

# Gráfica de control



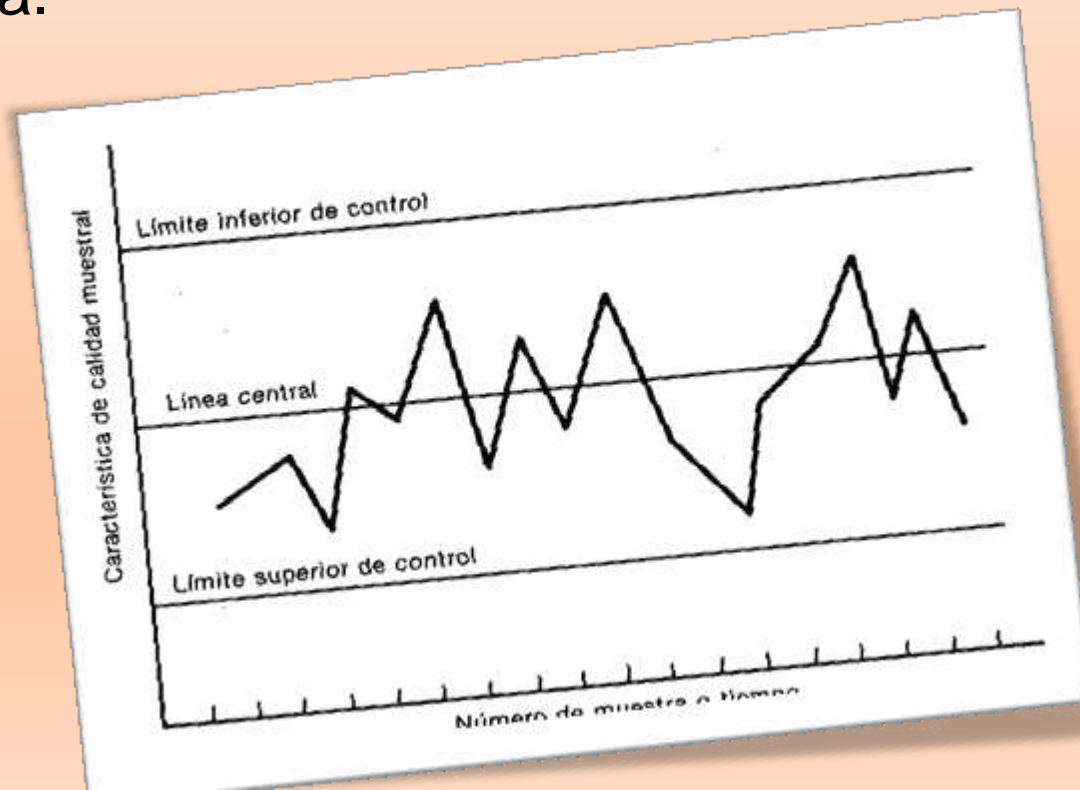
W.A Shewart fue le primero en proponer , en 1924, un grafico de control con el fin de eliminar una variación anormal, distinguiendo las variaciones debidas a causas asignables de aquellas debidas a causas al azar.

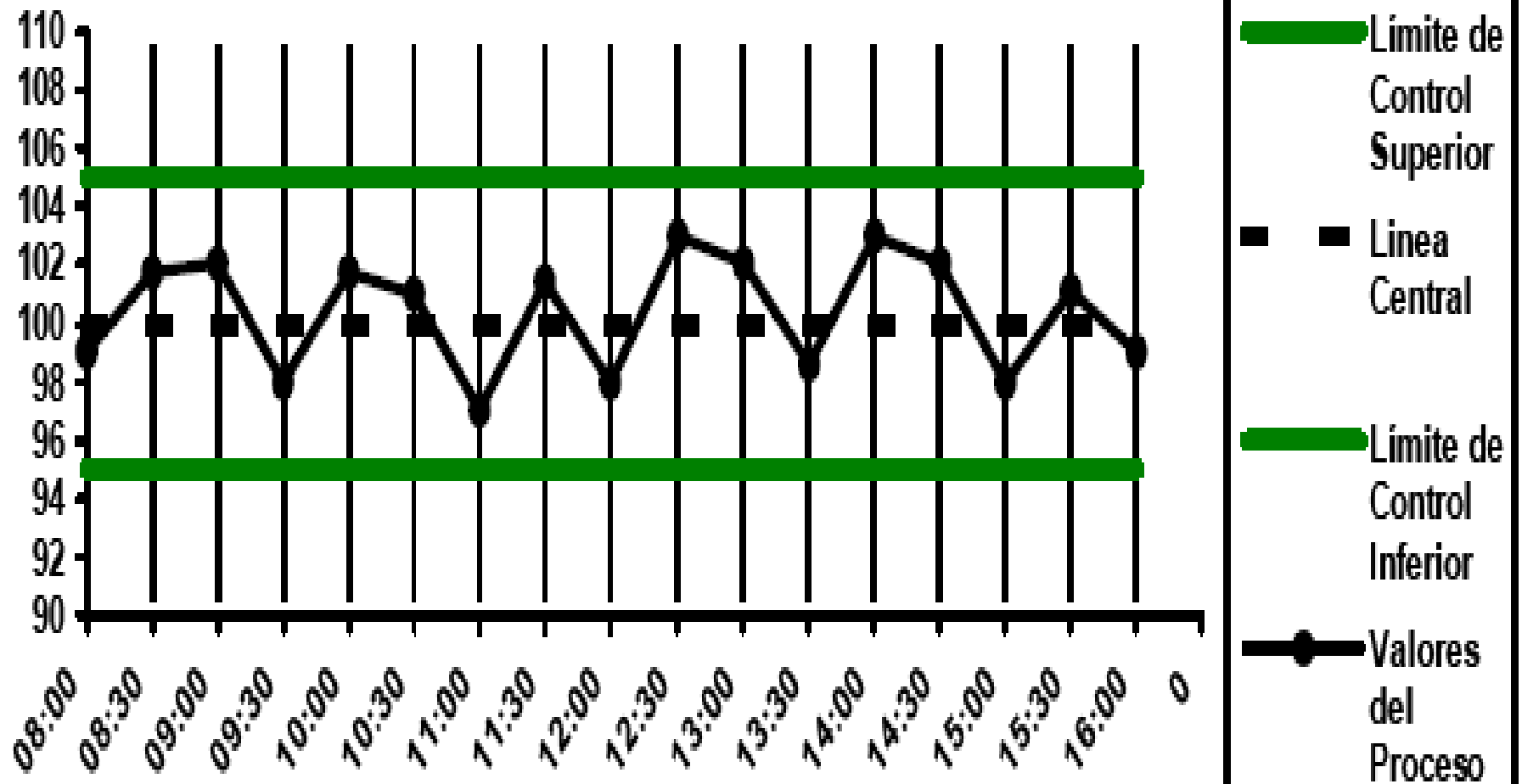
# *¿Qué es una grafica de control?*

Consiste en una línea central, un par de limites de control, uno de ellos colocado por encima de la línea central, y otro por debajo, y en uno de los valores característicos registrados en la grafica que representa el estado del proceso.

