{5.09^2}{2 * 9.8} = 22.6 \text{ m}$$

1.10 Bombas y Turbinas

Un volumen de control puede recibir o producir energía. Cuando un volumen de control recibe potencia a partir de una bomba, dicha potencia debe aparecer en el término de la entrada al volumen de control, es decir, en el lado izquierdo de la ecuación de energía. De igual manera, si un volumen de control realiza trabajo representado mediante una turbina, la energía en la entrada al volumen de control es igual a la energía de salida, en la cual se deberá considerar el efecto de la turbina. Teniendo en cuenta el trabajo recibido y producido por una tubería, la ecuación de energía será:

$$H_B + \frac{p_1}{\gamma} + Z_1 + \frac{V_1^2}{2g} = H_T + \frac{p_2}{\gamma} + Z_2 + \frac{V_2^2}{2g} + h_L \quad \text{Ec. 1-36}$$

donde H_B y H_T representan la carga o cabeza de la bomba y la carga de la turbina respectivamente.

La potencia requerida por una bomba será:

$$\dot{W}_B = \frac{\dot{m} g H_B}{\eta_B} = \frac{Q \gamma H_B}{\eta_B} \quad \text{Ec. 1-37}$$

donde η_B representa la eficiencia de la bomba. Observe que el trabajo ideal, sin irreversibilidades y sin fricción, es igual al valor del numerador. De forma similar, la potencia generada por una turbina con eficiencia η_T será

$$\dot{W}_T = \dot{m} g H_T \eta_T = Q \gamma H_T \eta_T \quad \text{Ec. 1-38}$$

En los problemas que hemos considerado hasta ahora no han intervenido bombas ni turbinas. Si se incluye una bomba centrífuga en el sistema de tubería y se especifica el caudal, la solución es directa. Por otro lado, si no se especifica el caudal, como suele suceder en la práctica, se requiere una solución de ensayo y error considerando la bomba, ya que la cabeza producida por la bomba y su eficiencia dependen del caudal que fluya por ella. Todas las bombas tienen curvas características que representan su cabeza y su eficiencia como función del caudal. Las compañías proporcionan tales curvas características para cada bomba que fabrican. El procedimiento de solución consiste en resolver simultáneamente la curva característica de la bomba y la curva de demanda del sistema (ecuación de energía). Para sistemas con turbinas, la situación se trata de forma similar.

Ejemplo 14:

Para una bomba de 20 cm de diámetro en las tuberías de succión y descarga, se tiene la curva característica mostrada en la Tabla 3.11. Dicha bomba opera en el sistema mostrado en la Figura 3.15. Calcular el caudal y la potencia requerida por la bomba.

Tabla 1-11 Curva característica de una bomba.

Q (m ³ /s)	H _B (m)	Rendimiento (%)
0.05	80.0	4
0.10	78.0	40
0.15	76.0	60
0.20	75.0	78

