

# Filtros espaciales de realce

**Objetivo:** Realzar los detalles de una imagen que hayan podido quedar emborronados. Estos filtros están asociados, por tanto, con la detección de lados o bordes.

La idea que subyace en la mayor parte de las técnicas de detección de lados es el cálculo de un operador local de derivación ya que un píxel pertenece a un borde si se produce un cambio brusco entre niveles de grises con sus vecinos. Mientras más brusco sea el cambio, más fácil es detectar el borde.

El primer problema que surge usando esta definición es debido a la digitalización. El segundo problema es debido al ruido.

# Filtros espaciales de realce

La derivada de una función digital se define en términos de variaciones entre píxeles adyacentes. Existen varias formas de definir estas diferencias, pero deben cumplir:

- La primera derivada debe ser cero en zonas de intensidad constante y distinta de cero en zonas de variaciones (escalones o rampas);
- La segunda derivada debe ser cero en zonas de intensidad constante y a lo largo de rampas con pendiente constante y debe ser distinta de cero en escalones y en comienzo y fin de rampas.

# Filtros espaciales de realce

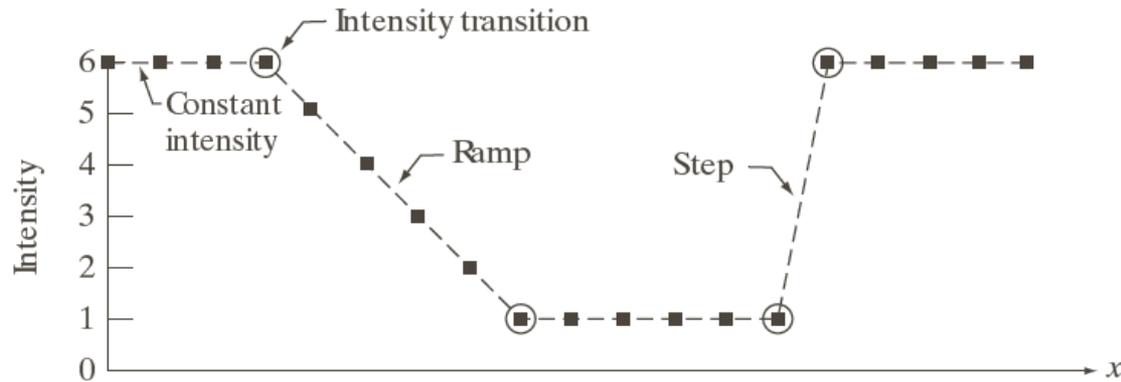
Así, se pueden definir derivadas de primer y segundo orden de una función unidimensional  $f(x)$ , de la forma

$$\frac{\partial f}{\partial x} = f(x+1) - f(x)$$

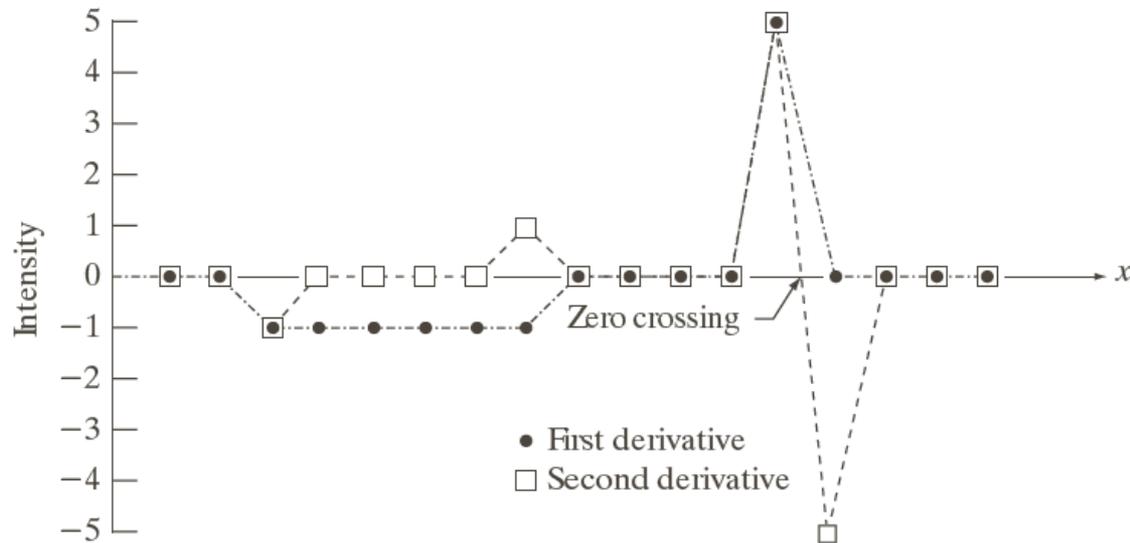
$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1) + f(x-1) - 2f(x)$$

En general, la segunda derivada será más sensible que la primera ante cambios bruscos en la imagen, por lo que también detectará más sutilmente el ruido.

# Filtros espaciales de realce



Scan line	6	6	6	6	5	4	3	2	1	1	1	1	1	1	6	6	6	6	6
1st derivative	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	5	0	0	0	0	0
2nd derivative	0	0	-1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	5	-5	0	0	0	0



a  
b  
c

**FIGURE 3.36**  
Illustration of the first and second derivatives of a 1-D digital function representing a section of a horizontal intensity profile from an image. In (a) and (c) data points are joined by dashed lines as a visualization aid.

# Filtros espaciales de realce

## El gradiente digital

Una aproximación del gradiente de una imagen sería:

$$\nabla_1 f(x, y) = (\nabla_{x1} f(x, y), \nabla_{y1} f(x, y))$$

donde

$$\nabla_{x1} f(x, y) = f(x, y) - f(x - 1, y)$$

$$\nabla_{y1} f(x, y) = f(x, y) - f(x, y - 1)$$

Estas operaciones pueden expresarse en forma de convolución usando las siguientes máscaras, respectivamente:

0	-1	0
0	1	0
0	0	0

0	0	0
-1	1	0
0	0	0

A continuación, calculamos el **módulo** del gradiente obtenido en cada píxel de la imagen. Los valores grandes corresponden a píxeles del borde o a ruido.

# Filtros espaciales de realce

## El gradiente digital

Un problema de esta aproximación es que no calcula el gradiente en el punto  $(x,y)$  sino en el punto  $(x-1/2, y-1/2)$ .

