

# Física integral

1. [Fundamentos generales](#)
2. [Sistema Internacional de Unidades \(S.I.\)](#)
3. [Análisis vectorial](#)
4. [Cinemática](#)
5. [Movimiento vertical caída libre](#)
6. [Estática](#)
7. [Dinámica](#)
8. [Trabajo mecánico. Potencia y energía mecánica](#)
9. [Oscilaciones: M.A.S. Péndulo simple](#)
10. [Cantidad de movimientos e impulso ondas mecánicas](#)
11. [Hidrostática](#)
12. [Fenómenos térmicos](#)
13. [Dilatación térmica](#)
14. [Electrostática](#)
15. [Electrodinámica](#)
16. [Magnetismo](#)
17. [Inducción electromagnética](#)
18. [Ondas electromagnéticas](#)

## Introducción

Este libro nace como una necesidad en el mercado peruano e internacional.  
Empieza desde cero hasta determinada  
Complejidad

### Fundamentos generales

#### CONCEPTO

Desde que la palabra “Física” proviene del término “Physis”, que significa “Naturaleza”, en sus inicios, más o menos hasta principios del siglo XIX, la Física se consideró como una Ciencia que estudiaría todos los fenómenos naturales. Pero a partir del siglo XIX, se redujo su campo, limitándola al estudio de los llamados “Fenómenos Físicos”, el resto de fenómenos pasaron a formar parte de otras ciencias naturales.

La física es una ciencia natural encargada de estudiar los fenómenos físicos que ocurren en la naturaleza, sistematizándolos a través de leyes físicas determinadas.

#### Fenómeno Físico:

Es todo cambio y/o transformación que experimentan ciertos cuerpos sin alterar su estructura íntima. Es decir, son cambios reversibles.

Por ejemplo:

- Los cambios de estado
- El movimiento de los cuerpos
- La dilatación de los cuerpos, etc.

### Análisis Dimensional

#### **Magnitud Física**

Es todo aquello que puede ser medido con cierto grado de precisión usando para ello una unidad de medida patrón convencionalmente establecida.

Las magnitudes físicas, se clasifican en:

#### **I. SEGÚN SU ORIGEN**

##### 1. Magnitudes Fundamentales

Son aquellas magnitudes que sirven de base para fijar las unidades y en función de las cuales se expresan las demás magnitudes.

##### 2. Magnitudes Derivadas

Son aquellas que pueden ser expresadas en función de las magnitudes fundamentales.

#### **II. SEGUN SU NATURALEZA**

##### 1. Magnitudes Escalares:

Son aquellas que quedan perfectamente definidas mediante un número real y su correspondiente unidad de medida.

Ejemplo:  $-10^{\circ}\text{C}$ ; 5kg; etc.

## 2. Magnitudes Vectoriales

Son aquellas que además de conocer su valor, se requiere de su dirección y sentido para quedar perfectamente definidas.

Ejemplo:

- La Velocidad
- La Aceleración
- La Fuerza, etc.

## Sistema Internacional de Unidades (S.I.)

Considera siete magnitudes fundamentales y dos auxiliares.

Magnitud	Símb	Unidad	Abreviatura
Longitud	L	Metro	m
Masa	M	Kilogramo	Kg
Tiempo	T	Segundo	s
Intensidad de Corriente Eléctrica	I	Ampere	A
Temperatura	$\theta$	Kelvin	K
Intensidad Luminosa	J	Candela	cd
Cantidad de Sustancia	N	Mol	mol

## Ecuación Dimensional

Es aquella igualdad matemática que sirve para relacionar las dimensiones de las magnitudes físicas fundamentales, para obtener las magnitudes derivadas y fijar así sus unidades, además permite verificar si una fórmula o ley física, es o no correcta, dimensionalmente.

### Notación:

Se usa un par de corchetes, así:

[ ] se lee "Ecuación Dimensional De"

Ejemplo:

[B] : Ecuación dimensional de la magnitud física B

## **ECUACIONES DIMENSIONALES MAS CONOCIDAS**

1. [AREA] =  $L^2$
2. [VOLUMEN] =  $L^3$
3. [VELOCIDAD] =  $LT^{-1}$
4. [ACELERACION] =  $LT^{-2}$
5. [FUERZA] =  $MLT^{-2}$
6. [TRABAJO] =  $ML^2T^{-2}$
7. [POTENCIA] =  $ML^2T^{-3}$
8. [PRESION] =  $ML^{-1}T^{-2}$
9. [CALOR] =  $ML^2T^{-2}$
10. [ENERGIA] =  $ML^2T^{-2}$
11. [TORQUE] =  $ML^2T^{-2}$
12. [MOMENTUM LINEAL] =  $MLT^{-1}$
13. [IMPULSO] =  $MLT^{-1}$
14. [CAUDAL] =  $L^3T^{-1}$
15. [VELOCIDAD ANGULAR] =  $T^{-1}$
16. [ACELERACION ANGULAR] =  $T^{-2}$
17. [CARGA ELECTRICA] = IT
18. [RESISTENCIA ELECTRICA] =  $ML^2T^{-3}I^{-2}$

19. [POTENCIAL ELÉCTRICO]

$$= ML^2T^{-3}I^{-1}$$

20. [CAPACIDAD ELÉCTRICA]

$$= M^{-1}L^{-2}T^4I^2$$

### PROPIEDADES DE LAS ECUACIONES DIMENSIONALES

1º Todo número expresado en cualquiera de sus formas tiene como dimensión a la unidad.  
Ejemplo:

$$[\cos 74^\circ] = 1 \Rightarrow [\sqrt{5}] = 1$$

$$[2\pi] = 1$$

$$\left[ \sqrt{3} - \frac{\pi}{2} \right] = 1$$

2º Sólo se podrá sumar o restar magnitudes de la misma especie y el resultado de dicha operación será igual a la misma magnitud.

Ejm.:

$$3m + 2m = 5m$$

$$[3m] + [2m] = [5m]$$

$$L + L = L$$

Ejemplo:

$$8S - 5S = 3S$$

$$[8S] - [5S] = [3S]$$

$$T - T = T$$

3º Si una fórmula física es dimensionalmente correcta u homogénea, todos los términos de dicha ecuación deben ser dimensionalmente iguales.

Así: sea la fórmula física:

$$P + Q = R - S$$

$$\therefore [P] = [Q] = [R] = [S]$$

### Ejemplos de Aplicación

1. Si:  $x = 8mg \log 12$

Donde

m: masa

g: aceleración de la gravedad

¿Qué dimensiones tendrá x?

#### Solución:

$$[x] = [8mg \log 12]$$

Recordemos que:

$$[8] = 1 \Rightarrow [\log 12] = 1$$

Luego, tendremos:

$$[x] = [mg]$$

$$[x] = \text{MLT}^{-2}$$

2. Si:

$$X = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{A\pi}}{vt \cos \alpha}$$

Donde:

A = área; t = período;

v = volumen.

Hallar las dimensiones de "x"

**Solución:**

$$[x] = \left[ \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{A\pi}}{vt \cdot \cos \alpha} \right]$$

Recuerde:

$$\left[ \frac{1}{2} \right] = 1 \Rightarrow [\pi] = 1$$

$[\cos \alpha] = 1$  Luego:

$$[x] = \left[ \frac{\sqrt{A}}{vt} \right] = \frac{\sqrt{L^2}}{L^3 \cdot T}$$

$$[x] = \frac{L}{L^3 T} = LL^{-3}T^{-1} \Rightarrow \boxed{[x] = L^{-2}T^{-1}}$$

3. Si:

$$P = \frac{\sqrt{3}(3a - a)^2}{(v + 6v)\log^5}$$

Donde:

a = aceleración; v = velocidad

Hallar las dimensiones de "P"

**Solución:**

De la 2º propiedad:

$$[3a - a] = [a] = LT^{-2}$$

$$[6v - v] = [v] = LT^{-1}$$

Luego:

$$[P] = \left[ \frac{a^2}{v} \right] = \frac{(LT^{-2})^2}{LT^{-1}} = \frac{L^2 T^{-4}}{LT^{-1}}$$

$$\therefore [P] = LT^{-3}$$

### **Observación Importante**

Los exponentes de una magnitud siempre son números

Ejemplos:

\* Son correctas:

$$h^2; F^2 t^{-4}; t^5; L^{\cos 30^\circ}$$

\* No son correctas:

$$h^m; F^q; M^t g^F; \pi^n$$

\* Las siguientes expresiones podrían ser correctas, siempre y cuando "x" sea un número

-  $M^{3x}$

-  $F^{4xL}$ ; será correcta si "xL" es un número

En éste caso se cumple:

$$[XL] = 1 \Rightarrow [x] = \frac{1}{L} = L^{-1}$$

Luego:  $M^{2xL} = M^2$

4. Halle las dimensiones de "K" en la siguiente ecuación dimensionalmente correcta.

$$3AK = h^{\frac{-Af}{g}} \cdot \cos \alpha \cdot v$$

Donde:

$h$  : altura ;  $f$  : frecuencia  
 $g$  : gravedad;  $v$  : velocidad

**Solución:**

\* Analizamos el exponente

$$\left[ A \cdot \frac{f}{g} \right] = 1 \Rightarrow [A] = \left[ \frac{g}{f} \right]$$

$$[A] = \frac{L T^{-2}}{T^{-1}} = L T^{-1}$$

Luego, en la expresión inicial:

$$Ak = h^{-1} \cdot v$$

$$L T^{-1} [K] = L^{-1} \cdot L T^{-1}$$

$$\therefore \boxed{[K] = L^{-1}}$$

## PROBLEMAS RESUELTOS

1. Hallar  $[x]$  y  $[z]$  en la siguiente ecuación D.C.

$$\pi \operatorname{tg} \alpha = \frac{(w + w \log 2) + z\sqrt{3}}{(g + g \operatorname{sen} \theta)x}$$

Donde:

w : peso; g = gravedad

### Solución

Aplicamos la 1ª propiedad:

$$1 = \frac{(w + w) + z}{(g + g)x} = \frac{w + z}{gx}$$

Luego:

$$gx = w + z$$

$$\Rightarrow [gx] = [w] = [z]$$

(1)

De (1):

$$[z] = \text{MLT}^{-2}$$

Además :

$$[gx] = [w]$$

$$[x] = \left[ \frac{w}{g} \right] = \frac{\text{MLT}^{-2}}{\text{LT}^{-2}}$$

$\therefore [x] = \text{M}$

2. ¿Qué valor tiene (x-y), si la siguiente ecuación es D.C.?

$$f = k \ell^{-2x^2} \cdot g^{-y}$$

Donde:

$\ell$  : longitud;      g: gravedad

k : constante numérica

### Solución

$$[f] = [k \ell^{-2x^2} \cdot g^{-y}]$$

$$T^{-1} = 1 \cdot (\mathbf{L})^{-2x^2} \cdot (\mathbf{LT}^{-2})^{-y}$$

$$T^{-1} = L^{-2x^2} \cdot L^{-y} T^{2y}$$

$$T^{-1} = L^{-2x^2 - y} \cdot T^{2y}$$

Completamos el primer miembro para tener las mismas magnitudes del segundo miembro, así:

$$L^{\circ} T^{-1} = L^{-2x^2 - y} T^{2y}$$

Igualamos exponentes:

$$\text{De T : } \quad 2y = -1$$

$$Y = -\frac{1}{2}$$

De L :

$$-2x^2 - y = 0 \Rightarrow -2x^2 = y$$

$$-2x^2 = -\frac{1}{2}$$

$$x^2 = \frac{1}{4}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

Luego

$$x - y = \frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$(x - y) = 1$$

3. La ecuación mostrada es D.C. Hallar  $(x + y)$   
 $g = Vt^x (4 + k^{y-x})$

Donde:

t = tiempo;                      v = velocidad

g = gravedad

### Solución

Como es D.C., tenemos:

$$[4] = [K^{y-x}] = 1$$

$$\text{Es decir: } y - x = 0 \Rightarrow y = x$$

Entonces:

$$[g] = [Vt^x]$$

$$LT^{-2} = LT^{-1} T^x = LT^{x-1}$$

Igualando exponentes:

$$x - 1 = -2 \Rightarrow x = -1$$

$$\text{Luego } y = -1$$

$$\therefore \boxed{(x + y) = -2}$$

4. Hallar "θ" si la ecuación mostrada es D.C.

$$t^a \sqrt{\frac{v}{x}} - \pi y = (x + 3\alpha)^{-1} y^{\text{sen}\theta}$$

Donde:

t = tiempo; v = velocidad;

$\alpha$  = aceleración angular

### Solución

$$* [x] = [3 \alpha] = T^{-2}$$

$$* \left[ \frac{v}{x} \right] = [\pi y] \rightarrow [y] = \frac{LT^{-1}}{T^{-2}}$$

$$[y] = LT$$

Luego, en la expresión original:

$$t^a \sqrt[3]{y} = (\alpha)^{-1} y^{\text{sen}\theta}$$

$$T^a y^{\frac{1}{3}} = (T^{-2})^{-1} y^{\text{sen}\theta}$$

$$T^a y^{\frac{1}{3}} = T^2 y^{\text{sen}\theta}$$

Igualando exponentes:

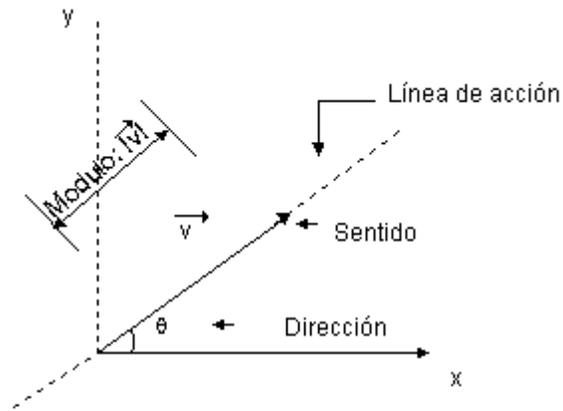
$$a = 2; \frac{1}{3} = \text{sen}\theta$$

$$\therefore \theta = 30^\circ$$

### Análisis vectorial

**Vector:** Es un ente matemático que se caracteriza porque tiene módulo, dirección y sentido. Un vector sirve para representar a las magnitudes físicas vectoriales.

Los vectores se pueden representar gráficamente mediante un segmento de recta orientado. Así:



Notación:

\*  $\vec{V}$  : se lee "vector v"

\*  $|\vec{v}|$  : se lee "módulo del vector v"

### OPERACIONES BASICAS CON LOS VECTORES

Debemos tener presente que para realizar operaciones con vectores, estos deben ser de la misma naturaleza.

#### I. Suma de Vectores

Consiste en reemplazar a un conjunto de vectores por uno solo llamado vector resultante ( $\vec{R}$ ).

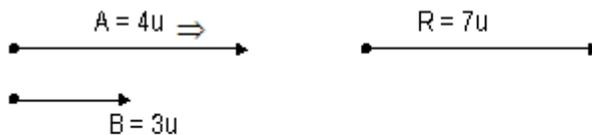
¿Cómo determinamos la resultante de dos vectores?

**Rpta.** Se debe tener en cuenta los siguientes casos:

1. Para dos vectores con el mismo sentido:

La resultante se obtiene sumando los módulos de los vectores

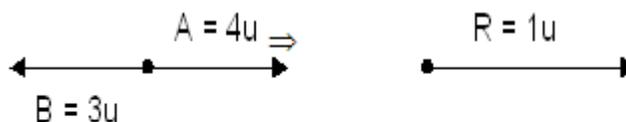
Ejemplo:



A esta resultante se le conoce como Resultante Máxima ( $R_{max}$ )

$$R = A + B$$

2. Para dos vectores con sentidos opuestos

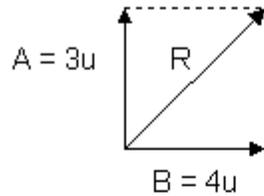


$$\therefore R = A - B$$

En este caso se obtiene restando los módulos de los vectores

\* A esta resultante se le conoce como "RESULTANTE MINIMA" ( $R_{MIN}$ )

3. Para dos vectores perpendiculares:



$$R = \sqrt{A^2 + B^2}$$

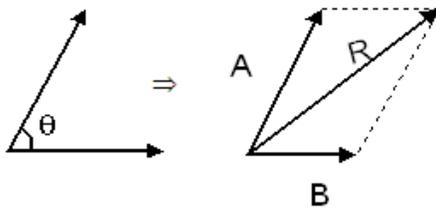
$$R = \sqrt{3^2 + 4^2}$$

$$R = 5u$$

En este caso la resultante se obtiene aplicando el teorema de Pitágoras.

$$R = \sqrt{A^2 + B^2}$$

4. Para dos vectores que forman un ángulo cualquiera



Observe que en este caso se trazan paralelas a los vectores por sus extremos. La unión del origen de los vectores con la intersección de las paralelas es el vector resultante.

El módulo de éste vector resultante se obtiene así:

$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \cos\theta}$$

### Método del Polígono

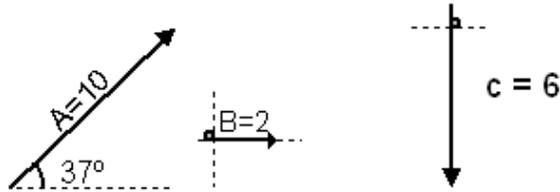
Nos permite determinar la resultante de varios vectores:

#### **Procedimiento**

1. Trasladamos los vectores y los colocamos uno a continuación de otro (extremo de un vector en el origen del otro)
2. El vector resultante ( $\vec{R}$ ) se obtiene uniendo el origen del primer vector con el extremo del último vector

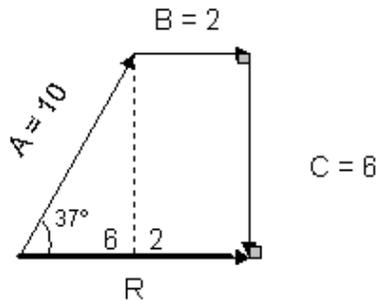
Por ejemplo:

Para los vectores dados, halle el módulo de la resultante.



### Solución

Colocamos los vectores uno a continuación de otro.



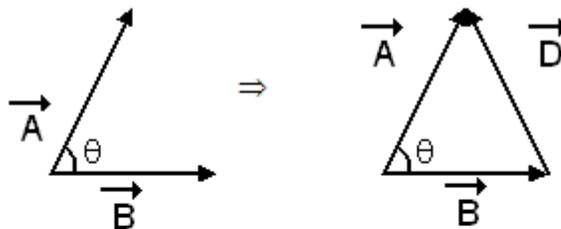
El vector resultante se obtiene uniendo el origen del primer vector con el extremo del último vector.

Luego:

$$R = 8$$

### **Diferencia de dos Vectores**

Los vectores que se van a restar se unen en un origen común, luego el vector diferencia se obtiene uniendo los extremos de los vectores. El vector diferencia señala hacia el minuendo.



$$\vec{D} = \vec{A} - \vec{B}$$

Su módulo:

$$D = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB \cos \theta}$$

**Ejemplos de Aplicación**

1. La resultante máxima de dos vectores de módulos iguales es 20. Hallar la nueva resultante cuando dichos vectores estén formando  $120^\circ$  entre sí.

**Solución:**

Sea los vectores  $\vec{a}$  y  $\vec{b}$

Tales que:  $|\vec{a}| = |\vec{b}| = m$

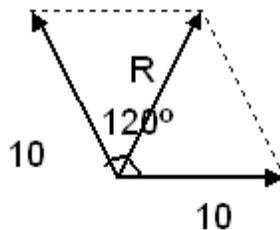
Luego,  $R_{\max} = a + b$

$R_{\max} = 2m$

Por dato:  $2m = 20$

$m = 10$

Luego, cuando forman  $120^\circ$ :



$$R = \sqrt{10^2 + 10^2 + 2(10)(10)\cos 120^\circ}$$

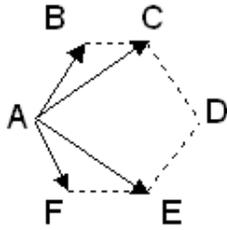
$$R = \sqrt{10^2 + 10^2 + 2(10)^2 \left(\frac{1}{2}\right)}$$

$$R = 10$$

### Conclusión

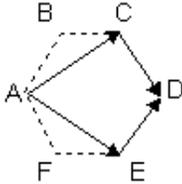
Dos vectores de igual módulo que formen  $120^\circ$  entre si originan una resultante de igual módulo que los vectores.