0.25	70.0	83
0.30	60.0	75

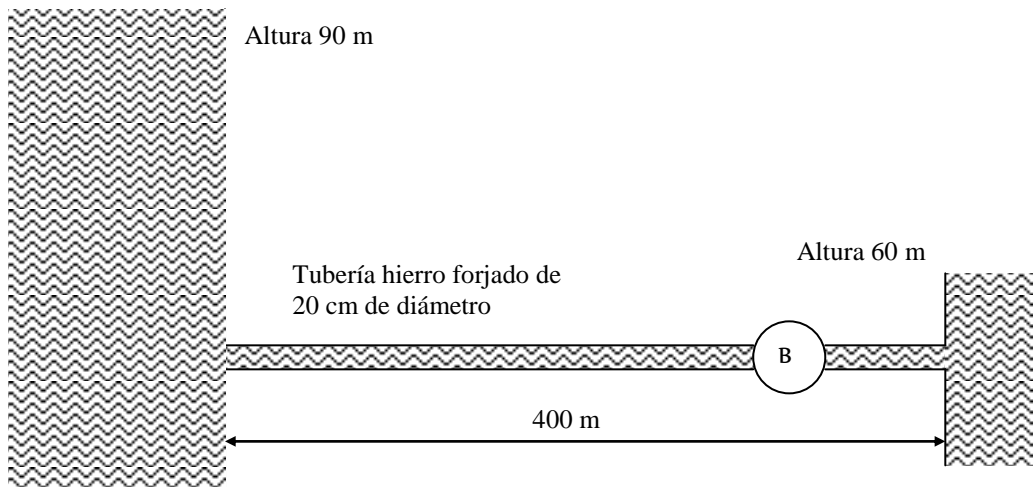


Figura 1.15

Solución:

La ecuación de energía aplicada entre las dos superficies será:

$$H_B + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2 + h_L$$

Como las presiones y las velocidades son cero, la ecuación de energía se reduce a:

$$H_B = 90 - 60 + \left(K_{entrada} + K_{salida} + f \frac{L}{D} \right) \frac{V^2}{2g}$$

Insertando los valores conocidos y dejando la expresión en términos del caudal se obtiene:

$$H_B = 30 + \left(0.5 + 1.0 + f \frac{400}{0.2} \right) \frac{Q^2}{2 * 9.8 * [\pi * .01^2]}$$

El valor de la aspereza relativa es

$$\frac{e}{D} = \frac{0.046}{200} = 0.00023$$

La ecuación anterior debe resolverse simultáneamente con la curva característica y con el factor de fricción, utilizando un procedimiento iterativo. Los resultados se muestran a continuación.

Tabla 1-12 Resultados de la iteración para el ejemplo 14.

Iteración	1	2	3	4	5	6
Q (m ³ /s) supuesto	0.10	0.20	0.15	0.16	0.17	0.18
V (m/s)	3.18	6.37	4.77	5.09	5.41	5.73
Re	636620	1273240	954930	1018592	1082254	1145916
F	0.0157	0.0151	0.0153	0.0153	0.0152	0.0152
H _B (m) Ec. De Energía	47.01	95.55	67.34	72.48	77.66	83.43
H _B (m) Curva Característica	78.00	75.00	76.00	75.80	75.60	75.40

Los resultados de la ecuación de energía se comparan con los valores de la curva característica. Los valores de caudal que no se encuentran en la curva característica se calculan mediante

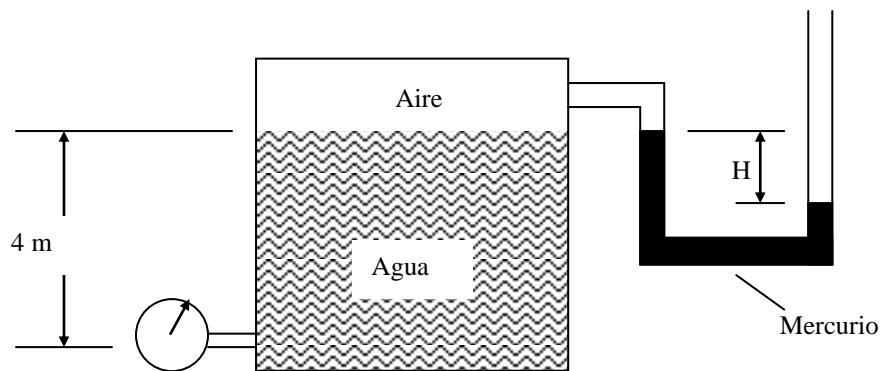
interpolación lineal. Los valores de factor de fricción se obtuvieron mediante la ecuación de Colebrook. Observe que el factor de fricción permanece constante y que el valor $f^*L/D = 30.4$, es dominante sobre la función de la curva de demanda, lo cual implica que se podrían obviar las constantes de pérdidas por accesorios, ya que L es bastante grande comparada con D , en general si L/D es mayor que 1000 se pueden obviar las pérdidas en accesorios.

