

# BRÚJULA DE TANGENTES

## **Síntesis:**

Este trabajo se basará principalmente en el análisis de la relación existente entre la tangente resultante del ángulo de una brújula que se halla en el centro de una bobina y la intensidad de corriente que circula por esta última. Luego estudiaremos la relación de dicha tangente con el número de espiras de la bobina utilizada. La brújula se mueve por efecto de la corriente eléctrica que pasa por la bobina, sumado al campo magnético terrestre. Al variar la intensidad y el número de bobinas, cambiará el ángulo de la brújula. Así, con el desarrollo del trabajo práctico debemos verificar la hipótesis que establece que la tangente de los ángulos es directamente proporcional a la intensidad de corriente (  $I$  ) y al número de espiras (  $N$  ) de la bobina y que el campo magnético creado por el cuadro de bobina es directamente proporcional a  $I$  y  $N$ .

## **Objetivos:**

- ◆ Estudio del campo magnético generado por una bobina y su interacción con el campo magnético terrestre.

## **Introducción:**

Cuando no circule corriente por las espiras (llave abierta), el magnetómetro se orientará de acuerdo a la dirección de la componente horizontal del vector inducción terrestre  $B_t$  (ver Figura III). Al cerrar la llave inversora LL, se observó que la corriente que circula genera un campo magnético cuyo vector inducción es perpendicular al plano de las espiras. Esto es debido a la regla de Maxwell, o regla de la mano derecha, en la cual los dedos de dicha mano indican el sentido de las líneas de campo (es decir, del vector  $B$ ) y el pulgar indica el sentido de la intensidad.

El magnetómetro girará entonces un cierto ángulo  $\alpha$  ubicándose en la dirección del vector inducción resultante. En el circuito se pueden observar, entonces, dos vectores inducción: el vector inducción de la Tierra, y el vector

inducción del campo magnético del plano de las espiras. El vector inducción de la Tierra se encuentra paralelo al plano de las espiras, y el vector del cuadro de las espiras se encuentra perpendicular al plano.

En la figura V se puede observar el vector resultante de los vectores campo magnético que actúan conjuntamente:

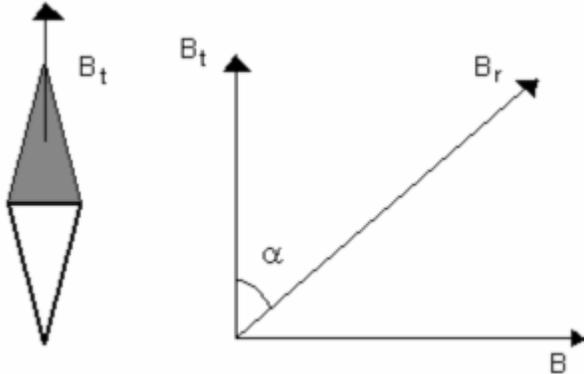


Figura I: Esquema de los vectores campo magnético.

La suma de los vectores inducción resultantes del campo magnético de la bobina y del campo magnético terrestre ( $B_t$  y  $B$ ) dará como resultado un nuevo vector inducción que coincide con el ángulo que forma la aguja. Por eso podemos concluir que se pueden estudiar trigonómicamente las relaciones entre la intensidad de la corriente, el número de vueltas y la tangente del ángulo formado.

Matemáticamente, la siguiente expresión:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{B}{B_t}$$

$$B = B_t \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

Vemos entonces que la tangente del ángulo girado es directamente proporcional al valor del vector inducción creado por la bobina. Matemáticamente, podemos decir que si la tangente del ángulo girado por el magnetómetro aumenta, también aumenta  $B$ , conformándose así una relación lineal. Sin embargo, desde el punto de vista físico, si cambiamos el ángulo girado por el magnetómetro, el vector inducción creado por la bobina no variará, ya que éste depende de la intensidad de corriente que circule por el circuito y no de la posición de la brújula (recordemos que la brújula se encuentra sólo para atestiguar la presencia de un campo magnético).

