

SERIES DE TIEMPO CON EXCEL

Matemáticamente, una serie de tiempo se define por los valores Y_1, Y_2, Y_3, \dots de una variable Y (ventas mensuales, producción total, etc.) en tiempos t_1, t_2, t_3, \dots . Si se reemplaza a X por la variable tiempo, estas series se definen como distribuciones de pares ordenados (X, Y) en el plano cartesiano, siendo Y una función de X ; esto se denota por:

$$Y = f(t) \rightarrow Y = f(X)$$

El principal objetivo de las series de tiempo es hacer proyecciones o pronósticos sobre una actividad futura, suponiendo estables las condiciones y variaciones registradas hasta la fecha, lo cual permite planear y tomar decisiones a corto o largo plazo.

MÉTODOS DE SUAVIZAMIENTO Y PRONÓSTICO

Estos métodos eliminan las fluctuaciones aleatorias de la serie de tiempo, proporcionando datos menos distorsionados del comportamiento real de misma.

a) MÉTODO DE LOS PROMEDIOS MÓVILES

El movimiento medio de orden N de una serie de valores Y_1, Y_2, Y_3, Y_n se define por la sucesión de valores correspondientes a las medias aritméticas:

$$\frac{Y_1 + Y_2 + \dots + Y_N}{N}; \frac{Y_2 + Y_3 + \dots + Y_{N+1}}{N}; \frac{Y_3 + Y_4 + \dots + Y_{N+2}}{N}; \dots$$

Nota:

Utilizando adecuadamente estos movimientos medios se eliminan los movimientos o variaciones estacionales, cíclicas e irregulares, quedando sólo el movimiento de tendencia. Este método presenta el inconveniente de que se pierden datos iniciales y finales de la serie original. También se puede observar que a medida que N crece, la cantidad de nuevos datos se reduce.

*Si se emplean medias aritméticas ponderadas en el método de los promedios móviles, el método toma de nombre **Promedios Móviles Ponderados de Orden N**.*

Ejemplo ilustrativo: Con los siguientes datos acerca de la ventas en miles de dólares de la Empresa D & M durante los últimos 3 años tomados en períodos de trimestres:

| Trimestre | Ventas |
|-----------|--------|
| 1 | 12 |
| 2 | 16 |
| 3 | 20 |
| 4 | 34 |
| 5 | 23 |
| 6 | 19 |
| 7 | 20 |
| 8 | 35 |
| 9 | 11 |
| 10 | 19 |
| 11 | 24 |
| 12 | 36 |

- 1) Suavizar los datos empleando el método de los promedios móviles de orden 3 (longitud de 3 períodos).
- 2) Pronosticar las ventas para el trimestre número 13.
- 3) Suponga que para el Gerente de Ventas la última venta realizada es el doble de importante que la penúltima, y la antepenúltima venta tiene la mitad de importancia que la penúltima. Realizar el pronóstico de ventas para el trimestre número 13 empleando el método de los promedios móviles ponderados de orden 3.
- 4) Elaborar un gráfico en el que consten las ventas y los promedios móviles (ventas suavizadas).

Solución:

1) El cálculo de los promedios móviles de orden 3 se presentan en la siguiente tabla:

| Trimestre | Ventas | Pronóstico (Promedios móviles) |
|-----------|--------|--------------------------------|
| 1 | 12 | |
| 2 | 16 | $(12+16+20)/3 = 16,00$ |
| 3 | 20 | $(16+20+34)/3 = 23,33$ |
| 4 | 34 | $(20+34+23)/3 = 25,67$ |
| 5 | 23 | $(34+23+19)/3 = 25,33$ |
| 6 | 19 | $(23+19+20)/3 = 20,67$ |
| 7 | 20 | $(19+20+35)/3 = 24,67$ |
| 8 | 35 | $(20+35+11)/3 = 22,00$ |
| 9 | 11 | $(35+11+19)/3 = 21,67$ |
| 10 | 19 | $(11+19+24)/3 = 18,00$ |
| 11 | 24 | $(19+24+36)/3 = 26,33$ |
| 12 | 36 | |

2) El último valor del promedio móvil, que en este ejemplo es 26,33, representa el pronóstico de las ventas para el trimestre número 13, y teóricamente para todo trimestre futuro.

3) Para resolver lo planteado se toma en cuenta las 3 últimas ventas con sus respectivos pesos o ponderaciones. Estos datos se presentan en la siguiente tabla:

| Trimestre | Ventas | Pesos (w) |
|-----------|--------|-----------|
| 10 | 19 | 0,5 |
| 11 | 24 | 1 |
| 12 | 36 | 2 |

Remplazando valores en la fórmula de la media aritmética ponderada se obtiene:

$$\text{Pronóstico} = \bar{x} = \frac{w_1 \cdot x_1 + w_2 \cdot x_2 + w_3 \cdot x_3 + \dots + w_k \cdot x_k}{w_1 + w_2 + w_3 + \dots + w_k} = \frac{\sum w \cdot x}{\sum w}$$