La potencia requerida por la bomba será

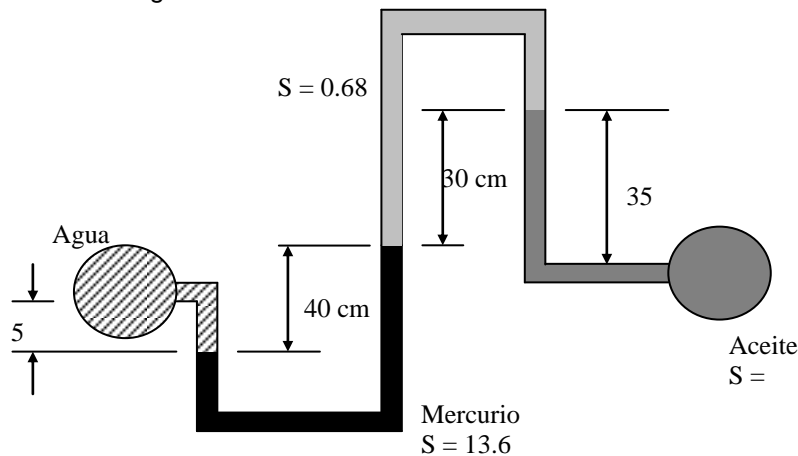
$$W_B = \frac{QH_B}{\eta_B} = \frac{0.17 * 9.800 * 77.6}{0.67} = 192 \text{ kW}$$

1.11 Ejercicios

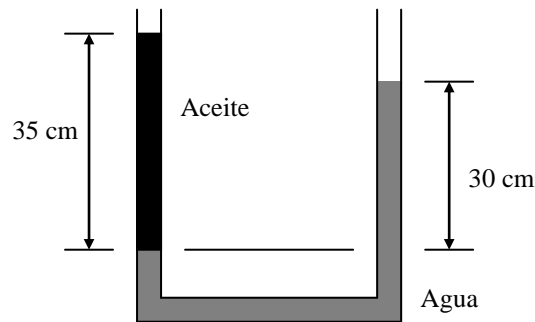
1. ¿Qué profundidad se requiere en un líquido para producir una presión total de 350 kPa, si el peso específico relativo es: a. 0.8, b. 13.6, c. 0.68 ?
2. Determine la presión en el fondo de un tanque abierto que contiene capas de 20 cm de mercurio ($S = 13.6$), 3 m de agua y 4 m de aceite ($S = 0.8$).
3. Para el tanque que se muestra en la Figura, si $H = 16$ cm, ¿Qué lectura marcará el manómetro?



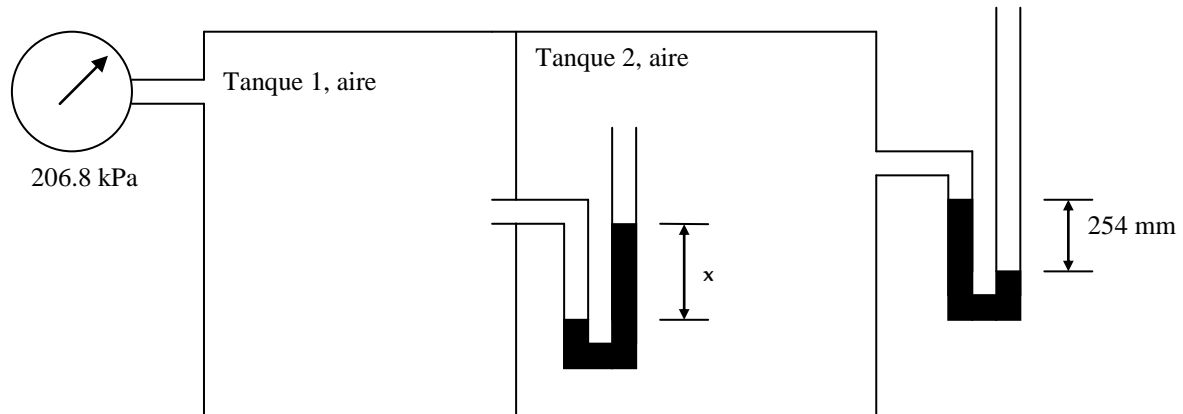
4. Determine la diferencia de presión entre la tubería de agua y la tubería de aceite que se muestran en la Figura.