La brújula que se encuentra en el centro de la bobina debe ser de pequeñas dimensiones frente al cuadro ya que, si fuera de dimensiones mayores, la aguja podría influir en las líneas de campo generadas por el campo, lo cual perjudicaría nuestras observaciones.

### **Procedimiento Experimental:**

Principalmente, debemos mencionar los elementos que conforman el circuito, gracias a los cuales pudimos desarrollar las actividades relacionadas con el campo magnético generado por una bobina:

- ◆ Bobina rectangular, montada sobre un cuadro de madera, con bornera selectora
- ◆ Brújula
- ◆ Llave inversora
- ◆ Amperímetro
- ◆ Reóstato

Una vez armado el circuito con los materiales descritos anteriormente, podemos comenzar con las actividades. Vale recordar que cuando la fuente entrega cierta diferencia de potencial  $\%V$  (con la llave cerrada), circula cierta intensidad de corriente por el circuito, de manera tal que, en el trabajo, trataremos de analizar de qué manera influye esta intensidad (la cual puede ser variada) en el valor del campo magnético generado por la bobina. Al mismo tiempo, como dijimos antes, el número de espiras puede modificarse, lo cual será otra variable a considerar para el estudio del campo magnético.

Utilizamos una brújula, ya que este instrumento nos permite cerciorar la presencia de algún campo. En condiciones normales (sin el sometimiento del instrumento a ninguna fuerza), la brújula se orienta en relación con el vector de inducción terrestre (Polo Norte Geográfico, o Polo Sur Magnético). Sin embargo, su aguja cambiará de posición ante la incorporación de un nuevo campo (en este caso, el campo generado por la bobina).

Para medir la intensidad de corriente utilizamos el Amperímetro, conectado

siempre en serie, ya que su resistencia interna es muy pequeña y si estuviera en paralelo correría el riesgo de quemarse. Es indispensable que la resistencia del amperímetro sea *pequeña* comparada con las otras resistencias del circuito. De no ser así, el acto mismo de intercalar el medidor hará que cambie la corriente que se va a medir. Un amperímetro ideal debería tener resistencia cero. Es decir, puesto que cualquier amperímetro tiene siempre alguna resistencia, su presencia en el circuito reduce ligeramente la corriente respecto de su valor cuando el amperímetro no está presente.

Por último, cabe aclarar que partimos de la hipótesis de que existe una relación de proporcionalidad directa entre las variables antes mencionadas (intensidad de corriente y número de espiras) y el valor del vector inducción generado por la bobina.

Se dispusieron los elementos según el siguiente esquema:

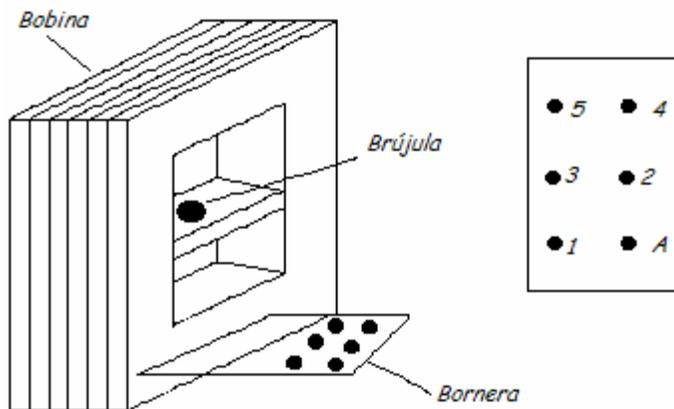


Figura II: Disposición de los elementos utilizados

Sobre el cuadro, como lo indica la Figura I, se halla bobinado un conductor. En la parte inferior del cuadro hay una bornera, que permite elegir el número de espiras de la bobina (5 en total), ya que cada borne está conectado a una espira del cuadro. Esquemáticamente, la bobina se encuentra representada de la siguiente manera:

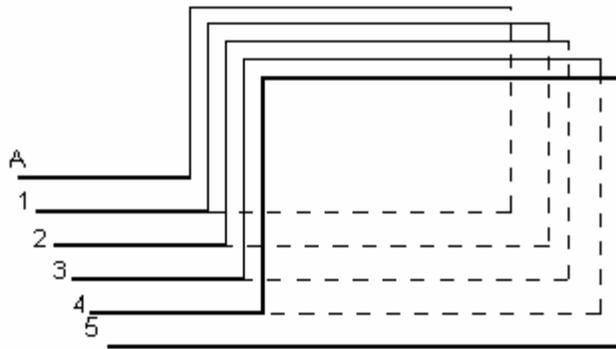


Figura III: Esquema de la Bobina

El esquema de las conexiones realizadas es el siguiente:

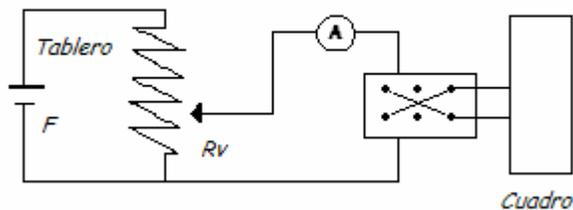


Figura IV: Circuito utilizado

La llave inversora tiene como objetivo invertir el sentido de la corriente en la primera parte de la experiencia, para analizar la variación de la aguja de la brújula que se encuentra en el cuadro. Ubicamos la brújula (pequeña aguja imantada que en presencia de un campo magnético se orienta en la dirección del vector inducción) en la parte central del cuadro. La brújula será utilizada como magnetómetro, que nos permitirá medir el campo magnético generado.

Ubicamos el cuadro de manera que el plano de las espiras quede orientado paralelamente al meridiano magnético del lugar.

Para verificar esto, cerramos la llave y observamos el ángulo de desviación del magnetómetro; luego invertimos el sentido de circulación de la corriente con la misma llave. De esta manera, nos fijamos que los ángulos de desviación de uno y del otro lado de la posición inicial sean prácticamente iguales, comprobando así la buena ubicación del cuadro respecto del meridiano magnético del lugar:

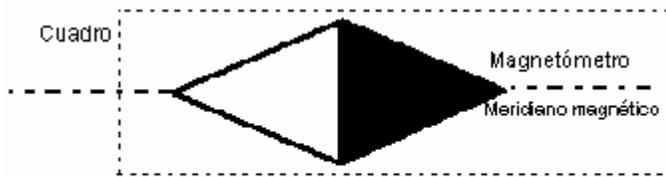


Figura V: Ubicación del Cuadro

Si los ángulos no son iguales, podemos modificar la situación variando la posición del cuadro hasta lograr que  $\alpha_i$  (desviación izquierda) sea igual a  $\alpha_d$  (desviación derecha).

Armamos el circuito antes especificado, con el reóstato ofreciendo su mínimo valor de resistencia. Conectamos el cuadro a los bornes marcados como A y 5 (así se contó con 5 espiras internas dentro del circuito).

#### Primera Parte:

Conectamos el cuadro a los bornes A y 5, colocamos el cursor del reóstato en la posición correspondiente a la mínima resistencia (es decir la mínima diferencia de potencial en el circuito). Cerramos la llave y tomamos el valor de la intensidad de corriente y el valor de  $\alpha_i$ . Invertimos la posición de la llave y, de esta forma, tomamos  $\alpha_d$ . Con estos valores, calculamos el valor de promedio  $\alpha_p$ .

Luego, eligiendo otros valores de intensidad de corriente, repetimos el mismo procedimiento cuatro veces más. Colocamos los resultados en la Tabla I.

A partir de los valores obtenidos anteriormente, calculamos  $\alpha_{\min}$  y  $\alpha_{\max}$  (ver expresiones utilizadas en la sección del Apéndice).

