UNIVERSIDAD DE LA FRONTERA
Facultad de Ingeniería, Ciencias y Administración

Energía Undimotriz, Aspectos de modelamiento matemáticos.

Nombres: Gonzalo Andrés Moya Navarrete

Profesor: Rene Miguel Cifuentes Bobadilla

Índice

1.0.La Energía Unidimotriz

Es la energía producida por la fuerza de las olas, y consiste en el aprovechamiento de la energía cinética y el potencial del oleaje

Olas: Se forman por la fricción del viento y el área superficial de Agua del mar. Esto da paso a la transferencia de energía eólica a energía undimotriz

1.1.Obtención de energía mediante el principio de Arquimidez

Es lo ultimo en tecnología, para la obtención de energía undimotriz. Consiste en una Boya cilíndrica que esta sujeto al lecho marino mediante un pedestal.

Algunas características:

a) Se sitúa entre 40 y 100 (m) bajo el nivel del mar, por lo que no esta expuesta a condiciones meteorológicas adversas.

b) Su único elemento móvil es una carcasa superior llena de aire que actúa como flotador.

c) Puede generar hasta 1,2 (MW), y se dirige a la superficie por un cable submarino.

1.1.2.Funcionamiento

Al elevarse la ola en forma de columna de agua, esta aumenta su Energía Potencial, y por consiguiente la presión del agua. La otra forma de obtención de energía es cuando la ola desciende el efecto es inverso, debido a esta presión el cilindro flotador desciende, cuando la ola baja el aire comprimido que se expande y vuelve a empujar el cilindro hacia arriba.

2.0.Modelado de Oleajes

2.1. Ecuación de continuidad

Un fluido es un elemento que se deforma continuamente bajo la acción de fuerzas que causan deslizamiento relativo de sus partículas contiguas en una dirección paralela al plano de contacto.

2.1.1. Aspectos relevantes en la modelación de la ecuación de continuidad.

Presión: Es la intensidad de la fuerza distribuida en una sección o superficie, esta se mide en términos de fuerza por unidad de área.

Densidad: Se define como la cantidad de masa por una unidad de volumen.

Velocidad: Se define como la razón de cambio de una trayectoria recorrida por una partícula, en una cantidad de tiempo infinitesimal.

La masa en cualquier región R circundad por S, se define como:

$$M = \iiint_R \rho dV$$

Como $\vec{v}\, ds$ mide el volumen del flujo que recorre un elemento de superficie en una unidad de tiempo y $\rho\vec{v}ds$ mide su masa.

$$M = \oiint_S \rho\vec{v}ds$$

La media de la rapidez a la cual el flujo de masa fluirá de R y recorrerá una sección S.

Por otra parte, el decremento por unidad de tiempo en la unidad de masa del fluido que esta dentro de la región se puede expresar

$$\frac{\partial M}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t}\left[\iiint_R \rho dV\right]$$

ρ y $\vec{v}$, son respectivamente la densidad y la velocidad del fluido en movimiento, entonces la ecuación de continuidad de la dinámica de los fluidos es:

$$\nabla(\rho\vec{v}) + \frac{\partial\rho}{\partial t} = 0$$

2.2. Ecuación de Movimiento

La ecuación de movimiento de un fluido según Euler:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \frac{1}{2}\nabla(\vec{v})^2 - \vec{v}x\,(\nabla\; x\; \vec{v}) = f - \frac{1}{\rho}\nabla \mathrm{p}$$

Donde f es la fuerza externa por unidad de masa por unidad de masa que actúa sobre el fluido. La forma general de Bernoulli expresa que para un líquido incompresible ideal que se mueve bajo la acción de una fuerza conservativa f y cuyo flujo es uniforme, a lo largo de una línea de flujo.

$$V + \frac{P}{\rho} + \frac{1}{2}(\vec{v})^2 = C$$

Donde C es una constante y $f = -\nabla\vec{v}$

Demostración de la ecuación de movimiento

Segùn la segunda Ley de Newton:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

En donde las fuerzas se componen en, la suma de las fuerzas superficiales y volumétricas en un elemento de fluido infinitesimal.