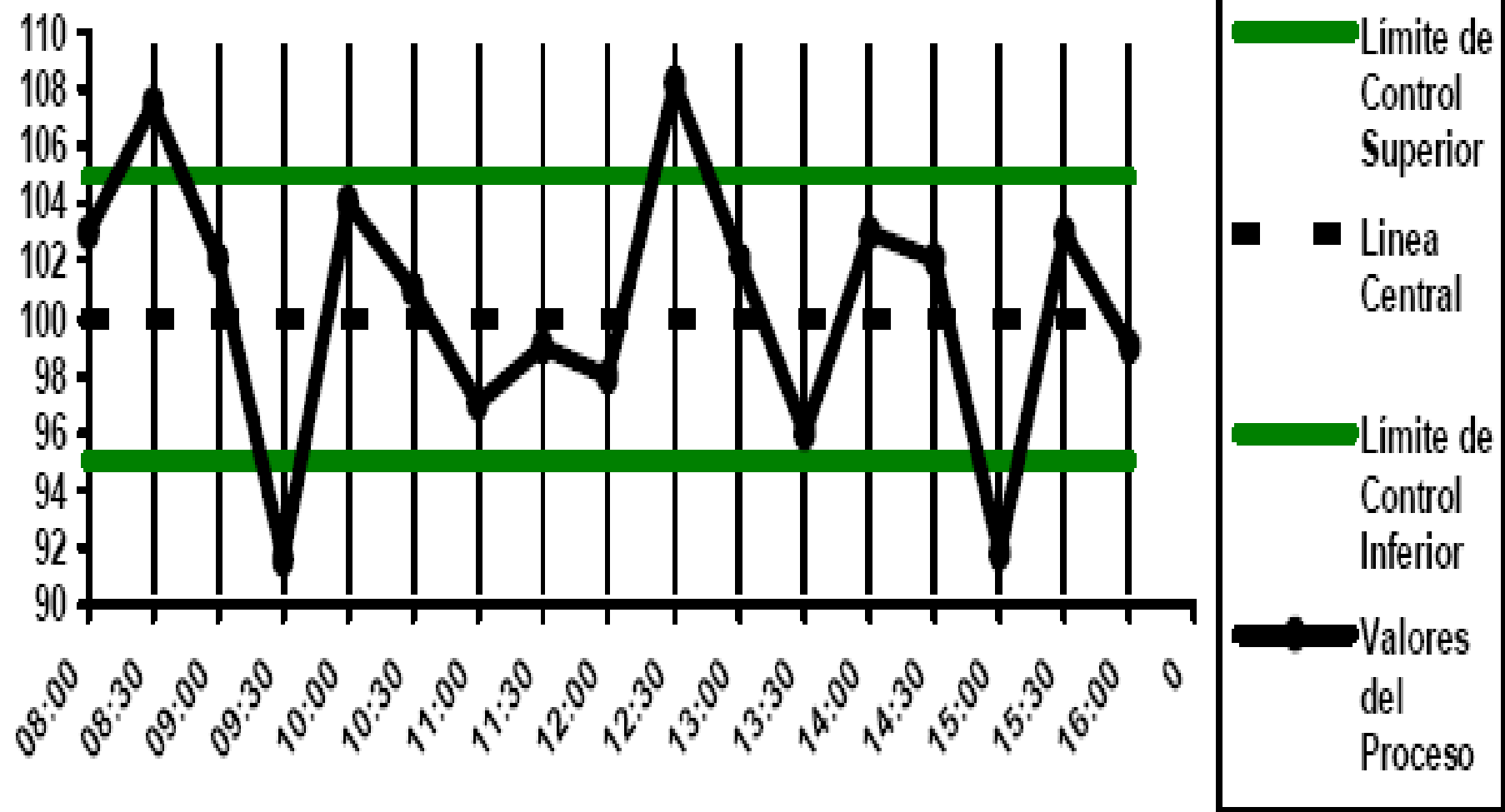
Si todos los valores ocurren dentro de los limites de control sin ninguna tendencia especial, se dice que el proceso esta en estado controlado; pero si ocurren fuera de los limites de control, se dice que el proceso esta fuera de control.

Un gráfico de control es un dibujo para determinar si el modelo de probabilidad (variabilidad) es estable o cambia a lo largo del tiempo. Hay distintos tipos de gráficos de control referidos a distintas pautas de variabilidad. Pero todos tienen unas características comunes y se interpretan de la misma manera. En todos los casos es una prueba de hipótesis estadística.





Grafica para estado controlado



Grafica para estado fuera de control

Se presentan variaciones en los productos manufacturados, las cuales tendrán causas. Estas causas se clasifican en los siguientes dos tipos:

Causas no  
asignables o  
causas debidas al  
azar

- Son inevitables en el proceso.
- Estas variaciones dentro de ciertos limites pueden ser totalmente tolerables y no causan reales disminuciones de la calidad del producto.
- Estas variaciones se aceptan, se consideran inherentes al proceso. Son las que originan la distribución gaussiana

Causas  
asignables

- Variaciones anormales, no pertenecen al proceso y no serán aceptadas.
- Originan productos defectuosos, haciendo que la calidad del producto este fuera de los limites que establecen las especificaciones de la calidad del producto.



## ¿Cuál es el objetivo de las graficas de control?

Controlar el proceso, es decir, hacer una grafica que en rigor son dos, una para la exactitud, o sea, la grafica  $\bar{X}$  y otra, para la precisión, esta es la grafica R. La variación debida al azar es a la que se le da seguimiento en las graficas de control.

Debemos conocer la variación debida al azar, para esto se tomaran muestras cada periodo de tiempo preestablecido, de forma que en cada pequeña muestra los factores de variación sean comunes.