2. La figura mostrada es un hexágono regular de lado  $2u$ . Halle el módulo del vector resultante.



**Solución**

Trasladamos los vectores hacia los lados que son paralelos a dichos vectores, así:



Luego; sumamos:  $\overline{AC} + \overline{CD} = \overline{AD}$   
 $\overline{AE} + \overline{ED} = \overline{AD}$

$\therefore$

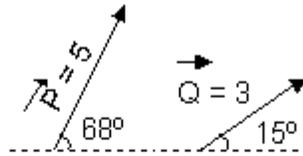
$R = 2(AD)$

Pero  $AD = 4u$

Luego  $R = 8u$

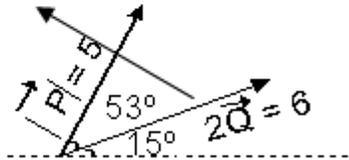
3. Dados los vectores mostrados, determinar

$$|\vec{P} - 2\vec{Q}|$$



**Solución.**

Unimos los vectores por sus orígenes.

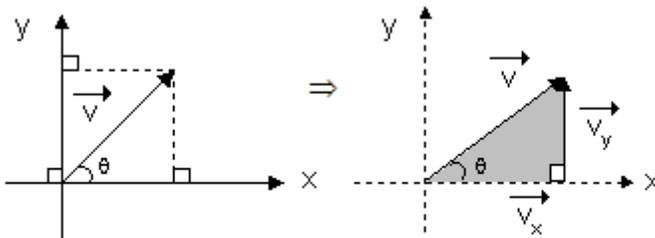


$$D = \sqrt{5^2 + 6^2 - 2(5)(6) \cos 53^\circ}$$

$$D = \sqrt{25 + 36 - 36} \quad \therefore D = 5$$

### DESCOMPOSICION RECTANGULAR DE UN VECTOR

Consiste en reemplazar un vector por otros dos, de tal forma que éstos sean mutuamente perpendiculares.



$$V_x = |\vec{V}| \cos \theta \Rightarrow$$

$$V_x = V \cos \theta$$

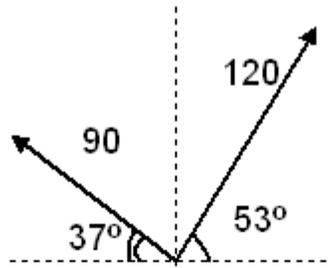
$$V_y = |\vec{V}| \operatorname{sen} \theta \Rightarrow$$

$$V_y = V \operatorname{sen} \theta$$

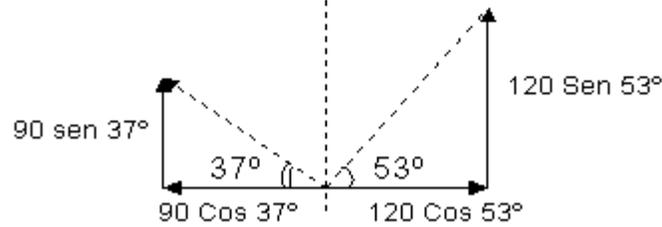
Además:  $\operatorname{Tag} \theta = \frac{V_y}{V_x}$

### Ejemplos de Aplicación

1. Hallar el módulo de la resultante.



**Solución:**



\* Hallamos "R<sub>H</sub>"

$$R_H = 120 \cos 53^\circ - 90 \cos 37^\circ$$

$$R_H = 120 \times \frac{3}{5} - 90 \times \frac{4}{5}$$

$R_H = 0$
-----------

\* Hallamos "R<sub>V</sub>"

$$R_V = 90 \text{ Sen } 37^\circ + 120 \text{ sen } 53^\circ$$

$$R_V = 90 \times \frac{3}{5} + 120 \times \frac{4}{5}$$

$R_V = 150$
-------------

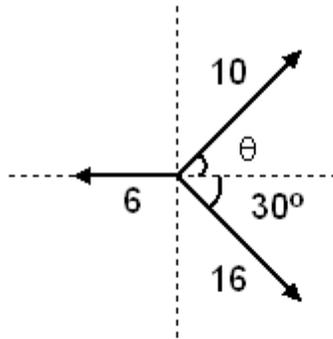
Luego la resultante total se obtiene así:

$$R = \sqrt{R_H^2 + R_V^2}$$

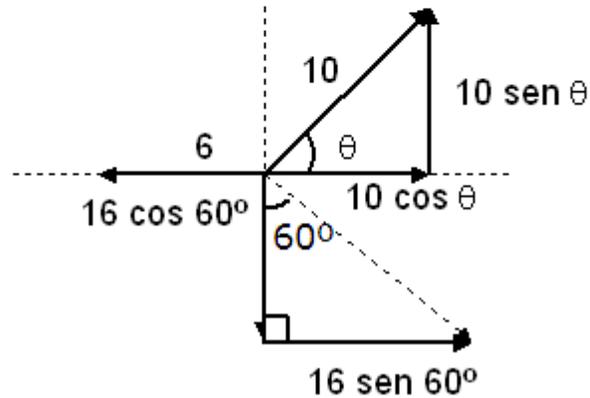
$$R = \sqrt{0^2 + 150^2}$$

$$\therefore R = 150$$

2. Halle la medida del ángulo "θ" para que la resultante se encuentre en el eje "x"



**Solución**



Como la resultante está ubicada sobre el eje "x", entonces en el eje vertical, la resultante debe ser igual a cero:

Luego:

$$R_y = 0$$

$$10 \text{ sen } \theta - 16 \text{ cos } 60^\circ = 0$$

$$5 \text{ sen } \theta = 8 \text{ cos } 60^\circ$$

$$5 \text{ sen } \theta = 8 \times \frac{1}{2} = 4$$

$$\text{sen } \theta = \frac{4}{5} \Rightarrow$$

$$\theta = 53^\circ$$

## Cinemática

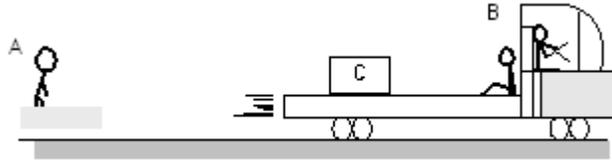
### OBJETIVO

Describir geométrica y matemáticamente el movimiento mecánico y conocer sus leyes y propiedades; pero sin considerar a las causas que lo determinan. En el estudio de la cinemática estableceremos la relación que existe entre las magnitudes tales como; desplazamiento, velocidad y aceleración.

### MOVIMIENTO MECÁNICO:

Se define como el cambio continuo de posición que experimenta un cuerpo respecto de otro tomado como referencia.

Así, por ejemplo:

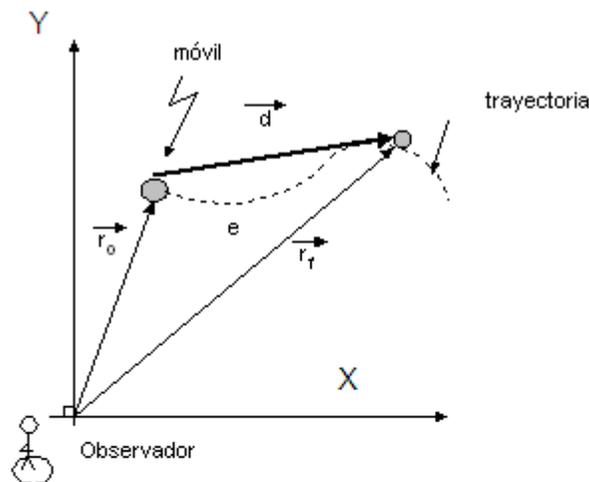


Para "A": C, experimenta movimiento mecánico.

Para "B": C, no experimenta movimiento mecánico.

De esto podemos concluir que el movimiento mecánico no es absoluto, sino que es relativo, pues depende del sistema de referencia

### ELEMENTOS DEL MOVIMIENTO MECANICO



- \*  $\vec{r}_o$  = Posición inicial
- \*  $\vec{r}_f$  = Posición final
- \*  $\vec{d}$  = Desplazamiento
- \*  $\vec{d} = \vec{r}_f - \vec{r}_o$  (cambio de posición)
- \*  $|\vec{d}| = d$  : distancia: módulo de desplazamiento
- \* e: Recorrido (Longitud de la trayectoria)

## VELOCIDAD

$(\vec{V})$

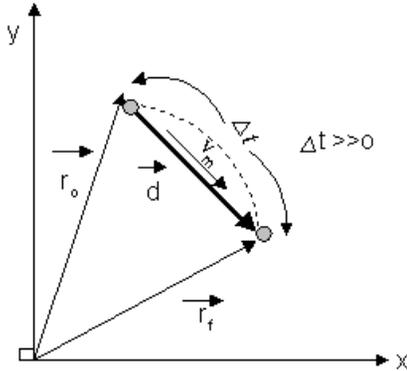
Es una magnitud física vectorial que nos expresa la rapidez con la cual un móvil cambia de posición. El cambio de posición se puede dar en un intervalo de tiempo o en un instante de tiempo.

Unidad en el S.I.: (m/s)

- **Velocidad Media**

$(\vec{V}_m)$

Se evalúa entre dos puntos de una trayectoria y se define como la razón entre el desplazamiento del cuerpo ( $\vec{d}$ ) y el intervalo de tiempo transcurrido ( $\Delta t$ ).



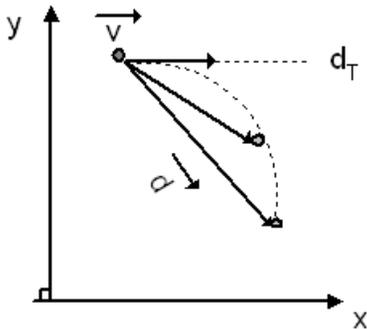
$$\vec{V}_m = \frac{\vec{d}}{\Delta t}$$

Note que la  $\vec{V}_m$  y  $\vec{d}$  son colineales. (Colineales y tienen la misma dirección)

- **Velocidad Instantánea**

$(\vec{V})$

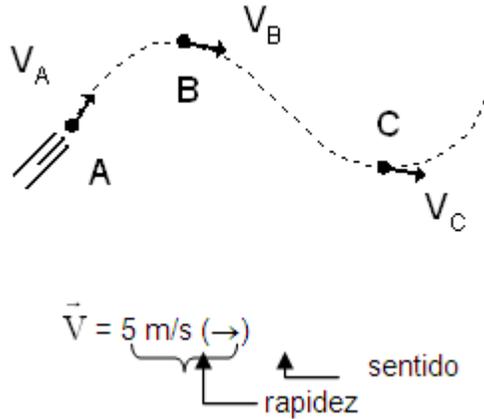
Es una magnitud vectorial que caracteriza el movimiento mecánico de un punto, en un instante de tiempo t. El vector velocidad instantánea se grafica tangente a la trayectoria y nos indica la dirección del movimiento.



Cuando  $\Delta t \rightarrow 0$ , el desplazamiento es tangente a la trayectoria.

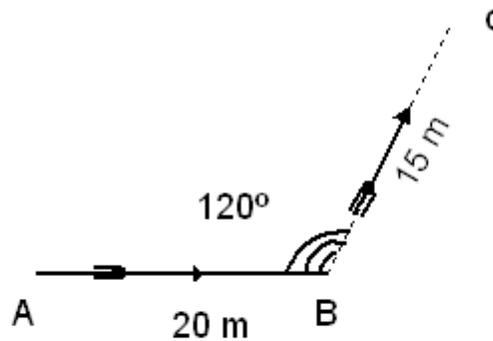
$$\vec{V} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{d}}{\Delta t}$$

Es el módulo de la velocidad instantánea  
Ejemplo:

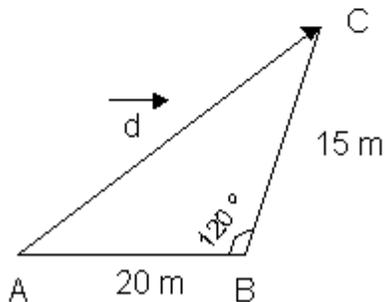


**Aplicación 01:**

Determine el módulo de la velocidad media de cierto móvil que recorre el trayecto ABC con una rapidez constante de 5 m/s



Solución:



$$t_{AB} = \frac{20}{5} = 4\text{s}$$

$$t_{BC} = \frac{15}{5} = 3\text{s}$$

$$\Delta t = 7\text{s}$$

## Ley de Cosenos

$$d = \sqrt{20^2 + 15^2 - 2(20)(15)(\cos 120^\circ)}$$

$$d = \sqrt{400 + 225 - 2(300)\left(-\frac{1}{2}\right)}$$

$$d = \sqrt{925} \Rightarrow d = 5\sqrt{37} \text{ m}$$

Luego:

$$V_m = \frac{d}{\Delta t} = \left(\frac{5\sqrt{37}}{7}\right) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

## **Movimiento con Velocidad Constante**

Si " $\vec{V}$ " es constante, entonces su módulo (rapidez) y su dirección es constante.

Luego, esto implica que la trayectoria del móvil necesariamente será "Rectilínea".

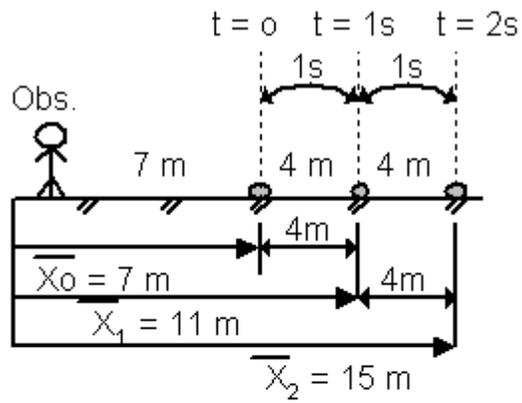
A este movimiento se le denomina "MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME" (M.R.U.)

En todo M.R.U. se cumple que:

$$d = V \times t$$

### **Ejemplo:**

Supongamos un móvil que se desplaza horizontalmente con velocidad constante y rapidez 4 m/s



Como:  $\vec{d} = \vec{V} \times t$  ó  $\Delta \bar{x} = v \cdot t$

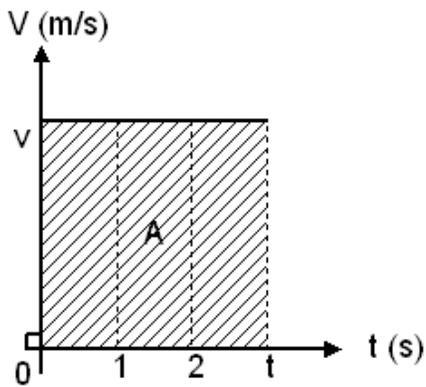
$$\Rightarrow \bar{x}_f - \bar{x}_0 = \vec{V} \times t$$

$$\therefore \bar{x}_f = \bar{x}_0 + \vec{V} \cdot t$$

Ecuación del M.R.U.

**GRAFICAS EN EL M.R.U.**

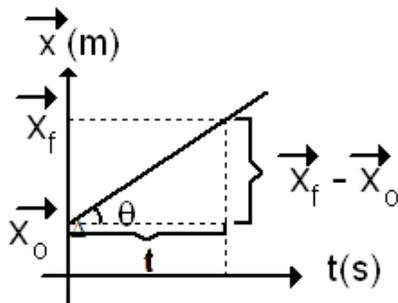
### Gráfica " $\vec{V}$ " vs " $t$ "



- La gráfica es una recta paralela al eje de los tiempos.
- El área bajo la gráfica nos da el espacio recorrido.

$$A_{0 \rightarrow t} = e_{0 \rightarrow t}$$

### Gráfica " $\vec{x}$ " vs " $t$ "



- La gráfica es una recta inclinada respecto de la horizontal.
- La tangente del ángulo de inclinación nos indica la velocidad constante del móvil

$$\text{Tg } \theta = \frac{\vec{x}_f - \vec{x}_0}{t}$$

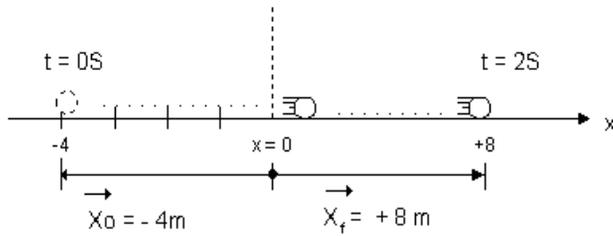
$$\Rightarrow \text{tg } \theta = \vec{V}$$

tg  $\theta$  = pendiente de la recta

### Aplicaciones

1. En el instante  $t = 0$ , la posición de un móvil es  $x_0 = -4\text{m}$  y cuando  $t = 2\text{s}$ ,  $x_1 = 8\text{m}$ . Si el movimiento es con velocidad constante; calcular la velocidad.

Solución:



Recordemos que:

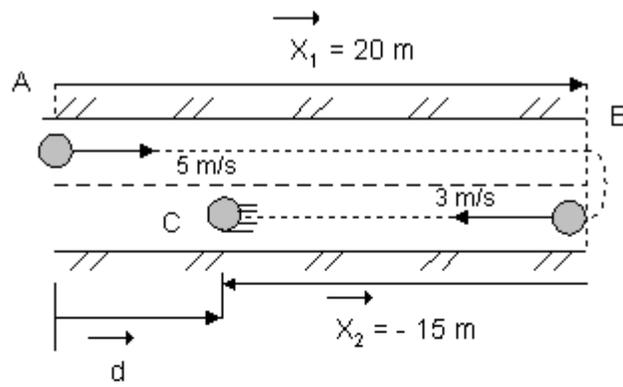
$$\vec{x}_f = \vec{x}_0 + \vec{V} \times t$$

$$8 = -4 + \vec{V} \times 2$$

$$\vec{V} = 6 \text{ m/s } (\rightarrow)$$

2. Un ciclista durante 4 segundos recorre con rapidez constante de  $5\text{m/s}$  hacia la derecha, seguidamente regresa hacia la izquierda con velocidad de  $3\text{m/s}$  durante 5s. Hallar el espacio recorrido y el desplazamiento.

Solución:



\*  $e = |\vec{x}_1| + |\vec{x}_2| = 35 \text{ m}$

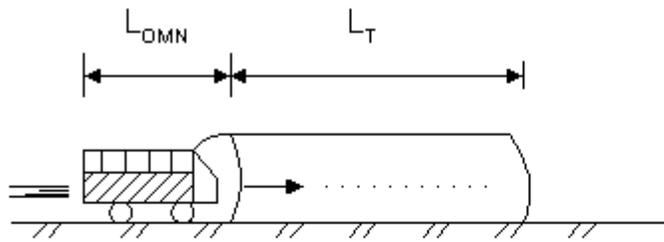
\*  $\vec{d} = \vec{x}_1 - \vec{x}_2$

\*  $\vec{d} = 20 \text{ m} - 15 \text{ m}$

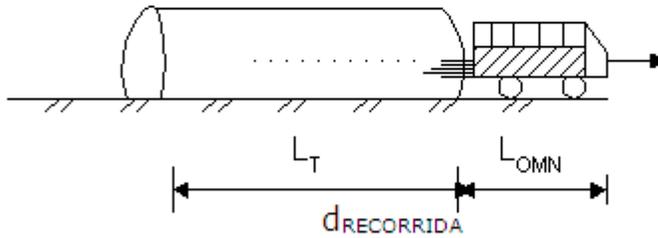
\*  $\vec{d} = 5 \text{ m}(\rightarrow)$

3. Un ómnibus tarda 10 segundos en pasar un túnel de longitud 30 m con una velocidad constante de 3.5 m/s. Calcular la longitud del ómnibus  
Solución;

- \* El ómnibus ingresa al túnel



- \* El ómnibus atravesará al túnel cuando salga completamente



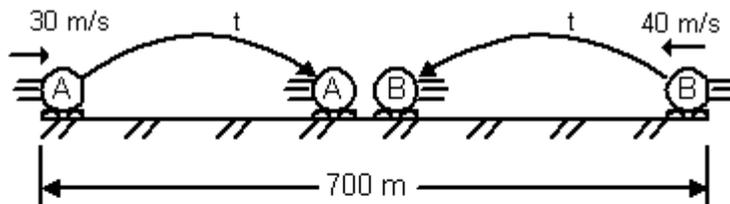
$$d_{\text{RECORRIDA}} = V \times t$$

$$(L_{\text{TUNEL}} + L_{\text{OMNIBUS}}) = V_{\text{OMN}} \times t$$

$$30 + L_o = (35) (10)$$

$$\therefore \boxed{L_o = 5\text{m}}$$

4. Dos móviles están separados inicialmente 700 m y parten al encuentro con velocidades de 30 m/s y 40 m/s simultáneamente. Calcular el tiempo que tardan en estar juntos  
Solución:



En este caso, aplicamos tiempo de encuentro ( $t_e$ )

$$t = t_e = \frac{d}{V_A + V_B}$$

$$t = \frac{700\text{m}}{30\text{m/s} + 40\text{m/s}} \Rightarrow \boxed{t = 10\text{s}}$$

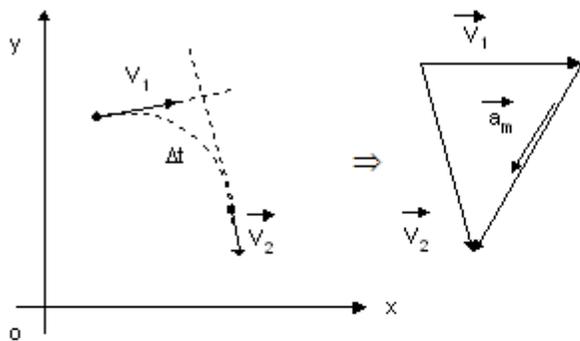
## ACELERACIÓN

Es una magnitud física vectorial que nos indica la rapidez con la que cambia la velocidad de un móvil.  
Tiene como unidad: (m/s<sup>2</sup>)

### **Aceleración Media ( $\vec{a}_m$ )**

Mide la rapidez de cambio de velocidad en un intervalo de tiempo

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = \frac{\vec{V}_f - \vec{V}_i}{\Delta t}$$

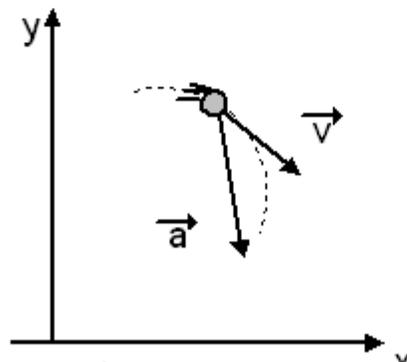


$$\Delta \vec{V} = \vec{V}_2 - \vec{V}_1$$

La " $\vec{a}_m$ " y " $\Delta \vec{V}$ " tienen la misma dirección

### **Aceleración Instantánea ( $\vec{a}$ )**

Mide la rapidez de cambio de velocidad en un instante de tiempo.