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_{sup} + \vec{F}_{vol} \ \ (1)$$

Las fuerzas volumétricas, se definen como una fuerza distribuida en todo el elemento de fluido infinitesimal.

$$\vec{F}_{vol} = \vec{f}_v = \frac{\vec{F}}{V}$$

Las fuerzas superficiales, se definen como una fuerza tangencial que actúa en todo el elemento de fluido infinitesimal.

$$\vec{F}_{sup} = \frac{\overrightarrow{F}}{V} = -\nabla \cdot P$$

En donde:

$$P = p(id) - \Pi$$

De esta ecuación se desglosa que la presión es una magnitud escalar multiplicada por la matriz identidad, menos el tensor deviatorio.

$$P = \begin{pmatrix} p & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & p \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \Pi_{xx} & \Pi_{xy} & \Pi_{xz} \\ \Pi_{yx} & \Pi_{yy} & \Pi_{yz} \\ \Pi_{zx} & \Pi_{zy} & \Pi_{zz} \end{pmatrix}$$

Entonces de (1):

$$\rho V \frac{d\vec{v}}{dt} = \overrightarrow{F}_{sup} + \overrightarrow{F}_{vol}$$

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = \overrightarrow{f}_v - \nabla(p(id) - \Pi\ )\ (2)$$

Definiendo la razón de velocidad con respecto al tiempo, multiplicada por la densidad, se define como como derivada material temporal, esta se expresa como:

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{v}) = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \nabla(\vec{v}) + \vec{v} \nabla(\rho)$$

$$\frac{d}{dt} = \vec{v} \left[\frac{\partial}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{v} \right] (3)$$

Reemplazando (3) en (2):

$$\rho \left[\frac{\partial}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{v} \right] \vec{v} = \vec{f}_v - \nabla(p(id) - \Pi\ )$$

De esto:

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho(\vec{v} \cdot \nabla)\vec{v} = \vec{f}_v - \nabla(p(id) - \Pi\ )$$

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho(\vec{v} \cdot \nabla)\vec{v} = \vec{f}_v - \nabla p(id) + \nabla \Pi\ 4)$$

Definiendo la Ley de Newton para la viscosidad $\nabla\Pi$, como:

$$\nabla\Pi = \eta\nabla^2\vec{v} + \left(\frac{1}{3}\eta + \eta_v\right)\nabla(\nabla\vec{v})$$

Donde:

η:Coefiente de viscosidad de corte.

η_v: Coefiente de viscosidad volumétrica.

Como se describe que es un fluido ideal, entonces:

$$\eta = \eta_v = 0$$

Por lo tanto:

$$\nabla\Pi = 0$$

Reescribiendo 4)

$$\rho\frac{\partial\vec{v}}{\partial t} + \rho(\vec{v}\cdot\nabla)\vec{v} = \vec{f_v} - \nabla p(id) \quad 4)$$

Del termino $\nabla p(id)$, se asume que:

$$\nabla p(id) = \nabla p \ (5)$$

Introduciendo (5) en (4):

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho(\vec{v} \cdot \nabla)\vec{v} = \vec{f_v} - \nabla p$$

Dividiendo por ρ:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla)\vec{v} = \frac{1}{\rho}\vec{f_v} - \frac{1}{\rho}\nabla p$$

Definiendo que $\vec{f}$, es una fuerza másica, que se expresa como:

$$\vec{f} = \frac{1}{\rho}\vec{f_v}$$

Por lo cual:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla)\vec{v} = \vec{f} - \frac{1}{\rho}\nabla p \quad (6)$$

Para desglosar el termino de la ecuación $(\vec{v} \cdot \nabla)\vec{v}$, se utiliza el doble producto vectorial

Este se expresa para vectores $\vec{A}$, $\vec{B}$, $\vec{C}$, el doble producto vectorial como:

$$\vec{A}\, x\, \left(\vec{B}\, x\, \vec{C}\right) = \vec{B}\left(\vec{A}\cdot\vec{C}\right) - \vec{C}\left(\vec{A}\cdot\vec{B}\right)$$

Reemplazando $\vec{v}$ y ∇:

$$\vec{v}\, x\, (\nabla x\, \vec{v}) = \nabla(\vec{v}\cdot\vec{v}) - \vec{v}(\vec{v}\cdot\nabla)$$

Desarrollando:

$$\vec{v}\, x\, (\nabla x\, \vec{v}) = \frac{1}{2}\nabla(\vec{v})^2 - \vec{v}(\vec{v}\cdot\nabla)$$

$$\vec{v}(\vec{v}\cdot\nabla) = \frac{1}{2}\nabla(\vec{v})^2 - \vec{v}\, x\, (\nabla x\, \vec{v}) \quad (7)$$