Con los valores obtenidos completamos la Tabla II. Luego, graficamos, con estos valores,  $\text{tg}\alpha_p = f(I)$ , utilizando los rectángulos de incerteza de cada medición que quedan definidos mediante los valores de  $\epsilon_I$ ,  $\text{tg}\alpha_{\min}$  y  $\text{tg}\alpha_{\max}$  (Ver Gráfico I). Utilizando el método de pendientes máximas y mínimas, hallamos el valor de la constante de proporcionalidad  $k_1$  en el Gráfico I.

### Segunda Parte:

Con el mismo circuito de la primera experiencia, y manteniendo la intensidad de corriente circulante constante, tomamos el valor del ángulo de desviación  $\alpha_p$ , de la misma manera que en la experiencia anterior (mediante la brújula). Luego, cambiamos la conexión del cuadro, intercalándose entre los bornes A y 4, y así repetimos el procedimiento. Con los valores obtenidos al cambiar sucesivamente la conexión a los bornes 3, 2 y 1 completamos la Tabla III.

$$I = (1,03 \pm 0,01) \text{ A}$$

De la misma manera que en la primera parte, calculamos  $\alpha_{\max}$  y  $\alpha_{\min}$  y, con los valores obtenidos, confeccionamos la Tabla IV. Graficamos con estos valores  $\text{tg}\alpha = f(N)$  –siendo N el número de espiras conectadas-, en el Gráfico II. En este caso, no obtuvimos rectángulos de incerteza sino intervalos definidos por  $\text{tg}\alpha_{\min}$  y  $\text{tg}\alpha_{\max}$ , dado que N no posee incerteza. Luego, utilizando el método de pendientes máximas y mínimas, hallamos el valor de la constante de proporcionalidad  $k_2$  para el Gráfico II (el cual no coincide con  $k_1$ ).

Finalmente, conociendo el módulo de la componente horizontal del vector inducción terrestre en la Ciudad de Buenos Aires ( $B_t = (1,8988 \pm 0,0001) \times 10^{-5} \text{ T}$ ) calculamos los valores de  $K_1$  y  $K_2$ .

## Procesamiento de datos:

### Primera Parte:

N°	I (A)	εI (A)	α <sub>i</sub> (°)	α <sub>d</sub> (°)	α <sub>p</sub> (°)	εα <sub>p</sub> (°)
1	0.2	0.01	18	18	18	2
2	0.39		30	30	30	
3	0.59		40	40	40	
4	0.79		48	48	48	
5	1		55	55	55	

Tabla I: Organización de los valores de distintas intensidades de corriente y los respectivos ángulos girados por el magnetómetro. Tanto εI como εα<sub>p</sub> se calculó a partir de la mínima división del instrumento de medición.

N°	α <sub>min</sub> (°)	tgα <sub>min</sub>	α <sub>max</sub> (°)	tgα <sub>max</sub>	(tgα) <sub>p</sub>	ε(tgα) <sub>p</sub>
1	16	0.29	20	0.36	0.33	0.04
2	28	0.53	32	0.63	0.58	0.05
3	38	0.78	42	0.9	0.84	0.06
4	46	1.04	50	1.20	1.12	0.08
5	53	1.33	57	1.54	1.44	0.11

Tabla II: Valores de α<sub>min</sub> y α<sub>max</sub>, con sus correspondientes tangentes, y valores de tangente de α promedio y su respectiva incerteza.

$$\alpha_p = \frac{\alpha_i + \alpha_d}{2}$$

2

$$\alpha_{min} = \alpha_p - \epsilon\alpha_p$$

$$\alpha_{max} = \alpha_p + \epsilon\alpha_p$$

$$\epsilon(tg\alpha)_p = \frac{tg\alpha_{max} - tg\alpha_{min}}{2}$$

### Segunda Parte:

N°	N (espiras)	α <sub>i</sub> (°)	α <sub>d</sub> (°)	α <sub>p</sub> (°)	εα <sub>p</sub> (°)
1	5	56	56	56	2
2	4	50	46	48	
3	3	40	40	40	
4	2	30	30	30	
5	1	20	16	18	

Tabla I: Organización de los valores de distinto número de espiras y los respectivos ángulos girados por el magnetómetro. La εα<sub>p</sub> se calculó a partir de la mínima división del instrumento de medición.