Una mejor aproximación podría ser  $\nabla_2 f(x,y) = (\nabla_{x2} f(x,y), \nabla_{y2} f(x,y))$

donde

$$\nabla_{x2} f(x,y) = f(x+1,y) - f(x-1,y)$$

$$\nabla_{y2} f(x,y) = f(x,y+1) - f(x,y-1)$$

Este operador es simétrico respecto al píxel  $(x,y)$ .

Las máscaras que se aplicarían en este caso serían, respectivamente:

0	-1	0
0	0	0
0	1	0

0	0	0
-1	0	1
0	0	0

El problema es que no se tiene en cuenta el valor de la imagen en dicho píxel, ni los píxeles que se encuentran en la diagonal.

# Filtros espaciales de realce

El gradiente digital  $\nabla f = \left[ \frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y} \right]$

Una vez calculado el vector gradiente, calculamos el **módulo** del mismo obtenido en cada píxel de la imagen.

$$|\nabla f| = \left( \left( \frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial f}{\partial y} \right)^2 \right)^{1/2}$$

Sin embargo, se suele calcular la suma del valor absoluto de sus coordenadas en lugar del módulo (por ser menos costoso).

$$|\nabla f| \approx \left| \frac{\partial f}{\partial x} \right| + \left| \frac{\partial f}{\partial y} \right|$$

Los valores grandes corresponden a píxeles del borde o a ruido.

# Filtros espaciales de realce

## Operador cruzado de Roberts

En este caso, se suelen usar dos máscaras para modelizar el gradiente

$$F_x = \begin{array}{|c|c|} \hline -1 & 0 \\ \hline 0 & 1 \\ \hline \end{array}$$

$$F_y = \begin{array}{|c|c|} \hline 0 & -1 \\ \hline 1 & 0 \\ \hline \end{array}$$

La ventaja de este operador es que es fácil y rápido de computar. Sólo está implicado un entrono de vecindad de 4 píxeles y sólo se usan sumas y restas en los cálculos.

La principal desventaja es que, si lo que se quiere es determinar bordes, es muy sensible al ruido y tiene una respuesta débil a los verdaderos bordes, a menos que sean muy pronunciados. Para este propósito funciona mejor el operador de Sobel.

# Filtros espaciales de realce

## Operador Sobel

En este caso, se suelen usar dos máscaras para modelizar el gradiente que se llaman operadores de Sobel:

$$S_x$$

-1	-2	-1
0	0	0
1	2	1

$$S_y$$

-1	0	1
-2	0	2
-1	0	1

Observemos que en las máscaras de Sobel, tienen más peso los píxeles situados en posición vertical y horizontal respecto el píxel estudiado que los situados en la diagonal.

Este operador es menos sensible al ruido.

# Filtros espaciales de realce

## Operador Sobel

Imagen



$|S_x|$



$|S_y|$



$|S_x|+|S_y|$



# Filtros espaciales de realce

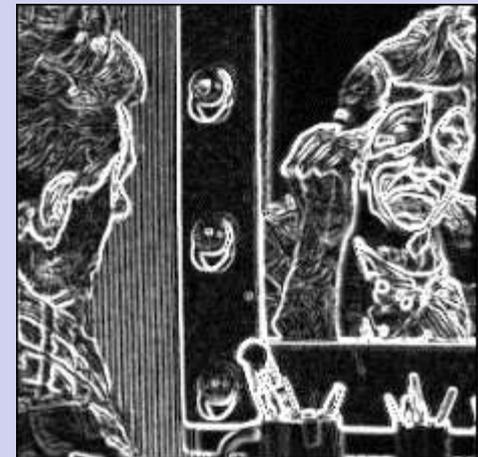
En este ejemplo puede apreciarse la diferencia al aplicar a la imagen el operador cruzado de Roberts y el operador Sobel. La imagen de salida mantiene en ambos casos el mismo nivel de ruido, pero en el caso de Sobel, hay una mayor diferencia de intensidad entre el ruido y los verdaderos bordes, por lo que una umbralización sería apropiada para determinar los bordes en este caso.



Roberts



Sobel



# Filtros espaciales de realce

## El laplaciano

El laplaciano de una función bidimensional  $f$  es un operador de derivación isotrópico (independiente de la dirección de la discontinuidad en la imagen) definido por:

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

Como en el caso del gradiente, la ecuación del laplaciano puede implementarse en forma digital de varias maneras. La más frecuente en la práctica es aplicar la siguiente máscara:

0	1	0
1	-4	1
0	1	0

Es decir,

$$\nabla^2 f(x, y) = [f(x+1, y) + f(x-1, y) + f(x, y+1) + f(x, y-1)] - 4f(x, y)$$

# Filtros espaciales de realce

## El laplaciano

Existen varios modelos para implementar el Laplaciano digital:  $\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$

0	1	0	1	1	1
1	-4	1	1	-8	1
0	1	0	1	1	1
0	-1	0	-1	-1	-1
-1	4	-1	-1	8	-1
0	-1	0	-1	-1	-1

a b  
c d

### FIGURE 3.37

(a) Filter mask used to implement Eq. (3.6-6).

(b) Mask used to implement an extension of this equation that includes the diagonal terms.

(c) and (d) Two other implementations of the Laplacian found frequently in practice.

# Filtros espaciales de realce

## El laplaciano

Nótese que la suma de los coeficientes de la máscara debe ser cero, lo que es coherente en el caso de que el punto en cuestión y sus vecinos tengan el mismo valor.

Los píxeles del borde darán como respuesta un número negativo “grande”.

El Laplaciano no se suele usar directamente en la práctica por ser muy sensible al ruido, por lo que se suele usar sumado o restado (según la máscara usada) con la imagen original para realzar los contornos, como en el ejemplo siguiente.