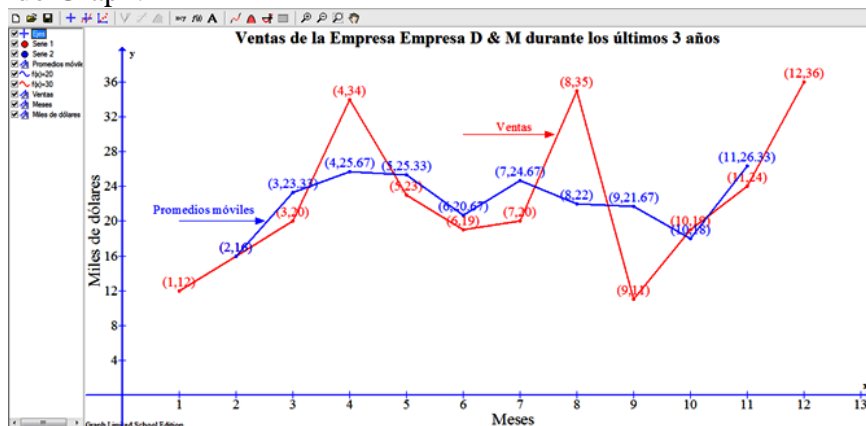
$$\text{Pronóstico} = \frac{0,5 \cdot 19 + 1 \cdot 24 + 2 \cdot 36}{0,5 + 1 + 2} = \frac{105,5}{3,5} = 30,14$$

El valor 30,14 es el pronóstico de ventas para el trimestre número 13.

En Excel:

| | A | B | C | D | E | F |
|---|------------|---------|--|---|---|---|
| 1 | Trimestre | Ventas | Pesos (W) | | | |
| 2 | 10 | 19 | 0,5 | | | |
| 3 | 11 | 24 | 1 | | | |
| 4 | 12 | 36 | 2 | | | |
| 5 | Pronóstico | 30,1429 | =SUMAPRODUCTO(C2:C4;B2:B4)/SUMA(C2:C4) | | | |

4) El gráfico en el que constan las ventas y los promedios móviles se muestra en la siguiente figura elaborado empleando Graph:



b) SUAVIZACIÓN EXPONENCIAL

Este método contiene un mecanismo de autocorrección que ajusta los pronósticos en dirección opuesta a los errores pasados. Es un caso particular de promedios móviles ponderados de los valores actuales y anteriores en el cual las ponderaciones disminuyen exponencialmente. Se emplea tanto para suavizar como para realizar pronósticos. Se emplea la siguiente fórmula:

$$Y_{t+1} = \alpha \cdot X_t + (1 - \alpha) \cdot Y_t$$

Donde:

Y_{t+1} = pronóstico para cualquier período futuro.

α = constante de suavización, a la cual se le da un valor entre 0 y 1.

X_t = valor real para el período de tiempo.

Y_t = pronóstico hecho previamente para el período de tiempo

Cuando exista menos dispersión en los datos reales respecto a los datos pronosticados entonces será más confiable el método empleado. Para saber cuan preciso es el método empleado en la realización del pronóstico se utiliza la siguiente fórmula del **cuadrado medio del error (CME)** como *indicador de precisión del pronóstico*:

$$CME = \frac{\sum(Y_t - X_t)^2}{n}$$

Siendo n el número de errores

Ejemplo ilustrativo: Con los siguientes datos acerca de la ventas en miles de dólares de la Empresa D & M durante los últimos 12 meses:

| Meses | Ventas |
|------------|--------|
| Septiembre | 6 |
| Octubre | 7 |
| Noviembre | 6 |
| Diciembre | 12 |
| Enero | 7 |
| Febrero | 10 |
| Marzo | 6 |
| Abril | 4 |
| Mayo | 9 |
| Junio | 7 |
| Julio | 8 |
| Agosto | 6 |

- 1) Suavizar los datos empleando el método de suavización exponencial con $\alpha = 0,5$. Pronosticar las ventas para el mes de septiembre. Calcular el cuadrado medio del error. Elaborar un gráfico en el que consten las ventas y los pronósticos.
- 2) Suavizar los datos empleando el método de los promedios móviles de orden 3. Pronosticar las ventas para mes de septiembre. Calcular el cuadrado medio del error. Elaborar un gráfico en el que consten las ventas y los promedios móviles.
- 3) ¿Qué método es el más preciso?