Nº	$\alpha_{\min}$ (°)	$\text{tg}\alpha_{\min}$	$\alpha_{\max}$ (°)	$\text{tg}\alpha_{\max}$	$(\text{tg}\alpha)_p$	$\varepsilon(\text{tg}\alpha)_p$
1	54	1.38	58	1.60	1.49	0.11
2	46	1.04	50	1.19	1.16	0.08
3	38	0.78	42	0.90	0.84	0.06
4	28	0.53	32	0.63	0.58	0.05
5	16	0.29	20	0.4	0.35	0.06

Tabla II: Valores de  $\alpha_{\min}$  y  $\alpha_{\max}$ , con sus correspondientes tangentes,, y valores de tangente de  $\alpha$  promedio y su respectiva incerteza.

$$\alpha_p = \frac{\alpha_i + \alpha_d}{2}$$

$$\alpha_{\min} = \alpha_p - \varepsilon\alpha_p$$

$$\alpha_{\max} = \alpha_p + \varepsilon\alpha_p$$

$$\varepsilon(\text{tg}\alpha)_p = \frac{\text{tg}\alpha_{\max} - \text{tg}\alpha_{\min}}{2}$$

De esta manera, podemos llegar a calcular  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $K_1$ ,  $K_2$ :

$$k_1 = (0,6982 \pm 0,0425) \text{ 1/A}$$

$$k_2 = (0,2934 \pm 0,0066) \text{ 1/A}$$

$$K_1 = (0,2651 \pm 0, 1126) \text{ T/A}$$

$$K_2 = (0,5571 \pm 0, 0531) \text{ T/A}$$

Para obtener  $k_1$  y  $k_2$  trazamos las rectas de pendiente máxima y mínima en ambos gráficos. A partir de allí tomamos un valor y realizamos los que se observan en la sección del *Apéndice*. Luego, una vez calculados esos valores, pudimos hallar  $K_1$  y  $K_2$  efectuando los cálculos que también se encuentran en aquella sección.

### **Análisis y conclusiones:**

A partir de la primera parte del TP donde el número de espiras era constante y lo que variaba era la intensidad de corriente, a medida que la intensidad aumentaba, también lo hacía el ángulo descripto por la brújula. Recordemos que este ángulo era prácticamente igual en módulo pero en sentido contrario al cambiar el sentido de la corriente. Como la distancia de la brújula al

generador del campo magnético de la bobina permanece constante, el valor del vector inducción por ésta dependerá de la corriente que pasa por la bobina. Como el valor del ángulo que marca la aguja depende nada más de los valores del vector terrestre y del vector de la bobina, y el terrestre no cambia, el ángulo va a variar solamente si se altera el vector inducción. El campo de inducción no es representado por el ángulo de la brújula, sino por su tangente. Por lo tanto graficamos la tangente de aquellos ángulos en función de la intensidad, y nos dio una recta que pasa por el origen. La conclusión a la que arribamos a partir del gráfico confeccionado es que hay una relación de proporcionalidad directa entre la intensidad de corriente y la tangente de los ángulos que describe la brújula, puesto q se observa una recta con cierta pendiente.

La segunda experiencia consiste en mantener la intensidad de corriente constante y variar el número de espiras de la bobina. En este caso, a medida que descendemos el número de espiras, el ángulo que presenta la brújula es menor. Nuevamente, graficamos la tangente de estos ángulos, esta vez en relación con el número de espiras, y observamos una recta que pasa por el origen, que posee también cierta pendiente. Como conclusión, podemos afirmar que existe una relación de proporcionalidad directa, también, entre el campo de inducción (representado en las tangentes de los ángulos) y el número de espiras. Esto lo podemos justificar de la siguiente manera:

como  $|B| = K.N.I$ , y  $\frac{|B_t|}{|B_t|} = \text{tg } \alpha$ ,

entonces  $\text{tg } \alpha \cdot B_t = K.N.I$ , entonces si aumento N, va a aumentar  $\text{tg } \alpha$ .