Por la misma razón, también a veces se usa primero un filtro gaussiano para eliminar ruido, lo que da lugar al filtro llamado Laplaciano del Gaussiano (LoG), cuyo núcleo puede calcularse componiendo ambos:

$$LoG(x, y) = -\frac{1}{\pi\sigma^4} \left[ 1 - \frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2} \right] e^{-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}}$$

# Filtros espaciales de realce

## El Laplaciano. Ejemplo.

Imagen original



Laplaciano de la imagen



Reescalado del  
Laplaciano de la  
imagen

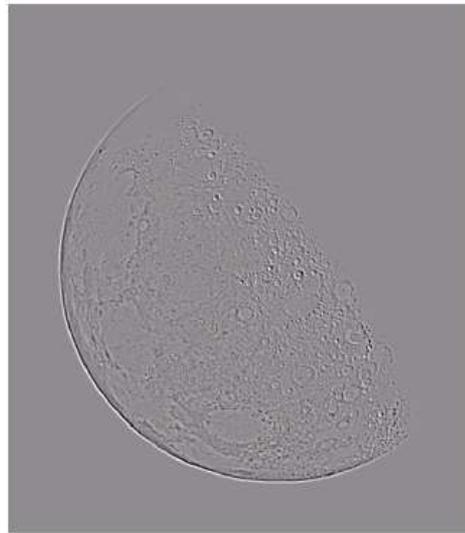
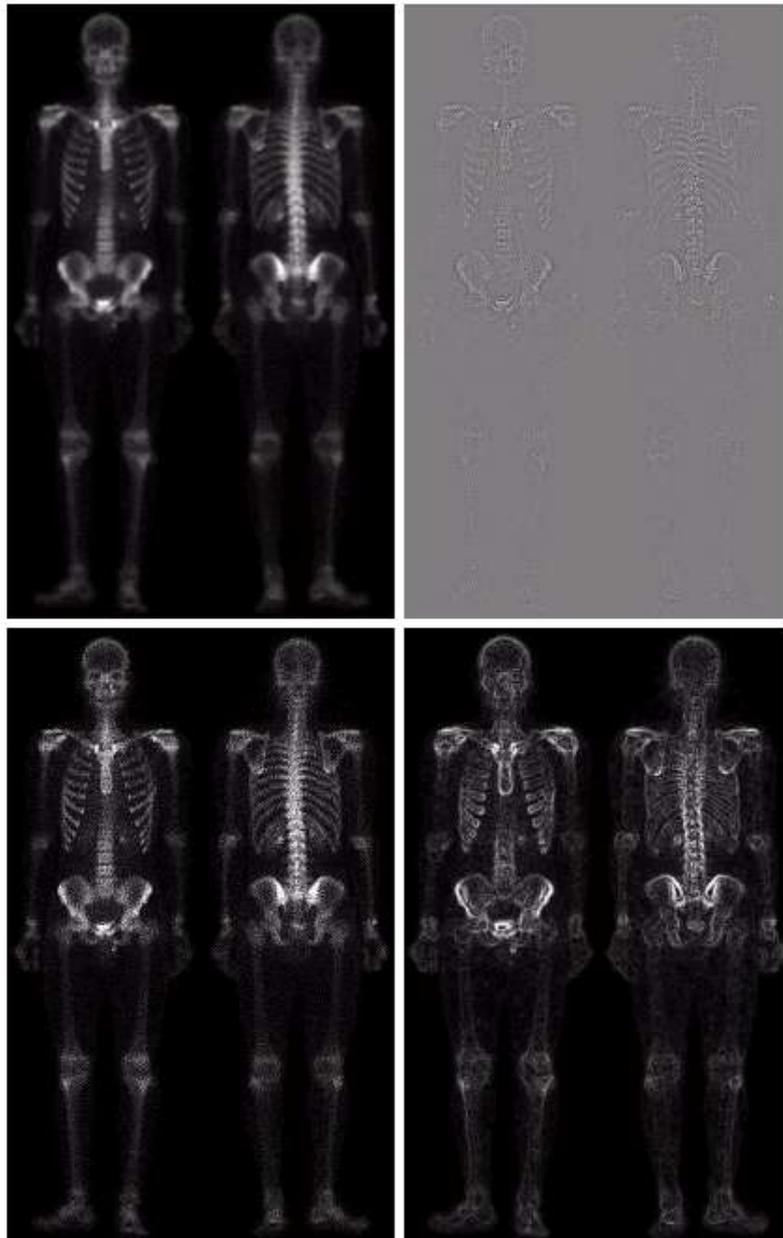


Imagen original  
+ Laplaciano



# Filtros espaciales de realce



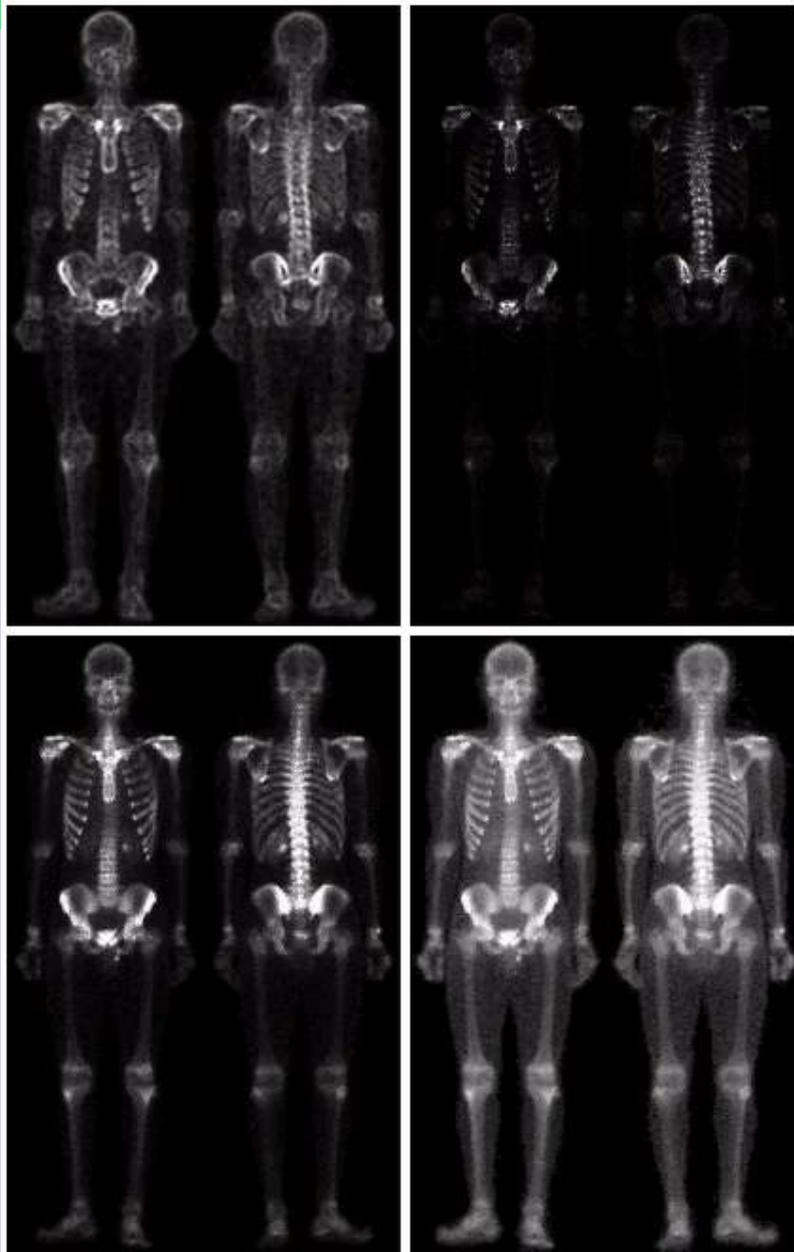
a	b
c	d

## FIGURE 3.46

(a) Image of whole body bone scan.

