Movimientos Oscilatorios

Berta Sanchez - bertasanchez75@hotmail.com

En este trabajo práctico analizamos las características de diferentes movimientos oscilatorios, tales como los de un resorte y un péndulo. Para el caso del resorte se verificó la validez de la ley de Hooke, obteniendo la constante de del resorte por dos métodos distintos, uno estático y otro dinámico. Para el caso del péndulo se obtuvo el valor de |g| a partir de la expresión de péndulo ideal.
Estos experimentos los realizamos con el objetivo de comprobar las leyes que rigen el comportamiento del péndulo elástico y verificar la validez de la expresión que rige el período de oscilación de un péndulo simple a partir de la obtención del valor da la aceleración de la gravedad |g|.

INTRODUCCIÓN: Con respecto a la primer parte del trabajo, deseábamos verificar la validez de la ley de Hooke, la cual establece que:

$$K = F / \Delta L$$

donde K, representa físicamente la dureza del resorte; y dicha constante depende de la construcción del resorte (tipo de material utilizado, longitud, etc.); F la fuerza aplicada y ΔL el estiramiento del resorte. Entonces según la ley de Hooke, la relación entre la fuerza aplicada y el estiramiento es directamente proporcional. Vale la pena aclarar que al aplicar una fuerza pequeña, o sea colgar muy poca masa el resorte prácticamente no se estira; y por el otro lado, si se le aplica demasiada fuerza, es decir se le agrega demasiada masa, se produce un estiramiento tal que impide que el resorte vuelva a su longitud inicial.

Con respecto a la segunda parte del trabajo, deseábamos obtener el valor de |g|, a partir de la expresión conocida para el período de péndulo simple:

$$T = 2\pi \sqrt{L / |g|}$$

donde T es el período de oscilación del péndulo, es decir el intervalo de tiempo en el que realiza una oscilación, L la longitud del péndulo y |g| la aceleración de la gravedad. Esta expresión es válida bajo las siguientes condiciones:

- ángulo de oscilación menor a 15°
- masa puntual (diámetro de la masa mucho mayor que la longitud del hilo)
- oscilaciones contenidas en un plano

Para obtener la longitud del péndulo, realizamos la medición del hilo con la cinta métrica y la de la bolita con el calibre. Tuvimos que medir la longitud de esta manera ya que no hay que tener en cuenta todo el diámetro de la bolita, sino sólo el radio, y es necesario usar el calibre porque medir el diámetro de la bolita con la cinta métrica generaría muchas incertezas.

Es importante aclarar que en otro lugar del planeta, el valor de |g| podría variar según las condiciones del lugar donde se realice el experimento, como puede ser la altitud, ya que la aceleración de la gravedad depende de la distancia del cuerpo al centro de la tierra.

PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Primera parte

En esta primer parte utilizamos los siguientes materiales: 2 resortes;1 juego de pesas;1 cronómetro Smart Timer (ST);1 sensor de barrera o fotogate (FG);1 cinta métrica; 1 soporte, dispuestos de la siguiente manera.

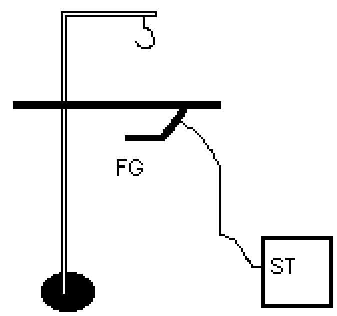

Figura I: Disposición de los materiales para el resorte

Para comenzar, determinamos el valor de la constante elástica de un resorte mediante un método estático. Dispusimos sobre el soporte un resorte, tal como indica el esquema, y medimos su longitud –a la que llamaremos l_0- sin aplicarle ningún tipo de fuerza:

En este caso, tomamos como incerteza absoluta 0,2 cm ya que además de la incerteza instrumental debemos tener en cuenta la de las condiciones del estiramiento. Una vez tomada esta medida, colgamos del resorte una pesa de masa 20 g y procedimos a tomar el valor de el estiramiento ($l_f - l_0$). Luego, fuimos aumentando progresivamente el valor de la fuerza aplicada al resorte, procurando utilizar el menor número de pesas posible para que la incerteza resultase menor, ya que cada pesa tiene una incerteza de 1g; y volvimos a realizar nuevas mediciones. Finalmente, volcamos los valores obtenidos en la Tabla I (ver Procesamiento de Datos).

Luego de haber realizado este procedimiento experimental y confeccionado la Tabla I realizamos el gráfico: F = f (Δl). Analizando este gráfico pudimos ver que nos daba una recta. Con esto comprobamos exitosamente la Ley de Hooke, ya que la recta del gráfico indica que la relación entre la fuerza aplicada y el estiramiento es directamente proporcional.