Las cantidades a extraer en cada muestra tomada a periodo regulares serán de 3 a 10 unidades siendo las mas frecuentes de 3 a 6 y la mas recomendable es 5.

Hay varias clases de graficas de control, dependiendo de su propósito y de las características de la variable. En cualquier tipo de grafica de control el limite de control se calcula usando la formula:

**Valor promedio  $\pm$  3 x desviación estándar**

Donde la desviación estándar es la variación debida al azar.





# *Tipos de graficas de control*

Hay dos tipos de graficas de control uno para valores continuos y otro para valores discretos. En cada tipo hay varias alternativas para elegir el par de medidores necesarios.

| Valor característico | Nombre  |
|----------------------|---|
| Valor continuo       | $\bar{X}-R$<br>$\bar{X}-\sigma$<br>Gráficas $\tilde{X}-R$<br>$\tilde{X}-\sigma$ |
| Valor discreto       | Gráficas np<br>p<br>u<br>c  |

# *Graficas de valores continuos*

V  
a  
l  
o  
r  
  
c  
o  
n  
t  
i  
n  
u  
o  
s

**Graficas X – R**

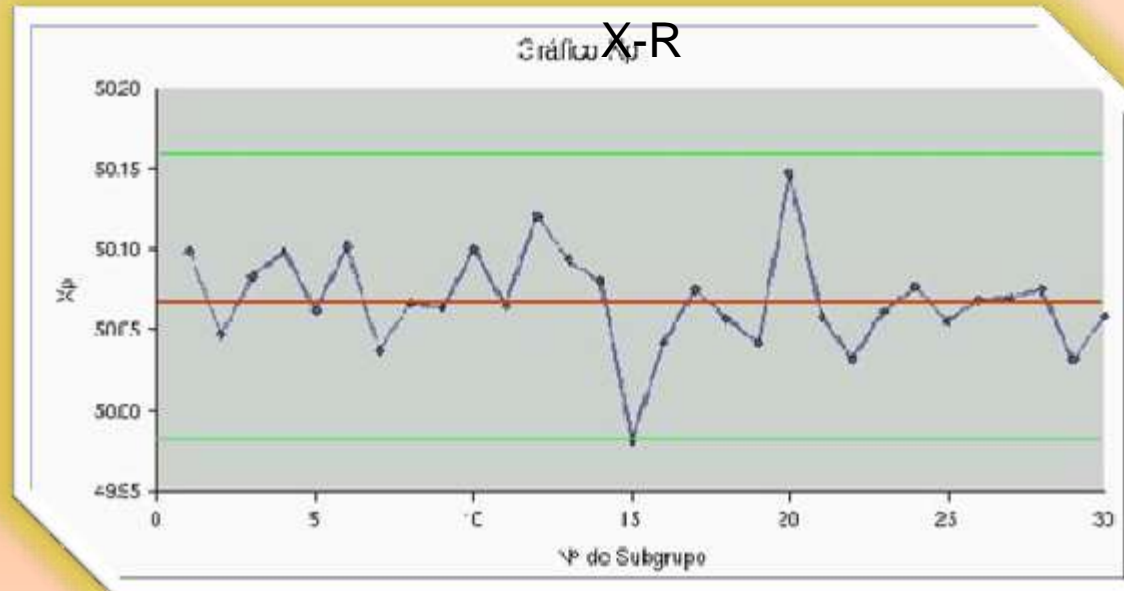
**Graficas X**

| Valor<br>característico | Nombre   |
|-------------------------|--|
| Valor continuo          | Gráfica $\bar{x} - R$ (Valor promedio y rango)<br>Gráfica $x$ (Variable de medida) |

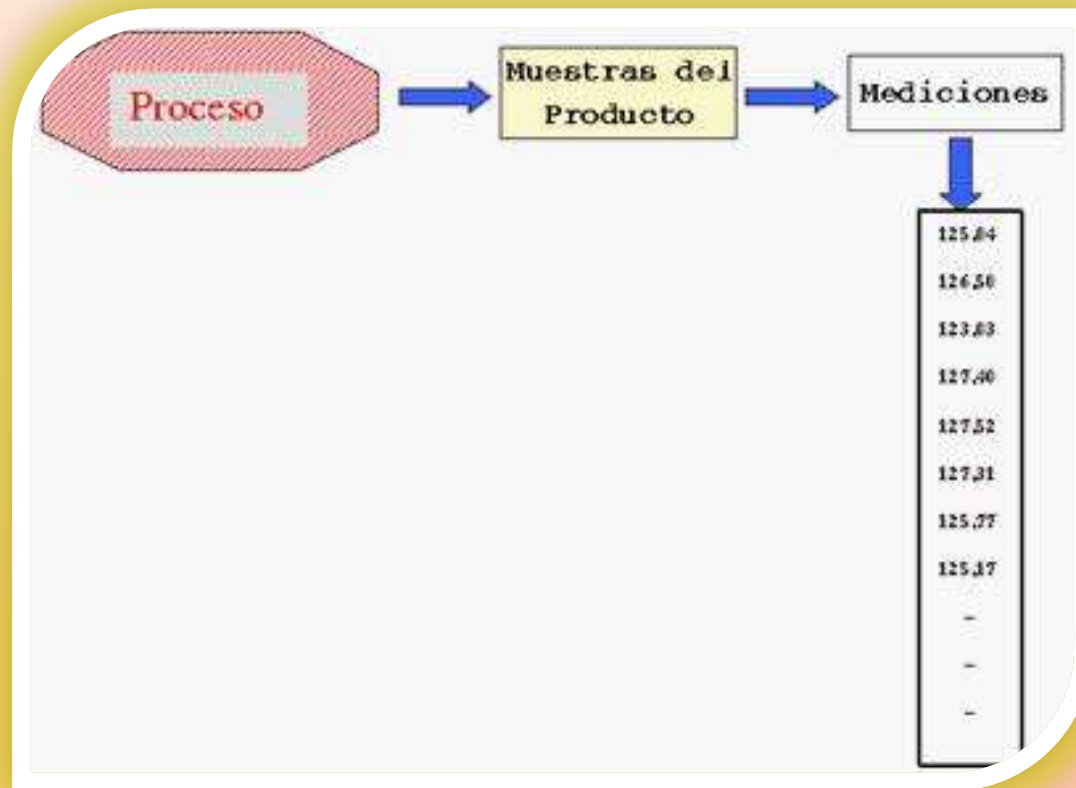
Una variable continua tiene la propiedad de que entre 2 cualesquiera valores observables (potencialmente), hay otro valor observable (potencialmente). Una variable continua toma valores a lo largo de un continuo, esto es, en todo un intervalo de valores. Longitudes y pesos son ejemplos de variables continuas.