Por lo tanto, reemplazando (7) en (6):

$$\therefore \quad \frac{\partial\vec{v}}{\partial t} + \frac{1}{2}\nabla(\vec{v})^2 - \vec{v}\, x\, (\nabla x\, \vec{v}) = \vec{f} - \frac{1}{\rho}\nabla p$$

2.3. Flujo Irrotacional- Potencial de velocidad

La vorticidad o vector vórtice es:

$$\Omega = \nabla x \vec{v}$$

El flujo irrotacional o potencial, es aquel para el cual $\Omega = 0$, en todas las partes. Un campo vectorial que tenga rotación cero, se puede expresar como gradiente de alguna función escalar. Si aplicamos el resultado al vector velocidad $\vec{v}$ en un flujo irrotacional, esta función se llama potencial de velocidad, y se expresa como:

$$\vec{v} = \nabla \Phi$$

2.4.Condición de frontera

Este movimiento tiene como un potencial de velocidad $\Phi(x, y, t)$ para un campo de velocidad $\vec{v}(u(x,t)i; w(z,t)k)$.

Se describe el dominio que ocupa el fluido en el espacio como la región:

$$-h < z \ < n(x, y, t)$$

En $z \ = \ -h$ suponemos que se encuentra una superficie solida (el fondo del océano), y se impone que no hay flujo de fluido. Esto quiere decir:

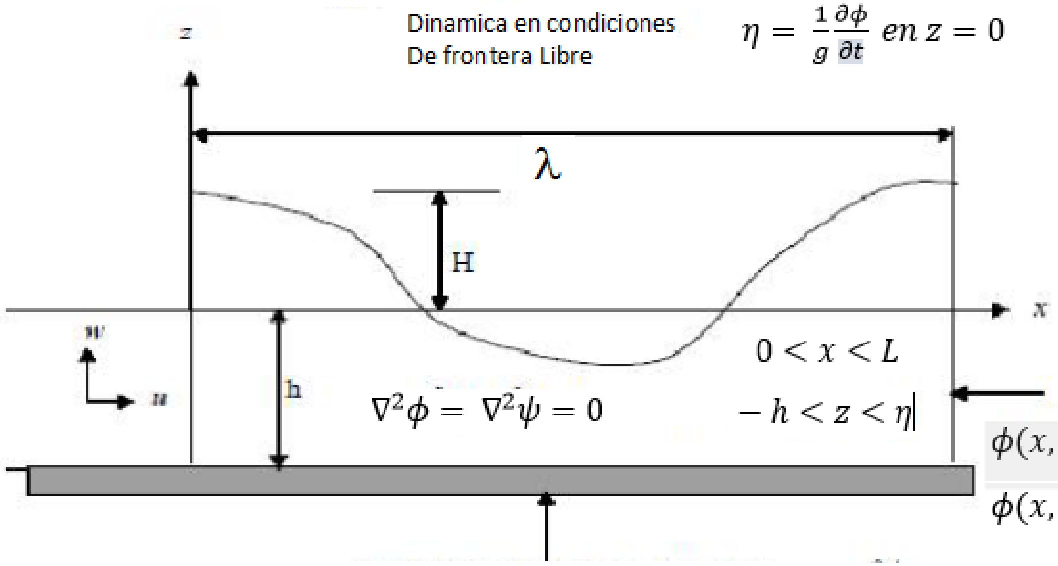
$$\overrightarrow{v_z} = \ \Phi_z = 0 \ \ /z = \ -h$$

Cinematica en condiciones
De frontera Libre

$$\frac{d\phi}{dz} + \frac{d\eta}{dt} = 0 \; en \; z = 0$$

Dinamica en condiciones
De frontera Libre

$$\eta = \frac{1}{g}\frac{\partial\phi}{\partial t} \; en \; z = 0$$



Condición de frontera Libre

$$\phi(x,t) = \phi(x+L,t)$$

$$\phi(x,t) = \phi(x,t+L)$$

Condiciones de frontera del fluido
(requerimiento cinematico)

$$w = -\frac{\partial\phi}{\partial z} = 0 \; en \; z = -h$$

2.5. Ecuación diferencial del oleaje

En $z = \eta(x, y, t)$ imponemos la condición de la ecuación de movimiento con ΔP, que es diferencia entre la presión externa y la hidrostática, dada por $\Delta P = P_0 - \rho g \eta(x, y, t)$:

$$\Phi_t + \frac{1}{2}|\nabla\phi|^2 + g\eta(x, y, t) + \frac{\gamma}{\rho}H = \frac{P_0}{\rho} \qquad en\ z = \eta(x, y, t)$$

Donde H, es la curvatura media de la superficie y γes un parámetro físico denominado coeficiente de tensión superficial.