Solución: 1) *En Excel:*

| | A | B | C | D | E | F |
|----|------------|------------------|-----------------------------|---|--------|-------------------|
| 1 | Meses | Ventas (X_t) | Pronóstico con $\alpha=0,5$ | $Y_{t+1} = \alpha \cdot X_t + (1 - \alpha) \cdot Y_t$ | Error | $(Y_t - X_t)^2$ |
| 2 | Septiembre | 6 | | | | |
| 3 | Octubre | 7 | 6,000 | =B2 | 1,000 | =(C3-B3)^2 |
| 4 | Noviembre | 6 | 6,500 | =\$B\$15*B3+(1-\$B\$15)*C3 | 0,250 | =(C4-B4)^2 |
| 5 | Diciembre | 12 | 6,250 | =\$B\$15*B4+(1-\$B\$15)*C4 | 33,063 | =(C5-B5)^2 |
| 6 | Enero | 7 | 9,125 | =\$B\$15*B5+(1-\$B\$15)*C5 | 4,516 | =(C6-B6)^2 |
| 7 | Febrero | 10 | 8,063 | =\$B\$15*B6+(1-\$B\$15)*C6 | 3,754 | =(C7-B7)^2 |
| 8 | Marzo | 6 | 9,031 | =\$B\$15*B7+(1-\$B\$15)*C7 | 9,188 | =(C8-B8)^2 |
| 9 | Abril | 4 | 7,516 | =\$B\$15*B8+(1-\$B\$15)*C8 | 12,360 | =(C9-B9)^2 |
| 10 | Mayo | 9 | 5,758 | =\$B\$15*B9+(1-\$B\$15)*C9 | 10,512 | =(C10-B10)^2 |
| 11 | Junio | 7 | 7,379 | =\$B\$15*B10+(1-\$B\$15)*C10 | 0,144 | =(C11-B11)^2 |
| 12 | Julio | 8 | 7,189 | =\$B\$15*B11+(1-\$B\$15)*C11 | 0,657 | =(C12-B12)^2 |
| 13 | Agosto | 6 | 7,595 | =\$B\$15*B12+(1-\$B\$15)*C12 | 2,543 | =(C13-B13)^2 |
| 14 | | Y_{t+1} | 6,797 | =\$B\$15*B13+(1-\$B\$15)*C13 | | |
| 15 | α | 0,5 | | CME | 7,090 | =PROMEDIO(E3:E13) |

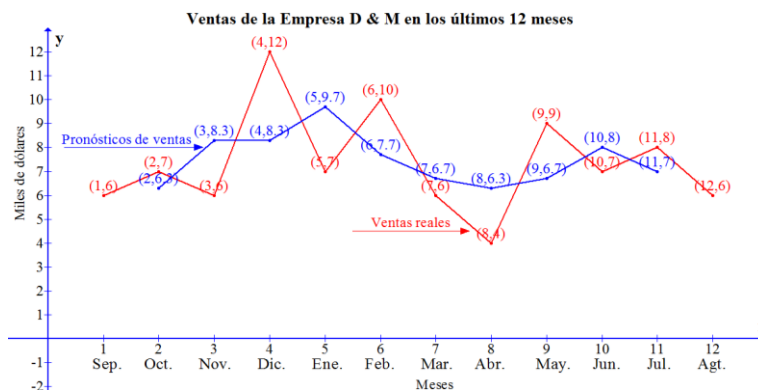
2) Suavizando los datos empleando el método de los promedios móviles de orden 3 elaborado en Excel se muestra en la siguiente figura:

| | A | B | C | D | E | F |
|----|------------|------------------|---------------------------------|--------------------|--------|-------------------|
| 1 | Meses | Ventas (X_t) | Pronósticos (promedios móviles) | | Error | $(Y_t - X_t)^2$ |
| 2 | Septiembre | 6 | | | | |
| 3 | Octubre | 7 | 6,333 | =PROMEDIO(B2:B4) | 0,444 | =(C3-B3)^2 |
| 4 | Noviembre | 6 | 8,333 | =PROMEDIO(B3:B5) | 5,444 | =(C4-B4)^2 |
| 5 | Diciembre | 12 | 8,333 | =PROMEDIO(B4:B6) | 13,444 | =(C5-B5)^2 |
| 6 | Enero | 7 | 9,667 | =PROMEDIO(B5:B7) | 7,111 | =(C6-B6)^2 |
| 7 | Febrero | 10 | 7,667 | =PROMEDIO(B6:B8) | 5,444 | =(C7-B7)^2 |
| 8 | Marzo | 6 | 6,667 | =PROMEDIO(B7:B9) | 0,444 | =(C8-B8)^2 |
| 9 | Abril | 4 | 6,333 | =PROMEDIO(B8:B10) | 5,444 | =(C9-B9)^2 |
| 10 | Mayo | 9 | 6,667 | =PROMEDIO(B9:B11) | 5,444 | =(C10-B10)^2 |
| 11 | Junio | 7 | 8 | =PROMEDIO(B10:B12) | 1,000 | =(C11-B11)^2 |
| 12 | Julio | 8 | 7 | =PROMEDIO(B11:B13) | 1,000 | =(C12-B12)^2 |
| 13 | Agosto | 6 | | | | |
| 14 | | | | CME | 4,522 | =PROMEDIO(E3:E12) |

Observando el gráfico anterior se tiene que el último pronóstico calculado es de 7, por lo que el pronóstico para septiembre es de 7.

Observando el gráfico anterior se tiene que el cuadrado medio del error es de 4,522.