## ✓ Gráfica x - R

- Esta se usa para controlar y analizar un proceso en el cual la característica de calidad del producto que se está midiendo toma valores continuos, tales como longitud, peso o concentración

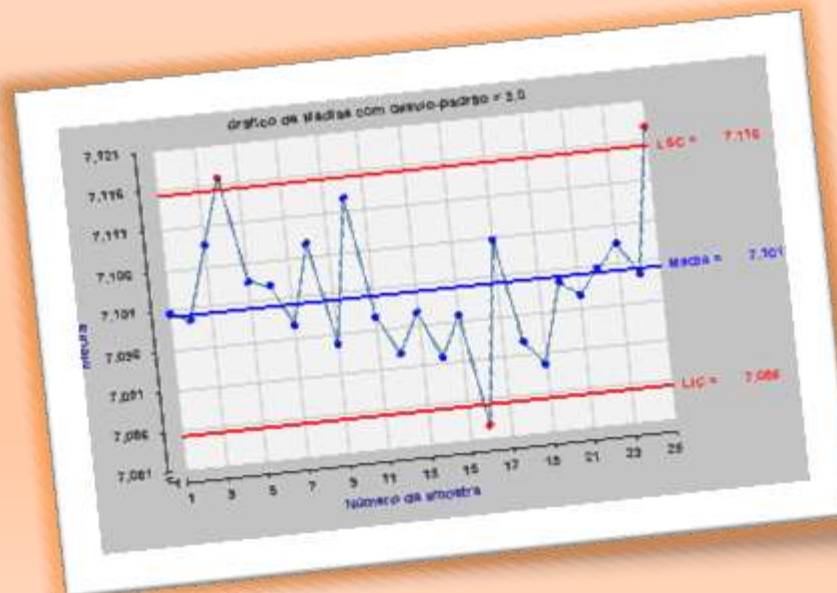


- Los gráficos x-R se utilizan cuando la característica de calidad que se desea controlar es una variable continua.



## GRAFICA X-R.

Para obtener la gráfica de medias y rangos es necesario que la característica del producto se haya definido con tipo de análisis Variable y tamaño de subgrupo igual o mayor a 2. Cada punto de la gráfica de Medias es el promedio de las muestras de un subgrupo. Cada punto de la gráfica de Rangos es la diferencia entre el valor máximo y el mínimo de cada subgrupo. Los límites de control se calculan a partir del Rango promedio y delimitan una zona de 3 desviaciones estándar de cada lado de la media.



## ✓ Gráfica x

- Una grafica X debe usarse en combinación con una grafica R para controlar la variación dentro de un subgrupo.
- Cuando los datos de un proceso se registran durante intervalos largos o los sub grupos de datos no son efectivos, se grafica cada dato individualmente y esa gráfica puede usarse como gráfica de control



# Tipos de graficas de control

| Tipo de gráfica<br>de control          | Límite superior de control (LCs),<br>Línea central (LC),<br>Límite inferior de control (LCi)       |
|--|--|
| Valor continuo – promedio<br>$\bar{x}$ | $LCs = \bar{\bar{x}} + A_2 \bar{R}$<br>$LC = \bar{\bar{x}}$<br>$LCi = \bar{\bar{x}} - A_2 \bar{R}$ |
| Valor continuo – rango<br>$R$          | $LCs = D_4 \bar{R}$<br>$LC = \bar{R}$  |

$$LCi = D_3 \bar{R}$$

|  |  |
|--|--|
| Valor continuo – valor medido<br>$\bar{x}$ | $LCs = \bar{\bar{x}} + 2.66 \bar{R}_s$<br>$LC = \bar{\bar{x}}$<br>$LCi = \bar{\bar{x}} - 2.66 \bar{R}_s$ |
|--|--|

## Valor continuo - promedio $(\bar{x} - R)$

Teniendo en cuenta que  $\hat{\sigma}_{\bar{x}} = \hat{\sigma} / \sqrt{n}$ , entonces

$$\text{LSC} = \bar{\bar{x}} + \frac{k}{d_2\sqrt{n}} \bar{R}$$

$$\text{Línea central} = \bar{\bar{x}}$$

$$\text{LIC} = \bar{\bar{x}} - \frac{k}{d_2\sqrt{n}} \bar{R}$$

La constante k puede tomar cualquier valor positivo; el valor más usual es 3.

Llamamos  $A_2$  a

$$A_2 = \frac{3}{d_2\sqrt{n}}$$

es una cantidad constante que depende solamente del tamaño de la muestra. Es posible poner los límites de esta forma

$$\text{LSC} = \bar{\bar{x}} + A_2 \bar{R}$$





$$\text{Línea Central} = \bar{\bar{X}}$$

$$\text{LIC} = \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R}$$

Los valores de  $d_2$  y  $A_2$  están tabulados,

**Tabla para calcular los parámetros de los diagramas de control de características variables de calidad**

| Nº observac.<br>En la muestra<br>n | Gráfico $\bar{X}$<br>Límites de control |       |
|------------------------------------|---|-------|
|                                    | $d_2$                                   | $A_2$ |
| 2                                  | 1,128                                   | 1,880 |
| 3                                  | 1,693                                   | 1,023 |
| 4                                  | 2,059                                   | 0,729 |
| 5                                  | 2,326                                   | 0,577 |
| 6                                  | 2,534                                   | 0,483 |
| 7                                  | 2,704                                   | 0,419 |
| 8                                  | 2,847                                   | 0,373 |
| 9                                  | 2,970                                   | 0,337 |
| 10                                 | 3,078                                   | 0,308 |

# *Gráficas de medias y rangos*

## ○ Gráfica de rangos:

$$LC = \bar{R}$$

$$LSC = D_4 \bar{R}$$

$$LSC = D_3 \bar{R}$$

R: Es la media de los rangos de las muestras.

$D_3$  y  $D_4$ : Son parámetros para los gráficos de control y depende del tamaño de la muestra (n).