La condición cinemática se puede expresar como:

$$n_t + \left(n_x, n_y, -1\right)\nabla\phi = 0$$

El potencial de la velocidad en la superficie sigue la forma que toma la ola sobre las coordenadas en que se desplazan. En el caso del eje z toma una forma hiperbólica. La cual hace constante su valor y representa el cambio del nivel del agua con respecto al tiempo.

$$n(x, y, t) = \frac{1}{g}\frac{\partial\phi}{\partial t} \qquad en \;\; z = 0$$

Otra suposición importante es considerar que el movimiento ondulatorio puede idealizarse. Si un punto de la superficie libre va subiendo y bajando con una aceleración local igual. Esta aceleración constante g está dada por la fuerza del campo gravitatorio, la cual es constante si las demás no cambian. Esto se expresan.

$$\frac{\partial\vec{v}}{\partial t} = \vec{f} = -\vec{g}k$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = -gz + Constante$$

Analizando el parámetro H (Curvatura media).

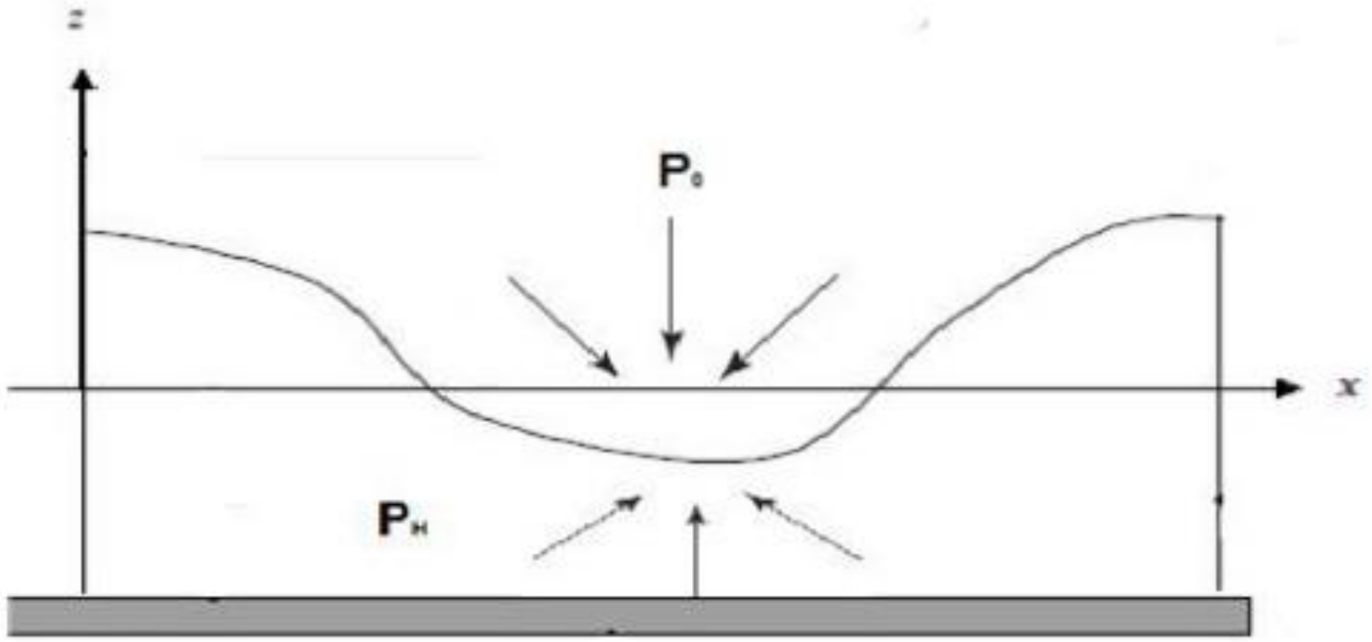
Se define como curvatura media:

$$H = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\int_{a}^{b}\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)}\,dx$$

Según la ecuación de Laplace y Young:

$$\Delta P = \gamma\sum_{i=1}^{n}\int_{a}^{b}\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)}\,dx$$

Donde $\Delta P = P_0 - P_h$ es la diferencia de presión entre las superficies, γ es la tensión superficial.



z
P₀
x
Pн

2.6.Solución de la ecuación diferencial de oleaje.