Luego en la segunda parte de la experiencia con el resorte, determinamos el período de oscilación del mismo y su dependencia con distintas magnitudes.

A) Para realizar la experiencia utilizamos el Smart Timer, y también un fotogate, el cual programamos en el modo *pendulum*. Además el resorte tiene colocado un suplemento que servirá como interruptor para el fotogate tal como muestra la Figura I

Primero colocamos una cierta masa en el resorte y anotamos el valor de la misma, a continuación determinamos la posición de equilibrio. Luego desplazamos el cuerpo hacia abajo y medimos con la cinta métrica el desplazamiento (l) que determina la amplitud con la que osciló el resorte una vez dejado en libertad (A = l – leq). Luego, realizamos este proceso con diferentes amplitudes y volcamos los datos en la Tabla II (ver Procesamiento de Datos).

Lo que hicimos para tomar las mediciones fue dejar en libertad el cuerpo y presionar el botón start/stop en el Smart Timer; escuchamos tres beeps que indican que se registraron tres interrupciones del haz de luz del fotogate, las cuales corresponden a una oscilación del resorte. Anotamos el resultado y volvimos a repetir este proceso otras dos veces para cada una de las amplitudes que teníamos anotadas en la Tabla II, y luego realizamos un gráfico (Gráfico II).

Concluimos que el período no depende de la amplitud que posea la oscilación, ya que, para amplitudes distintas, el período con una misma masa siempre da el mismo resultado, según se desprende de la Tabla II.

B) Más tarde, nos propusimos determinar si el período de la oscilación de un péndulo elástico dependía de la masa suspendida en el mismo.

Para realizar este experimento colgamos distintas masas sobre el resorte. Luego, tomamos nota del período de oscilación de cada una de ellas. Esto lo pudimos realizar con cualquier valor de amplitud ya que, gracias a lo demostrado anteriormente en el punto A, establecimos que el período no depende de la masa. A continuación, volcamos los datos en la Tabla III (ver Procesamiento de Datos).

A través de esta experiencia demostramos que el período de oscilación de un resorte depende de la masa suspendida en el mismo, ya que el período aumenta a medida que aumenta la masa suspendida en el resorte.

A través de un gráfico de T en función de f (gráfico III) concluimos que la relación funcional entre el período y la masa es directamente proporcional.

En este mismo gráfico determinamos a partir del método de pendiente máxima y mínima, la pendiente del gráfico de T en función de f, la cual llamaremos C.

Luego calculamos $4\pi^2/C$ y después de compararlo con el resultado de la constante elástica del resorte, concluimos que resultan iguales y que esta es una nueva forma de obtener la constante elástica, denominada *método dinámico.*

C) En esta parte trabajamos con el resorte 2 e intentamos establecer la dependencia del período de oscilación de los resortes con la constante elástica

En esta parte del trabajo, retiramos el resorte 1 y colocamos el resorte 2. Determinamos nuevamente el período de oscilación utilizando los mismos valores de masa que en la Tabla III. Luego de realizar las mediciones, volcamos los valores en la Tabla IV (ver Procesamiento de datos)

Comparamos gráficamente los valores de K de los dos resortes y concluimos que el segundo resorte utilizado es más duro.

Segunda Parte

En esta segunda parte utilizamos los siguientes materiales:1 bolita; hilo de nylon; 1 soporte; 1 cronómetro Smart Timer (ST); 1 sensor de barrera o fotogate (FG); 1 cinta métrica; 1 calibre, dispuestos de la siguiente manera.

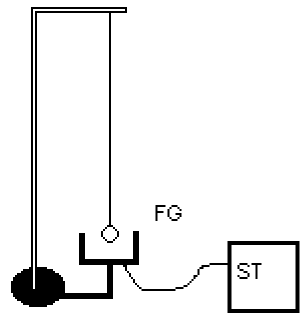

Figura II: Disposición de materiales para el péndulo

Lo primero que hicimos, fue colgar el péndulo en el soporte y medir la longitud del péndulo hasta el centro de la bolita –como se muestra en la figura-. Realizamos la medición del hilo con la cinta métrica y la de la bolita con el calibre.

Luego seleccionamos el modo *pendulum* nuevamente en Smart Timer para comenzar a realizar nuestras mediciones. Apartamos el péndulo de su posición de equilibrio para que este comenzase a oscilar y así pasase tres veces interrumpiendo el haz de luz del fotogate tres veces –que equivale a una oscilación-, obteniendo de esta manera nuestras mediciones. Luego presionamos nuevamente el botón start/stop del ST y registramos dos mediciones más, para luego sacar un promedio. Los datos encontrados los volcamos en la Tabla V (ver Procesamiento de datos).