(b) Laplacian of (a). (c) Sharpened image obtained by adding (a) and (b). (d) Sobel of (a).

# Filtros espaciales de realce



e	f
g	h

**FIGURE 3.46**

*(Continued)*

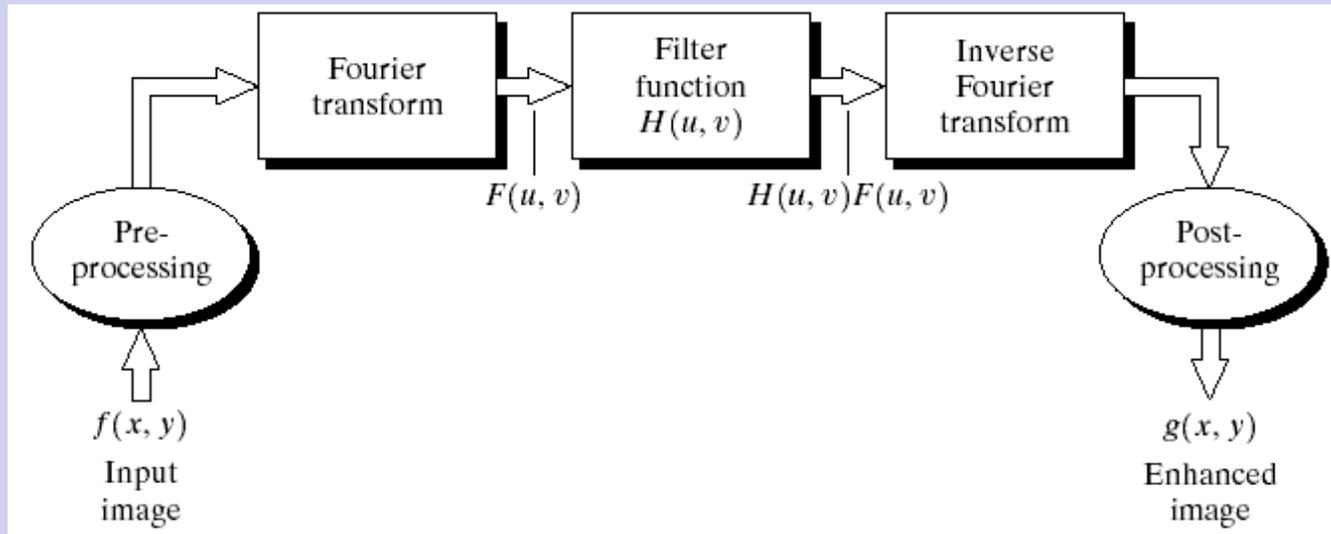
(e) Sobel image smoothed with a  $5 \times 5$  averaging filter. (f) Mask image formed by the product of (c) and (e).

(g) Sharpened image obtained by the sum of (a) and (f). (h) Final result obtained by applying a power-law transformation to (g). Compare (g) and (h) with (a). (Original image courtesy of G.E. Medical Systems.)

# Filtros en el dominio de la frecuencia

Una imagen se puede filtrar en el dominio de la frecuencia o en el dominio del espacio.

Los filtros en el dominio de la frecuencia se usan, principalmente, para eliminar altas o bajas frecuencias de la imagen, lo que se traduce en suavizar la imagen, o bien, realzar o detectar bordes.



# Filtros en el dominio de la frecuencia

Los pasos a seguir son:

1. Se multiplica cada entrada  $f(x,y)$  por  $(-1)^{x+y}$ .
2. Se transforma la imagen en su dominio de la frecuencia mediante la Transformada Discreta de Fourier,  $F(u,v)$ .
3. Se multiplica por un **filtro de frecuencia**  $H(u,v)$ , para cada  $(u,v)$ :

$$G(u,v)=H(u,v) F(u,v)$$

4. Se calcula la inversa de la TDF de  $G(u,v)$  (tomando la parte real), volviendo, así, al dominio del espacio.
5. Se vuelve a multiplicar por  $(-1)^{x+y}$ .

# Filtros en el dominio de la frecuencia

Básicamente, hay tres tipos diferentes de filtros de frecuencia:

- Filtros de paso bajo (**lowpass filter**).
- Filtros de paso alto (**highpass filter**).
- Filtros de banda (**bandpass filter**).

# Filtros en el dominio de la frecuencia

**Filtro de paso bajo:** deja inalterables las bajas frecuencias y atenúa o elimina las altas frecuencias.

El resultado en el dominio del espacio consiste en un suavizado: eliminar pequeños detalles y ruidos de la imagen.

El más sencillo es el Filtro ideal de paso bajo, en el que

$$H(u, v) = \begin{cases} 1 & \text{si } D(u, v) \leq D_0 \\ 0 & \text{si } D(u, v) > D_0 \end{cases}$$