5. En la Figura se muestra un tubo de vidrio en U abierto a la atmósfera por los dos extremos. Si el tubo contiene aceite y agua, tal como se muestra, determine la densidad relativa del aceite.



6. Los compartimentos de la Figura están cerrados y llenos de aire. ¿Cuál es el valor de x ? El fluido manométrico es mercurio, $S = 13.6$.

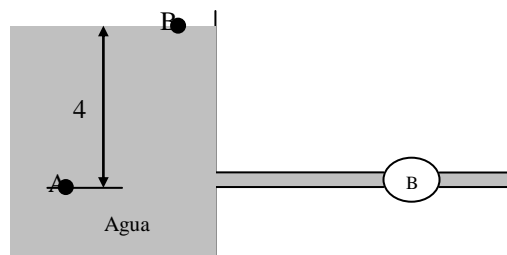


7. La temperatura en la atmósfera se puede determinar mediante $T(z) = 288 - 0.0065Z$, donde T se expresa en K y Z en m. Calcule la presión a altitudes de 300 m, 3000 m, 11325 m.

8. Un grupo de exploradores desea conocer su altitud. Uno de los exploradores que es ingeniero, hirvió agua y midió una temperatura de ebullición de 82 °C. ¿Qué altitud habrá dicho el ingeniero?

9. Se emplea un tubo de Pitot para medir la velocidad de un avión pequeño que viaja a una altura de 1000 m. Calcule su velocidad si el tubo de Pitot marca: a. 2 kPa. b. 6 kPa. ¿Qué presión aproximadamente deberá marcar un Tubo de Pitot en un Fórmula uno que corre en Río de Janeiro?

10. La bomba que se muestra en la Figura crea un flujo tal que $V = 14$ m/s. Prediga la presión en el manómetro suponiendo un flujo no viscoso en la entrada y un flujo uniforme en el manómetro. Utilice una línea de corriente que parte del punto A y del punto B.



11. El agua a 32°C que sale de un grifo de 1.5 cm de diámetro tiene una velocidad media de 2 m/s. ¿Esperaría usted que este flujo fuera laminar?

12. Fluye agua por una tubería de 6 cm de diámetro a 20 m/s. Si la tubería se ensancha hasta un diámetro de 12 cm, calcule la reducción en la velocidad. Calcule el flujo másico y el caudal.

13. Una tubería transporta 200 kg/s de agua. La tubería se divide en un ramal de 5 cm de diámetro y uno de 7 cm de diámetro. Si la velocidad media en la tubería de diámetro más pequeño es de 25 m/s, calcule el caudal en la tubería más grande.

14. Aire a 20°C y 200 kPa absoluta fluye en una tubería de 10 cm de diámetro con un flujo másico de 2 kg/s. La tubería sufre una conversión a un ducto rectangular de 5 cm por 7 cm en el que $T = 80^{\circ}\text{C}$ y $p = 50$ kPa absoluta. Calcule la velocidad en cada sección.

15. El río Cedar fluye plácidamente a través del campus de la Universidad Estatal de Michigan. En cierta sección la profundidad es de 0.8 m y la velocidad media es de 0.2 m/s. ¿Qué tipo de flujo se presenta?

16. Un medidor venturi (el cual consta de una porción convergente seguida por una garganta de diámetro constante y luego por una porción gradualmente divergente) se utiliza para medir el caudal en una tubería. El diámetro en la sección ancha es 12 cm, y en la sección angosta es 6 cm. Determine el caudal cuando fluye aceite de densidad relativa 0.9 y la caída de presión es 20 kPa.

17. Una tubería mueve aceite con una densidad relativa de 0.86, a una velocidad de 2 m/s a través de una tubería de diámetro interno de 200 mm. Esta tubería empalma con otra tubería mediante un reductor, así el diámetro se reduce a 70 mm. ¿Cuál es la velocidad del flujo en la tubería más delgada? ¿Cuál es la tasa de flujo en kg/s?