La ecuación que rige el movimiento de las olas, viene dada por la ecuación diferencial del oleaje.

$$\Phi_t + \frac{1}{2}|\nabla\phi|^2 + g\eta(x,y,t) + \frac{\gamma}{\rho}H = \frac{P_0}{\rho}$$

La onda viajera con velocidad de propagación $C = \langle C_x, C_y \rangle$ será una solución de $\langle n, \phi \rangle$ tal que:

$$n\left(x + C_x t, y + C_y t, t\right) = n(x,y,0) \ \ e \ \phi\left(x + C_x t, y + \ C_y t, t\right) = \ \phi(x,y,z,0)$$

En el caso bidimensional (sin dependencia en coordenadas y y x con $C_y = 0$) y en ausencia de tensión superficial (con γ = 0) la demostración de existencia de este tipo de onda fue abordada por Stokes.

En 1847 Stokes demostró que si es la elevación de un tren de olas que se propaga horizontalmente en aguas de gran profundidad puede desarrollarse en potencias de la amplitud a en la forma:

$$n = a\cos(kx - \omega t) + \frac{1}{2}ka^2\cos\big(2(kx - \omega t)\big) + \frac{3}{4}k^2a^3\cos\big(3(kx - \omega t)\big) + \cdots + \frac{2n-1}{2n}k^{n-1}a^n\,cos\big(n(kx - \omega t)\big)$$

$$\omega^2 = gk\,(1 + k^2a^2 + k^3a^3 + \cdots + k^na^n)$$

La ecuación en derivadas parciales se trata de un problema de frontera libre. Es decir, donde la condición de contorno es una incógnita del problema, la función en nuestro caso. En efecto, dado que el fluido es el agua supondremos por simplicidad que es incomprensible y sin viscosidad, y además imponemos que la vorticidad es cero, las ecuaciones en el interior se reducen a la ecuación de Laplace sobre el potencial cuyo gradiente determina la velocidad del fluido. El fenómeno ondulatorio se encuentra precisamente en las condiciones de contorno, que en la frontera libre están determinadas por las ecuaciones de Euler y por tanto no son lineales. Al linearizar estas últimas dos ecuaciones, se obtiene:

$$\omega = \sqrt{gk\tanh(kh)}$$

Donde

ω**:** es la frecuencia angular,

k: es el número de onda,

h **:** Es la profundidad,

g: La constante de gravitación universal.

3.0. Algunas consideraciones sobre la teoría lineal de ondas de gravedad

Al primer orden de aproximación, la solución al problema de contorno que supone una onda de gravedad desplazándose con forma constante sobre un fondo de profundidad h, en un fluido sin viscosidad y con flujo irrotacional, viene determinado por el siguiente potencial de velocidades ϕ:

$$\phi(x, y, z, t) = \frac{gH \cosh[k(z+h)]}{2\omega \cosh[kh]} \sin[kx \cos\theta + ky \sin\theta - \omega t]$$

Siendo:

$$g = z + h$$

Además:

$$\delta = \ x \, cos\, \theta + ky \, sin\, \theta - \omega t$$

Por lo tanto:

$$\phi(x, y, z, t) = \frac{gH \cosh[kg]}{2\omega \cos[kh]} \sin[\delta]$$

Donde:

g: Aceleración de la gravedad equivale a $9{,}81\ \left(\frac{m}{s^2}\right)$

H: Altura de ola (distancia vertical desde la cresta al seno de la onda)

ω: Frecuencia angular de la onda, $\omega\ = \frac{2\pi}{T}\left[\frac{rad}{s^2}\right]$

T: Periodo de la onda$[s]$

k: Número de onda, $k = \frac{2\pi}{\lambda}\left[\frac{rad}{m}\right]$

λ: Longitud de onda $[m]$

z: Coordenada vertical. Origen en la superficie, positiva hacia arriba

h: Profundidad del agua (distancia positiva desde la superficie al fondo)

x: Coordenada horizontal x

y: Coordenada horizontal y

t: Coordenada de tiempo $[s]$

θ: Ángulo entre la dirección de propagación de la onda y el eje x $[rad]$

δ: Fase de la onda

A partir del potencial de velocidades (ϕ) se pueden obtener todas las variables cinemáticas de la onda, en particular, el desplazamiento vertical de la superficie libre. Esta se modela como:

$$\eta(x, y, t) = \frac{H}{2} \cos(\delta)$$

$$\eta(x, y, t) = \frac{H}{2} \cos(x\, cos\, \theta + ky\, sin\, \theta - \omega t)$$