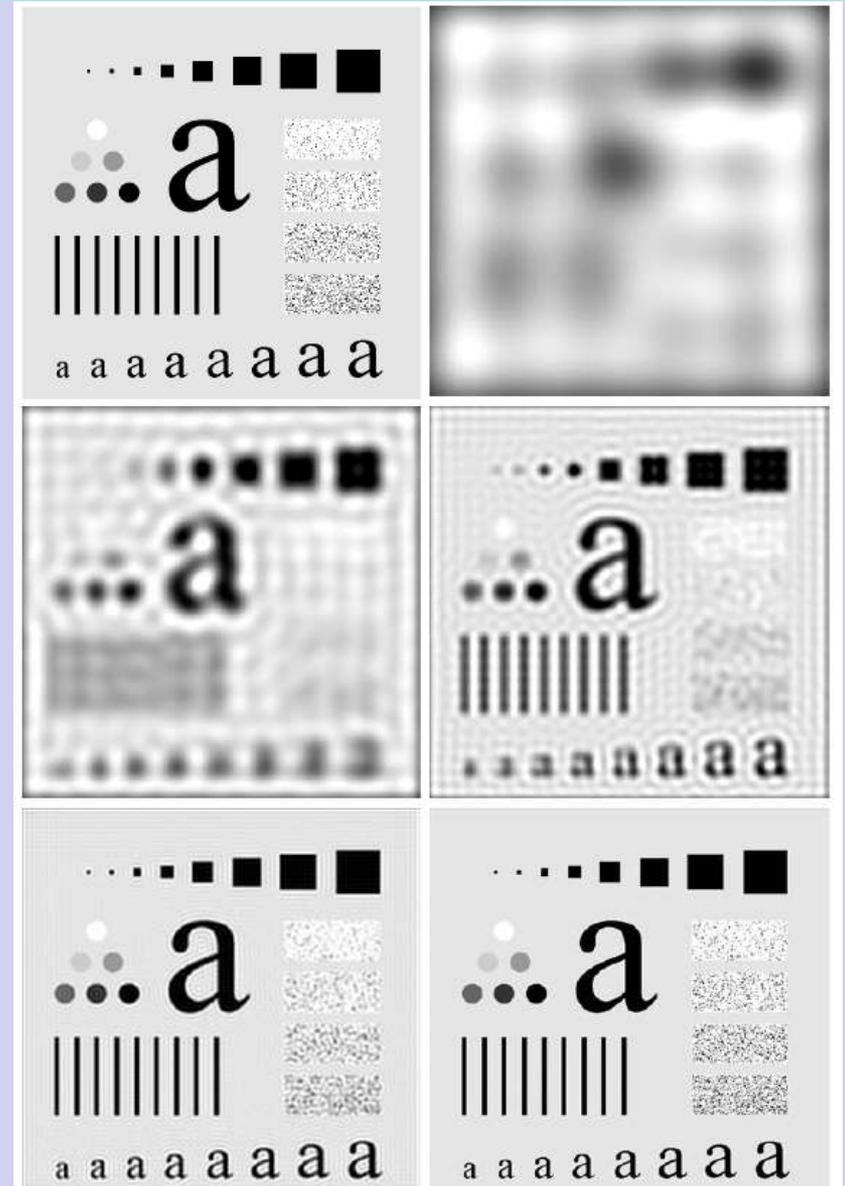
donde  $D(u, v)$  es la distancia euclídea de  $(u, v)$  al origen del plano de frecuencias. Este filtro suprime las altas frecuencias mayores que un cierto valor  $D_0$ , que se denomina frecuencia de corte, y deja las demás tal como están.

# Filtros en el dominio de la frecuencia

## Filtro ideal de paso bajo

Imagen original (superior izquierda) ,  
junto con los resultados de pasar un  
filtro ideal de paso bajo con  
frecuencias de corte de 5, 15, 30, 80 y  
230.

Nótese el efecto de ondas o anillos  
alrededor de los bordes.



# Filtros en el dominio de la frecuencia

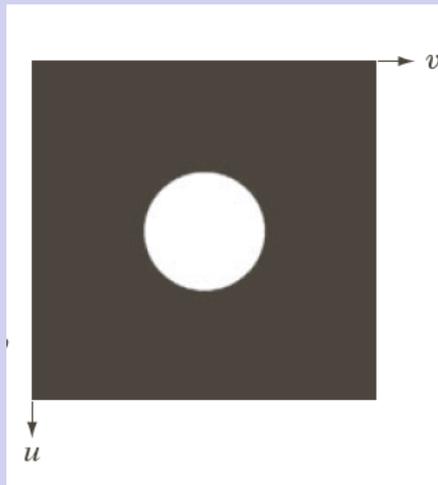
**Filtro de paso bajo:** deja inalterables las bajas frecuencias y atenúa o elimina las altas frecuencias.

Otro ejemplo es Filtro Butterworth de paso bajo de orden  $n$

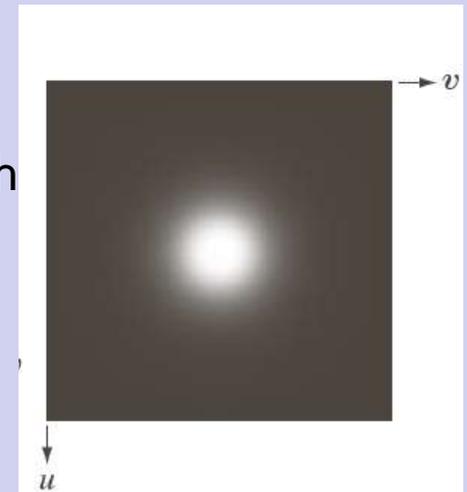
$$H(u, v) = \frac{1}{1 + (D(u, v) / D_0)^{2n}}$$

donde  $D(u, v)$  es la distancia euclídea de  $(u, v)$  al origen del plano de frecuencias y  $D_0$  es la llamada frecuencia de corte.

Filtro ideal



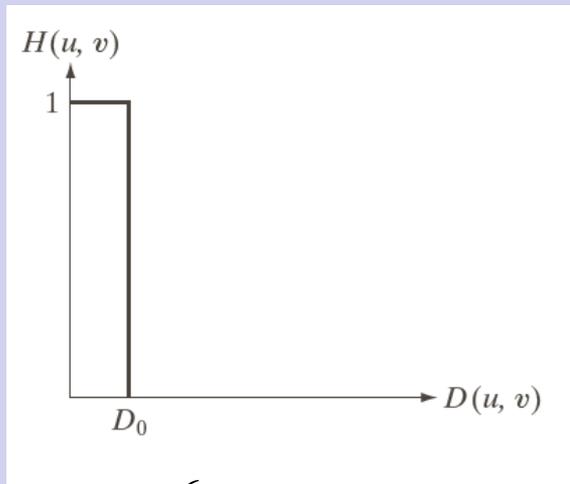
Filtro Butterworth



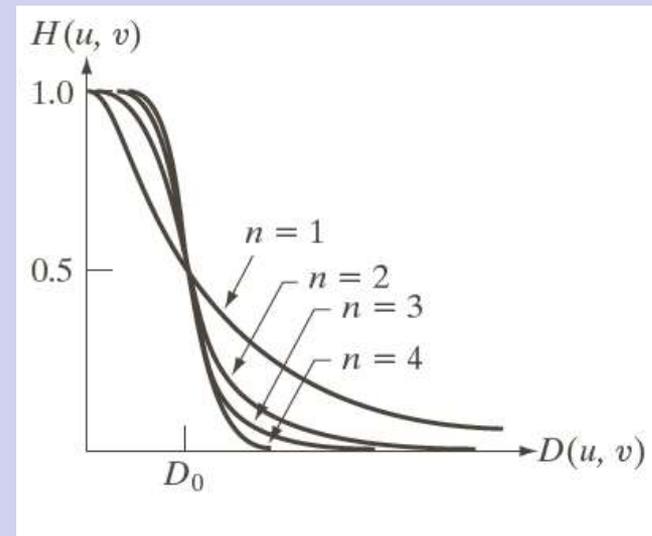
# Filtros en el dominio de la frecuencia