## GRÁFICAS DE MEDIAS Y RANGOS

- **Gráfica de medias:** antes de calcular los límites es necesario que esté bajo control la gráfica de rangos.

$$LC = \bar{x}$$

$$LSC = \bar{x} + A_2 \bar{R}$$

$$LSC = \bar{x} - A_2 \bar{R}$$

R: Es la media de los rangos de las muestras

$A_2$ : Es un parámetro para los gráficos de control y depende del tamaño de la muestra (n)

## GRÁFICAS DE MEDIAS Y RANGOS

- $\sigma$  se puede obtener a partir de los datos recopilados, pero generalmente se obtiene de la información proporcionada por la gráfica de un *proceso bajo control*.

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2}$$

**Tabla para calcular los parámetros de los diagramas de control de características variables de calidad**

| <i>Tamaño de la muestra</i> | <i>Gráfico de R</i>  |                      |                      |
|-----------------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| <i>N</i>                    | <i>d<sub>3</sub></i> | <i>D<sub>3</sub></i> | <i>D<sub>4</sub></i> |
| 2                           | 0.853                | 0                    | 3.267                |
| 3                           | 0.888                | 0                    | 2.574                |
| 4                           | 0.880                | 0                    | 2.282                |
| 5                           | 0.864                | 0                    | 2.114                |
| 6                           | 0.848                | 0                    | 2.004                |
| 7                           | 0.833                | 0.076                | 1.924                |
| 8                           | 0.820                | 0.136                | 1.864                |
| 9                           | 0.808                | 0.184                | 1.816                |
| 10                          | 0.797                | 0.223                | 1.777                |

## *Valor discreto o gráficos por atributos*

Puede controlar características no medibles. Se entiende como atributo a la propiedad que tiene una unidad de producto de ser buena o mala. Se relaciona con las normas de aceptación y rechazo.

Estos gráficos señalan las características de calidad causantes de problemas.

## *Grafica pn y grafica p.*

Esta grafica se usa cuando las características de calidad se representa por el numero de unidades defectuosas. Para una muestra de tamaño constante, se usa una grafica pn del numero de unidades defectuosas, mientras que una grafica p de la fracción de defectos se usa para una muestra de tamaños variables.

Grafica pn: numero de unidades defectuosas

Grafica p: fracción de unidades defectuosas

**Tipo de gráfica  
de control**

Límite superior de control (LCs),  
Línea central (LC),  
Límite inferior de control (LCi)

Valor discreto – número  
de unidades defectuosas

$$pn$$

$$LCs = \bar{p}n + 3\sqrt{\bar{p}n(1 - \bar{p})}$$

$$LC = \bar{p}n$$

$$LCi = \bar{p}n - 3\sqrt{\bar{p}n(1 - \bar{p})}$$

Valor discreto – fracción  
de unidades defectuosas

$$p$$

$$LCs = \bar{p} + 3\sqrt{\bar{p}(1 - \bar{p})/n}$$

$$LC = \bar{p}$$

$$LCi = \bar{p} - 3\sqrt{\bar{p}(1 - \bar{p})/n}$$

n= numero de unidades usadas en cada prueba, es un valor constante en cada prueba realizada



$$\bar{p} = \frac{pn}{KN}$$

Donde:

pn= total de unidades defectuosas

K= numero de pruebas realizadas

N= numero de muestras tomadas en cada muestra, este valor debe ser constante en cada prueba.

Gráfico de control p

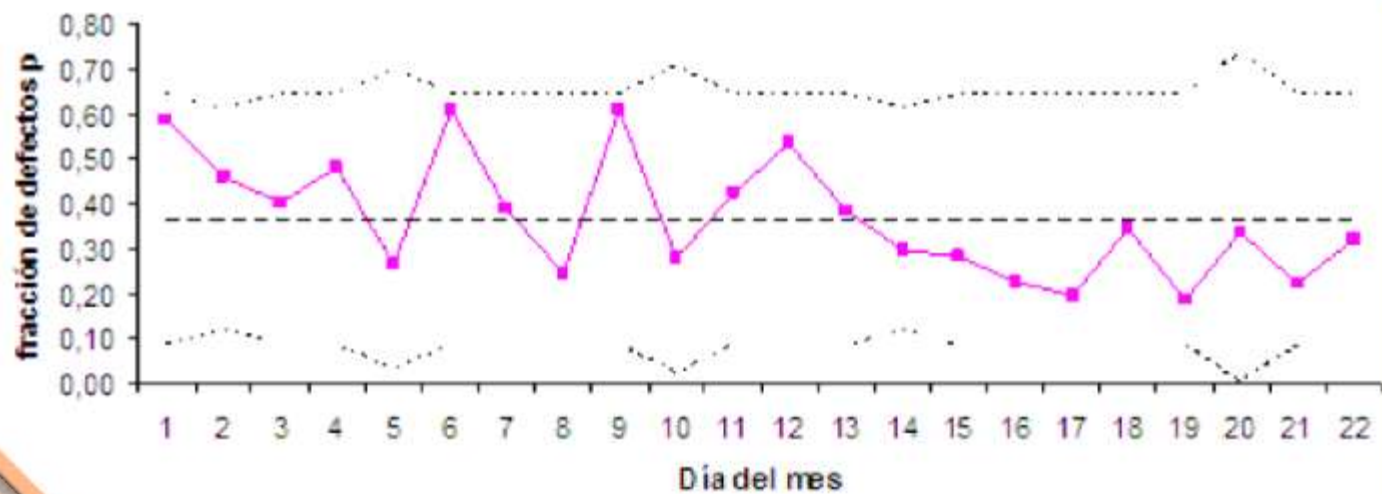
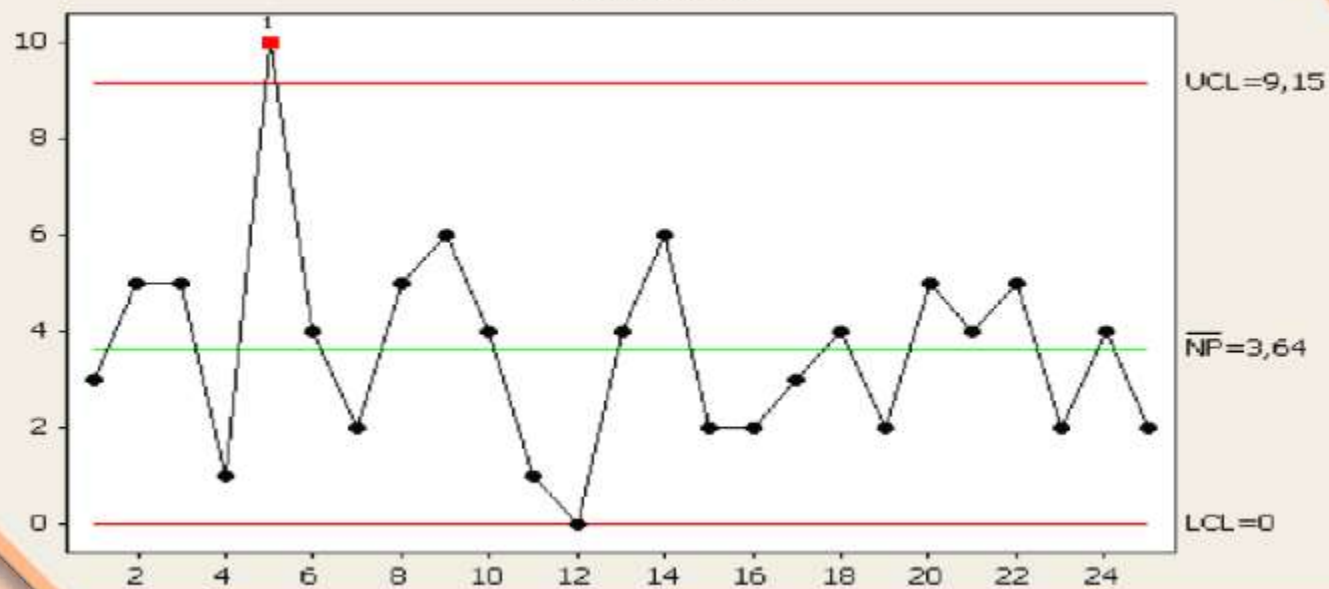