La gráfica de las ventas y los pronósticos con el método de los promedios móviles elaborada en Graph se muestra en la siguiente figura:



3) Como CME en el método de suavización exponencial es de 7,09 y con el método de los promedios móviles es de 4,52, se concluye que el método de los promedios móviles es el más preciso para este ejemplo ilustrativo.

c) ANÁLISIS DE TENDENCIA

Es necesario describir la tendencia ascendente o descendente a largo plazo de una serie cronológica por medio de alguna línea, y la más adecuada será la que mejor represente los datos y sea útil para desarrollar pronósticos. Se utilizan con más frecuencia los siguientes métodos:

1) MÉTODO DE LOS MÍNIMOS CUADRADOS

Ejemplo ilustrativo: Con los siguientes datos acerca de las ventas en millones de dólares de la Empresa M & M:

| Año(X) | 1995 | 1996 | 1997 | 1998 | 1999 | 2000 | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 |
|------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Ventas (Y) | 3,4 | 3,1 | 3,9 | 3,3 | 3,2 | 4,3 | 3,9 | 3,5 | 3,6 | 3,7 | 4 | 3,6 | 4,1 | 4,7 | 4,2 | 4,5 |

- 1) Hallar la ecuación de tendencia por el método de los mínimos cuadrados.
- 2) Pronosticar la tendencia de exportación para el 2011.
- 3) Elaborar la gráfica para los datos y la recta de tendencia.

Solución:

1) Para hallar la ecuación de tendencia por el método de los mínimos cuadrados se llena la siguiente tabla, codificando la numeración de los años 1995 como 1, 1996 como 2, y así consecutivamente para facilitar los cálculos.

| Año (X) | X | Y | XY | X ² | Y ² |
|---------|-----|-----|-------|----------------|----------------|
| 1995 | 1 | 3,4 | 3,40 | 1 | 11,56 |
| 1996 | 2 | 3,1 | 6,20 | 4 | 9,61 |
| 1997 | 3 | 3,9 | 11,70 | 9 | 15,21 |
| 1998 | 4 | 3,3 | 13,20 | 16 | 10,89 |
| 1999 | 5 | 3,2 | 16,00 | 25 | 10,24 |
| 2000 | 6 | 4,3 | 25,80 | 36 | 18,49 |
| 2001 | 7 | 3,9 | 27,30 | 49 | 15,21 |
| 2002 | 8 | 3,5 | 28,00 | 64 | 12,25 |
| 2003 | 9 | 3,6 | 32,40 | 81 | 12,96 |
| 2004 | 10 | 3,7 | 37,00 | 100 | 13,69 |
| 2005 | 11 | 4 | 44,00 | 121 | 16,00 |
| 2006 | 12 | 3,6 | 43,20 | 144 | 12,96 |
| 2007 | 13 | 4,1 | 53,30 | 169 | 16,81 |
| 2008 | 14 | 4,7 | 65,80 | 196 | 22,09 |
| 2009 | 15 | 4,2 | 63,00 | 225 | 17,64 |
| 2010 | 16 | 4,5 | 72,00 | 256 | 20,25 |
| Total | 136 | 61 | 542,3 | 1496 | 235,86 |

Remplazando valores en las siguientes fórmulas se obtiene los valores de a_0 y a_1 :

$$a_0 = \frac{\sum Y \cdot \sum X^2 - \sum X \cdot \sum XY}{N \sum X^2 - (\sum X)^2} = \frac{61 \cdot 1496 - 136 \cdot 542,3}{16 \cdot 1496 - (136)^2} = \frac{17503,2}{5440} = 3,2175 = 3,22$$

$$a_1 = \frac{N \sum XY - \sum X \cdot \sum Y}{N \sum X^2 - (\sum X)^2} = \frac{16 \cdot 542,3 - 136 \cdot 61}{16 \cdot 1496 - (136)^2} = \frac{380,8}{5440} = 0,07$$

Interpretación:

- El valor $a_1 = 0,07$ al ser positiva indica que existe una tendencia ascendente de las exportaciones aumentando a un cambio o razón promedio de 0,07 millones de dólares por cada año.
- El valor de $a_0 = 3,22$ indica el punto en donde la recta interseca al eje Y cuando $X = 0$, es decir indica las exportaciones estimadas para el año 1996 igual a 3,22.

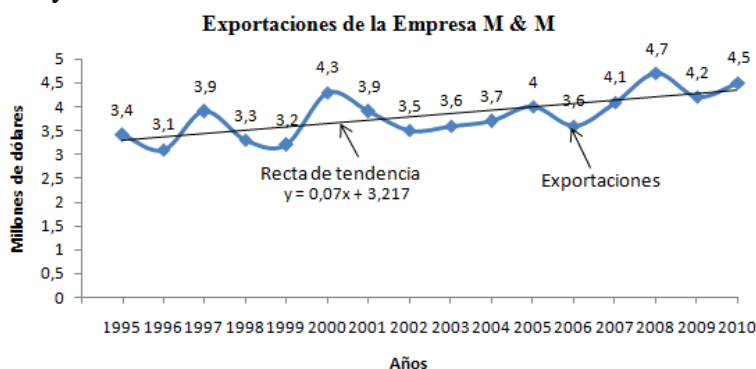
Remplazando los valores anteriores en la recta de tendencia se obtiene:

$$Y = a_0 + a_1X \Rightarrow Y = 3,22 + 0,07X$$

2) Para pronosticar la tendencia de exportación para el 2011 se reemplaza $X = 17$ en la recta de tendencia, obteniendo el siguiente resultado:

$$Y = 3,22 + 0,07X \Rightarrow Y = 3,22 + 0,07 \cdot 17 = 4,41$$

3) La gráfica de los datos y la recta de tendencia elaborada en Excel se muestran en la siguiente figura:



2) MÉTODO DE LOS SEMIPROMEDIOS

Este método se aplica con el objeto de simplificar los cálculos y consiste en:

- Agrupar los datos en dos grupos iguales
- Obtener el valor central (mediana) de los tiempos y la media aritmética de los datos de cada grupo, consiguiéndose así dos puntos de la recta de tendencia (X_1, Y_1) y (X_2, Y_2) .
- Estos valores se reemplazan en el siguiente sistema:

$$\begin{cases} Y_1 = a_0 + a_1X_1 \\ Y_2 = a_0 + a_1X_2 \end{cases}$$

- Resolviendo el sistema se encuentran los valores de a_0 y a_1 , los cuales se reemplazan en la ecuación de la recta de tendencia, la cual es:

$$Y = a_0 + a_1X$$

Con esta recta de tendencia se puede realizar pronósticos, los cuales son menos exactos que los obtenidos con el método de los mínimos cuadrados, sin embargo, su diferencia es mínima.

Ejemplo ilustrativo : Con los siguientes datos sobre las ventas en millones de dólares de la Empresa D & M

| Año(X) | 2000 | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 |
|-----------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Ventas(Y) | 1,5 | 1,8 | 2 | 1,5 | 2,2 | 2 | 3 | 2,8 | 2,4 | 2,9 | 3 |

- 1) Hallar la ecuación de tendencia por el método de los semipromedios.

- 2) Pronosticar la tendencia de ventas para el 2011.
- 3) Elaborar la gráfica para los datos y la recta de tendencia.

Solución:

1) Se codifica la numeración de los años 2000 como 1, 2001 como 2, y así consecutivamente para facilitar los cálculos. Se agrupa en dos grupos iguales.

| Año | X | Y | Valor central X | Semipromedio Y |
|------|----|-----|-----------------|----------------|
| 2000 | 1 | 1,5 | 3 | 1,8 |
| 2001 | 2 | 1,8 | | |
| 2002 | 3 | 2 | | |
| 2003 | 4 | 1,5 | | |
| 2004 | 5 | 2,2 | | |
| 2005 | 6 | 2 | | |
| 2006 | 7 | 3 | 9 | 2,82 |
| 2007 | 8 | 2,8 | | |
| 2008 | 9 | 2,4 | | |
| 2009 | 10 | 2,9 | | |
| 2010 | 11 | 3 | | |

El año 2005 se dejó por fuera para tener grupos con el mismo número de años. El valor central de 3 corresponde a la mediana del primer grupo 1, 2, 3, 4 y 5. El valor central de 9 corresponde a la mediana del segundo grupo 7, 8, 9, 10 y 11. El semipromedio 1,8 corresponden a la media aritmética del primer grupo. El semipromedio 2,82 corresponden a la media aritmética del segundo grupo. De esta manera se obtienen dos puntos (3, 1.8) y (9, 2.82) de la recta de tendencia.

Remplazando los puntos en el siguiente sistema se obtiene:

$$\begin{cases} Y_1 = a_0 + a_1 X_1 \\ Y_2 = a_0 + a_1 X_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1,8 = a_0 + 3a_1 \\ 2,82 = a_0 + 9a_1 \end{cases}$$

Resolviendo el sistema empleando la regla de Cramer se obtiene:

$$a_0 = \frac{\Delta_{a_0}}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} 1,8 & 3 \\ 2,82 & 9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 9 \end{vmatrix}} = \frac{7,74}{6} = 1,29; \quad a_1 = \frac{\Delta_{a_1}}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1,8 \\ 1 & 2,82 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 9 \end{vmatrix}} = \frac{1,02}{6} = 0,17$$

Como a_1 es positiva, la recta tiene una tendencia ascendente (pendiente positiva).

Remplazando los valores calculados se tiene la recta de tendencia, la cual es:

$$Y = a_0 + a_1 X \Rightarrow Y = 1,29 + 0,17X$$

2) Para pronosticar la tendencia de exportación para el 2011 se reemplaza $X = 12$ en la recta de tendencia, obteniendo el siguiente resultado:

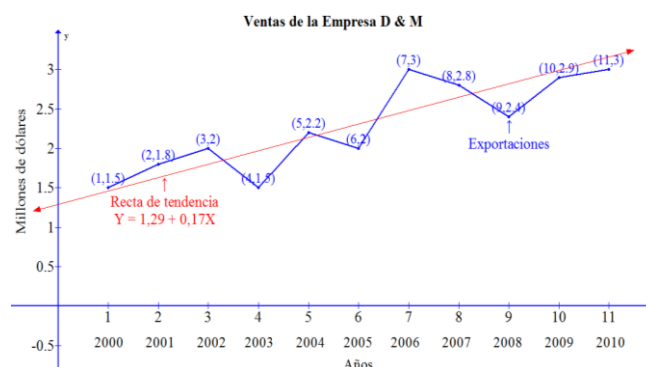
$$Y = 1,29 + 0,17X \Rightarrow Y = 1,29 + 0,17 \cdot 12 \Rightarrow Y = 3,33$$

Interpretación: Existe una tendencia ascendente a un cambio promedio de 0,17 millones de dólares por cada año, por lo que el Gerente de ventas de la empresa debe seguir aplicando las políticas necesarias para mantener la tendencia ascendente y mejorar la tasa de crecimiento.