## Filtro de paso bajo: Filtro Butterworth de paso bajo de orden $n$

Ahora  $H$  es una función continua en  $D$ , en contraposición con el caso del filtro ideal, en el que  $H$  era discontinua.



$$H(u, v) = \begin{cases} 1 & \text{si } D(u, v) \leq D_0 \\ 0 & \text{si } D(u, v) > D_0 \end{cases}$$



$$H(u, v) = \frac{1}{1 + \left( D(u, v) / D_0 \right)^{2n}}$$

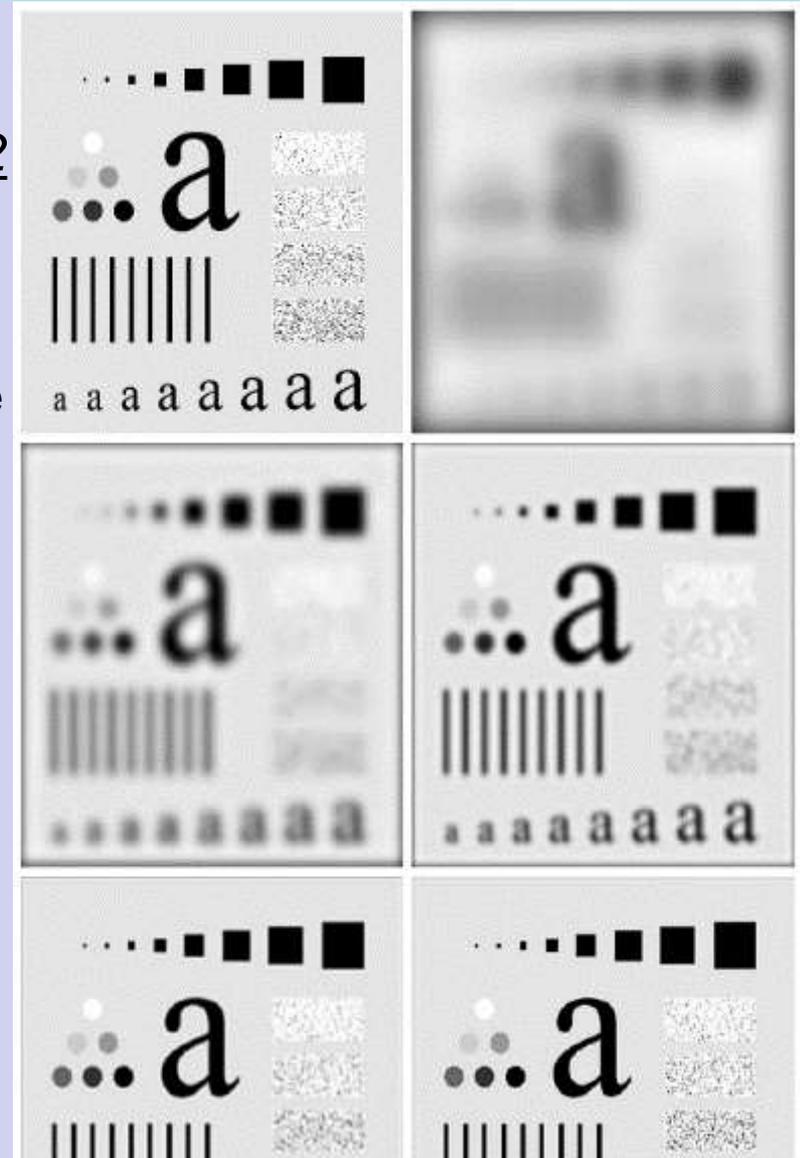
Conforme aumenta  $n$ , la función  $H$  se “parece” cada vez más a la correspondiente al filtro ideal.

# Filtros en el dominio de la frecuencia

## Filtro Butterworth de paso bajo de orden 2

Imagen original (superior izquierda) , junto con los resultados de pasar un filtro Butterworth de paso bajo de orden 2 con frecuencias de corte de 5, 15, 30, 80 y 230.

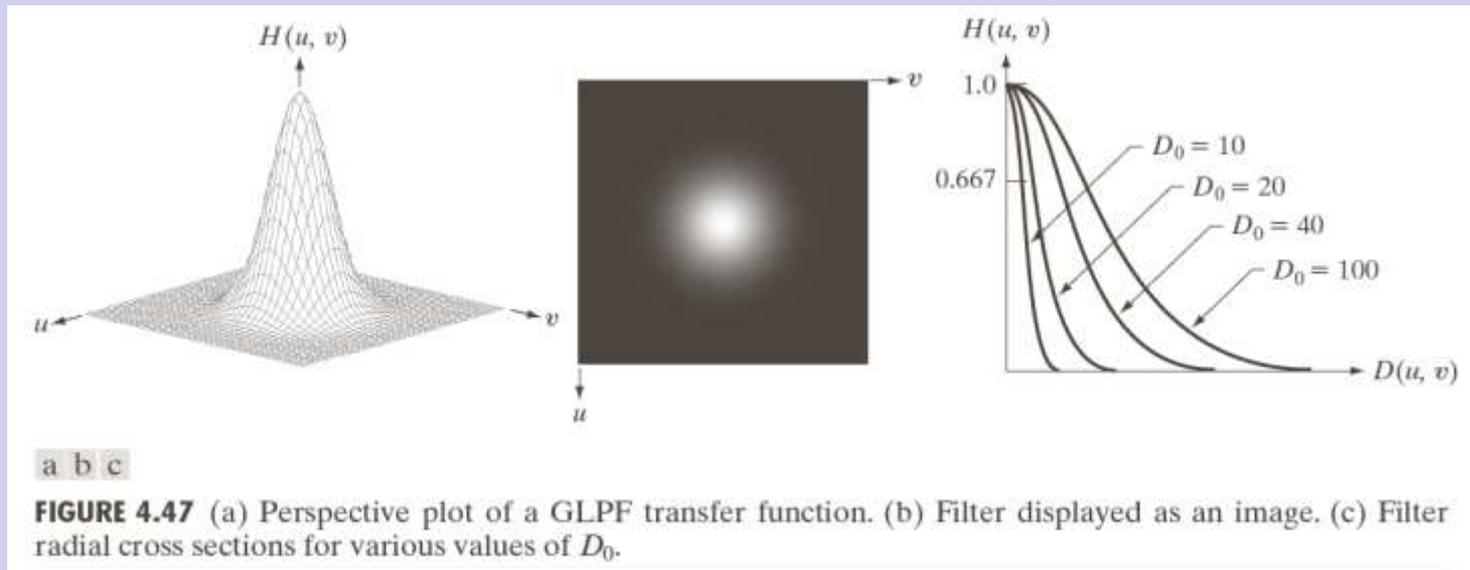
Nótese que ahora no aparecen los efectos de ondas o anillos en torno a los bordes.