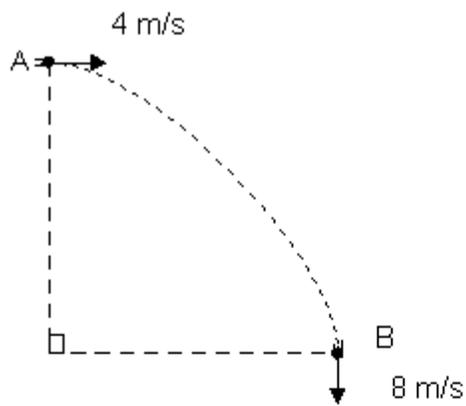
- La " $\vec{a}$ " apunta hacia la concavidad de la trayectoria

Si:  $\Delta t \rightarrow 0 \Rightarrow$

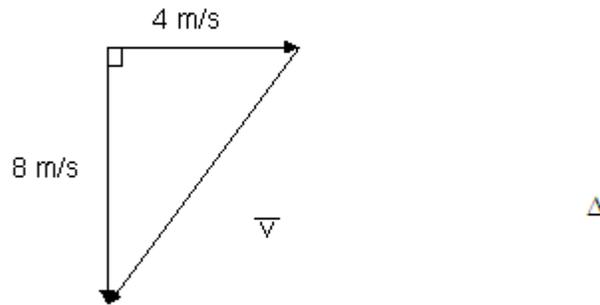
$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \vec{a}_m$$

### **Ejemplo de Aplicación**

Determine el módulo de la aceleración media entre A y B, si se emplea un tiempo de 2 segundos.



Solución:



$$\Delta V = \sqrt{8^2 + 4^2}$$

$$\Delta V = 4\sqrt{5} \text{ m/s}$$

Luego:

$$\bar{a}_m = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{4\sqrt{5} \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \text{ s}}$$

$$\therefore a_m = 2\sqrt{5} \text{ m/s}^2$$

## MOVIMIENTOS CON ACELERACION CONSTANTE

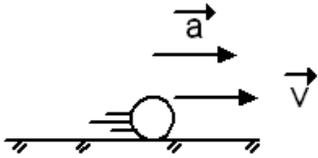
### I. Movimiento Rectilíneo con Aceleración Constante

Primero, analicemos: ¿Qué significa  $a=5\text{m/s}^2$ ?

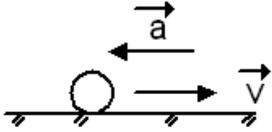
Rpta. Significa que el móvil en cada segundo cambia su rapidez en  $5\text{m/s}$

Dado que la rapidez puede aumentar o disminuir, entonces se tiene que:

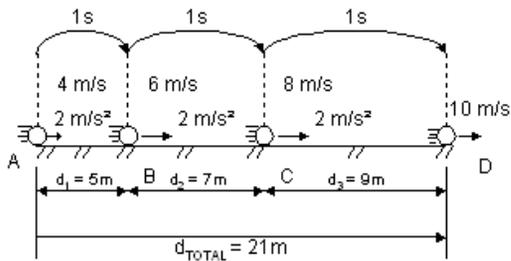
## Movimiento Acelerado



## Movimiento Desacelerado



Supongamos una pelota que se desplaza con rapidez inicial de 4m/s y acelera con 2m/s<sup>2</sup> constante.



Observe que:

- La trayectoria es rectilínea
- Los cambios en la velocidad son uniformes, por esto se llama "Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado" (M.R.U.V.)
- La  $\Delta \vec{V}$  es D.P. al tiempo transcurrido.

Del Gráfico:

Tramo  $\overline{AB}$ :  $t = 1s \Rightarrow \Delta V = 2m/s$

Tramo  $\overline{AC}$ :  $t = 2s \Rightarrow \Delta V = 4m/s$

Tramo  $\overline{AD}$ :  $t = 3s \Rightarrow \Delta V = 6m/s$

Note, además que los recorridos en segundos consecutivos se diferencian en el valor de la aceleración.

## Ecuaciones del M.R.U.V.

1.  $V_f = V_o + at$

2.  $V_f^2 = V_o^2 + 2ad$

3.  $d = V_o t + \frac{at^2}{2}$

4.  $d = \left( \frac{V_o + V_f}{2} \right) \cdot t$

5.  $d_{n.\text{seg}} = V_o + \frac{a}{2}(2 \times n - 1)$

**Nota:**

- Use signo (+) si "V" aumenta
- Use signo (-) si "V" disminuye

**Aplicaciones**

1. Un móvil parte de la posición  $X_0 = -20\text{m}$  con una velocidad de  $5\text{m/s}$ . Hallar la posición y espacio recorrido luego de 5 segundos, si su aceleración es  $4\text{m/s}^2$ .

Solución

Recordando la ecuación de la posición:

$$\vec{x}_f = \vec{x}_0 + \vec{d}$$

$$x_f = x_0 + V_{0t} + \frac{at^2}{2}$$

$$x_f = -20 + 5(5) + \underbrace{\frac{4 \times 5}{2}}_d$$

$$x_f = +55 \text{ m}$$

Luego, el espacio recorrido será:

$$e = d = 75\text{m}$$

2. Una esferita inicia su movimiento con aceleración constante recorriendo en el segundo segundo 3m. ¿En cuánto tiempo habrá recorrido los primeros 16m?

Solución

Para calcular el tiempo, aplicamos:

$$d = V_0t + \frac{at^2}{2}$$

$$16 = \frac{at^2}{2} \dots\dots\dots (1)$$

Luego, calcular la aceleración a partir de la distancia en el 2º segundo:

$$d_{2^{\text{º}}s} = V_0 + \frac{a}{2} (2 \times 2 - 1)$$

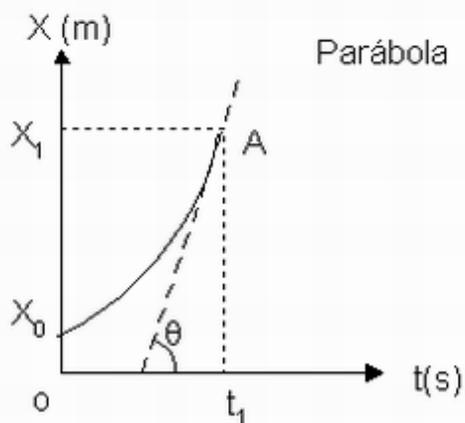
$$3 = \frac{a}{2} \times 3 \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$

En 1:

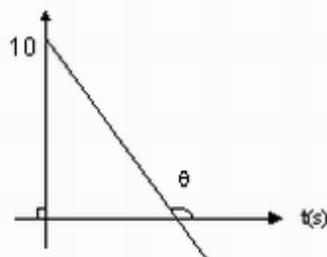
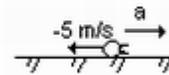
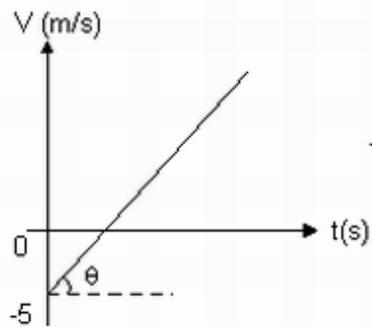
$$t = 4\text{s}$$

## Gráficas en el M.R.U.V.

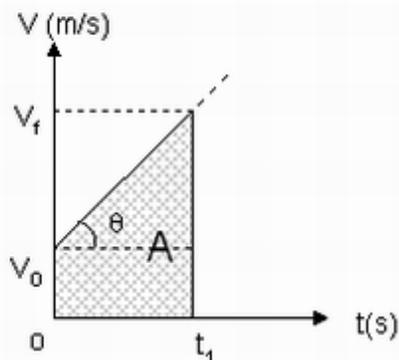
### 1. Posición vs tiempo ( $\vec{x} - t$ )



$$\vec{v}_A = \text{tg } \theta$$



### 2. Velocidad vs tiempo ( $\vec{v} - t$ )



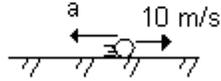
$$\bullet \quad a = \text{tg } \theta$$

$$\bullet \quad e = A$$

Ejm:

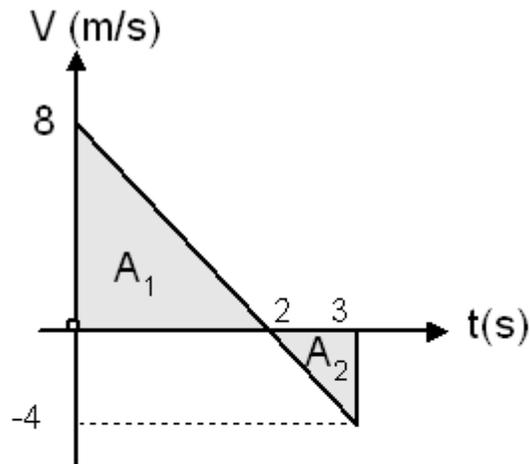
$$\Rightarrow \operatorname{tg} \theta = (+)$$

V(m/s)



$$\Rightarrow \operatorname{tg} \theta = (-)$$

Sea la gráfica siguiente:



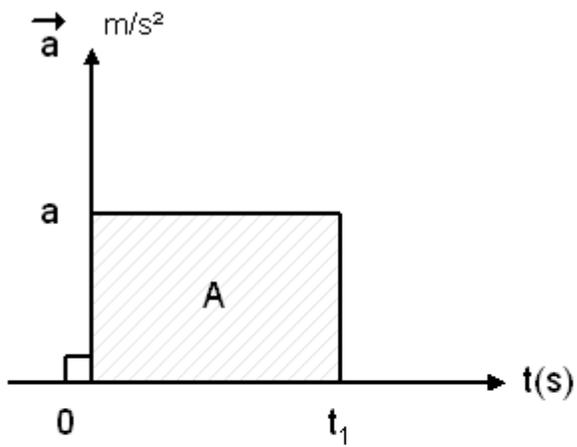
A<sub>1</sub> : Recorrido hacia la derecha.

A<sub>2</sub> : Recorrido hacia la izquierda

e<sub>T</sub> :  $|A_1| + |A_2|$  (Recorrido)

d :  $|A_1 - A_2|$  (Distancia)

2. Aceleración vs tiempo (a-t)

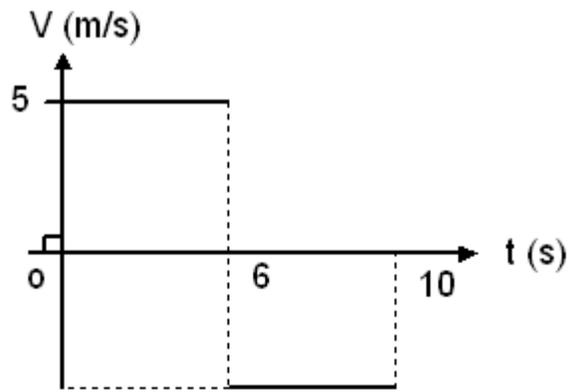


$$\Delta \vec{V} = A$$

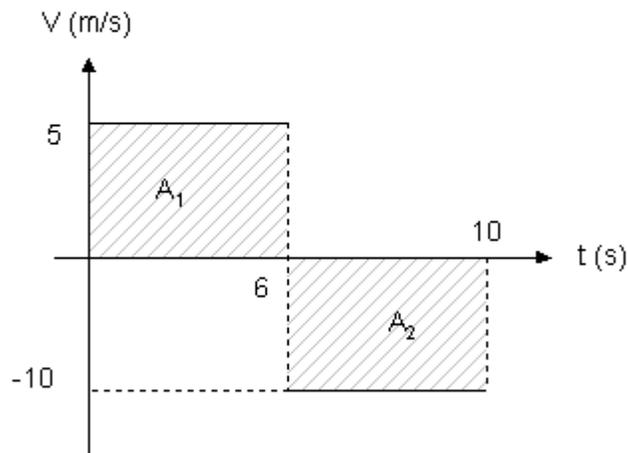
$$\Delta \vec{V} = \vec{V}_f - \vec{V}_o$$

### Aplicaciones

1. Se muestra la gráfica (V - t) de una partícula que se mueve sobre el eje "x". Halle el módulo del vector desplazamiento.



Solución:



$$d = |A_1 - A_2|$$

$$d = |30 - 40|$$

$$\therefore d = 10 \text{ m}$$

### Movimiento vertical caída libre

#### CONCEPTO

Es un movimiento ideal, que se verifica en las inmediaciones de la superficie terrestre. Durante este movimiento de caída libre, la única fuerza que actúa sobre el cuerpo, es la fuerza de gravedad o peso del cuerpo.

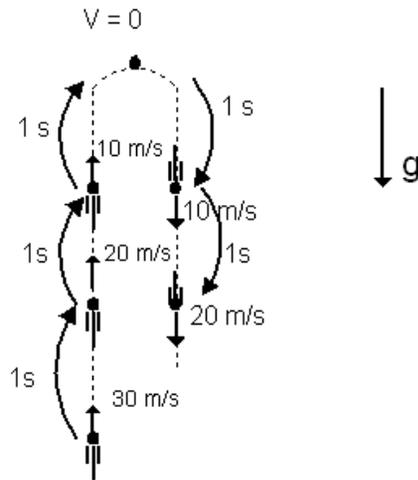
En este movimiento todos los cuerpos, experimentan una aceleración constante llamada aceleración de la gravedad (g).

Valor promedio =  $9.8 \text{ m/s}^2$

Valor práctico =  $10 \text{ m/s}^2$

#### Ejemplo:

Consideremos el lanzamiento de una esfera verticalmente hacia arriba ( $g=10\text{m/s}^2$ )



Observamos que:

- Se trata de un M.R.U.V. con trayectoria vertical
- La velocidad de subida ( $V_s$ ) y la velocidad de bajada ( $V_b$ ) para puntos que están al mismo nivel, tiene igual valor.

$$V_{SUB} = V_{BAJ}$$

- El tiempo que emplea en subir entre dos puntos es igual al que emplea en bajar entre los mismos puntos.

$$t_{sub} = t_{baj}$$

- El cuerpo alcanza su altura máxima cuando la velocidad con que se lanzó sea igual a cero. Es decir, en el punto más alto su velocidad es igual a cero.
- Se usará las mismas ecuaciones del M.R.U.V.

a) **Forma escalar:**

- $V_f = V_i \pm gt$
- $h = V_i t \pm \frac{gt^2}{2}$
- $V_f^2 = V_i^2 \pm 2gh$
- $\frac{h}{t} = \frac{V_i + V_f}{2}$

Donde:

(+) → "V" aumenta  
 (-) → "V" disminuye

b) **Forma vectorial:**

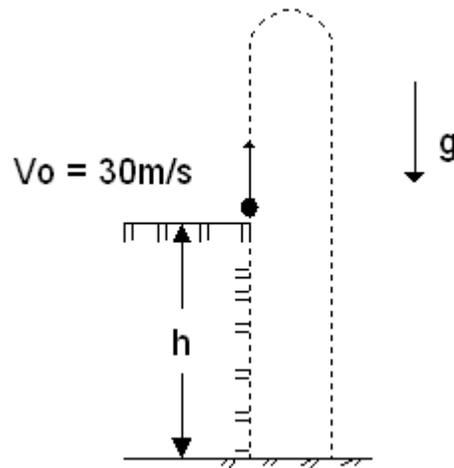
- $\vec{V}_f = \vec{V}_i + \vec{g}t$
- $\vec{h} = \vec{V}_i t + \frac{\vec{g}t^2}{2}$
- $\vec{V}_f^2 = \vec{V}_i^2 + 2\vec{g}\vec{h}$
- $\vec{h} = \left( \frac{\vec{V}_o + \vec{V}_f}{2} \right) \cdot t$

En este caso deberá tener en cuenta el sentido de la magnitud que va a reemplazar.  
Así:

↑(+); ↓(-)

### EJEMPLOS DE APLICACIÓN

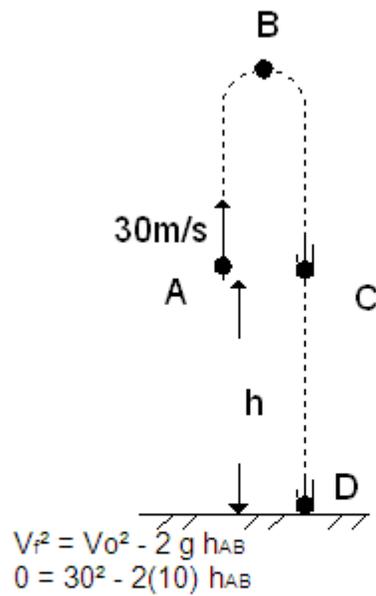
1. Hallar "h" si el tiempo total de vuelo es de 10 segundos. ( $g=10\text{m/s}^2$ )



Solución:

Forma Escalar:

- \* Analizamos el tramo AB:
- Recuerda que en "B"  $V = 0$
- Calculamos  $h_{AB}$



$h_{AB} = 45\text{m}$

- Luego el tiempo:  $t_{AB}$

$$V_f = V_0 - g t_{AB}$$

$$t_{AB} = \frac{30}{10} \Rightarrow t_{AB} = 3\text{s}$$

Analizamos el tramo BD:

Para este tramo utiliza un tiempo de 7s. ( $t_{AB} + t_{BD} = 10s$ )

Luego:

$$h_{BD} = v_{Et_{BD}} + \frac{gt^2_{BD}}{2}$$

$$h_{BD} = \frac{10(7)^2}{2} \Rightarrow h_{BD} = 245m$$

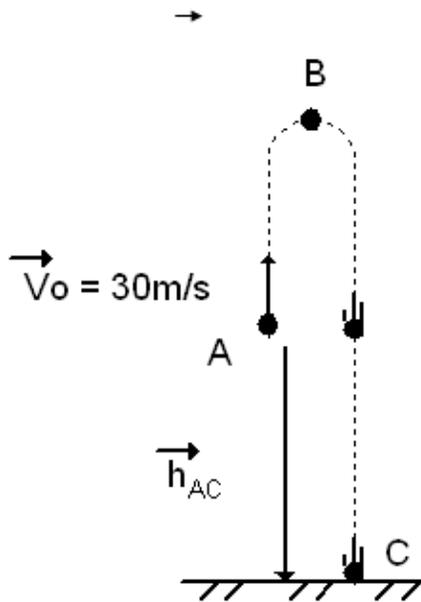
Por lo tanto:

$$h = h_{BD} - h_{AB}$$

$h = 200 \text{ m}$
---------------------

**Forma Vectorial:**

El objeto se lanza en "a" y llega al punto "C", luego experimenta el desplazamiento  $\vec{h}_{AC}$ ,