Componentes vectoriales de la velocidad de las partículas bajo la onda, se modelan como:

$$v_x = u = \frac{gkH \cosh[ks]}{2\omega \cosh[kh]} \cos\theta \cos\delta$$

$$v_y = v = \frac{gkH\cosh[ks]}{2\omega\cosh[kh]}\sin\theta\cos\delta$$

$$v_z = w = \frac{gkH\cosh[ks]}{2\omega\cosh[kh]}\sin\delta$$

La expresión de la Energía cinética, energía potencial y energía total media temporal, por unidad de área horizontal, se formula como:

$$\overrightarrow{E_p} = \overrightarrow{E_c} = \frac{1}{16}\rho g H^2$$

La Energía total es:

$$\vec{E} = \overrightarrow{E_p} + \overrightarrow{E_c} = \frac{1}{8}\rho g H^2$$

Donde:

ρ: Densidad del agua $\left[\frac{\overrightarrow{Kg}}{m^3}\right]$

H: Altura de ola (distancia vertical desde la cresta al seno de la onda) $[m]$

La celeridad de la onda, o velocidad de propagación de la forma, viene dada por la expresión:

$$c = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{k} = \frac{g}{\omega}\tanh[kh]$$

La celeridad de grupo o velocidad de propagación de la energía, viene dada por:

$$c_p = \frac{c}{2}\left[1 + \frac{2kh}{\sinh[2kh]}\right]$$

El flujo de energía medio (temporal en el tiempo) por unidad de anchura, viene dado por:

$$\vec{F} = \vec{E} c_g$$

El desplazamiento vertical de la superficie del mar generado por el viento en el océano cambia aleatoriamente con el tiempo. Por ello, las olas generadas por el viento (llamadas SEA) en un punto presentan características (altura, período) variables aleatoriamente de una ola a otra. Con frecuencia se observa que las olas rompen cuando su peralte supera un determinado límite. Cuando las olas se propagan fuera del área de generación (fuera de la zona donde sopla el viento), los procesos de dispersión y disipación regularizan la superficie del mar (mar tendida, de fondo o SWELL).Otro cambio importante de la superficie del mar se observa cuando la profundidad disminuye y la cinemática del oleaje alcanza el fondo.

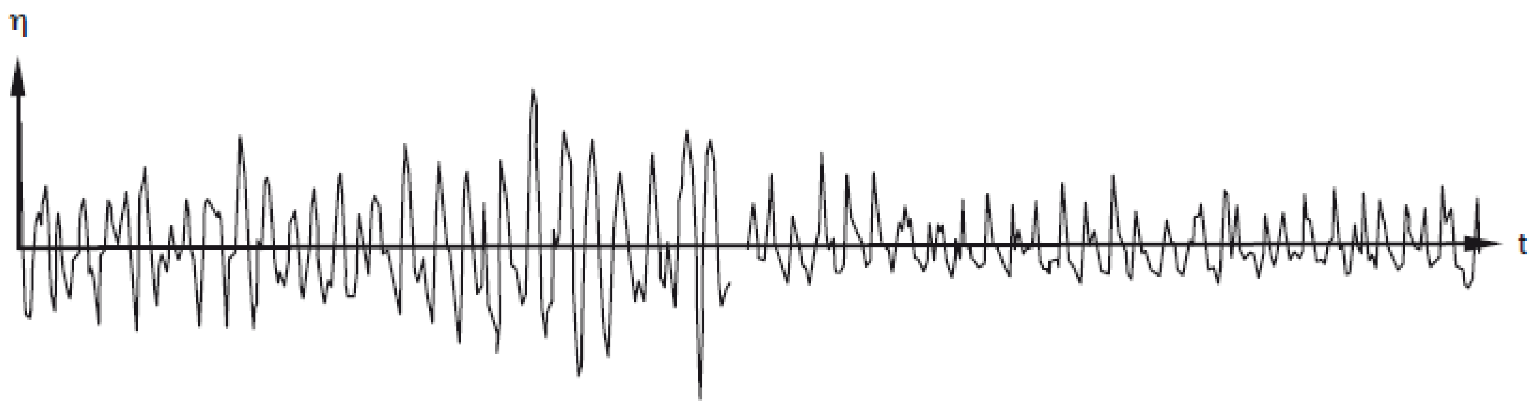


Figura 5: registro temporal indefinidos seguido por un registro del mismo oleaje en otro punto