# Filtros en el dominio de la frecuencia

Filtro de paso bajo: Filtro paso bajo Gaussiano

$$H(u, v) = e^{-D^2(u, v)/(2D_0^2)}$$



- Se obtienen resultados comparables a los del filtro Butterworth (sin anillos).
- Mediante la transformada inversa de Fourier de  $H(u, v)$  se obtiene un filtro espacial Gaussiano.

# Filtros en el dominio de la frecuencia

**Filtro de paso alto:** deja inalterables las altas frecuencias y atenúa o elimina las bajas frecuencias.

El resultado en el dominio del espacio consiste en un realzado de los cambios bruscos de niveles de grises. De ahí que se use para detectar bordes.

Las áreas de niveles de gris constantes o con poca variación se corresponden con las bajas frecuencias, que se suprimen.

El más sencillo es el Filtro ideal de paso alto, en el que

$$H(u, v) = \begin{cases} 0 & \text{si } D(u, v) \leq D_0 \\ 1 & \text{si } D(u, v) > D_0 \end{cases}$$

donde  $D(u, v)$  es la distancia euclídea de  $(u, v)$  al origen del plano de frecuencias.

Este filtro suprime las frecuencias menores o iguales que un cierto valor  $D_0$ , que se denomina frecuencia de corte.

# Filtros en el dominio de la frecuencia

Filtro ideal de paso alto



Resultados usando frecuencia de corte 30, 60 y 160.

# Filtros en el dominio de la frecuencia

**Filtro de paso alto:** deja inalterables las altas frecuencias y atenúa o elimina las bajas frecuencias.

Otro ejemplo es el Filtro Butterworth de paso alto de orden  $n$

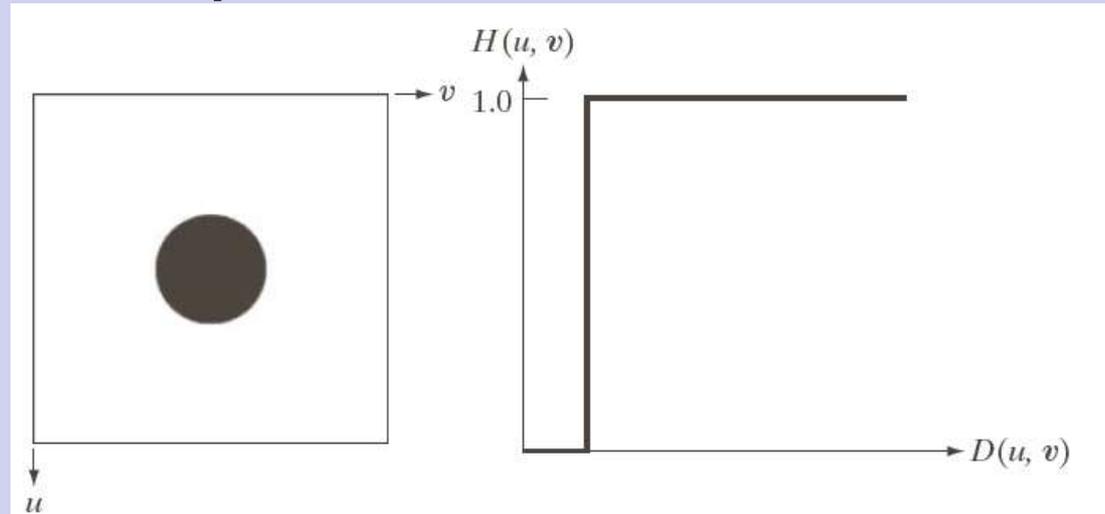
$$H(u, v) = \frac{1}{1 + (D_0 / D(u, v))^{2n}}$$

donde  $D(u, v)$  es la distancia euclídea de  $(u, v)$  al origen del plano de frecuencias y  $D_0$  es la llamada frecuencia de corte.

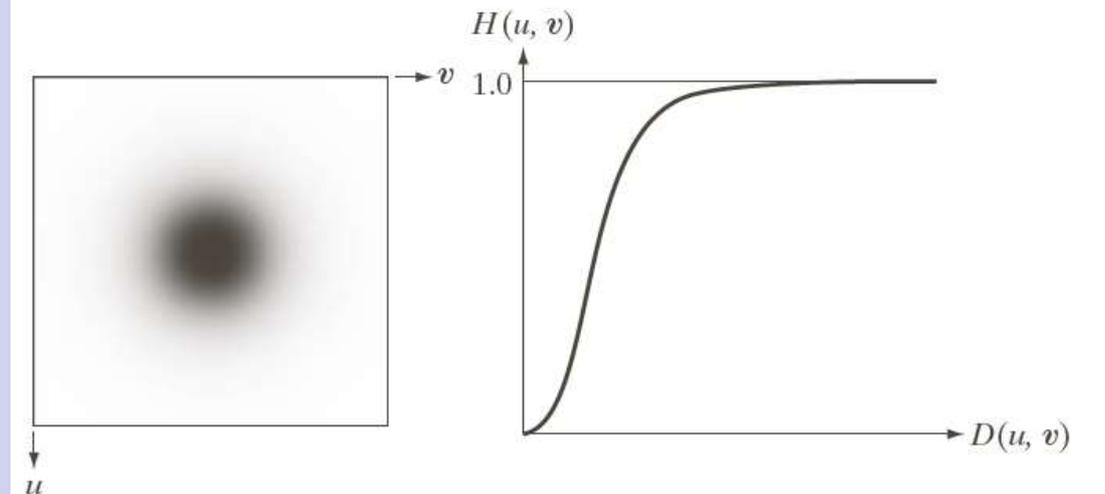
# Filtros en el dominio de la frecuencia