Luego

$$\vec{h}_{AC} = \vec{V}_A \cdot t + \frac{\vec{g}t^2}{2}$$

$$-h = 30(10) + \frac{(-10)(10)^2}{2}$$

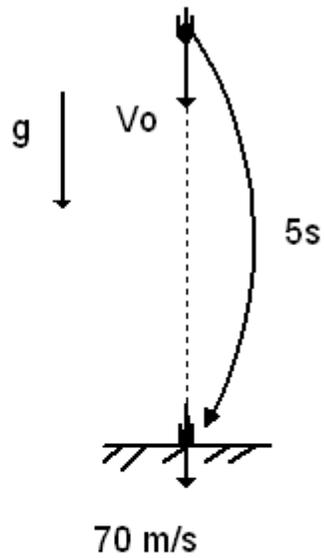
$$-h = 300 - 500$$

$$-h = -200$$

$$\therefore h_{AC} = 200 \text{ m}$$

2. Se lanza un objeto verticalmente hacia abajo desde cierta altura con una velocidad  $V_0$ . Si luego de 5 segundos impacta en el suelo con 70 m/s. Calcular con qué velocidad se lanzó dicho objeto. ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

**Solución:**

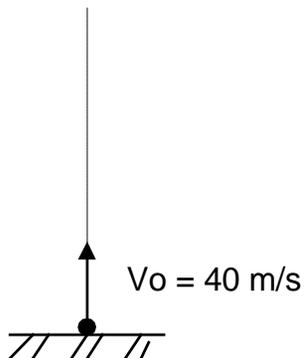


$$V_f = V_o + gt$$

$$70 = V_o + (10)(5)$$

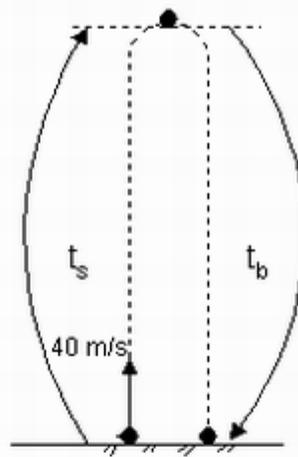
$$\therefore V_o = 20\text{ m/s}$$

3. Halle el tiempo que la esferita permanece en el aire. ( $g=10\text{m/s}^2$ )



**Solución:**

El tiempo que permanece en el aire es equivalente al tiempo que tarda en subir hasta el punto más alto y el tiempo que tarda en regresar.



$$t_{\text{(aire)}} = t_s + t_b \dots 1$$

En la subida

$$V_f = V_o - g t_s$$

$$t_s = \frac{40}{10} \Rightarrow t_s = 4s$$

Además:

$$t_s = t_b = 4s$$

Reemplazamos en 1

$$t_{\text{(aire)}} = 4s + 4s$$

$$\therefore t_{\text{(aire)}} = 8s$$

Formula práctica:

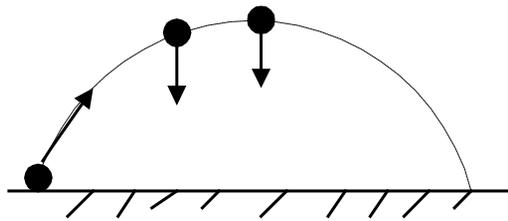
$$t_{\text{sub}} = \frac{V_o}{g}$$

luego:

$$t_{\text{TOTAL}} = t_{\text{(aire)}} = 2t_s = \frac{2V_o}{g}$$

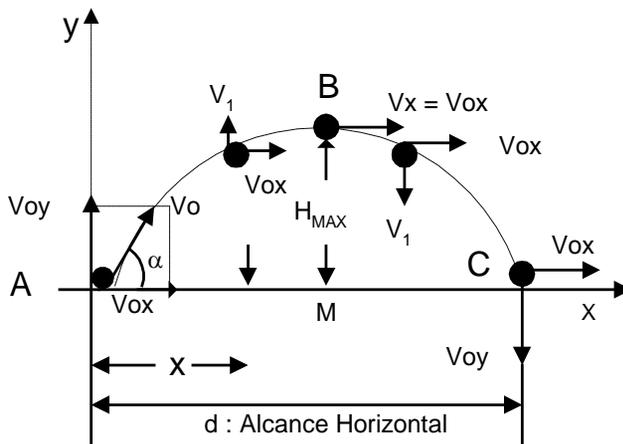
## MOVIMIENTO PARABÓLICO DE CAÍDA LIBRE

Si consideramos el caso de una pelotita que es lanzada de la siguiente manera:



Se observa que dicha pelotita describe como trayectoria una línea curva. Pero al despreciar la acción del aire, tal trayectoria es una parábola y por ello al movimiento se le llama parabólico. Además durante el desarrollo de este movimiento, sobre la pelotita actúa únicamente la fuerza de gravedad " $F_g = mg$ " y por ello tal movimiento es de caída libre, en consecuencia el movimiento descrito es un "movimiento parabólico de caída libre" (M.P.C.L.)

Para analizar el M.P.C.L. se proyecta tal movimiento en la dirección vertical y en la dirección horizontal. Así:



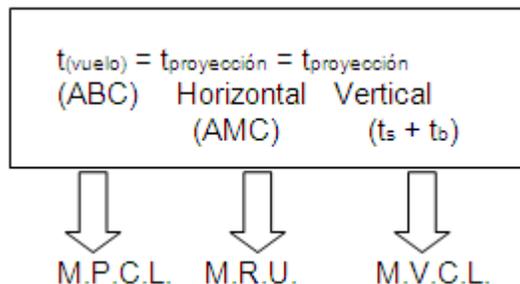
Al proyectar se observa que:

1. **En el eje "x":**  
No existe aceleración, entonces en esta dirección la velocidad " $V_{0x}$ " se mantiene constante, por lo tanto el móvil desarrolla un M.R.U.
2. **En el eje "y":**  
En esta dirección la velocidad " $V_y$ " experimenta cambios de manera uniforme debido a la aceleración de la gravedad " $g$ ", por lo tanto el móvil experimenta en ésta proyección un M.V.C.L.

**Observación:**

Si bien el análisis se hace independientemente en cada eje, esto ocurre simultáneamente, es decir, los intervalos de tiempo que transcurren para cada dirección son iguales.

De la figura se puede obtener la siguiente relación:

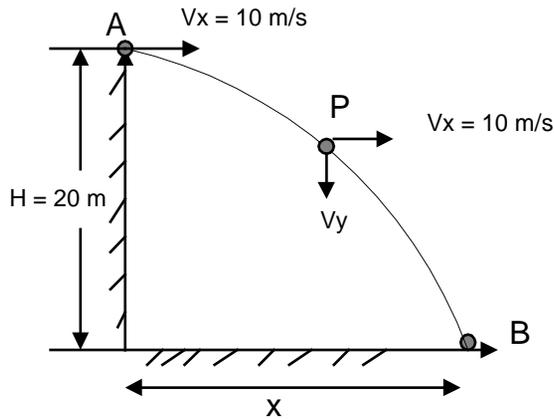


**EJEMPLOS DE APLICACION**

1. De la parte superior de un edificio de 20 m de altura, se lanza horizontalmente una pelota con una rapidez de 10 m/s  
 Determine el alcance horizontal que logra la pelota cuando impacta en el piso. ( $g = 10\text{m/s}^2$ )

**Solución:**

1. Graficamos



M

Nos piden "x"

2. Recordemos

$$t_{AB} = t_{AM} = t_{MB} = t$$

Esto significa que si determinamos el tiempo en el eje "y" lo hacemos también en el eje "x". Según los datos, conviene analizar el eje "y" para determinar el tiempo.

3. Eje "y": (A → M)  $V_{oy} = 0$

$$h = V_{oy} t + \frac{gt^2}{2}$$

$$20 = 0 + \frac{10t^2}{2}$$

$$\therefore t = 2\text{s}$$

4. Eje "x": (M → B)

Usamos M.R.U.

Luego:

$$d_{MB} = V_x \cdot t$$

$$x = 10(2)$$

$X = 20\text{m}$

$$t_{AB} = t_{AM} = t_{MB} = t$$

Esto significa que si determinamos el tiempo en el eje "y" lo hacemos también en el eje "x". Según los datos, conviene analizar el eje "y" para determinar el tiempo.

**Observación:**

Si quisiéramos determinar la rapidez de la pelota después de ser lanzada, tendría que usarse el teorema de pitágoras.

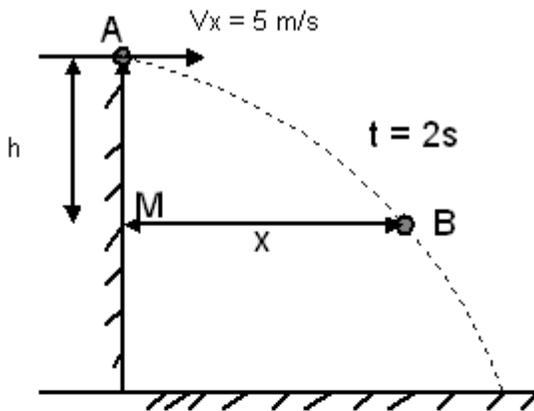
Por ejemplo, en el punto "P", " $V_x$ " y " $V_y$ " son respectivamente perpendiculares, luego:

$$V_p = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$$

2. Desde la azotea de un edificio se lanza horizontalmente un cuerpo con una rapidez de 5m/s. Determine su alcance horizontal y la altura que desciende 2 segundos después de su lanzamiento.

**Solución:**

1. Graficamos:



Nos pide "x" y "h"

2. Eje "x": (M → B)

$$d_{MB} = V_x \cdot t$$

$$x = (5) (2)$$

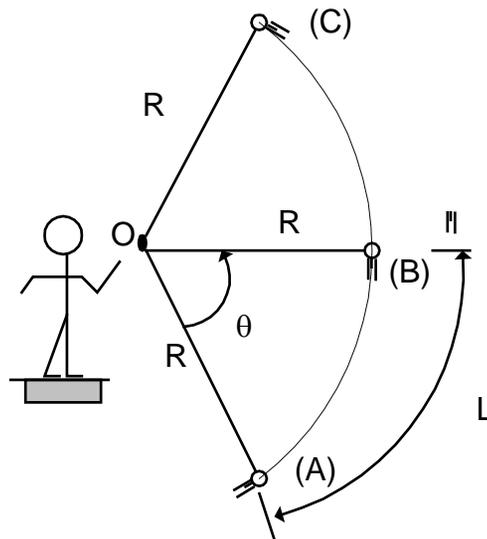
$$x = 10 \text{ m}$$

3. Eje "y" (A → M)

(Continúe Ud. la solución)

**MOVIMIENTO CIRCUNFERENCIAL****¿Qué es el movimiento circunferencial?**

Para responder, analicemos lo que ocurre cuando una piedra atada a una cuerda gira en un plano vertical. Se observa:



1. Respecto al centro (O) la piedra cambia continuamente de posición (A,B,C,...). Si unimos todas las posiciones por las que pasa la piedra obtenemos una línea curva denominada circunferencia.
2. El vector que parte del centro "O" y ubica a la piedra en todo instante se denomina radio vector ( $\vec{R}$ ) el que describe un ángulo central ( $\theta$ ) y una superficie denominada círculo. Si sólo consideramos la trayectoria que describe la piedra diremos que ésta desarrolla un **MOVIMIENTO CIRCUNFERENCIAL**.

Por lo anterior, se dice lo siguiente:

El **MOVIMIENTO CIRCUNFERENCIAL** es un fenómeno físico que se manifiesta cuando simultáneamente un cuerpo cambia de posición y de ángulo central respecto de un punto fijo denominado centro, permitiéndole describir una circunferencia como trayectoria.

Para medir la longitud entre 2 posiciones se utiliza una magnitud denominada longitud de arco o recorrido lineal (L), la cual está relacionado con el ángulo barrido ( $\theta$ ) y el radio de giro (R)

$$L = \theta R$$

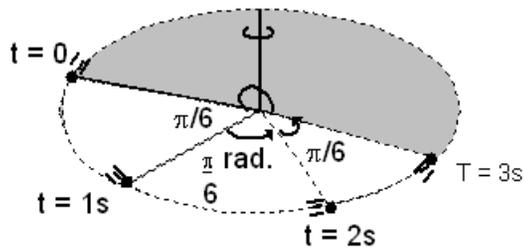
$\theta \rightarrow$  en radianes (rad)

R  $\rightarrow$  en metro (m)

L  $\rightarrow$  en metro (m)

### **Movimiento Circunferencial Uniforme (M.C.U.)**

Es aquel movimiento donde una partícula describe una trayectoria circular, experimentando en intervalos de tiempos iguales, recorridos lineales iguales y además el radio vector barre ángulos iguales.



Considerando ( $t$ ) el tiempo transcurrido y " $\theta$ " el ángulo barrido, tenemos del gráfico:

$$t = 1s \rightarrow \theta = (\pi/6) \text{ rad}$$

$$t = 2s \rightarrow \theta = 2(\pi/6) \text{ rad}$$

$$t = 3s \rightarrow \theta = 3(\pi/6) \text{ rad}$$

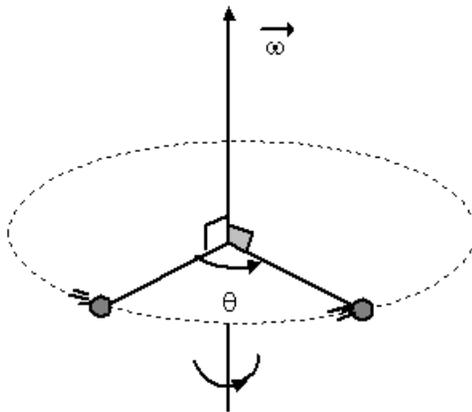
Se observa que el ángulo " $\theta$ " es directamente proporcional al tiempo transcurrido.

" $\theta$ " es D.P. a " $t$ ". Ello implica que:  $\frac{\theta}{t} = \text{cte.}$  donde la constante es la rapidez angular ( $\omega$ ), la cual es el módulo de la velocidad angular ( $\vec{\omega}$ )

## ¿Qué es la velocidad angular

( $\vec{\omega}$ )?

Es una magnitud física vectorial que expresa la medida de la rapidez de cambio del desplazamiento angular.



Si la  $\vec{\omega}$  es constante, el módulo de esta velocidad se evalúa así:

$$\omega = \frac{\theta}{t}$$

Unidad:

$$\frac{\text{radian}}{\text{segundo}} \left( \frac{\text{rad}}{\text{s}} \right)$$

$\theta$  : Ángulo barrido

$\omega$  : Rapidez angular

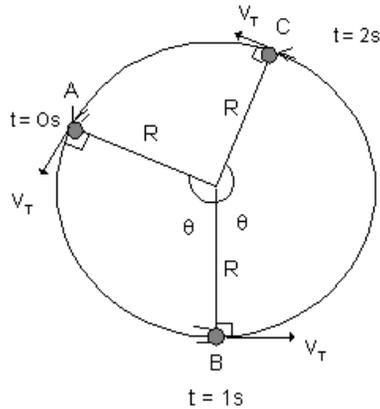
Como forma práctica para indicar la dirección de la velocidad angular se utiliza la regla de la mano derecha, la cual consiste en girar los 4 dedos juntos, menos el pulgar en el sentido del movimiento;

luego de ello el dedo pulgar indica la dirección de la velocidad angular ( $\vec{\omega}$ ), tal como se muestra en la figura.

Como en cada instante el móvil gira en un mismo sentido y en cada segundo el radio vector barre un ángulo constante, entonces **en el M.C.U. la velocidad angular es constante** ( $\vec{\omega}$ ) **(tanto en valor como en dirección)**

En el M.C.U. ¿qué ocurre con la rapidez lineal o rapidez tangencial ( $V_T$ )?

Debido a que en intervalos de tiempos iguales los ángulos barridos son iguales, entonces las longitudes de arco son iguales ( $L_{AB} = L_{BC}$ ); por ello la rapidez lineal es constante ( $V_T$ )



Pero :  $L = \theta R$  ....(\*\*)

Reemp. (\*\*) en (\*):  $V_T = \frac{\theta R}{t}$

$V_T = \omega R$
------------------

Relación entre " $\omega$ " y " $V_T$ "

¿La velocidad lineal o velocidad tangencial ( $V_T$ ) es constante en el M.C.U.?

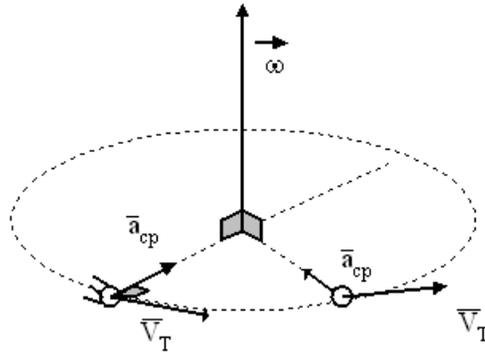
¡No!, porque su dirección cambia continuamente, por tal motivo en éste movimiento existe aceleración, denominada aceleración centrípeta ( $\vec{a}_{cp}$ )

¿Qué mide la aceleración centrípeta ( $\vec{a}_{cp}$ )?

Mide la rapidez del cambio de la dirección de la velocidad tangencial cuyo módulo se determina para cada instante mediante:

$$a_{cp} = \frac{V_T^2}{R}; \quad a_{cp} = \omega^2 R \quad \frac{\text{unidad}}{m/s^2}$$

y la dirección de la  $\vec{a}_{cp}$  en todo instante está dirigida hacia el centro de la circunferencia. Es decir:



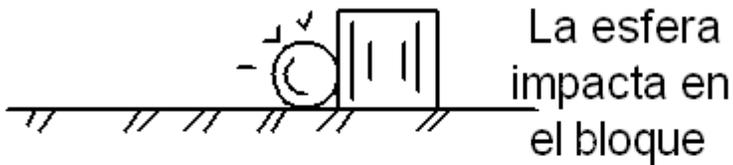
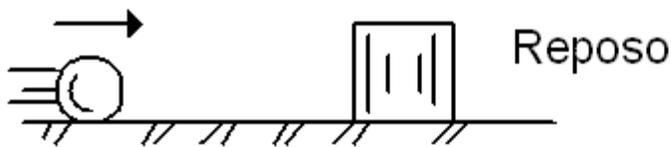
### Estática

Es una rama de la Mecánica, cuyo objetivo es analizar las condiciones que deben de reunir un conjunto de fuerzas que actúan sobre un cuerpo o sistema para que lo mantenga en equilibrio.

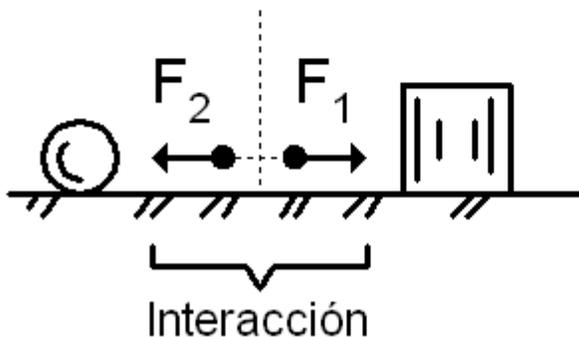
¿A qué llamamos interacción?

Para entender este concepto analicemos el siguiente caso:

Se lanza una pelota para que golpee al bloque, en reposo.



Luego del golpe, el bloque que se encontraba en reposo adquiere movimiento mientras que el movimiento de la pelota es frenado.



De esto podemos deducir que cuando un cuerpo actúa sobre otro, puede modificar su estado mecánico. A esta acción mutua entre dos cuerpos se denomina "interacción".

La interacción mecánica puede efectuarse entre cuerpos en contacto directo, así como entre cuerpos separados.

### ¿Qué es una fuerza?

Veamos, en el ejemplo anterior, si quisiéramos saber con que intensidad interactúan los cuerpos entonces usaremos una magnitud vectorial denominada "Fuerza" ( $F$ ).

La fuerza tiene como unidad de medida en el Sistema Internacional (S.I.) el Newton (N).

### Observación:

El movimiento mecánico de un cuerpo es consecuencia de la interacción con otros cuerpos.

Según sea la naturaleza de las interacciones, las fuerzas se clasifican en:

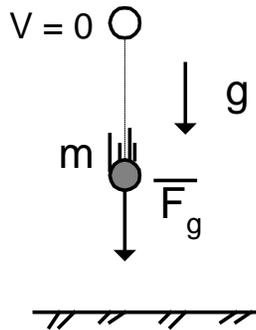
1. **Fuerzas Gravitacionales**  
Tienen como origen o causa a la masa de los cuerpos y son siempre de atracción. Por ejemplo el peso.
2. **Fuerzas Electromagnéticas**  
Tienen como origen a las cargas eléctricas de los cuerpos en reposo o en movimiento. Las fuerzas son eléctricas si las cargas eléctricas están en reposo, y serán magnéticas si las cargas están en movimiento.
3. **Fuerzas Nucleares.**  
Estas fuerzas unen los protones y los neutrones en el núcleo atómico y es de corto alcance.
4. **Fuerzas Débiles:**  
Están fundamentalmente asociadas a la descomposición de núcleos radiactivos. Las fuerzas que con frecuencia usaremos en estática están comprendidas entre las dos primeras de la clasificación.