18. Hay una caída de presión de 400 Pa en un tramo de tubería de 2 cm de diámetro que transporta agua a 20°C . Determine la longitud del tramo horizontal y el factor de fricción si $\text{Re} = 1600$.

19. Agua a 20°C fluye por una tubería de hierro colado de 4 cm de diámetro. Determine el factor de fricción si la velocidad media es: a. 0.025 m/s, b. 0.25 m/s, c. 2.5 m/s, d. 25 m/s. Determine el factor de fricción si el fluido es tetracloruro de carbono a 40°C .

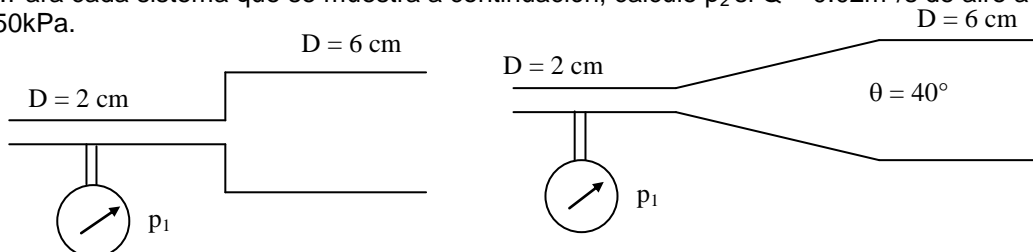
20. Se mide una razón de flujo de $0.02\text{ m}^3/\text{s}$ en una tubería de hierro forjado de 10 cm de diámetro. Calcule la caída de presión en un tramo horizontal de 100 m si la tubería transporta: a. Agua a 60°C . b. Fuel-oil pesado a 40°C . c. Glicerina a 20°C . d. Agua a 10°C

21. No debe excederse una caída de presión de 200 kPa en un tramo de 200 m de tubería de concreto horizontal de 1.2 m de diámetro que transporta agua a 20°C . ¿Qué caudal puede haber? Utilice el diagrama de Moody y las ecuaciones de Swamee y Jain.

22. Se mide una caída de presión de 200 kPa en un tramo de 1000 m de una tubería horizontal de hierro forjado de 8 cm de diámetro que transporta fuel oil pesado. Determine el caudal.

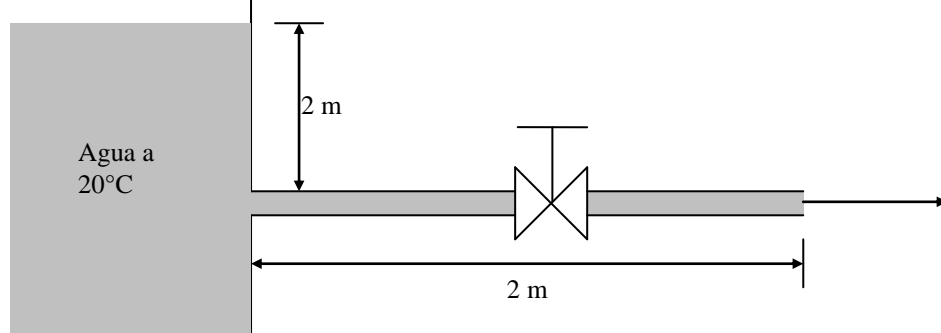
23. Determine el diámetro de tubería de hierro galvanizado que debe escogerse para transportar $0.03\text{ m}^3/\text{s}$ de agua a 20°C una distancia de 1000 m sin que la pérdida de carga exceda 25 m.

24. Para cada sistema que se muestra a continuación, calcule p_2 si $Q = 0.02\text{ m}^3/\text{s}$ de aire a 20°C y $p_1 = 50\text{ kPa}$.