3.1. Análisis del oleaje a corto plazo: descripción espectral del estado de mar

Supóngase que se considera una onda progresiva en profundidades indefinidas con el sistema de coordenadas $(x, y, z\ )$ fijo en el espacio, con $z = 0$ en el nivel medio y positivo hacia arriba y sea θ el ángulo que forma la dirección de propagación con el eje x, con sentido positivo contrario a las agujas del reloj. Con estos ejes, la superficie libre, $h(x, y, t)$ de una onda propagándose en profundidades indefinidas puede ser descrita, en primera aproximación, por una sinusoide definida por:

$$\eta(x, y, t) = A\cos\left[\frac{\omega^2}{g}(x\cos\theta + y\sin\theta) - \omega t + \varepsilon\right]$$

Asúmase ahora que la superficie libre puede ser interpretada como la suma de un número infinito de componentes sinusoidales de amplitudes, frecuencias y ángulos A_j, ω_j θ_j y aleatorios, cubriendo el rango $0 < a_j < \infty$, $0 < \omega_j < \infty$, $-\pi < \theta_j < \pi$, respectivamente. La fase ε es también aleatoria, con distribución uniforme en el rango $-\pi < \varepsilon_j < \pi$ y su magnitud depende de la frecuencia y del ángulo. De esta manera, se puede describir el desplazamiento vertical de la superficie libre del mar debido a un oleaje irregular mediante la sumatoria:

$$\eta(x, y, t) = \sum_{i=1}^{\infty} A_i \cos\left[\frac{{\omega_i}^2}{g}(x \cos\theta_i + y \sin\theta_i) - \omega_i t + \varepsilon\right]$$

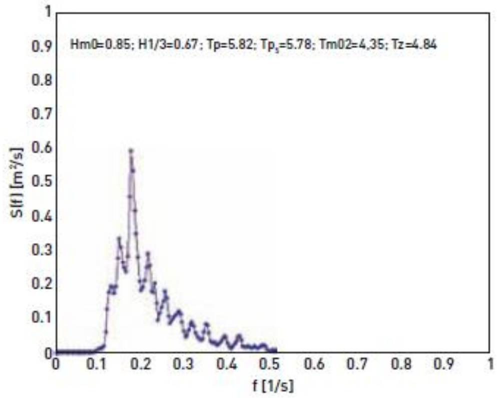


Figura 6: modelación de un oleaje de generación por viento(SEA)

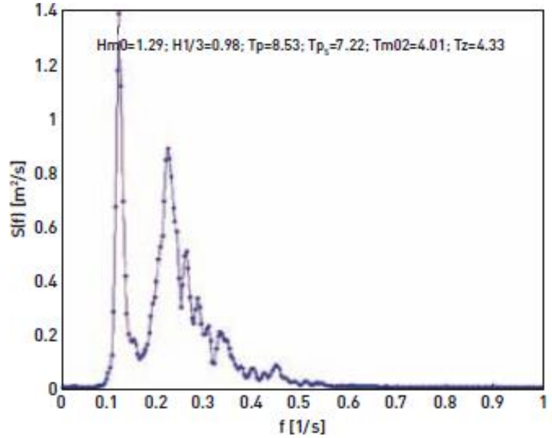


Figura 7: Modelación del espectro de un oleaje en el que se combinan mar de viento mar de fondo.(SWELL)

Como las olas en el océano no se mueven necesariamente en la misma dirección que el viento, la energía del oleaje representada en el espectro es la suma de las energías propagándose en muchas direcciones. Por lo tanto se hace necesario considerar una función de densidad espectral direccional $S(\omega,\theta)$, que representa la energía total por unidad de área horizontal, promediada en el tiempo, existente en cada intervalo de frecuencia $\Delta\omega$ y en cada intervalo de dirección $\Delta\theta$. Si la energía por unidad de área total del oleaje, promediada en el tiempo, en el recinto $(\Delta\omega,\Delta\theta)$ se representa por $\frac{1}{2}\rho g {a_j}^2$, donde a_j es una variable aleatoria positiva, entonces se puede escribir, ignorando el factorρg:

$$S(\omega,\theta)\Delta\omega\,\Delta\theta = \frac{1}{2}{a_j}^2$$

El promediado temporal de la energía total de las olas de todas las frecuencias y direcciones de un oleaje viene dado por:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{2} \sum_{\mathrm{i}=\Delta\omega}^{\infty} \sum_{j=\Delta\theta}^{2j\pi} {a_j}^2 = \int_{-\pi}^{\pi} \int_{0}^{\infty} S\,(\omega,\theta) d\omega d\theta$$

Esta última ecuación, es la base de la descripción estocástica del oleaje.