Los cálculos realizados en Excel se muestran en la siguiente figura:

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I |
|----|-------------------|------|------|-----------------|------------------|-------------------|-------------------|------------|--------------|
| 1 | Año (X) | X | Y | Valor central X | | Semipomedio Y | | Pronóstico | |
| 2 | 2000 | 1 | 1,5 | | | | | | |
| 3 | 2001 | 2 | 1,8 | | | | | | |
| 4 | 2002 | 3 | 2 | 3 | =MEDIANA(B2:B6) | 2 | =PROMEDIO(C2:C6) | | |
| 5 | 2003 | 4 | 1,5 | | | | | | |
| 6 | 2004 | 5 | 2,2 | | | | | | |
| 7 | 2005 | 6 | 2 | | | | | | |
| 8 | 2006 | 7 | 3 | | | | | | |
| 9 | 2007 | 8 | 2,8 | | | | | | |
| 10 | 2008 | 9 | 2,4 | 9 | =MEDIANA(B8:B12) | 2,82 | =PROMEDIO(C8:C12) | | |
| 11 | 2009 | 10 | 2,9 | | | | | | |
| 12 | 2010 | 11 | 3 | | | | | | |
| 13 | 2011 | 12 | | | | | | 3,33 | =H19+H22*B13 |
| 14 | | | | | | | | | |
| 15 | $Y = a_0 + a_1 X$ | | | | | | | | |
| 16 | 1,8 | 1 | 3 | | 6 | =MDETERM(B16:C17) | | | |
| 17 | 2,82 | 1 | 9 | | | | | | |
| 18 | | | | | | | | | |
| 19 | | 1,80 | 3 | | 7,74 | =MDETERM(B19:C20) | a_0 | 1,29 | =E19/E16 |
| 20 | | 2,82 | 9 | | | | | | |
| 21 | | | | | | | | | |
| 22 | | 1 | 1,80 | | 1,02 | =MDETERM(B22:C23) | a_1 | 0,17 | =E22/E16 |
| 23 | | 1 | 2,82 | | | | | | |

3) La gráfica de los datos y la recta de tendencia elaborada en Graph se muestran en la siguiente figura:



d) ANÁLISIS DE MOVIMIENTOS ESTACIONALES

Para analizar el movimiento estacional debemos estimar cómo varían los datos de la serie cronológica en el período de tiempo. Un conjunto de números que muestra los valores relativos de una variable durante los períodos de tiempo se llama un *índice estacional* para la variable. El índice estacional medio del año ha de ser 100%; esto es, la suma de los números índice de los 12 meses suman 1200%, o de los cuatro trimestres suman el 400%, en caso contrario ha de corregirse multiplicado por el factor de ajuste, el mismo que es:

$$\text{Factor de ajuste mensual} = \frac{120}{\text{suma de medias mensuales}}$$

$$\text{Factor de ajuste trimestral} = \frac{400}{\text{suma de medias trimestrales}}$$

1) CÁLCULO DEL ÍNDICE ESTACIONAL POR EL MÉTODO DEL PORCENTAJE MEDIO

Este método consiste en calcular los índices estacionales como porcentajes de los períodos de tiempo (mensual o trimestral). Para lo cual se calcula de cada año la media mensual o trimestral, según sea el caso, luego se divide el dato de cada mes o trimestre por la media mensual o trimestral del correspondiente año y se multiplica por 100, y luego se calcula la media de cada mes o trimestre, obteniéndose el índice estacional.

2) DESESTACIONALIZACIÓN DE LOS DATOS O AJUSTE DE LOS DATOS A LA VARIACIÓN ESTACIONAL

Una vez obtenidos los índices estacionales es posible eliminar el movimiento estacional de los datos, para lo cual se divide todos los datos originales por el índice estacional del período de tiempo (mes o trimestre) correspondiente. Los valores desestacionalizados reflejan cómo sería la variable si se corrigiera la influencia estacional.