## Filtros de paso alto

Filtro ideal

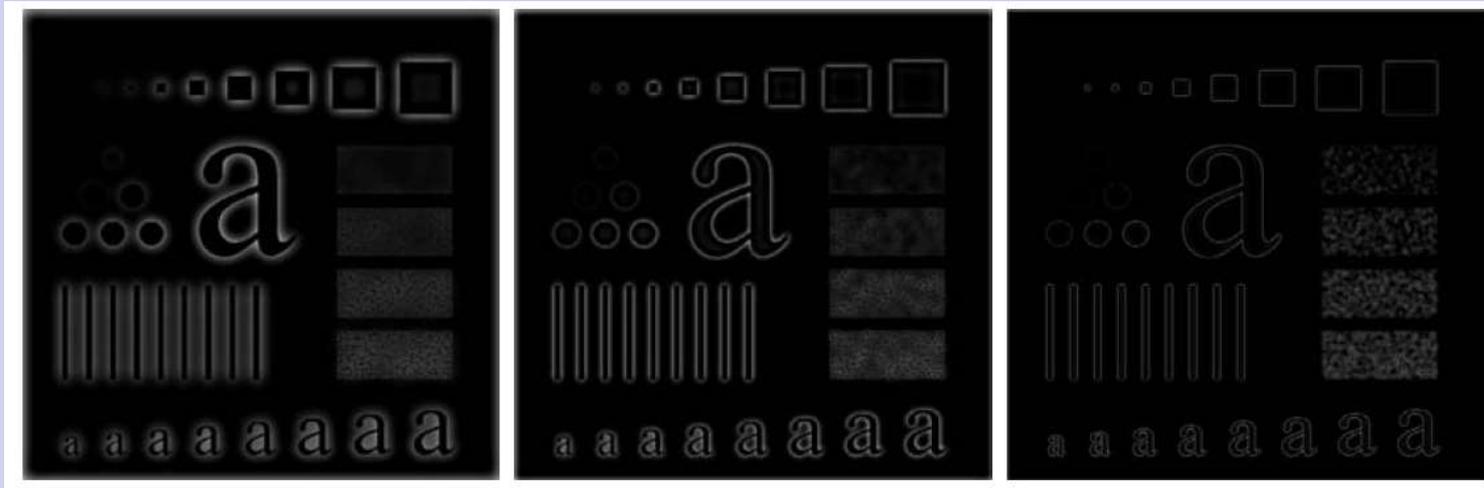


Filtro Butterworth



# Filtros en el dominio de la frecuencia

## Filtro Butterworth de paso alto

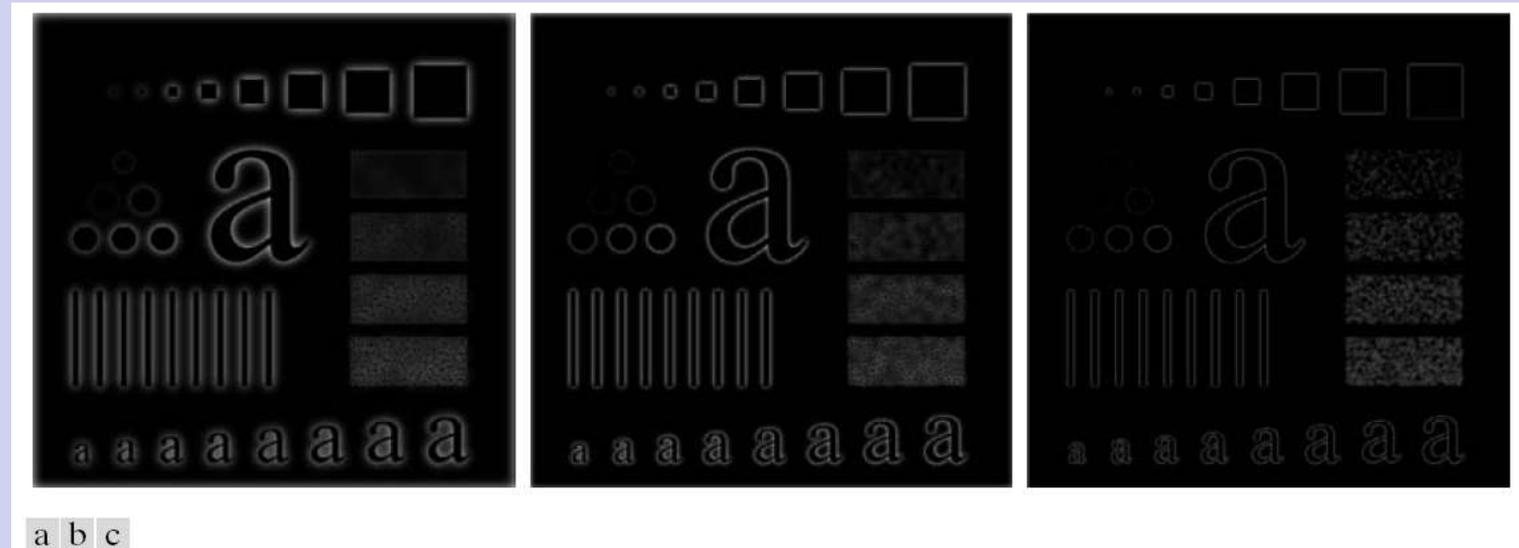


Resultados de orden 2 usando frecuencia de corte 30, 60 y 160.

# Filtros en el dominio de la frecuencia

Filtro de paso alto: Filtro de paso alto Gaussiano

$$H(u, v) = 1 - e^{-D^2(u, v)/(2D_0^2)}$$



**FIGURE 4.56** Results of highpass filtering the image in Fig. 4.41(a) using a GHPF with  $D_0 = 30, 60,$  and  $160,$  corresponding to the circles in Fig. 4.41(b). Compare with Figs. 4.54 and 4.55.

# Filtros en el dominio de la frecuencia

## Filtros de paso de banda

Un filtro de banda atenúa las altas y bajas frecuencias, pero mantiene intactas las frecuencias que se encuentren en una banda determinada.

En el caso del filtro ideal, sólo deja pasar las frecuencias que están entre dos frecuencias de corte.

Se puede obtener un filtro de banda multiplicando uno de paso bajo por uno de paso alto, en el que la frecuencia de corte del de paso bajo sea superior a la del de paso alto.

El opuesto al filtro de paso de banda sería de “rechazo de banda” (bandreject o band-stop), en el que se atenúan las frecuencias de la banda, pero se mantienen las frecuencias fuera de ella.