Con los datos obtenidos, recurrimos a la expresión de período del péndulo simple; despejamos y obtuvimos el valor de |g| y de su respectiva incerteza.

Podemos decir que el valor aceptado de |g| en Buenos Aires y el calculado por nosotros coinciden ya que el período está directamente relacionado con gravedad del lugar donde se realice el experimento, en nuestro caso, Buenos Aires, donde la gravedad es aproximadamente 9,8 m/s^2.

Podemos concluir de esta experiencia que la expresión del período se verifica ya que a través de ella pudimos obtener el valor de la aceleración de la gravedad experimentalmente.

Es necesario aclarar que el valor de la fuerza de gravedad no es igual en todos los puntos de la tierra, ya que éstos se encuentran a distinta distancia del centro de la tierra, que es quien ejerce la fuerza de gravedad. Recordemos que la tierra no es perfectamente esférica, sino que tiene forma geoidal, como un huevo.

A partir de la fórmula $T = 2\pi \sqrt{L / |g|}$ obtuvimos el valor de g en este experimento:

$$1.6715\ s = 2\pi \sqrt{69.1\ cm / |g|}$$

$$1.6715\ s = 2\pi \sqrt{0.691\ m / |g|}$$
$$0.2660\ s = \sqrt{0.691\ m / |g|}$$
$$0.0708\ s^2 = 0.691\ m / |g|$$
$$|g| = \frac{0.691\ m}{0.0708\ s^2}$$

$$|g| = 9.7599\ m/s^2$$

$$\varepsilon g = \varepsilon L + 2\varepsilon T$$
$$\varepsilon g = 1.1 + 0.0002$$
$$\varepsilon g = 1.1002\ m/s^2$$

$$g = (9.723 \pm 1.1002)\ m/s^2$$

PROCESAMIENTO DE DATOS

Obs.	|F| (g)	ε|F| (g)	l (cm)	ε l (cm)	Δl (cm)	ε Δl (cm)
1	20	1	17.5	0.2	6.8	0.2
2	30	2	20.7	0.2	11.0	0.2
3	40	2	24.4	0.2	13.7	0.2
4	50	3	27.8	0.2	17.1	0.2
5	60	3	31.9	0.2	21.2	0.2

Tabla I: resultados obtenidos del estiramiento del resorte para distintos valores de masa suspendida

Obs	*l* (cm)	ε *l* (cm)	A (cm)	εA (cm)	T (s)	T_p (s)	$T_p - T$ (s)	εT_p (s)
1	25.4	0.2	1.0	0.4	0.7640 0.7647 0.7593	0.7627	-0.0013 -0.0020 -0.0066	0.0066
2	26.4		2.0		0.7639 0.7645 0.7641	0.7642	0.0003 -0.0003 0.0001	0.0003
3	27.4		3.0		0.7650 0.7592 0.7588	0.7610	-0.0040 0.0018 0.0022	0.0040
4	28.4		4.0		0.7652 0.7596 0.7575	0.7608	-0.0044 0.0012 0.0033	0.0044
5	29.4		5.0		0.7642 0.7624 0.7629	0.7632	-0.0010 0.0008 0.0003	0.0010

Tabla II: resultados obtenidos del período de oscilación para distintas amplitudes

l_{eq} = (24.4± 0,2) cm
m = (40± 2) g

Obs.	m (g)	ε m (g)	T (s)	T_p (s)	$T_p - T$ (s)	εT_p (s)	T_p^2 (s^2)	ε T_p^2 (s^2)
1	40	2	0,7690 0,7680 0.7543	0.7634	-0.0056 -0.0046 0.0091	0.0091	0.5828	0.0139
2	50	3	0.8447 0.8496	0.8479	0.0032 -0.0017	0.0032	0.7189	0.0054

			0,8495		-0.0016			
3	60	3	0.9238 0.9207 0.9212	0.9219	-0.0019 0.0012 0.0007	0.0019	0.8499	0.0035
4	70	4	0.9927 0.9891 0.9920	0.9912	-0.0015 0.0021 -0.0008	0.0021	0.9825	0.0042
5	80	4	1.0591 1.0521 1.0536	1.0549	-0.0042 0.0028 0.0013	0.0042	1.1128	0.0089

<u>Tabla III</u>: resultados obtenidos del período de oscilación para distintas masa suspendidas