gráfico np



## *Grafica u.*

La variable U representa el promedio de errores por unidad, se define como el cociente del número total de errores X de la muestra (la cual es una variable de Poisson), dividido por el tamaño de la muestra n.

$$U = \frac{X}{n}$$

X= número total de errores de la muestra

n= tamaño de la muestra o piezas utilizadas en cada prueba, es un valor constante.

La media y la varianza de este variable U son:

$$E(U) = E\left(\frac{X}{n}\right) = \frac{E(X)}{n} = \frac{c}{n} \approx \bar{U}$$

$$\text{Var}(U) = \text{Var}\left(\frac{X}{n}\right) = \frac{\text{Var}(X)}{n^2} = \frac{c}{n^2} = \frac{E(U)}{n} \approx \frac{\bar{U}}{n}$$

Donde  $\bar{U}$  es el estimador de U, y se calcula de la siguiente forma:

$$\bar{U} = \frac{\sum_{i=1}^m d_i}{mn}$$

Donde  $d_i$  es el número de defectos para la muestra  $i$ ,  $m$  es el número de muestras y  $n$  es el tamaño de cada muestra.

**Tipo de grafica de control**

**LCs: limite de control superior**

**LCi: limite de control inferior**

**LC: línea central**

Grafica U, promedio de defectos por unidad

$$LCS = \bar{U} + 3\sqrt{\frac{\bar{U}}{n}}$$

$$LC = \bar{U}$$

$$LCI = \bar{U} - 3\sqrt{\frac{\bar{U}}{n}}$$

## *Grafica C.*

Se llama grafica de control para cantidad de defectos. Es el equivalente para el graficas  $\bar{U}$  de control para

Es una alternativa practica cuando todas las muestras tienen el mismo tamaño  $n$ . Es eficaz cuando la cantidad de defectos posibles en una unidad es grande pero el porcentaje correspondiente a un solo defecto es pequeño.

Para la aplicación del gráfico de control  $c$ , suponemos que lo siguiente se cumple:

❑ La probabilidad de que ocurra un defecto es,  $p$ , un valor muy pequeño. Además de que los defectos ocurren en forma independiente, es decir, el que ocurra un defecto no afecta la probabilidad de que ocurran los siguientes defectos.

❑ Las muestras tienen las mismas áreas de oportunidad para los defectos, es decir, las piezas deben ser del mismo tipo y tamaño. Esto es, no considerar piezas de diferente tamaño, unas demasiado grandes y otras demasiado pequeñas. No considerar números variables  $n$  de tamaño de muestra.

❑ El número de defectos es bastante mayor al parámetro  $c$ .

❑ Todos los defectos están bien definidos.

Si esto se cumple, la distribución de Poisson con parámetro  $\lambda$  como número promedio de defectos, puede ser utilizada para modelar el número de defectos en muestras de tamaño constante.

La media y varianza de la distribución de Poisson, es el mismo parámetro  $\lambda$ , es decir:

$$E(c) = \lambda; \quad \text{Var}(c) = \lambda$$

Si tenemos  $m$  muestras, el parámetro  $c$ , puede ser estimado de la fórmula que se muestra a continuación:

$$\bar{c} = \sum_{i=1}^m c_i / m$$

Donde  $c_i$  es el número de defectos por muestra.



Tipo de gráfica  
de control

Límite superior de control (LCs),  
Línea central (LC),  
Límite inferior de control (LCi)