### **FUERZAS USUALES:**

## 1. Fuerza de Gravedad ( $F_g$ )

Llamada también fuerza gravitacional, es aquella con la cual se atraen dos cuerpos en el universo, esto se debe a la interacción gravitatoria entre los cuerpos.

Por ejemplo, si soltamos una piedra, notaremos que ésta cae dirigiéndose hacia la tierra. De esto deducimos que la tierra atrae a la piedra (lo jala hacia su centro) ejerciéndole una fuerza a la que llamaremos "Fuerza de Gravedad".



$m$  : masa del cuerpo

$g$  : aceleración de la gravedad

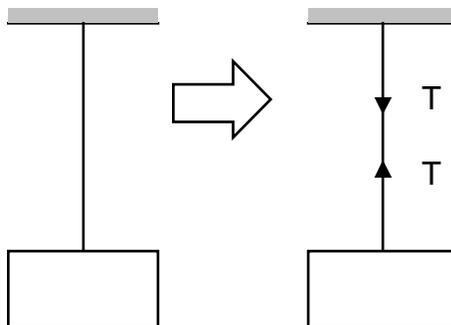
Cuando el cuerpo está próximo a la superficie terrestre, el valor de la fuerza de gravedad se calcula así:

$$F_g = m \cdot g$$

La fuerza de gravedad se grafica vertical y hacia abajo, en un punto llamado centro de gravedad (C.G.) el cual, para cuerpos homogéneos coincide con su centro geométrico.

## 2. Fuerza de Tensión ( $T$ )

Se manifiesta en las cuerdas, usadas para colgar o suspender cuerpos en el aire, para jalar cuerpos, etc.

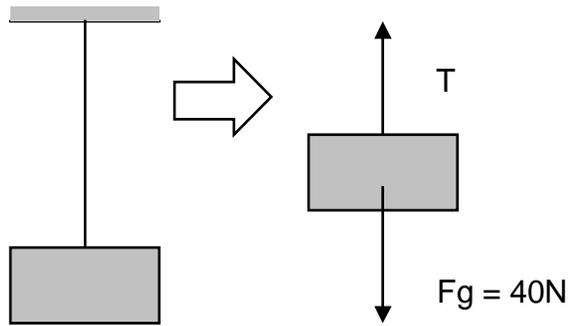


La fuerza de tensión tiene la misma dirección de la cuerda sobre la que actúa.

Para una cuerda ideal (de masa despreciable), el módulo de la tensión es el mismo en cualquier punto de la cuerda.

**Ejemplo:** Una caja de 3 kg es sostenida mediante una cuerda tal como se muestra. Grafique la fuerza de tensión y determine su módulo ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

**Solución.**



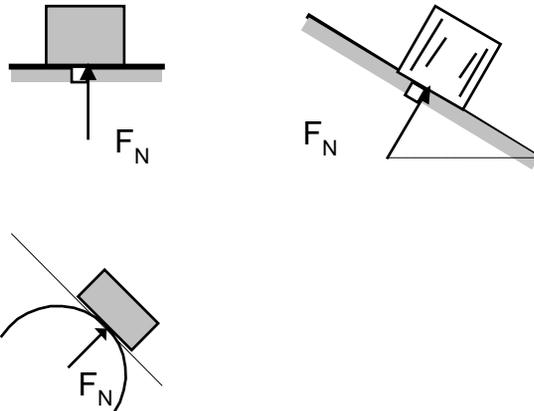
Dado que la caja no cae, entonces concluimos que la fuerza hacia arriba y hacia abajo deben ser igual módulo; luego:

$$T = 40N$$

### 3. Fuerza Normal ( $F_N$ )

Llamada también fuerza de contacto, es una fuerza de reacción que se manifiesta siempre que haya contacto entre dos superficies.

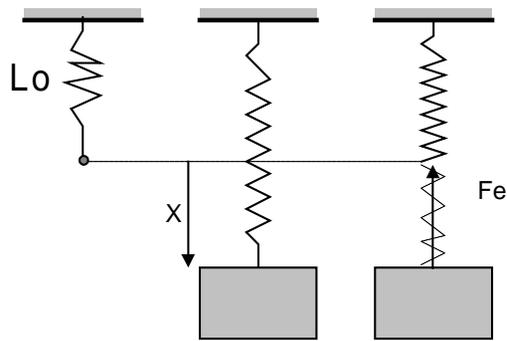
La línea de acción de ésta fuerza es perpendicular a las superficies de contacto.



### 4. Fuerza Elástica ( $F_e$ )

Es una fuerza interna que se manifiesta en un cuerpo elástico (Resorte, liga) cuando es deformado por estiramiento o compresión.

Por ejemplo, suspendemos un bloque de un resorte.



Experimentalmente se demostró que:

A mayor "x", mayor "Fe"

A menor "x", menor "Fe"

$$\Rightarrow \frac{F_e}{x} = \text{cte} = K$$

$$\therefore F_e = Kx$$

K = Constante elástica del resorte (N/m; N/cm)

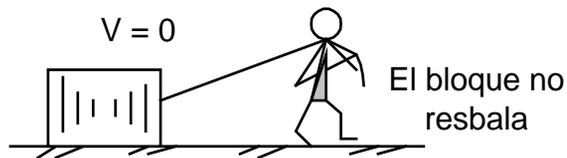
X = Elongación del resorte

Lo = Longitud natural del resorte (cuando no está deformado)

Nota: el valor de "K" depende del material del resorte y de su longitud natural.

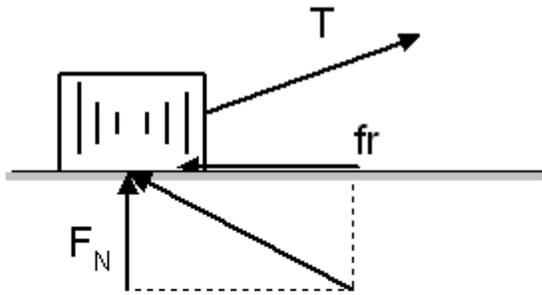
#### 5. Fuerza de Rozamiento o de Fricción (fr)

Seguramente alguna vez usted habrá intentado arrastrar un bloque de cierto material, y habrá notado que no resbala.



Esto se debe a que tanto la superficie del bloque como el piso presentan asperezas (rugosidades) y por ello se manifiesta una oposición al deslizamiento del bloque, surgiendo así una fuerza que recibe el nombre de "fuerza de rozamiento".

En el ejemplo:



$F_N$  : fuerza normal

$R$  : Reacción del piso sobre el bloque

Luego:

$$R = \sqrt{f_r^2 + F_N^2}$$

**Nota:**

Cuando un bloque resbala o intenta resbalar sobre una superficie, la fuerza total ( $R$ ) sobre el cuerpo es inclinada respecto de la superficie de contacto y para facilitar el análisis se descompone en una fuerza normal ( $F_N$ ) y una de rozamiento ( $f_r$ ).

**CASOS PARTICULARES**

**1. Fuerza de Rozamiento Estático ( $f_s$ )**

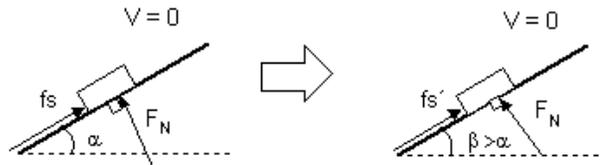
Esta fuerza se manifiesta cuando las superficies intentan resbalar pero no lo logran.

Por ejemplo; si analizamos al bloque apoyado sobre el plano inclinado rugoso:

Aumentamos el

ángulo de inclinación

Inicialmente



El bloque aumenta su tendencia a resbalar luego, también aumenta “ $f_s$ ” de modo que en algún momento el bloque estará a punto de deslizar (Movimiento inminente). En este instante, la fuerza de rozamiento estático alcanza su valor máximo ( $f_{s\text{máx}}$ )

Luego:

$$f_{s\text{máx}} = \mu_s \cdot F_N$$

Donde:

$\mu_s$  : Coeficiente de rozamiento estático (Adimensional)

Además:

$$\mu_s = \text{tg}\theta$$

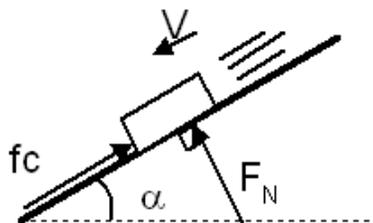
Donde:

$\theta$  : Angulo máximo que se puede inclinar la superficie de modo que el bloque aún no deslice.

## 2. Fuerza de Rozamiento Cinético ( $f_c$ )

Esta fuerza se manifiesta cuando las superficies en contacto deslizan una respecto de la otra. Su valor es prácticamente constante.

$$f_c = \mu_c \cdot F_N$$



$\mu_c$  = Coeficiente de rozamiento cinético (adimensional)

**Nota:**

Entre dos superficies en contacto existen dos coeficientes de rozamiento ( $\mu_s$  y  $\mu_c$ ) de modo que:

$\mu_s > \mu_c$ .

## DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE (D.C.L.)

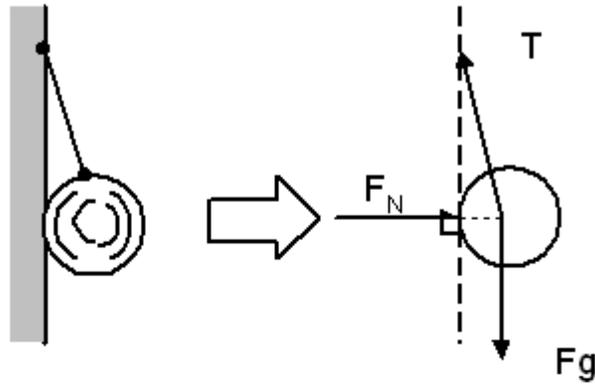
Llamado también “Diagrama de Fuerzas” es aquel donde se grafica todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo o sistema. Para efectuar un D.C.L. tenga en cuenta lo siguiente:

1. Aísle el cuerpo del sistema.
2. Grafique la fuerza de gravedad
3. Si el cuerpo está suspendido de cuerdas, grafique la tensión.
4. Si el cuerpo está en contacto con alguna superficie, grafique la fuerza normal ( $F_N$ ) por cada contacto.

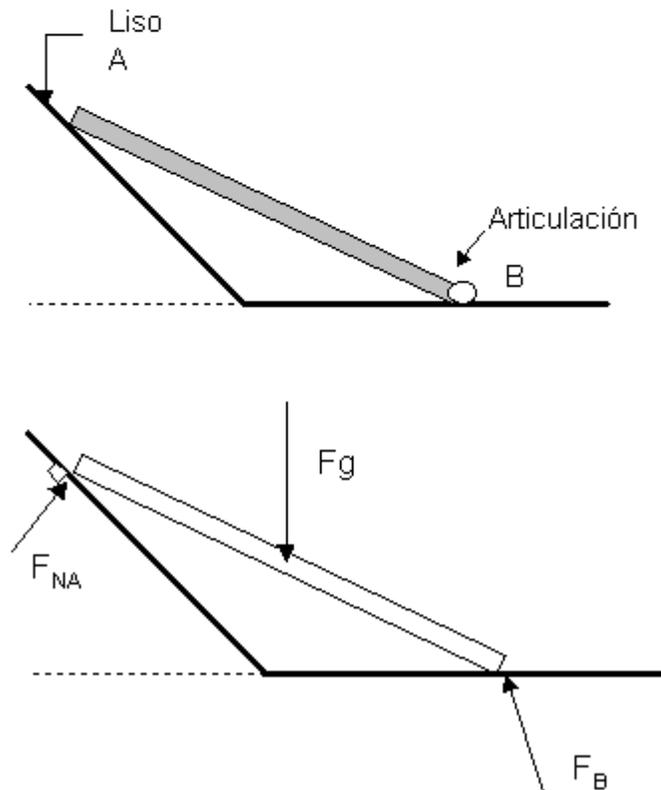
5. Si el cuerpo está en equilibrio y solamente actúa 3 fuerzas, éstas deben ser concurrentes, necesariamente.

Ejemplos:

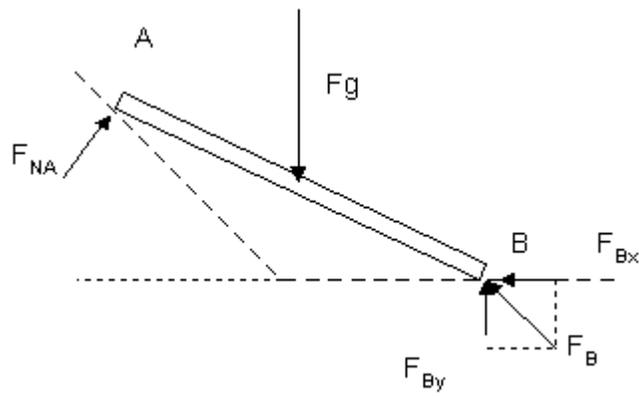
\* Efectúe el D.C.L. de la esfera mostrada.



\* Efectúe el D.C.L. de la barra



En este caso, por facilidad de análisis, es conveniente en la articulación "B" descomponer la reacción en dos, una componente horizontal " $F_{Bx}$ " y otra vertical " $F_{By}$ ". Así:



### Equilibrio de Traslación

Es cuando un cuerpo se encuentra en reposo o moviéndose con velocidad constante, es decir sin aceleración.

Luego:

Equilibrio de Traslación  $\left\{ \begin{array}{l} * \\ * \end{array} \right.$  Reposo  
M.R.U.

### Primera Condición de Equilibrio

Si un cuerpo se encuentra en equilibrio de traslación y sobre él actúa un conjunto de fuerzas, se cumplirá que:

$$F_R = \Sigma F = 0$$

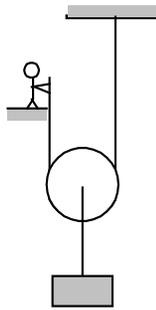
Forma práctica

$$\Sigma F (\rightarrow) = \Sigma F (\leftarrow)$$

$$\Sigma F (\uparrow) = \Sigma F (\downarrow)$$

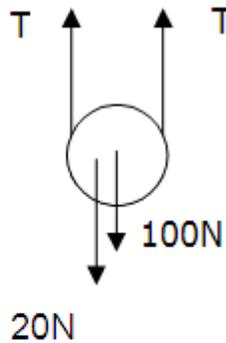
### Aplicaciones

- Halle la fuerza que debe aplicar la persona para mantener el bloque de 10 kg en la posición mostrada.  
Masa de la polea=2 kg;  $g=10 \text{ m/s}^2$



**Solución:**

- \* La fuerza que hace la persona en el extremo de la cuerda es el mismo en toda la cuerda.



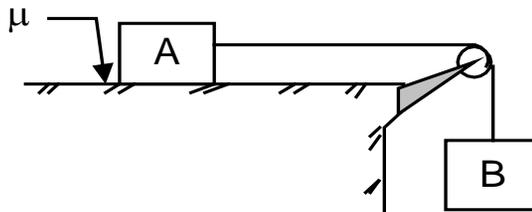
$$\Sigma F_y = 0$$

$$2T - 120 = 0$$

$$2T = 120$$

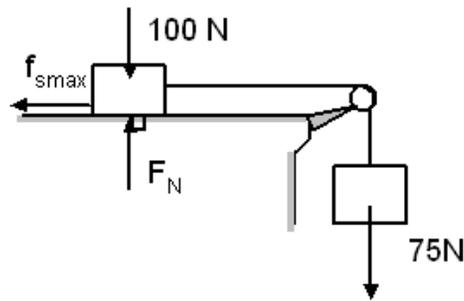
$$T = 60 \text{ N}$$

2. Hallar el coeficiente de rozamiento ( $\mu$ ) si el bloque "A" de 10 kg, está a punto de deslizar ( $m_B = 7.5$  kg;  $g = 10\text{m/s}^2$ )



**Solución:**

De la figura observamos que la fuerza que intenta poner en movimiento al bloque A, es el peso del bloque B.



Esto ocasiona que entre el bloque A y la superficie se manifieste la fuerza de rozamiento estático máximo.

Luego:

$$f_{s \max} = 75\text{N}$$



$$\mu_s \cdot F_N = 75\text{N}$$

$$\mu_s \cdot 100\text{N} = 75\text{N}$$

$$\therefore \mu_s = 0.75$$

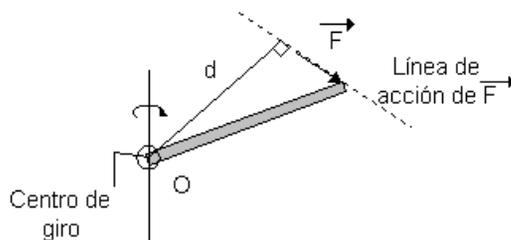
### Momento de una Fuerza ( $\vec{M}_O^F$ )

Anteriormente hemos estudiado el efecto de deformación de un cuerpo debido a una fuerza. En esta parte analizaremos el efecto de rotación causada por dicha fuerza y las condiciones para el equilibrio de rotación.

### Momento de una fuerza ( $\vec{M}^F$ )

Es una magnitud vectorial que sirve para medir la intensidad con que una fuerza causa o tiende a causar un efecto de rotación, sobre un cuerpo, respecto de un punto o eje de giro.

Matemáticamente:



$$M_O^F = F \cdot d$$

F : módulo de la fuerza  $\vec{F}$

d : distancia o brazo de palanca

unidad: (N.m)

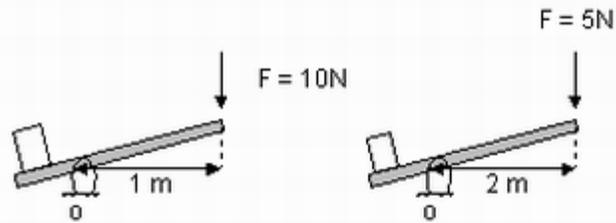
Convención de signos:

(+): sentido de rotación, antihorario

(-): sentido de rotación, horario

Nota:

Es posible producir un mismo momento de fuerza con una fuerza de módulo pequeño, cuyo brazo sea grande; y con una fuerza de módulo grande pero de brazo pequeño.

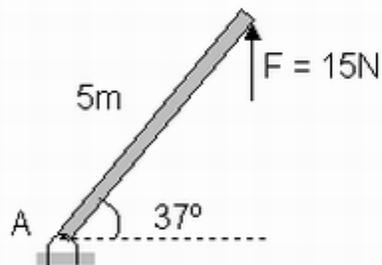


$$M_o^F = (10\text{N})(1\text{m}) \quad M_o^f = (5\text{N})(2\text{m})$$

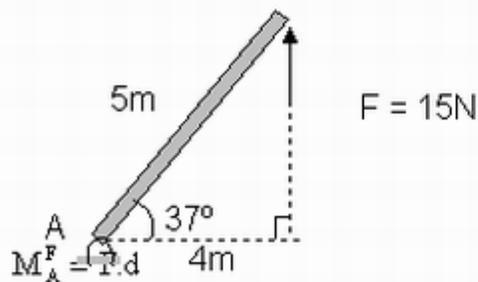
$$M_o^F = 10\text{N}\cdot\text{m}$$

$$M_o^f = 10\text{N}\cdot\text{m}$$

Ejemplo: Calcular el momento de la fuerza  $F = 15\text{N}$



Solución

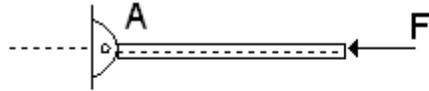


$$M_A^F = (15\text{N})(4\text{m})$$

$$M_A^F = +60\text{N}\cdot\text{m}$$

**Observación:**

Cuando la línea de acción de una fuerza pasa por el centro de giro, su momento de fuerza respecto de dicho punto es cero.



$$M_A^F = 0$$

**Equilibrio de Rotación:**

Es el estado mecánico en el cual un cuerpo no gira o lo hace uniformemente.

**2º Condición de Equilibrio:**

Cuando un cuerpo, sometido a varias fuerzas no gira, se encuentra en equilibrio de rotación y se cumple que el momento resultante respecto del centro de giro, es nulo.