Y por lo tanto, B y N van a ser directamente proporcionales, ya que  $B = K.N.I$ , y si aumento alguno de los dos valores, el otro aumenta también. La representación gráfica pasa por el origen de coordenadas, y esto se explica porque si no se usaran espiras, no se produciría ningún fenómeno, y por eso, el valor del ángulo obtenido sería igual a cero, al igual que su tangente.

Para comprobar que  $|B| = K.N.I$ , calculamos los valores de  $K_1$  y  $K_2$ . Dimensionalmente, estas magnitudes son iguales (dado que ambas de encuentran expresadas en T/A); matemáticamente también lo son. Por esto, podemos afirmar que  $K_1 = K_2 = K$ , y entonces queda demostrada la validez de  $B = K.N.I$ .

## Apéndice

### Primera Parte:

$$\star k_1 = \frac{k_{\text{máx}} + k_{\text{mín}}}{2}$$

$$k_1 = \frac{0,7018 \text{ 1/A} + 0,6667 \text{ 1/A}}{2} = 0,6843 \text{ 1/A}$$

$$\star \varepsilon k_1 = \frac{k_{\text{máx}} - k_{\text{mín}}}{2}$$

$$\varepsilon k_1 = \frac{0,7018 \text{ 1/A} - 0,6667 \text{ 1/A}}{2} = 0,0176 \text{ 1/A}$$

### Segunda Parte:

$$\star k_2 = \frac{k_{\text{máx}} + k_{\text{mín}}}{2}$$

$$k_2 = \frac{0,3 + 0,2867}{2} = 0,2934$$

$$\star \varepsilon k_2 = \frac{k_{\text{máx}} - k_{\text{mín}}}{2}$$

$$\varepsilon k_2 = \frac{0,3 - 0,2867}{2} = 0,0067$$

### Conclusiones:

- $(\text{tg}\alpha)_p = k_1 l$

$$\text{Como } (\text{tg}\alpha)_p = |B| \quad \rightarrow \quad |B| = k_1 |B_t| \quad \rightarrow \quad K_1 = \frac{k_1}{|B_t|}$$

$$K_1 = \frac{|B_t|}{5} \cdot 1,8988 \text{ T} = 0,2599 \text{ A/T}$$

$$eK_1 = ek_1 + eB_t + eN$$

$$\varepsilon K_1 = \left( \varepsilon k_1 / k_1 + \varepsilon B_t / B_t + \varepsilon N / N \right) \cdot K_1$$

$$\varepsilon K_1 = \left[ (0,0176 \text{ 1/A}) / (0,6843 \text{ 1/A}) + (0,0001 \text{ T}) / (1,8988 \text{ T}) + (0 / 5) \right] \cdot 0,2599 \text{ A/T}$$

$$= 0,0067 \text{ A/T}$$

- $(\text{tg}\alpha)_p = k_2 N$

$$\text{Como } (\text{tg}\alpha)_p = \frac{|B|}{|B_t|} \rightarrow |B| = k_2 \frac{|B_t|}{1} N \rightarrow K_2 = \frac{k_2 |B_t|}{1}$$

$$K_2 = \frac{0,2934 \cdot 1,8988 \text{ T}}{1 \text{ A}} = 0,5571 \text{ A/T}$$

$$\varepsilon K_2 = \left( \varepsilon k_2 / k_2 + \varepsilon B_t / B_t + \varepsilon l / l \right) \cdot K_2$$

$$\varepsilon K_2 = \left[ 0,0067 / 0,2934 + (0,0001 \text{ T}) / (1,8988 \text{ T}) + (0,01 \text{ A}) / (1 \text{ A}) \right] \cdot 0,5571 \text{ A/T} =$$

$$0,0183 \text{ A/T}$$