Ejemplo ilustrativo: Con los datos de la siguiente tabla que muestra las exportaciones en millones de dólares de la Empresa D & M.

| Trimestre | I | II | III | IV |
|-----------|----|----|-----|----|
| Año | | | | |
| 2008 | 20 | 32 | 22 | 40 |
| 2009 | 25 | 35 | 30 | 45 |
| 2010 | 28 | 38 | 36 | 44 |

Calcular el índice estacional y Desestacionalizar los datos

Solución: Los cálculos en Excel se muestran en la siguiente figura:

| | A | B | C | D | E | F | G | H |
|----|------------------|--------|---------|-----------|---------|------------------------|-----|-----------------|
| 1 | Trimestre | I | II | III | IV | Media trimestral | | |
| 2 | Año | | | | | | | |
| 3 | 2008 | 20 | 32 | 22 | 40 | 28,50 | | |
| 4 | 2009 | 25 | 35 | 30 | 45 | 33,75 | | |
| 5 | 2010 | 28 | 38 | 36 | 44 | 36,50 | | |
| 6 | Total | 73 | 105 | 88 | 129 | | | |
| 7 | Media | 24,333 | 35 | 29,333 | 43,000 | | | |
| 8 | | | | | | | | |
| 9 | Trimestre | I | II | III | IV | | | |
| 10 | Año | | | | | | | |
| 11 | 2008 | 70,175 | 112,281 | 77,193 | 140,351 | = (E3/\$F\$3)*\$A\$17 | | |
| 12 | 2009 | 74,074 | 103,704 | 88,889 | 133,333 | = (E4/\$F\$4)*\$A\$17 | | |
| 13 | 2010 | 76,712 | 104,110 | 98,630 | 120,548 | = (E5/\$F\$5)*\$A\$17 | | |
| 14 | Media | 73,654 | 106,698 | 88,237 | 131,411 | = PROMEDIO(E11:E13) | 400 | = SUMA(B14:E14) |
| 15 | Índice | 73,654 | 106,698 | 88,237 | 131,411 | = E14*\$C\$18 | | |
| 16 | | | | | | | | |
| 17 | 100 | | | | | | | |
| 18 | Factor de ajuste | | 1 | = 400/G14 | | | | |
| 19 | | | | | | | | |
| 20 | | | | | | | | |
| 21 | | | | | | | | |
| 22 | Trimestre | I | II | III | IV | | | |
| 23 | Año | | | | | | | |
| 24 | 2008 | 27,154 | 29,991 | 24,933 | 30,439 | = (E3/\$E\$15)*\$A\$17 | | |
| 25 | 2009 | 33,943 | 32,803 | 33,999 | 34,244 | = (E4/\$E\$15)*\$A\$17 | | |
| 26 | 2010 | 38,016 | 35,615 | 40,799 | 33,483 | = (E5/\$E\$15)*\$A\$17 | | |

e) ANÁLISIS DE MOVIMIENTOS CÍCLICOS E IRREGULARES

Los movimientos cíclicos son de tipo periódico y presentan más de un año de duración. Comúnmente, tales movimientos o variaciones no se pueden apartar de la naturaleza irregular, por lo que se analizarán juntas. Recordemos que $Y = T \cdot C \cdot E \cdot I$ de donde $C \cdot I = Y/T \cdot E$. Por lo que los movimientos cíclicos e irregulares se obtienen dividiendo los datos originales entre el valor de tendencia estimado, y este cociente multiplicando por 100% de la siguiente manera:

$$CI = \frac{Y}{Y_{est.}} \cdot 100\%$$

Donde:

Y = Variable Y; $Y_{est.}$ = Valor de tendencia estimado; CI = Movimientos cíclicos e irregulares

El cociente se *multiplica por 100* a fin de que la media cíclica sea 100. Un valor cíclico relativo de 100 indicará la ausencia de toda influencia cíclica en el valor de la serie de tiempo anual. Para facilitar la interpretación de relativos ciclos suele elaborarse una *gráfica de ciclos*, en el que se describen los ciclos relativos según el año correspondiente. Las cumbres y valles asociados con el componente cíclico de las series de tiempo pueden resultar más evidentes por medio de la elaboración de una gráfica de este tipo.

Ejemplo ilustrativo

Determinar el componente cíclico de cada uno de los valores de la serie cronológica usando la ecuación de tendencia con los siguientes datos acerca de las ventas en millones de dólares de la Empresa M & M:

| Año (X) | 1995 | 1996 | 1997 | 1998 | 1999 | 2000 | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 |
|----------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Venta(Y) | 3,4 | 3,1 | 3,9 | 3,3 | 3,2 | 4,3 | 3,9 | 3,5 | 3,6 | 3,7 | 4 | 3,6 | 4,1 | 4,7 | 4,2 | 4,5 |

Solución:

1) La ecuación de tendencia lineal obtenida empleando el método de los mínimos cuadrados es:

$$Y = 3,22 + 0,07X$$

Con esta ecuación se calcula los valores estimados de Y reemplazando los valores de X en la recta de tendencia. Luego se divide los datos originales Y entre el valor de tendencia estimado, y este cociente se multiplica por 100%. Los cálculos en Excel se muestran en la siguiente figura:

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L |
|----|--|---------------|----------------|---------------|----------|----------------|--------|----------------|--------|----------------------------------|----------------------------------|--------------|
| 1 | Año (X) | X | Y | XY | | X ² | | Y ² | | Y _{est.} = 3,22 + 0,07X | C-I = (Y/Y _{est.})-100 | |
| 2 | 1995 | 1 | 3,4 | 3,40 | =B2*C2 | 1 | =B2^2 | 11,56 | =C2^2 | 3,29 | 103,42 | =(C2/J2)*100 |
| 3 | 1996 | 2 | 3,1 | 6,20 | =B3*C3 | 4 | =B3^2 | 9,61 | =C3^2 | 3,36 | 92,33 | =(C2/J2)*101 |
| 4 | 1997 | 3 | 3,9 | 11,70 | =B4*C4 | 9 | =B4^2 | 15,21 | =C4^2 | 3,43 | 113,79 | =(C2/J2)*102 |
| 5 | 1998 | 4 | 3,3 | 13,20 | =B5*C5 | 16 | =B5^2 | 10,89 | =C5^2 | 3,50 | 94,35 | =(C2/J2)*103 |
| 6 | 1999 | 5 | 3,2 | 16,00 | =B6*C6 | 25 | =B6^2 | 10,24 | =C6^2 | 3,57 | 89,70 | =(C2/J2)*104 |
| 7 | 2000 | 6 | 4,3 | 25,80 | =B7*C7 | 36 | =B7^2 | 18,49 | =C7^2 | 3,64 | 118,21 | =(C2/J2)*105 |
| 8 | 2001 | 7 | 3,9 | 27,30 | =B8*C8 | 49 | =B8^2 | 15,21 | =C8^2 | 3,71 | 105,19 | =(C2/J2)*106 |
| 9 | 2002 | 8 | 3,5 | 28,00 | =B9*C9 | 64 | =B9^2 | 12,25 | =C9^2 | 3,78 | 92,65 | =(C2/J2)*107 |
| 10 | 2003 | 9 | 3,6 | 32,40 | =B10*C10 | 81 | =B10^2 | 12,96 | =C10^2 | 3,85 | 93,57 | =(C2/J2)*108 |
| 11 | 2004 | 10 | 3,7 | 37,00 | =B11*C11 | 100 | =B11^2 | 13,69 | =C11^2 | 3,92 | 94,45 | =(C2/J2)*109 |
| 12 | 2005 | 11 | 4 | 44,00 | =B12*C12 | 121 | =B12^2 | 16,00 | =C12^2 | 3,99 | 100,31 | =(C2/J2)*110 |
| 13 | 2006 | 12 | 3,6 | 43,20 | =B13*C13 | 144 | =B13^2 | 12,96 | =C13^2 | 4,06 | 88,72 | =(C2/J2)*111 |
| 14 | 2007 | 13 | 4,1 | 53,30 | =B14*C14 | 169 | =B14^2 | 16,81 | =C14^2 | 4,13 | 99,33 | =(C2/J2)*112 |
| 15 | 2008 | 14 | 4,7 | 65,80 | =B15*C15 | 196 | =B15^2 | 22,09 | =C15^2 | 4,20 | 111,97 | =(C2/J2)*113 |
| 16 | 2009 | 15 | 4,2 | 63,00 | =B16*C16 | 225 | =B16^2 | 17,64 | =C16^2 | 4,27 | 98,42 | =(C2/J2)*114 |
| 17 | 2010 | 16 | 4,5 | 72,00 | =B17*C17 | 256 | =B17^2 | 20,25 | =C17^2 | 4,34 | 103,75 | =(C2/J2)*115 |
| 18 | | | | | | | | | | | | |
| 19 | Total | 136 | 61 | 542,30 | | 1496 | | 235,86 | | | | |
| 20 | | =SUMA(B2:B18) | =SUMA(C2:C17) | =SUMA(D2:D17) | | =SUMA(F2:F18) | | =SUMA(H2:H17) | | | | |
| 21 | N | 16 | CONTAR(B2:B17) | | | | | | | | | |
| 22 | | | | | | | | | | | | |
| 23 | $a_0 = \frac{\sum Y - \sum X^2 - \sum X \cdot \sum XY}{N \sum X^2 - (\sum X)^2}$ | | | 3,22 | | | | | | | | |
| 24 | | | | | | | | | | | | |
| 25 | $a_1 = \frac{N \sum YX - \sum X \cdot \sum Y}{N \sum X^2 - (\sum X)^2}$ | | | 0,070 | | | | | | | | |
| 26 | | | | | | | | | | | | |
| 27 | | | | | | | | | | | | |

Fuente:

Suárez, Mario. & Tapia, Fausto. (2014). *Interaprendizaje de Estadística Básica*. Ibarra, Ecuador: Universidad Técnica de Norte

Suárez, Mario. (2014). *Probabilidades y Estadística empleando las TIC*. Ibarra, Ecuador: Imprenta GRAFICOLOR

Libros y artículos del Mgs. Mario Suárez sobre Aritmética, Álgebra, Geometría, Trigonometría, Lógica Matemática, Probabilidades, Estadística Descriptiva, Estadística Inferencial, Cálculo Diferencial, Cálculo Integral, y Planificaciones Didácticas se encuentran publicados en:

<http://es.scribd.com/mariosuarezibujes>

<http://repositorio.utm.edu.ec/handle/123456789/760>

<http://www.docentesinnovadores.net/Usuarios/Ver/29591>