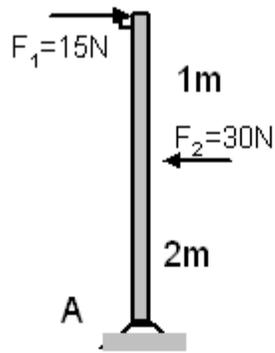
$$M_R = 0$$

Forma práctica

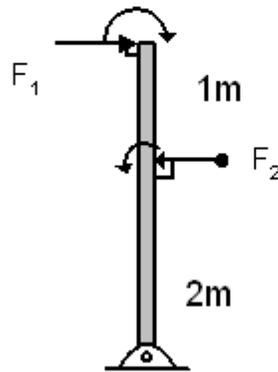
$$\Sigma M(+) = \Sigma M(-)$$

Ejemplo:

Determine si la barra de la figura está en equilibrio rotacional.



Solución: Hallamos el momento resultante.



$$M_A^R = M_A^{F_1} + M_A^{F_2}$$

$$M_A^R = (-15 \times 3) + (30 \times 2)$$

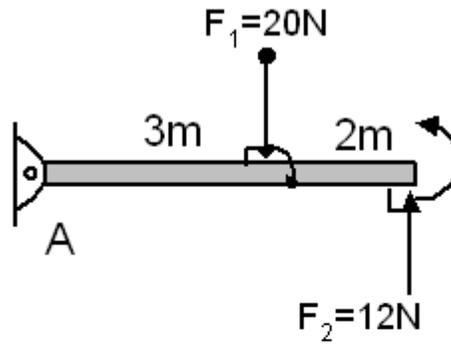
$$M_A^R = -45 - 60$$

$$\therefore M_A^R = +15 \text{ N.m}$$

Observe que el momento resultante no es nulo, por lo tanto la barra no está en equilibrio de rotación.

En este caso, la barra gira en sentido antihorario.

Ejemplo: Hallar el momento resultante.



Solución:

$$M_A^R = M^{F_1} + M^{F_2}$$

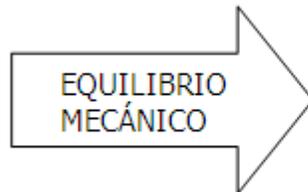
$$M_A^R = (-20 \cdot 3) + (12 \cdot 5)$$

$$M_A^R = 0$$

La barra está en equilibrio de rotación.

### Equilibrio Mecánico

Llamado simplemente "Equilibrio", es aquella situación en la que un cuerpo o sistema cumple las dos condiciones de equilibrio: (de traslación y rotación)



- $\Sigma F = F_R = 0$
- $\Sigma M = M_R = 0$

### Dinámica

#### CONCEPTOS PREVIOS

#### Inercia:

Es una propiedad de todos los cuerpos, por la cual éstos tienden a mantener su estado de reposo o de movimiento con velocidad constante.

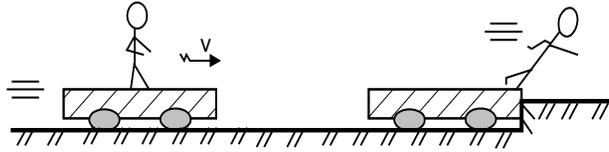
La inercia que posee un cuerpo puede ser comparada con la de otro por medio de su MASA, es decir que mientras más masivo sea el cuerpo, mayor será su inercia.

#### ¿Cómo se manifiesta la inercia?

La inercia se manifiesta en los cuerpos como una resistencia que éstos ofrecen cuando se les trata de cambiar su velocidad.

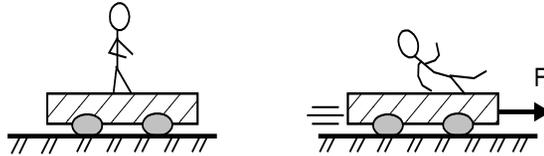
Para entender mejor esto, veamos los siguientes casos:

I. Plataforma con la persona encima de ella avanza con velocidad constante.



Cuando choca con el obstáculo se interrumpe el movimiento de la plataforma pero la persona por inercia continuará avanzando.

II. La plataforma inicialmente está en reposo.

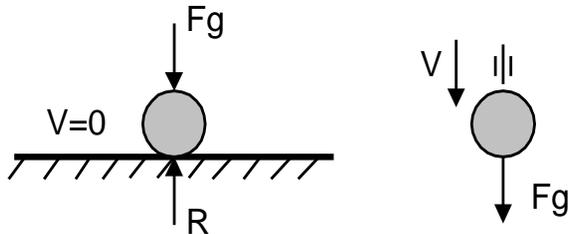


Pero al aplicarle una fuerza a la plataforma, esta se pone en movimiento mientras que la persona por inercia se resiste a cambiar su movimiento y tiende a mantenerse en el mismo lugar.

**Segunda Ley de Newton**

Veamos cuál es la condición que se debe cumplir para que un cuerpo acelere o desacelere.

Del gráfico mostrado, el bloque se mantiene en reposo sobre una superficie horizontal donde la fuerza de gravedad es equilibrada por la reacción del piso.



Pero si la superficie no estuviese no existiría ninguna fuerza que equilibre a la fuerza de gravedad, esto provocaría que la esfera caiga aceleradamente (caída libre).

**Conclusión:**

Para que un cuerpo acelere (cambie su velocidad) en él debe presentarse una fuerza resultante no nula la cual originaría su aceleración.

La experiencia demuestra que mientras mayor fuese la fuerza resultante sobre el cuerpo mayor será la aceleración que éste adquirirá.

La aceleración que un cuerpo puede adquirir es directamente proporcional a la fuerza resultante e inversamente proporcional a su masa.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_R}{m}$$

$$\vec{F}_R = m \vec{a}$$

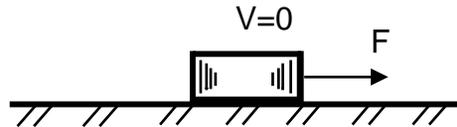
además: " $\vec{F}_R$ " y " $\vec{a}$ " tienen la misma dirección.

## Dinámica Rectilínea

Es aquella rama de la dinámica en la cual el objeto de estudio son aquellos cuerpos que describen trayectorias rectilíneas.

### Ejercicio 1:

Sobre el bloque de 2 kg inicialmente en reposo en la superficie lisa, se aplica una fuerza horizontal constante cuyo módulo es 20 N; determine su rapidez cuando han transcurrido 4 s.



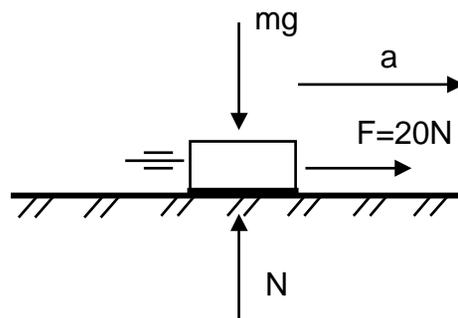
### Resolución:

Para hallar la rapidez en  $t = 4$  s, recordamos Cinemática:

$$V_f = V_0 + at$$

$$V_f = a(4) \dots\dots\dots (1)$$

Nos falta el valor de la aceleración y para calcularlo utilizamos la 2da Ley de Newton, para lo cual hacemos el D.C.L. sobre el bloque:



Observemos que el bloque se desplaza horizontalmente y en esa dirección sólo hay una fuerza " $F = 20\text{N}$ ", entonces ella será la fuerza resultante.

Luego:

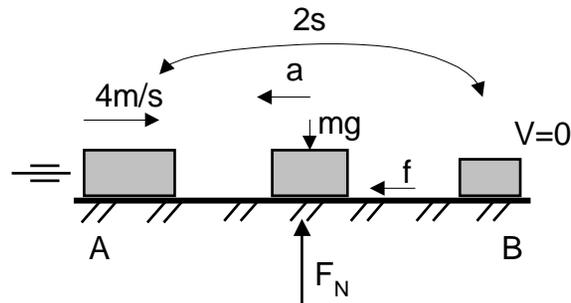
$$F = m a$$
$$20 = 2a \longrightarrow a = 10 \text{ m/s}^2$$

Reemplazamos en (1):

$$V_f = 40 \text{ m/s}$$

1. Un bloque es lanzado con una rapidez de 4 m/s en una superficie horizontal rugosa, deteniéndose luego de 2 segundos. Determine el coeficiente de rozamiento entre las superficies en contacto.  
( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

**Solución:**



Como la superficie es rugosa, sobre el bloque actúa una fuerza de rozamiento "f" tal que le va disminuyendo la velocidad y por lo tanto le provoca una aceleración negativa.

Luego:  $f = m \cdot a$  .....(1)

Pero:  $f = \mu \cdot F_N = \mu \cdot mg$

En (1):  $\mu \cancel{mg} = \cancel{m}a \Rightarrow a = \mu g$  ..... (2)

Del M.R.U.V.:

$$V_f = V_0 - a t$$

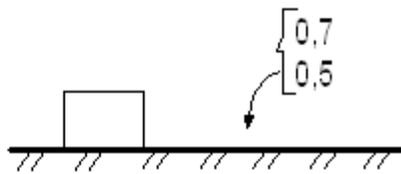
$$0 = 4 - \mu g t$$

$$\mu = \frac{4}{10 \times 2} = \frac{1}{5}$$

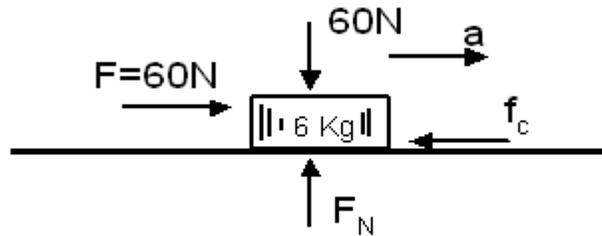
$\mu = 0,2$

2. Si el bloque de 60 kg apoyado sobre la superficie horizontal rugosa, se le aplica una fuerza horizontal de 60 N, determine la aceleración que adquiere.  
( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

- a)  $3 \text{ m/s}^2$
- b)  $4 \text{ m/s}^2$
- c)  $5 \text{ m/s}^2$
- d)  $6 \text{ m/s}^2$
- e)  $8 \text{ m/s}^2$



**Solución:**



Sabemos que:

$$F_{\text{RES}} = m \cdot a.$$

$$F - F_c = m \cdot a.$$

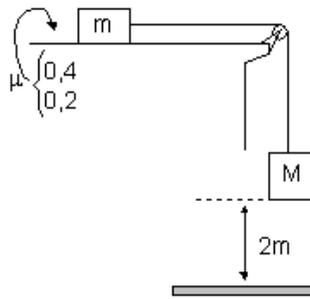
$$F - \mu_c F_N = m \cdot a.$$

$$60 - (0,5)(60) = 6 \times a$$

$$\therefore \boxed{a = 5 \text{ m/s}^2}$$

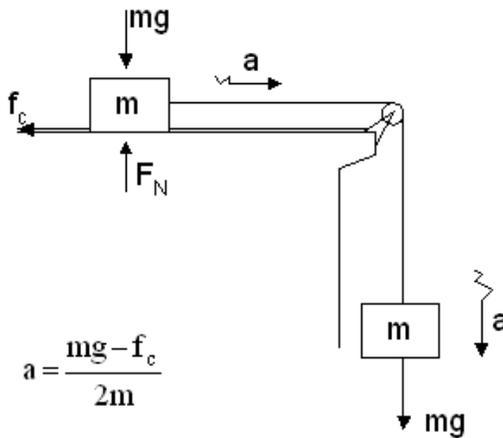
3. Si el sistema mecánico mostrado es liberado en la posición mostrada, determine el tiempo que transcurre hasta que "M" llegue a impactar en el piso ( $M=m$ ;  $g=10\text{m/s}^2$ )

- a) 0,2 s
- b) 0,5 s
- c) 0,8 s
- d) 1,0 s
- e) 1,5 s



**Solución:**

A partir del instante que se liberan los bloques, estos adquieren una aceleración.

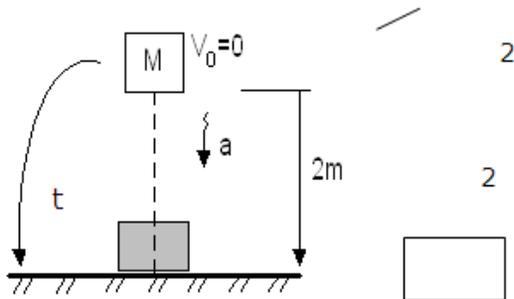


$$a = \frac{mg - f_c}{2m}$$

$$a = \frac{mg - \mu_c mg}{2m}$$

$$a = 4m / s^2$$

Luego, analizamos al bloque "M" el cual parte del reposo y hasta llegar al piso recorre 2 m se trata de un M.R.U.V.



$$d = V_0 t^0 + \underline{at^2}$$

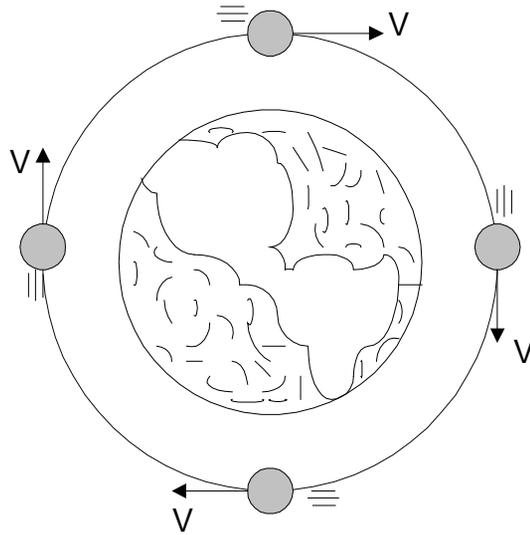
$$2 = \underline{4 \times t^2}$$

$$\therefore t = 1s$$

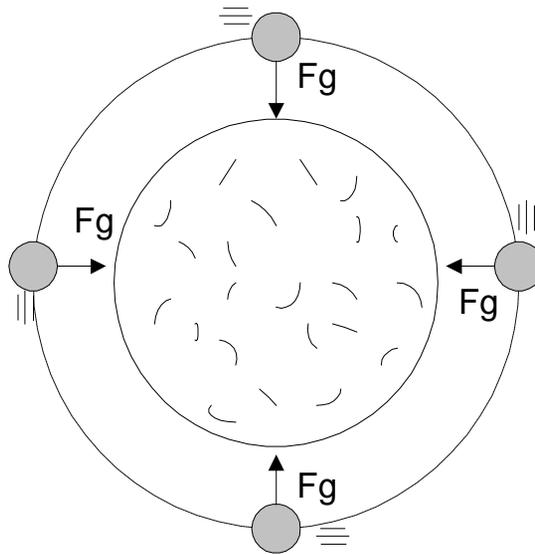
**Dinámica Circunferencial**

Es aquella rama de la dinámica en la cual el objeto de estudio son aquellos cuerpos que describen como trayectoria una circunferencia.

Para comprender esto consideremos el movimiento de un satélite alrededor de la tierra.



Haciendo el diagrama de fuerzas:



Podemos observar que el satélite describe una trayectoria curvilínea alrededor de la tierra. Despreciando la interacción con los otros planetas, podríamos considerar a la trayectoria como una circunferencia; como en la dirección tangencial no hay fuerzas, la velocidad se mantiene constante en módulo, pero continuamente cambia de dirección, por lo tanto el satélite experimenta aceleración, la cual debe ser causada por una fuerza resultante no nula.

Al observar el D.C.L. notaremos que la fuerza resultante es la fuerza gravitatoria, la cual en todo instante apunta al centro de la trayectoria que describe el satélite (centro de la tierra).

**Conclusión:**

Para que un cuerpo describa un movimiento circunferencial, éste debe experimentar una fuerza resultante no nula dirigida hacia el centro de la circunferencia a la que se denomina "FUERZA CENTRÍPETA ( $F_{cp}$ )", la cual causa una aceleración dirigida hacia el centro de la circunferencia denominada "ACELERACIÓN CENTRÍPETA ( $a_{cp}$ )".

De la 2da Ley de Newton:

$$F_R = m a \longrightarrow \boxed{F_{cp} = m a_{cp}}$$

La aceleración centrípeta mide el cambio en la dirección de la velocidad tangencial en el tiempo.

Matemáticamente:

$$\boxed{a_{cp} = \frac{V^2}{r} = \omega^2 r}$$

Donde:

$V$  : rapidez tangencial o lineal (m/s)

$\omega$  : rapidez angular (rad/s)

$r$  : radio de la circunferencia

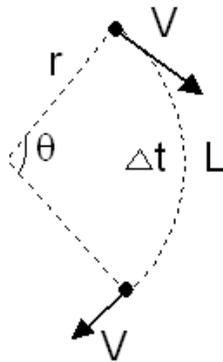
Luego:

$$\boxed{F_{cp} = \frac{mV^2}{r}}$$

$$\boxed{F_{cp} = m \omega^2 r}$$

**Observación:**

En un movimiento circunferencial el segmento que une el centro de la circunferencia con la partícula barre ángulos a medida que transcurre el tiempo; esto lo podemos caracterizar mediante una magnitud escalar llamada: "RAPIDEZ ANGULAR" ( $\omega$ ). Matemáticamente:



$$\omega = \frac{\theta}{t} \quad \text{Unidad: } \left( \frac{\text{rad}}{\text{s}} \right)$$

También sabemos que a través del trayecto se cumple:

$$V = \frac{V^2}{\Delta t} = \frac{\theta}{\Delta t} \cdot r$$

$$V = \omega \cdot r$$

Por lo tanto:

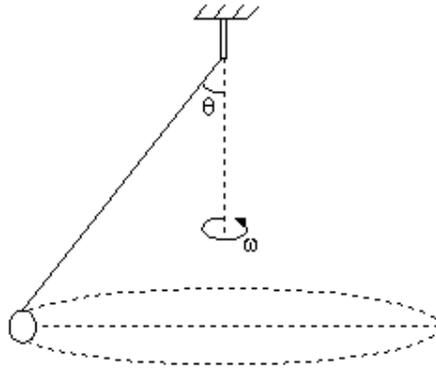
$$a_{cp} = \frac{V^2}{r} = \frac{(\omega r)^2}{r} \quad a_{cp} = \omega^2 \cdot r$$

### **PROBLEMAS RESUELTOS**

1. Una esferita atada a una cuerda, suspendida en la forma indicada, gira uniformemente en un plano horizontal.

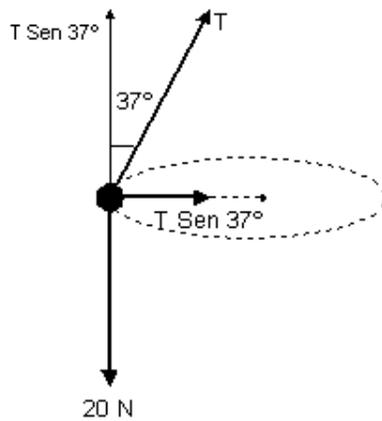
Si la masa de la esferita es de 2 kg determine el módulo de la fuerza centrípeta.  
( $\theta=37^\circ$  ;  $g=10\text{m/s}^2$ )

- a) 10 N
- b) 12 N
- c) 14 N
- d) 15 N
- e) 20 N



**Solución:**

Hacemos D.C.L. a la esfera



Descomponemos la tensión en el eje radial y eje tangencial

Luego, observamos que la fuerza centrípeta ( $F_{cp}$ ) queda determinada por la componente:

$$"T \text{ sen } 37^\circ"$$

Es decir:

$$F_{cp} = T \text{ sen } 37^\circ \dots\dots\dots (1)$$

Además, en el eje tangencial:

$$T \sin 37^\circ = 20$$

$$T \times \frac{4}{5} = 20 \Rightarrow$$

$$T = 25\text{N}$$

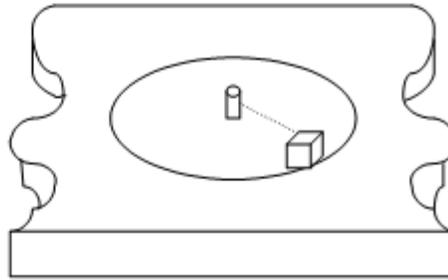
En (1):

$$F_{Cp} = 25 \times \frac{3}{5}$$

$$F_{Cp} = 15\text{N}$$

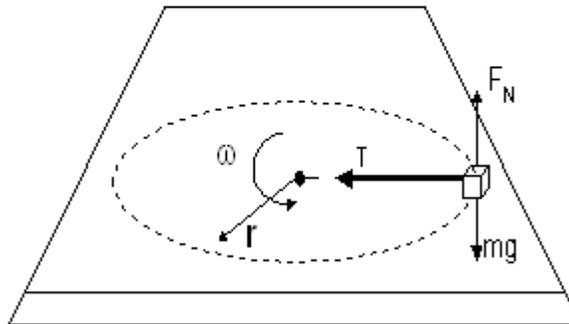
2. En la figura se muestra a un bloque de 5 kg que gira en un plano horizontal con una rapidez angular constante de 2 rad/s, atada a una cuerda de 2 m. Determine la tensión en la cuerda.

