Cifras Significativas y Redondeo.

Ing. Arturo Gustavo Tajani

Supongamos, como es habitual, que estamos utilizando una calculadora electrónica para realizar operaciones aritméticas.

Es también bastante común que operemos entre valores que tienen diferentes números de cifras, por ejemplo:

755,250 / 133,04

La calculadora normalmente expresa el resultado empleando todo su visor, es decir que el número final se presenta con 8, 10 ó 12 dígitos, según la máquina.

En nuestro caso el resultado es: 5,676864101

La tendencia generalizada para expresar el resultado es tomar *<u>todos los decimales mostrados</u>* o bien efectuar un <u>"*redondeo"* </u>con cierta arbitrariedad.

En nuestro planteo podría ser:

755,250 / 133,044 = 5,676864101

o bien **7,55 / 1334 = 5,67**

Veremos que ninguno de los dos métodos tiene un sentido claro, en especial cuando el valor final se obtiene con números medidos o calculados a partir de magnitudes obtenidas por determinaciones con instrumentos de medición.

Se dará un concepto importante en los cálculos numéricos: es el de las **"cifras significativas"** de un número, (dígitos significativos ó cif.sig.), que *<u>debe ser siempre tenido en cuenta.</u>*

En efecto, sea un valor numérico cualquiera, resultado de una medición o de un cálculo aritmético. Estará compuesto en general por “n” dígitos y tendrá una parte entera y una decimal, separadas por la “coma” correspondiente.

Tanto una parte como la otra pueden ser nulas y también puede valer “0” cualquier dígito intermedio.

Del total de “n” valores, existe sin ninguna duda, un grupo menor de dígitos que se *conocen o se deben conocer con seguridad*. Se puede hablar en consecuencia de:

Cifras Significativas

El concepto señalado se asocia, ya sea con el tema de que se trate (geométrico, contable, físico, etc.) o bien con la “exactitud” de los datos del cálculo. La determinación de las cifras significativas de un número, para diferentes casos, se detalla en las siguientes reglas:

1. Los dígitos distintos de cero **siempre** son significativos, cualquiera sea su posición (sean de la parte entera o de la parte decimal):

a)	137,4	4 cif.sig.
b)	3415,9	5 “
c)	852, 283	6 “
d)	45	2 “

2. Los ceros a la **izquierda** del primer dígito distinto de cero **nunca** son significativos (tanto en la parte entera como en la decimal):

e)	0,375	3 cif.sig.
f)	0,000375	3 “
g)	0,002978	4 “
h)	0,00085	2 “

3. Los ceros, cuando están **entre** dígitos distintos de cero, **siempre** son significativos:

i)	2008	4	cif.sig.
j)	307,05	5	“
k)	300,6	6	“
l)	2,03	3	“

4. Los ceros, cuando están a la **derecha** de un número entero, **siempre son inciertos**. No se deben tomar como significativos:

m)	1 080 000	3	cif.sig.
n)	58 600	3	“
ñ)	586	3	“
o)	1 000	1	“

5. Los ceros, al final de un número, si están después de la coma decimal, **siempre** son significativos:

p)	42,0	3	cif.sig.
q)	42,000	5	“
r)	206,0	4	“
s)	1,020	4	“

6. En el caso de que un número cualquiera, esté expresado en **notación científica** de la forma: $\mathbf{N = a \;.\; 10^n}$ **,** el número de cif.sig. **siempre** es el de las cifras significativas de **“a”,** pero deben incluirse en este caso, **todos** los ceros de **“a”,** en cualquier posición en que se encuentren:

t)	$7,31 \;.\; 10^4$	3	cif.sig.
u)	$2,10 \;.\; 10^6$	3	“
v)	$2,100 \;.\; 10^6$	4	“
w)	$5,029\,402 \;.\; 10^8$	7	“

- Si se efectuara un riguroso “cálculo de errores”, las afirmaciones que siguen podrían expresarse con mas propiedad. Pero lo que se quiere destacar es un comportamiento sencillo frente a la interpretación de los resultados antes señalados.

  Se puede enunciar la siguiente regla:

- Si se efectuara un riguroso “cálculo de errores”, las afirmaciones que siguen podrían expresarse con mas propiedad. Pero lo que se quiere destacar es un comportamiento sencillo frente a la interpretación de los resultados antes señalados.

Se puede enunciar la siguiente regla:

“Cuando se realiza un cálculo aritmético y se opera con valores numéricos que tienen, cada uno de ellos, un número propio de cifras significativas, el resultado tendrá como máximo un valor de éstas, correspondiente al mas corto de los operandos.