Valor discreto – número  
de defectos

$c$

$$LCs = \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}}$$

$$LC = \bar{c}$$

$$LCi = \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}}$$

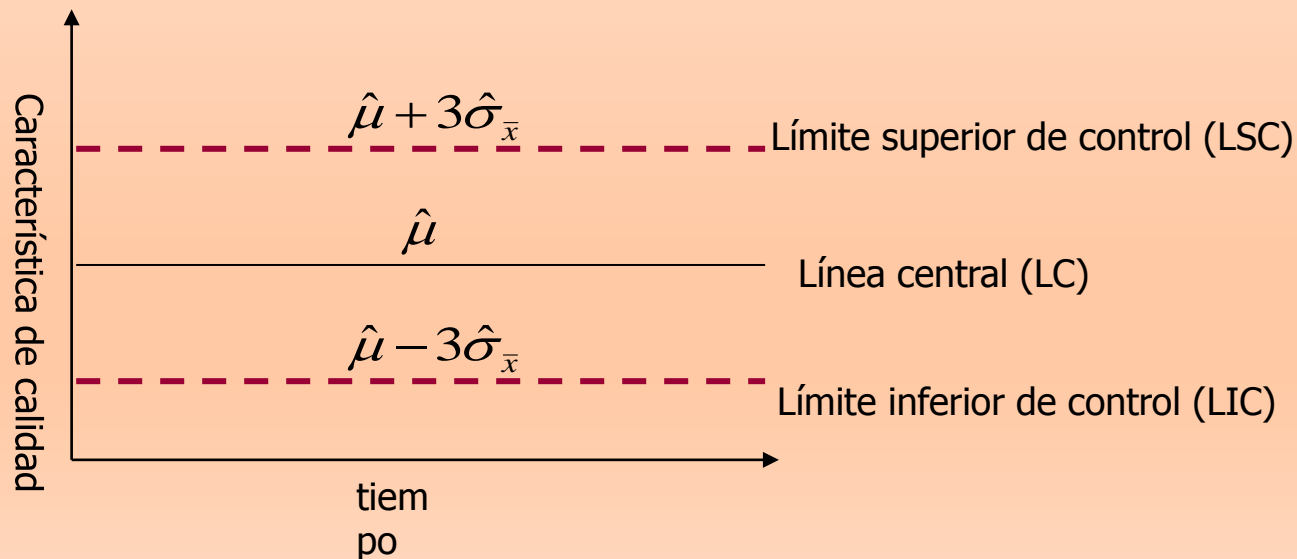
$\bar{c}$  = cifra de defectos.

# Conclusión

- Las gráficas de control nos muestran cómo se compara una característica a través del tiempo.
- Si todos los puntos están dentro de los límites y no siguen un patrón específico, se dice que el proceso está *bajo control o bajo control estadístico*.
- Los límites de control dependen del comportamiento de los datos.

## ○ Los gráficos de control son herramientas estadísticas






- Muy simples de construir
- Simples de utilizar
- Muy útiles para controlar tendencias y la estabilidad de un proceso analítico.



# *Ejemplos de graficas de valor*

## *continuo*

Supongamos que tenemos una máquina inyectora que produce piezas de plástico, por ejemplo de PVC. Una característica de calidad importante es el peso de la pieza de plástico, porque indica la cantidad de PVC que la máquina inyectó en la matriz. Si la cantidad de PVC es poca la pieza de plástico será deficiente; si la cantidad es excesiva, la producción se encarece porque se consume más materia prima. Entonces, en el lugar de salida de las piezas, hay un operario que cada 30 minutos toma una, la pesa en una balanza y registra la observación:

|        |   |   |   |   |   |
|--------|---|---|---|---|---|
| pieza: | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   |
|        |  |  |  |  |  |

20 muestras de  $n = 8$  han sido tomadas en el proceso. La media del rango para las 20 muestras es de 0,016 gr y la media de las medias de las muestras 3 gr.

Determinar los límites de control para este proceso.

$$\bar{x} = 3 \text{ gr} \quad \bar{R} = 0,016 \text{ gr} \quad n = 8: A_2 = 0,37 \quad D_4 = 1.564 \quad D_3 = 0.136$$

Gráfico de Medias

$$LC = \bar{x} = 3 \text{ gr}$$

$$LSC = \bar{x} + A_2 \bar{R} = 3 + (0.37 * 0.016) = 3.006 \text{ gr}$$

$$LSC = \bar{x} - A_2 \bar{R} = 3 - (0.37 * 0.016) = 2.994 \text{ gr}$$

Gráficos de Rango

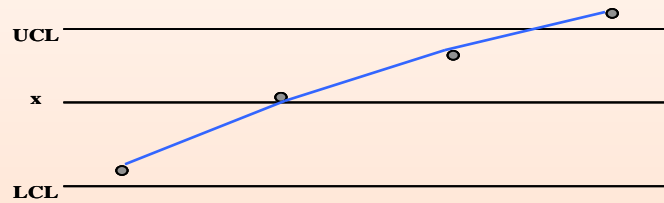
$$LC = \bar{R} = 0.016 \text{ gr}$$

$$LSC = D_4 \bar{R} = 1.564 * 0.016 = 0.025 \text{ gr}$$

$$LSC = D_3 \bar{R} = 0.136 * 0.016 = 0.0022 \text{ gr}$$

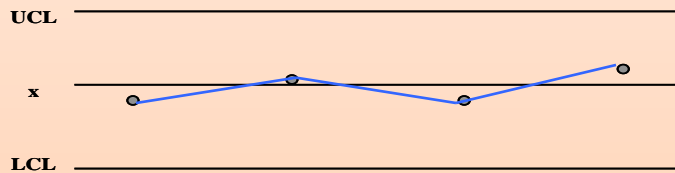
GRÁFICO  $\bar{x}$

EJEMPLO



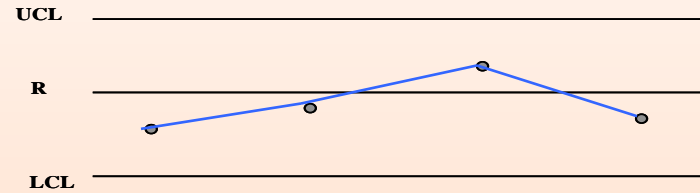
Detecta variaciones

EJEMPLO

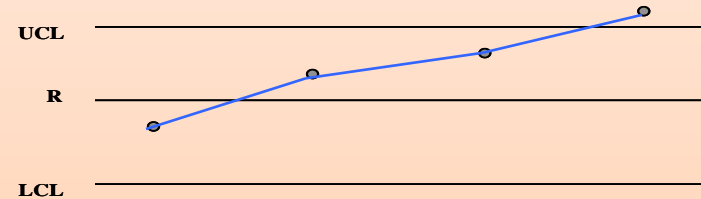


No detecta variaciones

GRÁFICO R



No detecta variaciones: el gráfico falla para indicar un problema



Detecta el aumento de la variación

## Usando los gráficos de la media y del recorrido

Los dos tipos de gráficos de control proveen de diferentes perspectivas del proceso.

El gráfico de control de la media es sensible a los cambios en la media del proceso y el de recorrido es sensible a la dispersión del proceso.

Lo lógico sería utilizar los dos tipos de gráficos para controlar el mismo proceso.