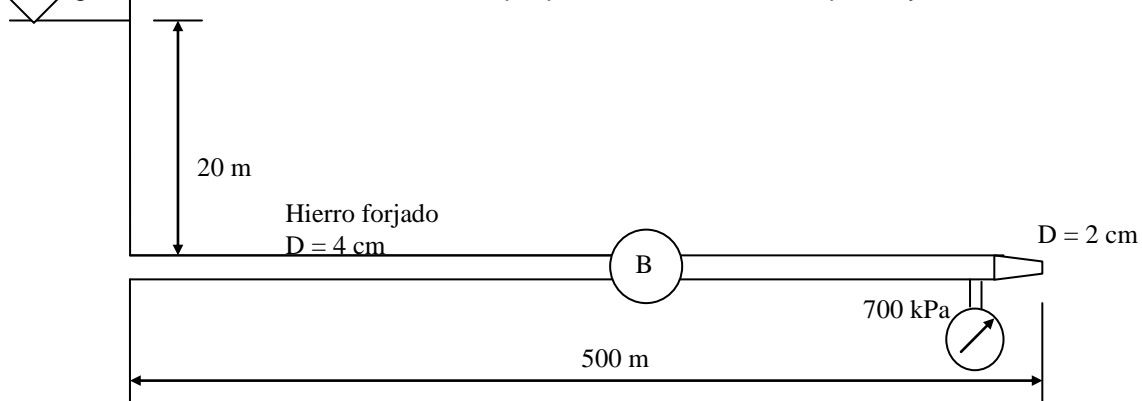


25. Se desea bombear agua a 20°C a través de 300 m de tubería de hierro colado desde un depósito hasta un dispositivo que está situado 10 m arriba de la superficie del depósito. El agua debe entrar en el dispositivo a 200 kPa. Los componentes atornillados incluyen 2 codos, una entrada de borde recto y una válvula de ángulo. Si la razón de flujo debe ser de $0.02\text{ m}^3/\text{s}$ ¿Qué potencia debe tener la bomba (suponga una eficiencia del 80%) si el diámetro de tubería es de:
a. 4 cm b. 14 cm

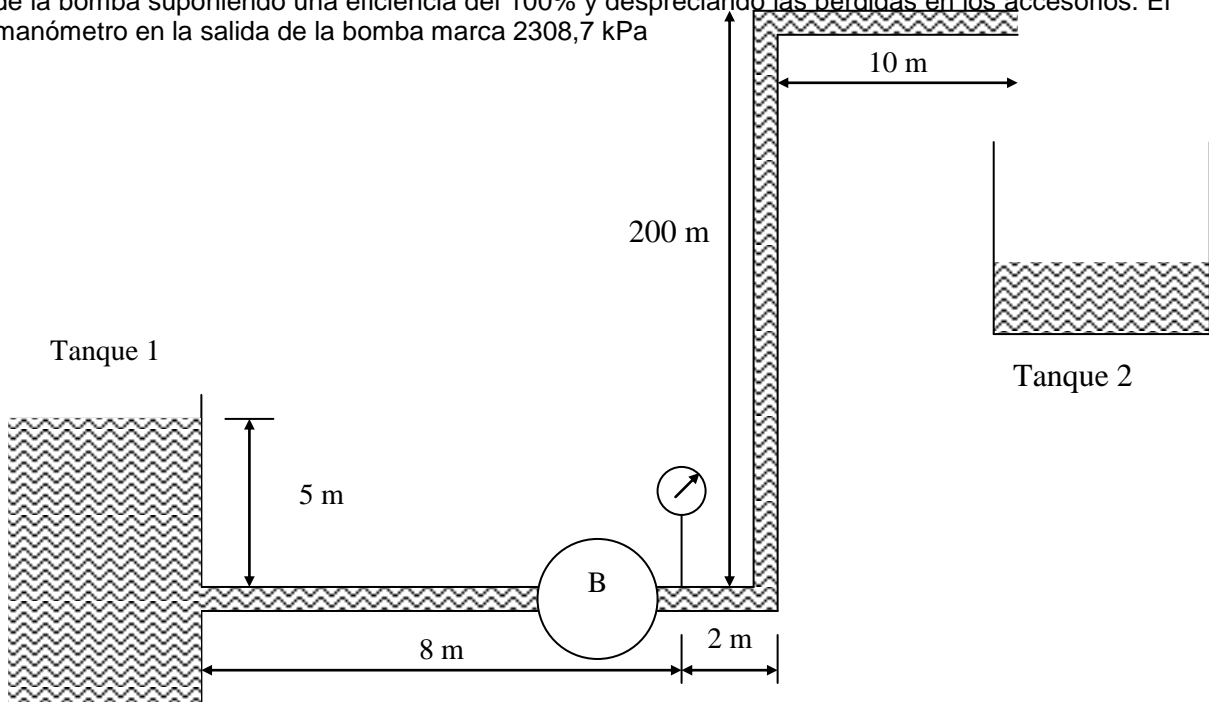
26. Se mide una razón de flujo de $0.004\text{ m}^3/\text{s}$ en la salida de la tubería ($D = 1\frac{1}{2}$ pulgadas catálogo 40) de la Figura. Calcule el coeficiente de pérdida de la válvula, desprecie las pérdidas por fricción.