C_1 = (13.8 ± 1,1) s^2/kg
$K_1 = 4\pi^2/C_1$ = (2.8 ± 0,22) kg/s^2

Obs	m (g)	εm (g)	T (s)	T_p (s)	$T_p - T$ (s)	εT_p (s)	T_p^2 (s^2)	ε T_p^2 (s^2)
1	40	2	0.4776 0.4795 0.4697	0.4756	-0.0020 -0.0039 0.0059	0.0059	0.2262	0.0056
2	50	3	0.5277 0.5256 0.5157	0.5230	-0.0047 0.0004 0.0073	0.0073	0.2735	0.0076
3	60	3	0.5757 0.5890 0.5790	0.5812	0.0055 -0.0078 0.0022	0.0078	0.3378	0.0091
4	70	4	0.6270 0.6353 0.6373	0.6332	-0.0062 -0.0021 -0.0041	0.0062	0.4009	0.0079
5	80	4	0.6605 0.6613 0.6633	0.6617	0.0012 0.0004 -0.0016	0.0016	0.4378	0.0021

<u>Tabla IV</u>: resultados obtenidos del período y del cuadrado del período de oscilación para distintas masa suspendidas.

C_2 = (8.25 ± 0.81) s^2/kg
$K_2 = 4 \pi^2 / C_2$ = (4.79 ± 0,7) kg/s^2

L_{hilo} ± εL_{hilo} (cm)	R_{bolita} ± εR_{bolita} (cm)	L (cm)	εL (cm)	T (s)	T_p (s)	$T_p - T$ (s)	ET_p
69 ± 1	0.13 ± 0.1	69.1	1.1	1.6773 1.6685 1.6687	1.6715	-0.0058 0.0030 0.0028	0.0001

Tabla V: resultados obtenidos de la medición de las dimensiones y del período del péndulo

l_0 = (10,7 $\pm$ 0,2) cm
k_1 = (2.85$\pm$ 0,4) N/m
|g| = (9.7717 ± 0.0001)

CONCLUSIONES

Luego de la realización del trabajo práctico y la posterior confección de los gráficos, pudimos demostrar que se verifica la ley de Hooke, la cual determina una constante elástica mediante el cociente de la fuerza suspendida en el resorte y su longitud. Esta es la razón por la cual el gráfico de dichas magnitudes dio una recta que pasa por el orígen, lo que determina una relación de proporcionalidad directa. En otras palabras, quedo demostrado que cuando utilizamos el resorte más duro, el valor de k permanecía mayor a la constante del resorte más blando.

Por otra parte, demostramos que el período de oscilación de un resorte no depende de la amplitud, como se vio en la parte A del experimento, ya que pudimos observar que para una misma masa suspendida en el resorte, cualquier valor de la amplitud da como resultado el mismo período. Posteriormente, comprobamos que el período de oscilación del resorte depende de la masa suspendida en él, esto quedó demostrado en la parte B del experimento, en la cual los datos indicaban que al aumentar el valor de la masa aumentaba también el valor del período.

Por lo tanto, podemos deducir que el período de oscilación depende de la constante elástica del resorte, ya que este representa la dureza del mismo y esto se debe a que en el cálculo de la constante elástica interviene la masa suspendida en el resorte. Entonces se verifica la relación entre el período, la masa y la constante elástica mediante la siguiente ecuación:

$$T^2 = 4\pi^2.\frac{m}{K}$$

Con respecto a la parte correspondiente al estudio del movimiento de un péndulo, partiendo de la ecuación $T = 2\pi \sqrt{L / |g|}$, y obtener de allí el valor de g, demostramos que dicho valor, tomando en cuenta los intervalos de indeterminación, se aproxima al valor tabulado de g [g = (9.8062 $\pm$ 0.0001) m/s^2]. Entonces podemos decir que se verifica la validez de esta fórmula. Pero es necesario destacar que el valor de la fuerza de gravedad que obtuvimos corresponde al de la ciudad de Buenos Aires. La diferencia que existe entre este valor y el valor tabulado de g se debe a que este último es un valor promedio de la gravedad, ya que ésta no es la misma en todos los puntos de la Tierra.

APÉNDICE

Fórmula que utilizamos para el cálculo de la incerteza de T_p^2:

$\varepsilon T_p^2 = 2 . \varepsilon T . T_p$

Fórmula que utlizamos para el cálculo de la incerteza de $4\pi^2/C$:

$\varepsilon_{4\pi 2/C} = 4\pi^2/C . \varepsilon_C/C$

Berta Sanchez - bertasanchez75@hotmail.com