- a) 20 N
- b) 30 N
- c) 40 N
- d) 45 N
- e) 50 N



**Solución:**

Hacemos D.C.L. al bloque

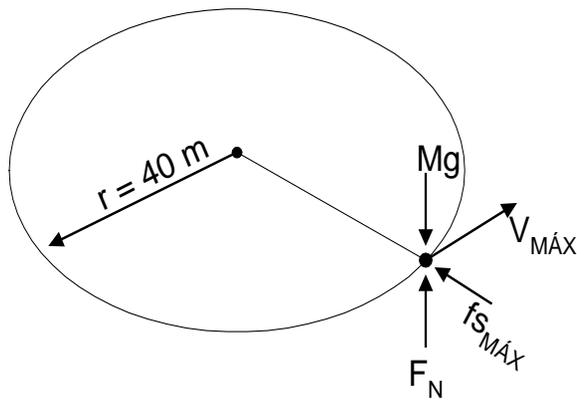


Eje radial:  $T = F_{Cp}$   
 $T = m \omega^2 r$   
 $T = (5) (2)^2 (2)$

$$T = 40\text{ N}$$

3. Determine la máxima rapidez que puede alcanzar un motociclista para dar una vuelta completa en una pista circular de 40 m de radio de curvatura. Considere  $\mu_s=0,25$ ;  $\mu_k=0,20$ . ( $g=10\text{m/s}^2$ )

**Solución:**



La velocidad será máxima, en el instante que esté a punto de salir de la trayectoria circular. En este caso la fuerza que lo mantiene en su trayectoria será la fuerza de rozamiento estático máxima “ $f_{s\text{máx}}$ ”.  
Luego:

$$f_{s\text{máx}} = F_{Cp}$$

$$\mu_s \times F_N = \frac{M V_{\text{MÁX}}^2}{r}$$

$$\mu_s \times Mg = \frac{M V_{\text{MÁX}}^2}{r}$$

$$V_{\text{MÁX}}^2 = \mu_s g r$$

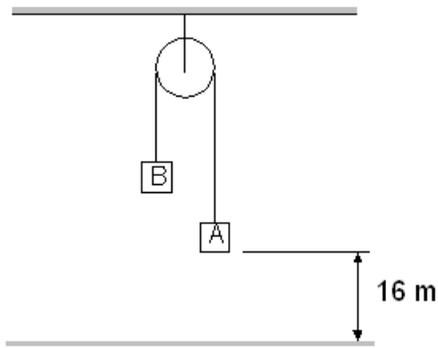
$$V_{\text{MÁX}}^2 = \sqrt{(0,25)(10)(40)}$$

$$V_{\text{MÁX}}^2 = 10 \text{ m/s}$$

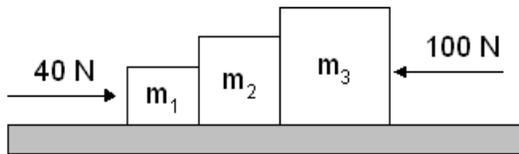
### PROBLEMAS PARA RESOLVER EN CLASE

1. Sobre un cuerpo inicialmente en reposo actúa, durante 4 s, una fuerza resultante de 1000 N y recorre 400 m. ¿Cuál es el peso del cuerpo?  
( $g=10\text{m/s}^2$ )
  - a) 200 N
  - b) 120 N
  - c) 280 N
  - d) 160 N
  - e) 100 N
  
2. En el instante mostrado el sistema parte del reposo. ¿Después de qué tiempo el bloque “A” llegará a tocar el piso? ( $g=10\text{m/s}^2$ );  $m_A=3\text{Kg}$ ;  $m_B=2\text{Kg}$ .

- a) 2 s
- b) 3 s
- c) 4 s
- d) 5 s
- e) 6 s

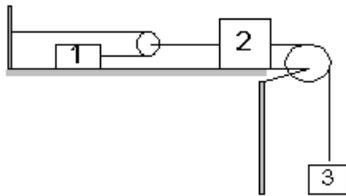


3. Si las superficies son totalmente lisas. Determinar la fuerza de reacción entre las masas  $m_2$  y  $m_3$ . ( $4 m_1 = 2 m_2 = m_3 = 4 \text{ Kg}$ )



- a) 35 N      b) 45,7 N      c) 57 N
- d) 65,7 N    e) 91,4 N

4. Si la masa " $m_1$ " avanza con una aceleración " $a$ ". Halle la aceleración con que se mueve la masa " $m_3$ "



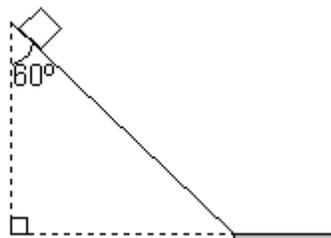
- a)  $2 a$       b)  $a$       c)  $a/2$
- d)  $a/3$       e)  $3a/2$

3. Un ascensor de 280 N de peso desciende en un pozo con movimiento uniforme acelerado. En los primeros 10 s recorre 35 m. Hallar la tensión del cable del que está suspendido el ascensor.

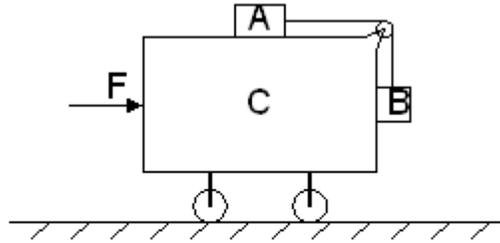
- a) 260 N    b) 220 N    c) 230 N
- d) 300 N    e) 280 N

4. De la parte superior de un plano inclinado totalmente liso de longitud 9,8m se deja caer un cuerpo. ¿Con qué velocidad llega al piso en m/s?

- a) 4,9
- b) 9,8
- c) 12,5
- d) 14
- e) 7



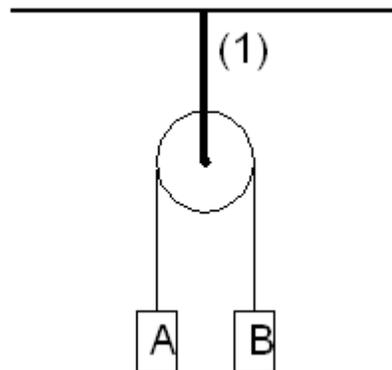
5. Determinar la magnitud de la fuerza "F" constante que se debe aplicar al sistema, para que los bloques "A" y "B" de 1 Kg de masa cada uno no tengan movimiento relativo respecto al carro "C" de masa 8 Kg. No hay fricción y  $g=10\text{m/s}^2$



- a) 40 N                      b) 60 N                      c) 80 N  
d) 100 N                    e) 20 N

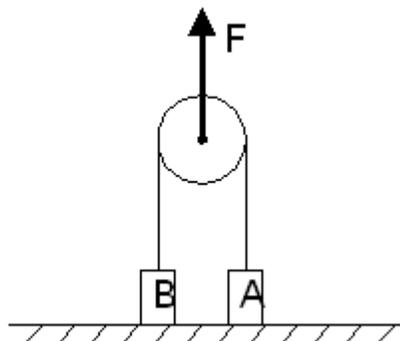
6. Una cuerda cuelga de una polea y en sus extremos hay dos masas "A" de 2 kg y "B" de 3 kg. Determinar la tensión en la cuerda (1), sabiendo que la polea pesa 2 N y no ofrece fricción.  $g=10\text{m/s}^2$ .

- a) 10 N  
b) 20 N  
c) 52 N  
d) 48 N  
e) 50 N



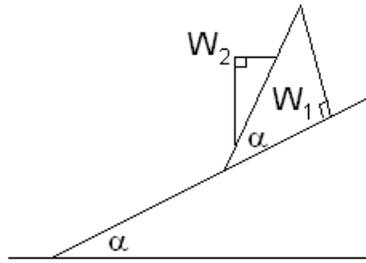
7. En la figura, las masas "A" y "B" son de 40 g y 20 g respectivamente. Si la polea se mueve hacia arriba de tal manera que la masa de 40 g queda estacionaria sin hacer contacto con el piso. Determinar la aceleración de la polea.  $g=10\text{m/s}^2$ .

- a) 5  $\text{m/s}^2$   
b) 4  $\text{m/s}^2$   
c) 3 m  
d) 2  $\text{m/s}^2$   
e) 1  $\text{m/s}^2$



8. Calcular la medida

del ángulo " $\alpha$ ", sabiendo que todas las superficies son lisas y que al resbalar  $W_2$ ,  $W_1$  no se mueve. ( $W_2 = 2W_1$ )



- a)  $45^\circ$       b)  $30^\circ$       c)  $15^\circ$   
 d)  $37^\circ$       e)  $53^\circ$

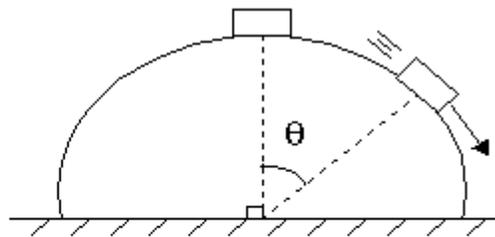
9. Un tranvía de masa  $m = 5$  toneladas, va por una curva de radio  $R = 125$  m. Hallar la fuerza con la cual presionan lateralmente las ruedas sobre los rieles cuando la velocidad del tranvía es de 9 km/h.

- a) 300 N    b) 250 N    c) 125 N  
 d) 325 N    e) 50 N

10. Una masa de 10 kg describe una trayectoria circular de radio 1 m. con una velocidad lineal de 10 m/s. Hallar la fuerza en Newton, que la mantiene en su trayectoria.

- a) 100              b) 1000              c) 500  
 d) 1500            e) 10

11. Una masa  $M$  resbala sobre una semiesfera lisa de radio " $R$ ". A partir del reposo; para un desplazamiento angular " $\theta$ ", su velocidad es " $V$ ", y la fuerza normal es " $N$ ". Entonces:



- a)  $N = Mg$     b)  $N = Mg + MV^2/2$   
 c)  $N > Mg \cos f$     d)  $N < Mg \cos f$   
 e)  $N < Mg \sin f$

12. ¿Qué velocidad mínima será necesario darle a un móvil en la parte superior de su trayectoria, si está atado a una cuerda al describir una trayectoria circular vertical, en m/s? Si:  $R=4,9$ m;  $g=10$ m/s<sup>2</sup>.

- a) 4      b) 5      c) 6      d) 7      e) 8

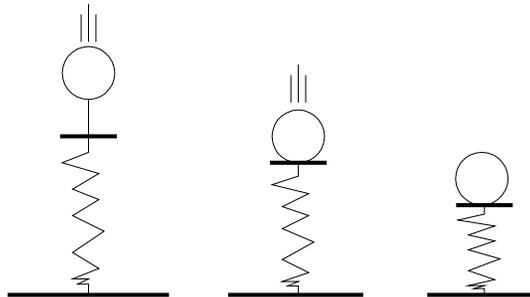
## Trabajo mecánico. Potencia y energía mecánica

### TRABAJO MECÁNICO

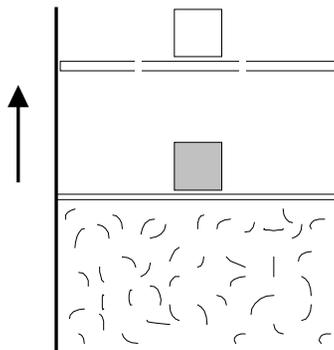
No es la intención dar una definición rigurosa acerca del trabajo mecánico; por el contrario queremos que se comprenda las diferencias entre este tipo de trabajo y análogos en otros campos de la vida.

Para comprender mejor empezaremos por dar unos ejemplos:

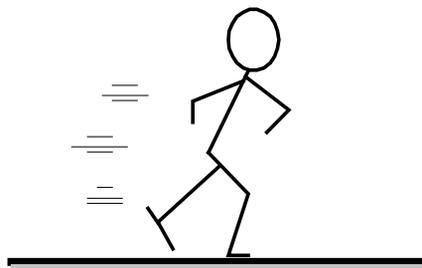
- (a) La esfera cae y aplasta al resorte venciendo la resistencia interna de éste.



- (b) El gas se desplaza levantando el émbolo superando la resistencia ofrecida por la carga hasta una determinada distancia, originado por la presión interna del gas.



- (c) La fuerza de rozamiento estático " $f_s$ " evita el deslizamiento de los pies del atleta y a la vez lo impulsa hacia adelante; es decir, le transmite movimiento.



Observe que en cada uno de los casos se ha superado una resistencia durante una distancia mediante la acción de una fuerza; pudiendo de esto concluir:

“La transferencia de movimiento mecánico de un cuerpo a otro recibe el nombre de Trabajo Mecánico”  
Esta transferencia de movimiento mecánico la cuantificamos por medio de una magnitud escalar denominada Cantidad de Trabajo ( $W$ ), la cual matemáticamente se evalúa de la siguiente manera:

$$W_{AB}^F = F \cdot d \cdot \cos \alpha$$

Para  $F$  constante

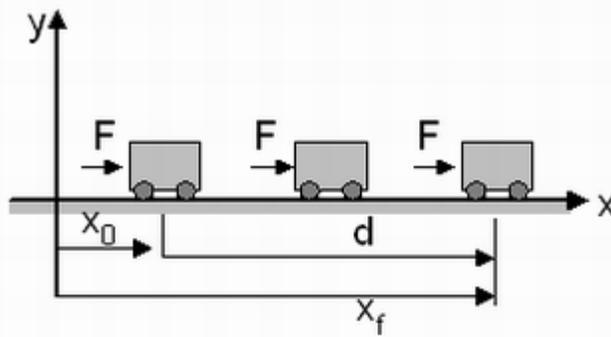
Donde:

$W_{AB}^F$  : trabajo desarrollado mediante la fuerza “ $F$ ” para llevar el bloque desde  $A$  hasta  $B$ .  
 $\alpha$  : ángulo formado por “ $F$ ” y el desplazamiento

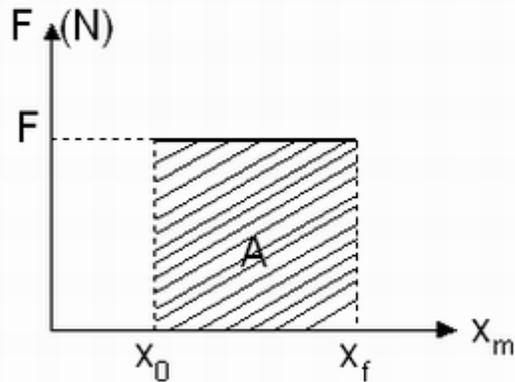
Unidades:

$F$  : Newton (N)  
 $d$  : metros (m)  
 $W$  :  $N \times m = \text{Joule (J)}$

Gráficamente podemos obtener el trabajo mecánico de una fuerza:  
Para ello veamos el siguiente ejemplo:  
El coche cambia de posición debido a la acción de la fuerza “ $F$ ”



Luego:



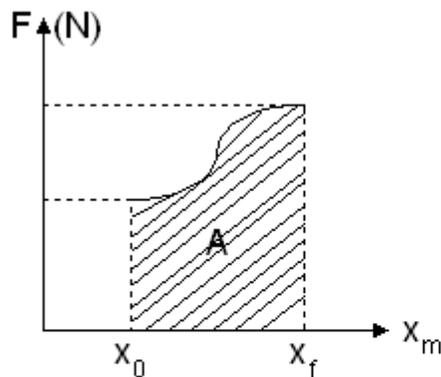
$$A = W_{x_0 \rightarrow x_f}^F$$

$$A = F \cdot d$$

$A$  : área debajo de la gráfica  $\vec{F}$  vs  $\vec{X}$   
 $A : F(x_f - x_0)$

De esto podemos darnos cuenta que el área de esta gráfica es numéricamente igual al trabajo que desarrolla la fuerza "F".

En general para el caso de una fuerza variable pero que es paralela a la distancia que avanza el cuerpo:

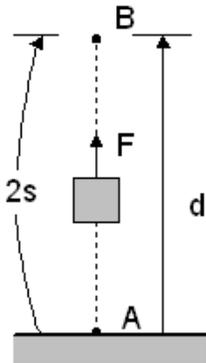


$$A = W_{x_0 \rightarrow x_f}^F$$

## PROBLEMAS RESUELTOS

1. Un bloque de 2 kg es elevado con una fuerza "F" que produce una aceleración de  $5 \text{ m/s}^2$ . Determine el trabajo de dicha fuerza, durante los 2 primeros segundos. ( $g=10\text{m/s}^2$ )

Recordemos que:



Recordemos que:

$$W_{A \rightarrow B}^F = F \cdot d \quad \dots\dots (1)$$

Observa que no conocemos el valor de "F" y tampoco del desplazamiento "d"

Sin embargo, como existe aceleración, entonces usamos:

$$M a = R \Rightarrow 2 \times 5 = F - 20 \\ F = 30\text{N} \quad \dots\dots (2)$$

Ahora, como el bloque estaba en reposo ( $V_0 = 0$ ), entonces aplicamos M.R.U.V. para hallar la distancia "d".

$$d = V \cdot t + \frac{at^2}{2}$$

$$d = \frac{5 \times 2^2}{2} \Rightarrow d = 10\text{m} \quad \dots\dots (3)$$

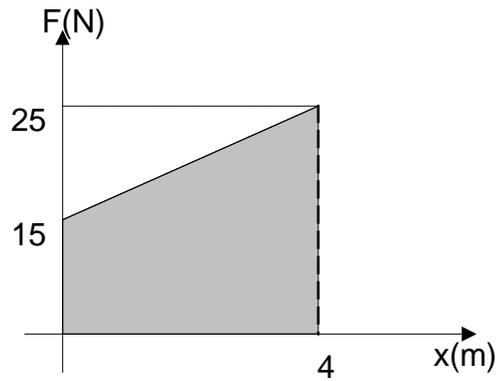
Luego, reemplazamos (2) y (3) en (1):

$$W_{A \rightarrow B}^F = (30\text{N})(10\text{m})$$

$$W_{A \rightarrow B}^F = 300\text{J}$$

2. Un bloque está apoyado sobre una superficie horizontal rugosa en  $x=0$ . Si se aplica una fuerza horizontal que varía en la forma indicada, determine el trabajo de la fuerza de rozamiento, si el trabajo neto hasta  $x=4\text{m}$  es de 50J.