27. ¿Qué potencia de bomba (eficiencia 70 %) se necesita en el sistema de tubería que se muestra en la Figura? Calcule la distancia máxima que puede haber entre el depósito y la bomba.

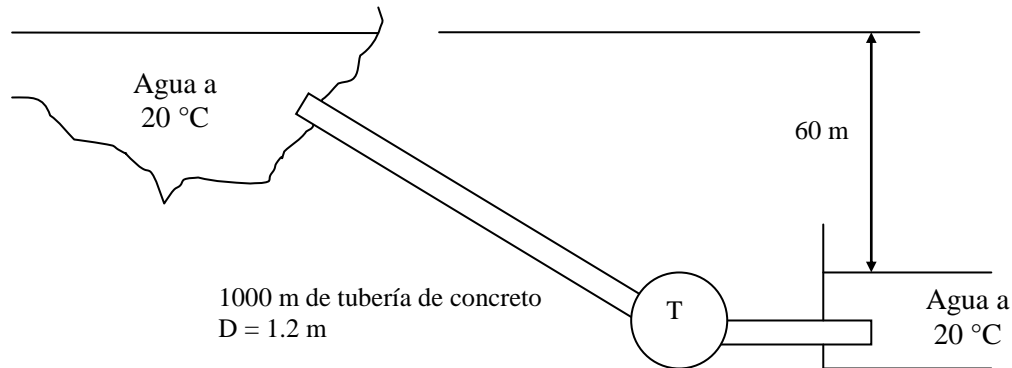


28. Calcule el caudal para la tubería mostrada en la Figura (Diámetro de tubería: 6 cm, material: hierro forjado $e = 0.046\text{ mm}$), calcule la presión en la entrada a la bomba y determine la potencia de la bomba suponiendo una eficiencia del 100% y despreciando las pérdidas en los accesorios. El manómetro en la salida de la bomba marca 2308,7 kPa



29. Calcule la potencia generada con la turbina que se muestra en la Figura. Suponga que la eficiencia de la turbina es del 90%. La curva característica de la turbina es

$$\dot{W}(\text{MW}) = 2 * Q(\text{m}^3/\text{s})$$



MECÁNICA DE FLUIDOS POR WILLIAM ANDRÉS OCAMPO DUQUE

Enviado por:

Ing.+Lic. Yunior Andrés Castillo S.

“NO A LA CULTURA DEL SECRETO, SI A LA LIBERTAD DE INFORMACION”®

www.monografias.com/usuario/perfiles/ing_lic_yunior_andra_s_castillo_s/monografias

Página Web: yuniorandrescastillo.galeon.com

Correo: yuniorcastillo@yahoo.com

[yuniorandrescastillosilverio@facebook.com](https://www.facebook.com/yuniorandrescastillosilverio)

Twitter: @yuniorcastillos

Celular: 1-829-725-8571

Santiago de los Caballeros,

República Dominicana,

2015.

“DIOS, JUAN PABLO DUARTE Y JUAN BOSCH – POR SIEMPRE”®