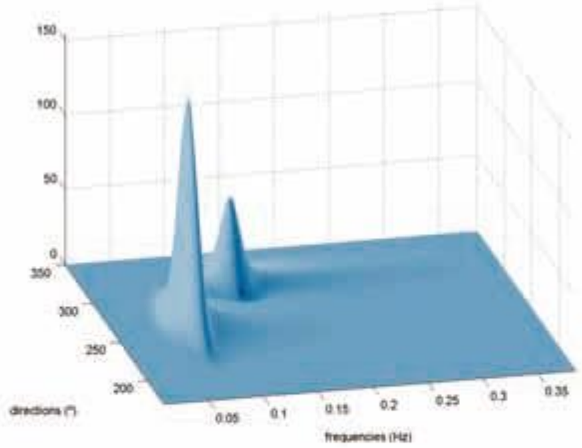


Figura 8: Ejemplo de espectro direccional

3.2. Parámetros espectrales

El espectro del oleaje contiene gran cantidad de información que puede ser representada mediante la introducción de una serie de parámetros que sirven para conocer las características principales de dicho espectro. Algunos de estos parámetros espectrales aparecen frecuentemente en las funciones de distribución estadísticas asociadas al oleaje.

Se define el momento de orden n de la función de densidad espectral como:

$$m_n = \int_0^\infty \omega^n S(\omega) d\omega \quad /n = 0,1,2,3,4, \dots .$$

El momento de orden cero (m_0), coincide con la varianza total de proceso (σ^2). Si el proceso que se representa es la variación vertical de la superficie libre, la varianza coincide con el cuadrado del desplazamiento cuadrático medio, η_{rms} magnitud proporcional a la energía por unidad de área del estado de mar.

El momento de orden cero (m_0), está relacionado con una altura de ola representativa del estado de mar (H_{m0}), o altura de ola del momento de orden cero mediante la expresión:

$$H_{m0} = 4{,}004\sqrt{m_0}$$

Si el proceso es de banda estrecha y la distribución de altura de ola de Rayleigh, se puede demostrar que:

$$H_{m0} = 4{,}004\eta_{rms} = H_s$$

El flujo medio de energía, en lo sucesivo potencia del oleaje, es la magnitud que se emplea en el cálculo de la potencia disponible en un estado de mar. La Ecuación que describe el flujo de energía representa la potencia media en un periodo, por unidad de anchura, que atraviesa un plano perpendicular a la dirección de propagación que se extendiera desde la superficie hasta el fondo. Si dicho estado de mar está representado por su espectro direccional $S(\omega, \theta)$ (que recordemos representa la energía por unidad de área asignada a cada componente de frecuencia ω y dirección θ) el flujo de energía medio temporal que atraviesa un cilindro vertical de diámetro unidad, extendido desde la superficie hasta el fondo, viene dado, por el producto de la suma de todos los elemento de celeridad de gravedad y los flujo de energía asignados a cada componente:

$$P_w = \rho g \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} C_g(\omega, h)\, S(\omega, \theta) d\omega d\theta$$

La dirección media de la potencia del oleaje viene definida como:

$$\theta_p = \arctan\left[\frac{\int_0^{2\pi}\int_0^{\infty} C_g(\omega,h)S(\omega,\theta)\sin\theta\, d\omega d\theta}{\int_0^{2\pi}\int_0^{\infty} C_g(\omega,h)\, S(\omega,\theta)\cos\theta\, d\omega d\theta}\right]$$

6.0. Bibliografía

1. Evaluación del potencial de la Energía de las olas.

IDEA Instituto para la diversificación y ahorro de la Energía

2. Memoria de Titulo para la obtención del grado de Ingeniero Civil Eléctrico, Sobre la Energía Undimotriz.

Nicolás Alberto Bravo Moya, Universidad de Chile 2008

Agradecimientos

Cristopher Paredes, Alumno de Magister en Ciencias Fìsicas,

Universidad de la Frontera.