# GRÁFICOS DE CONTROL POR ATRIBUTOS

## ○ Ejemplo:

Usando la siguiente información construir el gráfico de control que describa el 95.5% de posible variación en el proceso cuando el proceso está bajo control. Cada muestra contiene 100 observaciones.

| Muestra | Nº Defectos | Muestra | Nº Defectos |
|---------|-------------|---------|-------------|
| 1       | 14          | 11      | 8           |
| 2       | 10          | 12      | 12          |
| 3       | 12          | 13      | 9           |
| 4       | 13          | 14      | 10          |
| 5       | 9           | 15      | 11          |
| 6       | 11          | 16      | 10          |
| 7       | 10          | 17      | 8           |
| 8       | 12          | 18      | 12          |
| 9       | 13          | 19      | 10          |
| 10      | 10          | 20      | 16          |
|         |             |         | 220         |

# GRÁFICOS DE CONTROL POR ATRIBUTOS

- $p = 220 / (20 \cdot 100) = 0.11$

$$\sigma_p = ((0.11 \cdot (1 - 0.11)) / 100)^{1/2} = 0.03$$

$$\text{Límite superior UCL}_p = 0.11 + (2 \cdot 0.03) = 0.17$$

$$\text{Límite inferior LCL}_p = 0.11 - (2 \cdot 0.03) = 0.05$$

Si dibujamos los límites de control y la fracción de defectuosos para cada muestra podemos observar que el proceso inicialmente está bajo control, aunque la última observación está muy cerca del límite superior.



# GRÁFICOS DE CONTROL POR ATRIBUTOS

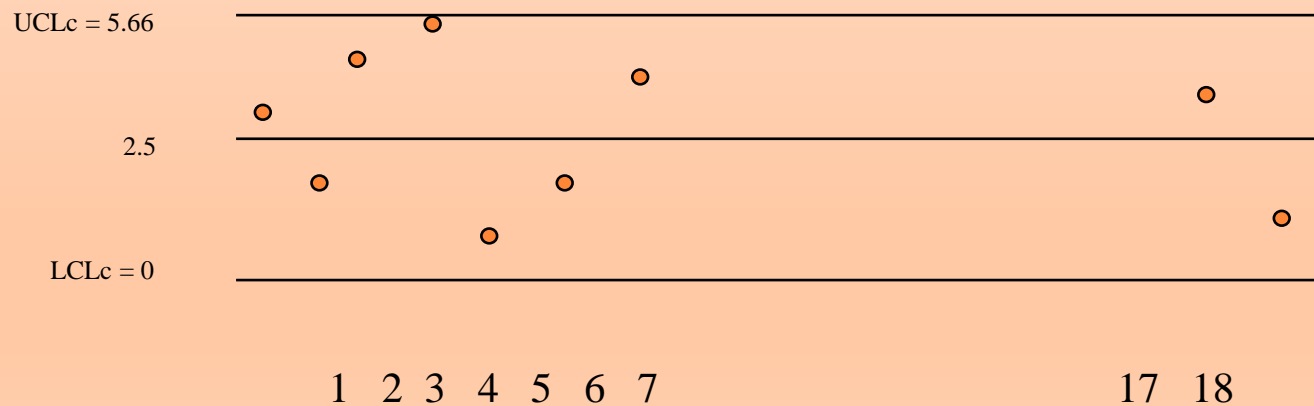
## ○ Ejemplo:

Unos rollos de cable han sido controlados usando un gráfico c. 18 rollos han sido examinados y el número de defectos por rollo ha quedado recogido en la siguiente tabla. ¿Está el proceso bajo control?

| Muestra | Nº Defectos | Muestra | Nº Defectos | Muestra | Nº Defectos |
|---------|-------------|---------|-------------|---------|-------------|
| 1       | 3           | 7       | 4           | 13      | 2           |
| 2       | 2           | 8       | 1           | 14      | 4           |
| 3       | 4           | 9       | 2           | 15      | 2           |
| 4       | 5           | 10      | 1           | 16      | 1           |
| 5       | 1           | 11      | 3           | 17      | 3           |
| 6       | 2           | 12      | 4           | 18      | 1           |
|         |             |         |             |         | 45          |

# GRÁFICOS DE CONTROL POR ATRIBUTOS

- La media del número de defectos  $c = 45/18 = 2,5$
- Los límites de control son
  - $UCLc = 2,5 + 2 \cdot 2,5 = 5,66$
  - $LCLc = 2,5 - 2 \cdot 2,5 = -0,66 = 0$
- Defectos por unidad



# *Bibliografía*

- Gestión de calidad en las pymes agroalimentarias, editorial Universidad Politécnica de Valencia, Juan A. Serra Belenguer, Graciela Bugueño Bugueño, Valencia España, págs. 95-98.
- Manual de control estadístico de calidad: teoría y aplicaciones, Pablo Juan Verdoy, Santiago Sagasta Pellicer, y otros, editorial treballs , 2006, págs. 130-174.
- Control de calidad: teoría y aplicaciones, Bertrand L. Hansen, Prabhakar M. Ghare, ediciones Díaz de Santos, Madrid España, 1990, págs. 163-180.
- Herramientas estadísticas básicas para el mejoramiento de la calidad, Hitoshi Kume, grupo editorial Norma, págs. 67-98.

# *Preguntas*

**1) ¿ Quien fue el primero que propuso las graficas de control y en que año ?**

❖ W.A Shewart fue le primero en proponer , en 1924

**2) ¿ Que es un grafica de control ?**

❖ Un gráfico de control es un dibujo para determinar si el modelo de probabilidad (variabilidad) es estable o cambia a lo largo del tiempo

**3) ¿Cuales y cuantos tipos de causas presenta variaciones y pueden estar en los producto manufacturados ?**

❖ Causas no asignables o causas debidas al azar

❖ Causas asignables

#### 4) ¿Cuales son las graficas que forman parte de las graficas de control?

- ❖ Valor continuo
- ❖ Valor discreto

#### 5.- ¿Graficas que forman parte de valores continuos y para que sirven una de ellas ?

- ❖ **Graficas X – R** (Esta se usa para controlar y analizar un proceso en el cual la característica de calidad del producto que se está midiendo toma valores continuos)
- ❖ **Graficas X** (Cuando los datos de un proceso se registran durante intervalos largos o los sub grupos de datos no son efectivos)

#### 6.- En que consiste las graficas de valor discreto y da un ejemplo de las graficas que las conforman

Se entiende como atributo a la propiedad que tiene una unidad de producto de ser buena o mala.

- ❖ Grafica C
- ❖ Grafica u
- ❖ Grafica pn y grafica p