- Si se efectuara un riguroso “cálculo de errores”, las afirmaciones que siguen podrían expresarse con mas propiedad. Pero lo que se quiere destacar es un comportamiento sencillo frente a la interpretación de los resultados antes señalados.

Se puede enunciar la siguiente regla:

“Cuando se realiza un cálculo aritmético y se opera con valores numéricos que tienen, cada uno de ellos, un número propio de cifras significativas, el resultado tendrá como máximo un valor de éstas, correspondiente al mas corto de los operandos.

- De otra manera, si admitimos que la “exactitud” de un valor es mayor, cuanto mayor es el número de cif.sig., se puede afirmar:

“el resultado no puede ser mas exacto, que el valor <u>menos exacto</u> involucrado en el cálculo”.

Algunos Ejemplos de cálculos:

x) 7,55 / 1334 = 0,00565967 (forma incorrecta)

7,55 / 1334 = 0,0056 (forma incorrecta)

7,55 / 1334 = 0,00565 (forma correcta; 3 cif.sig.)

y) 89,3 / 0,210 = 425,238 095 2 (incorrecto)

89,3 / 0,210 = 425 (correcto; 3 cif.sig)

z) $(9{,}29 \ . \ 10^2)$ x $(2{,}62 \ . \ 10^3)$ = 2 433 980 (incorrecto)

$(9{,}29 \ . \ 10^2)$ x $(2{,}62 \ . \ 10^3)$ = $2{,}43 \ . \ 10^6$ (correcto; 3 cif.sig.)

α) **0,12 x 1000 = 120 (correcto; 2 cif.sig.)**

- Un tema íntimamente relacionado con lo anterior es el tratamiento de las cifras decimales de un número, con el objeto de reducir su longitud. Se suele hacer de dos maneras:

1. **Truncado:** simplemente se "eliminan" todos los dígitos significativos después de "k" de ellos:

por ej. sea 2/3 = 0,666666666

si k = 4 2/3 = 0,6666

pero si k = 2 2/3 = 0,66

2. **Redondeo:** para un dado valor de "k", si el decimal "k+1" es **0; 1; 2; 3 ó 4**, se trunca en k; pero si "k+1" vale **5; 6; 7; 8; ó 9**, el decimal "k" se incremente en **1** y se trunca en k.

por ej. Sea 2/3 = 0,666666666

si k = 4 2/3 = 0,6667

ó si k = 2 2/3 = 0,67

- El método que conduce a mejores resultados y también el mas utilizado es el de **redondeo.**

- Tomemos por ejemplo redondear el número **π = 3,141592654** tal como lo expresa el visor de una calculadora, con 9 cifras decimales:

redondeo a	8	cifras	decimales:	**3,14159265**
“	7	“	“ :	**3,1415927**
“	6		:	**3.141593**
“	5	“	“ :	**3,14159**
“	4	“	“ :	**3,1416**
“	3	“	“ :	**3,142**
“	2	“	“ :	**3,14**
“	1	“	“ :	**3,1**

- Si se tuviese que calcular la longitud de una circunferencia, teniendo como dato el diámetro, con un valor de **12,54 m** (4 cif.sig.), de acuerdo con lo visto anteriormente, solo tendría sentido utilizar un valor de **π = 3,142** (también de 4 cif.sig):

$$\text{Long.circunf.} = \pi \text{ . Diám.} = 3{,}142 \times 12{,}54 \text{ m} = 39{,}40068 \text{ m}$$

Valor que redondeado al 2º decimal es : **39,40 m** (4 cif.sig.)

- Por otra parte, si hubiésemos utilizado para el cálculo un valor de π con todos los decimales tendríamos:

$$\text{Long.circunf.} = 3{,}141592654 \times 12{,}54 \text{ m} = 39{,}39557188 \text{ m}$$

Valor que redondeado al 2º decimal es nuevamente : **39,40 m**

- Se comprueba claramente que no se obtiene un valor "mejor" por utilizar un gran número de decimales. **Se suele creer falsamente, que se mejora la "exactitud" de un cálculo empleando muchas cifras.**

- Veamos otro ejemplo:

4,21	x	0,78508	=	3,3051868
4,21	x	0,78535	=	3,3063235
4,21	x	0,78554	=	3,3071234
4,21	x	0,78573	=	3.3079233
4,21	x	0,78592	=	3,3087232

- En todos estos productos el factor con menos cifras significativas es 4,21 (3 cif.sig.), en consecuencia el resultado solo puede tener como máximo también 3 cif.sig.

- Con el criterio de redondeo visto, el valor final sería: **3,31** Este valor es sensiblemente independiente de las cifras decimales de orden superior del segundo factor.

Gracias por su atención

Se aconseja hacer comentarios

F I N