**Solución:**



Se trata de una fuerza variable, en este caso el trabajo de "F" está dado por el área de la gráfica. Es decir:

$$W_{X=0 \rightarrow X=4}^F = A_{\text{d}} = \left( \frac{25+15}{2} \right) 4$$

$$W^F = 80\text{ J} \quad \dots\dots\dots (1)$$

Luego, por dato:

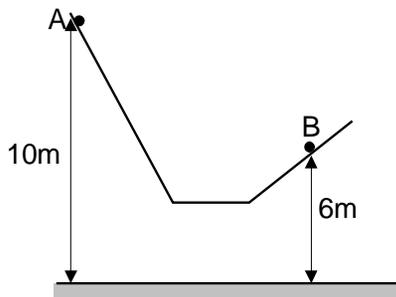
$$W^{\text{NETO}} = 50\text{ J}$$

$$W^F - W^{fc} = 50\text{ J}$$

$$80\text{ J} - W^{fc} = 50\text{ J}$$

$\therefore W^{fc} = 30\text{ J}$

3. Determine el trabajo de la fuerza de gravedad sobre el bloque de 4 kg de A hacia B. ( $g=10\text{ m/s}^2$ )



**Solución:**

El trabajo de la fuerza de gravedad no depende de la trayectoria, sólo depende de la altura entre la posición inicial y final. Es decir:

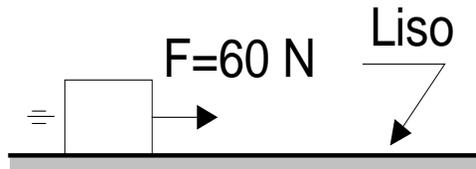
$$W_{A \rightarrow B}^{F_g} = F_g \cdot h_{AB}$$

$$W_{A \rightarrow B}^{F_g} = (40\text{N})(4\text{m})$$

$$W^{F_g} = 160\text{J}$$

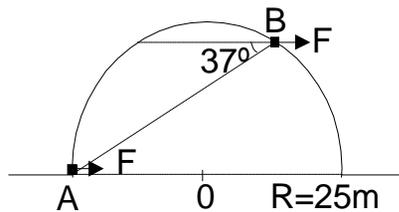
**PROBLEMAS PARA  
RESOLVER EN CLASE**

1. Calcular el trabajo que realizó la fuerza de 60 N en el tercer segundo de su movimiento sobre el bloque de 6 kg, si partió del reposo ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

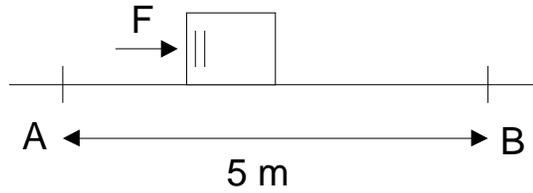


- a) 600 J                      b) 4500 J  
c) 3000 J                    d) 1500 J  
e) 750 J
2. Un pequeño anillo es llevado desde la posición "A" hasta "B" a lo largo del anillo liso. Calcular el trabajo de la fuerza horizontal.  $F = 10 \text{ N}$

- a) 200 J  
b) 320 J  
c) 160 J  
d) 640 J  
e) 120 J

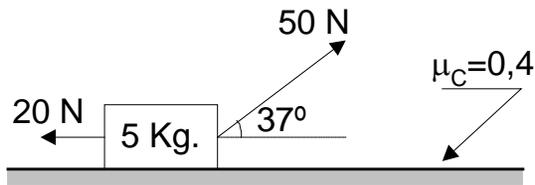


3. Hallar el trabajo realizado por la fricción, si el bloque de 10 N de peso es llevado desde "A" hasta "B" con velocidad constante ( $F = 20\text{N}$ )



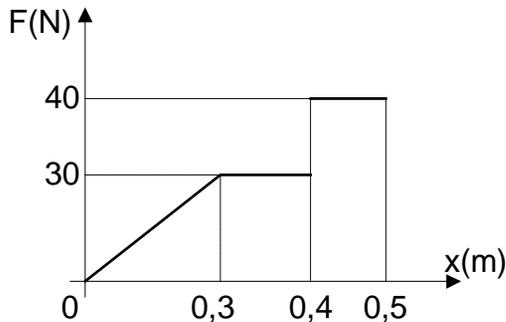
- a) 100 J                      b) -50 J  
 c) -100 J                    d) 200 J                    e) 20 J

4. Calcular el trabajo neto sobre el cuerpo. Para un desplazamiento de 15 m. sobre la superficie rugosa ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )



- a) 300 J                      b) 120 J                    c) 480 J  
 d) 180 J                    e) 120 J

5. La gráfica muestra la fuerza aplicada a un cuerpo y su correspondiente desplazamiento (x). ¿Qué trabajo se ha realizado al trasladar el cuerpo de  $x_1 = 0,3\text{m}$  a  $x_2 = 0,6 \text{ m}$ ?

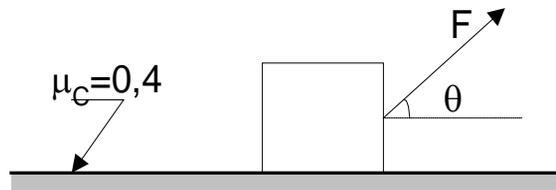


- a) 10 J                      b) 11,5 J                    c) 12 J  
 d) 14,5 J                    e) 16 J

6. Un cuerpo de 5 kg resbala a velocidad constante sobre un plano horizontal donde  $u_k = 0,3$ , encuentre el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento para un desplazamiento de 10 m.

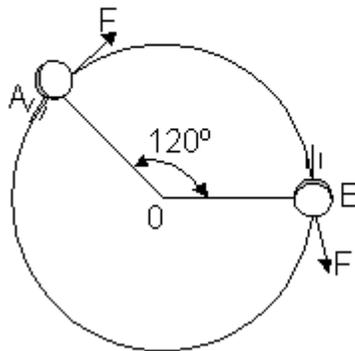
- a) 0 J                      b) -147 J                    c) -294 J  
 d) -392 J                    e) -98 J

7. Un bloque de 10 kg es arrastrado por la fuerza  $F = 80 \text{ N}$  sobre una superficie rugosa una distancia de 10 m. Si el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento es de 240 J. ¿Cuál es el valor del ángulo " $\theta$ "? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

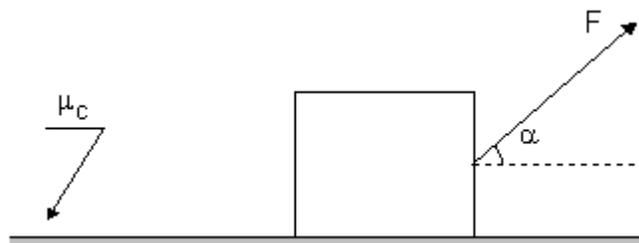


- a)  $30^\circ$       b)  $37^\circ$     c)  $45^\circ$   
d)  $53^\circ$       e)  $60^\circ$
8. Si la fuerza tangencial mantiene su módulo de 150 N, constante. Calcular el trabajo que realiza desde "A" hasta "B"

$$(R = \frac{2 \text{ m}}{\pi})$$



- a) 150 J      b) 300 J  
c) 200 J      d) 600 J    e)  $3000/\pi \text{ J}$
9. Un bloque de 8 kg es arrastrado 10 m aceleradamente a razón de  $4 \text{ m/s}^2$  mediante una fuerza constante "F" sobre una superficie horizontal rugosa. Calcular el trabajo neto desarrollado sobre el bloque ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )



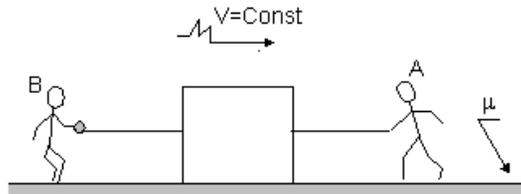
- a) 80 J      b) 160 J      c) 240 J

d) 320 J

e) Falta conocer "F"

10. El trabajo desarrollado por la persona "A" es  $W_A$  y el realizado por "B" es  $W_B$ .

Halle el valor absoluto  $\left| \frac{W_A}{W_B} \right|$ , si además se sabe que la persona "B" aplica una fuerza igual al módulo del peso del bloque.



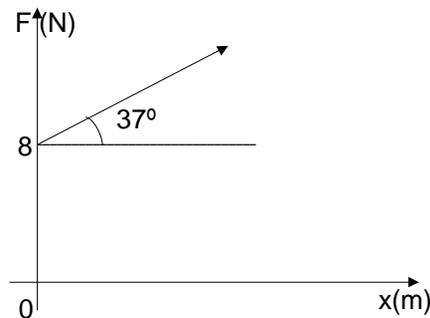
a)  $\mu$

b)  $\mu - 1$  c)  $\mu + 1$

d)  $\mu + 2$

e)  $\mu - 2$

11. En el gráfico (F vs. X) mostrado determinar el trabajo realizado por la fuerza "F" desde  $x = 0$  hasta  $x = 16$  m



a) 288 J

b) 224 J

c) 128 J

d) 162 J

e) 202 J

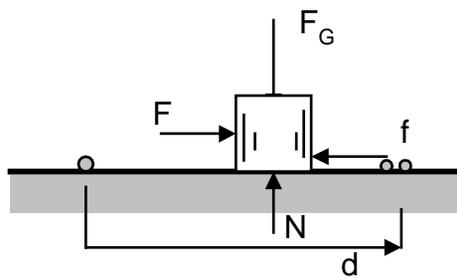
### TRABAJO NETO

Viene a ser la suma de los trabajos que se han desarrollado por aquellas fuerzas que están aplicadas al cuerpo, para esto hay que tener en cuenta los signos de los trabajos + ó -.

- El trabajo sobre un cuerpo será positivo cuando se le ponga en movimiento.
- El trabajo será negativo cuando tratemos de detenerlo.
- El trabajo de una fuerza será nulo si dicha fuerza es perpendicular a la trayectoria o desplazamiento.

### Ejemplo de aplicación:

Determine el trabajo neto realizado sobre el bloque para un desplazamiento de 3m.  $F = 20\text{N}$ ;  $f = 8\text{N}$



**Solución:**

Observe que la fuerza de gravedad y la fuerza normal (N) no desarrollan trabajo por ser perpendiculares al desplazamiento. Luego:

$$W_N = W^F + W^f \quad \dots\dots (1)$$

Pero:

$W^F$  es positivo porque está a favor del movimiento

$W^f$  es negativo porque está en contra del movimiento.

Luego:

$$W_N = (20N \times 3m) - (8N \times 3m)$$

$$W_N = 60J - 24J$$

$W_N = 36J$
-------------

**POTENCIA MECÁNICA**

La potencia media es una magnitud física escalar que nos indica la rapidez con que en promedio se realiza un determinado trabajo mecánico.

$$\text{Potencia} = \frac{\text{Trabajo realizado}}{\text{tiempo empleado}}$$

$$\text{Pot} = \frac{W}{t}$$

Unidades:

W : Joule (J)

t : segundo (s)

Pot :  $\frac{\text{Joule}}{\text{s}} = \text{watt (w)}$

### **POTENCIA INSTANTÁNEA**

Es aquella que nos indica la rapidez con que se realiza trabajo en un intervalo de tiempo muy corto. Su valor lo determinamos así:

$$\text{Pot} = F \cdot v \cdot \cos\alpha$$

$\alpha$  : ángulo entre  $\vec{F}$  y  $\vec{v}$

### **EFICIENCIA O RENDIMIENTO MECÁNICO**

Denotada por " $\eta$ "; es un número que va asociado en la estructura de una máquina y que usualmente indica la calidad de la máquina.

Su valor expresa que fracción de la potencia "absorbida o entregada" al cuerpo es transformada en trabajo útil.

El trabajo útil o potencia de salida de una máquina nunca es igual a la de entrada. Estas diferencias se deben en parte a la fricción, al enfriamiento, al desgaste, etc.

La eficiencia nos expresa la razón entre lo útil y lo suministrado a una máquina.

$$\eta = \frac{\text{Potencia útil}}{\text{Potencia entregada}} = \frac{P.u}{P.e.}$$

en porcentaje:

$$\eta = \frac{P.u}{P.e.} \cdot 100\%$$

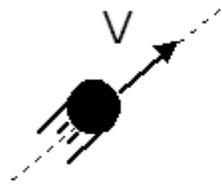
## ENERGÍA MECÁNICA

El término "Energía" está relacionado con las diversas transformaciones que se dan en la naturaleza, por ello se plantea que en la naturaleza se presentan diversas formas de energía.

Nosotros nos centraremos principalmente a relacionar la energía con la capacidad para transmitir movimiento, es decir para desarrollar trabajo. Para ello, debemos conocer algunas de las formas en que se presenta la energía.

### Energía Cinética de Traslación ( $E_C$ )

Es la medida escalar del movimiento de traslación de un cuerpo o partícula. Esta energía se puede obtener a través del trabajo que se efectúa para mover un cuerpo.



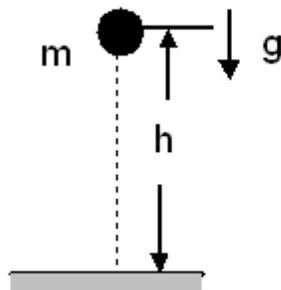
$$E_C = \frac{1}{2} m v^2$$

$m$  : masa del cuerpo  
 $v$  : rapidez del cuerpo

### Energía Potencial Gravitatoria ( $E_{PG}$ )

Es la medida escalar de la interacción gravitatoria de un cuerpo y la tierra. Esta energía se almacena en el sistema cuerpo tierra cuando desarrollamos trabajo para separarlos.

La Energía Potencial Gravitatoria depende de la fuerza de gravedad del cuerpo y de la altura medida a partir del nivel de referencia (NR) en donde la Energía potencial es cero.



$$E_{PG} = m.g.h.$$

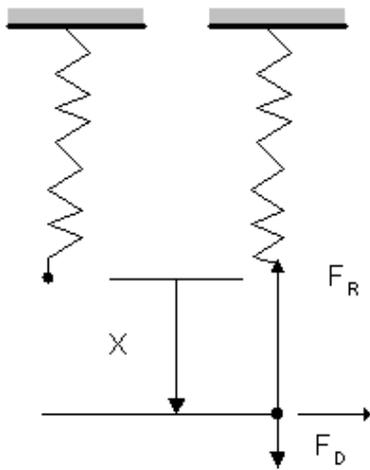
$m$ : masa del cuerpo

$g$ : aceleración de la gravedad

$d$ : distancia vertical que existe entre el  
C.G. del cuerpo y e N.R.

### Energía Potencial Elástica ( $E_{PE}$ )

Es la energía que almacena un cuerpo elástico debido al trabajo que se desarrolla para deformarlo (estirarlo o comprimirlo). Para el caso particular de un resorte ideal (de masa despreciable) se calcula así:



$$E_{PE} = \frac{1}{2} K \cdot x^2$$

$K$  : constante de rigidez del resorte

$x$  : elongación del resorte

La suma de estas tres formas de energía recibe el nombre de "ENERGÍA MECÁNICA ( $E_M$ )".

Es decir:

$$E_M = E_C + E_{PG} + E_{PE}$$

### Importante:

La Energía Mecánica de un cuerpo o sistema puede variar ya que por lo general al analizar un fenómeno físico vemos que una forma de Energía se transforma en otra.

### Ejemplo:

Suponga que lanza un bloque sobre un piso áspero:

- En el punto "A" el bloque tiene " $E_M$ "; sin embargo la fuerza de rozamiento cinético " $f_c$ " lo va deteniendo hasta que en el punto "B" su  $E_M$  es cero.

Luego: ¡La " $E_M$ " no se conserva!

### Conclusión:

"La Energía mecánica de un cuerpo y/o sistema se conserva (no cambia de valor) siempre y cuando las fuerzas no conservativas no efectúen trabajo mecánico".

Son fuerzas conservativas el peso y la fuerza elástica.

En general:

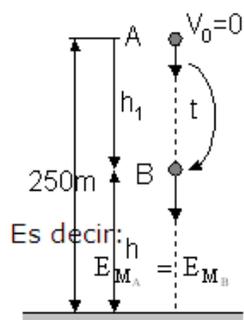
$$\Delta E_M = -\Delta W_{fnc}$$

El cambio en la Energía Mecánica de un cuerpo o sistema es numéricamente igual al trabajo desarrollado en él por las fuerzas que actúan en él (sin considerar a la fuerza de gravedad y elástica).

## PROBLEMAS RESUELTOS

1. Tenemos una esfera a 250 m de altura. Calcular luego de cuántos segundos de haberse soltado, su energía cinética será igual a su energía potencial gravitatoria. Desprecie los efectos del aire. ( $g=10\text{m/s}^2$ )

**Solución:**



En todo el trayecto sólo actúa la fuerza de gravedad. Por lo tanto, la energía mecánica entre A y B se conserva.

Es decir:

$$E_{M_A} = E_{M_B}$$

$$E_{P_A}^{Ref} = E_{C_B} + E_{P_B}$$

$$\text{Pero: } E_{C_B} = E_{P_B}$$

$$E_{P_A} = 2E_{P_B}$$

$$MgH = 2(Mgh) \Rightarrow h = \frac{H}{2}$$

$$\therefore h = 125 \text{ m}$$

Luego, nos damos cuenta que desde A hasta B ha descendido también  $h_1 = 125 \text{ m}$ .

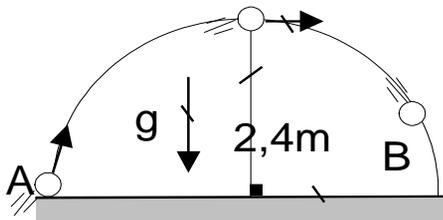
Luego, del M.V.C.L.

$$h_1 = V \cdot t + \frac{gt^2}{2}$$

$$125 = \frac{10 \times t^2}{2}$$

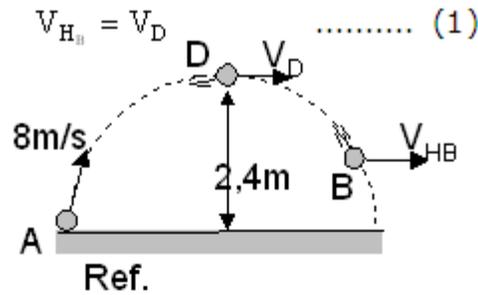
$$\therefore \boxed{t = 5\text{s}}$$

2. Una pequeña esfera es lanzada tal como se muestra. Determine el módulo de la componente horizontal de la velocidad que tendrá la esfera cuando pase por B. Desprecie los efectos del aire. ( $g=10\text{m/s}^2$ )



**Solución:**

Sabemos que en el punto más alto de la trayectoria, la velocidad es horizontal. Además, en dicha trayectoria la velocidad horizontal es constante. Luego:



$$E_{M_A} = E_{M_D}$$

$$E_{C_A} = E_{C_D} + E_{P_D}$$

$$\frac{M V_A^2}{2} = \frac{M V_D^2}{2} + M g h$$

$$\frac{8^2}{2} = \frac{V_D^2}{2} + 10(2,4)$$

$$V_D = 4 \text{ m/s}$$

En (1):

$$V_{HD} = 4 \text{ m/s}$$

### Oscilaciones: M.A.S. Péndulo simple

El Estudio de las oscilaciones mecánicas es importante no solamente por su aplicación frecuente a la ingeniería, sino porque los resultados obtenidos durante su estudio también pueden ser usados para el estudio y aclaración de los fenómenos oscilatorios en otras ramas de la Física, tales como por ejemplo el estudio de las oscilaciones armónicas que experimentan los electrones en una antena de transmisión o el movimiento de las moléculas en torno a una posición de equilibrio en una red cristalina o el movimiento de las moléculas sobre la superficie libre de los líquidos luego de una perturbación.

Por lo expuesto, el M.A.S. es de suma importancia ya que permite comprender algunos de los movimientos oscilatorios más complejos que se presentan en la naturaleza. Antes de entrar a analizar y describir el M.A.S. conoceremos algunos aspectos previos como lo que es: un movimiento oscilatorio y un movimiento periódico.

### Movimiento Oscilatorio

Se caracteriza porque el movimiento se repite, siguiendo la misma trayectoria en ida y vuelta. "Se experimenta un movimiento de vaivén".

Por ejemplo, un reloj de péndulo, un columpio, etc.

### Movimiento Periódico

Es aquel que se repite regularmente en intervalos de tiempo iguales.

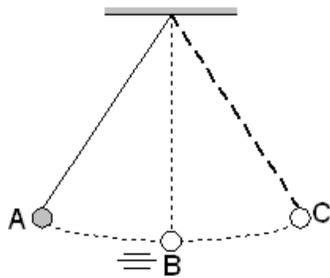
Por ejemplo, el movimiento rotacional de la tierra, sus clases en el centro pre, etc.

### Movimiento Armónico

Es aquel movimiento cuya posición está expresada en términos de seno y/o coseno. En la práctica todo movimiento armónico es a la vez periódico.

## Observaciones:

Analicemos el movimiento de una esferita sujeta mediante un hilo, como se muestra:



La esferita oscila en torno de su posición más baja "B"

**1ra:** La esfera completa una oscilación cuando desarrolla un movimiento completo, es decir, cuando va del extremo "A" hacia el extremo "C" y luego retorna al extremo inicial, "A".

A → B : Un cuarto de oscilación

A → C : Media oscilación

A → C → A : Una oscilación

**2da.:** El tiempo que debe transcurrir para que se repita nuevamente el evento se denomina: "Período (T)".

**3ra.:** Un movimiento periódico, no es necesariamente oscilatorio y un movimiento oscilatorio no es necesariamente periódico.

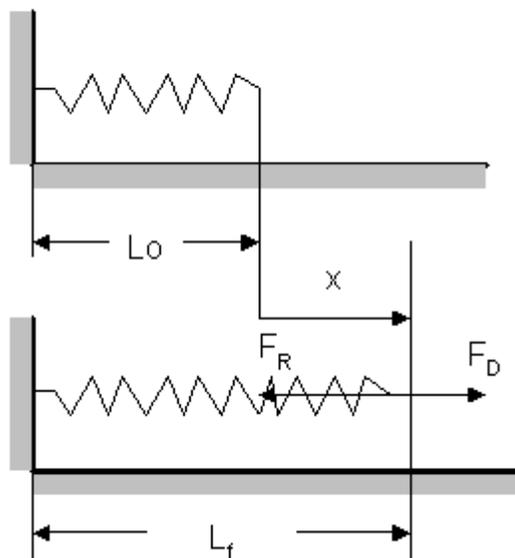
## Fuerza Elástica

Estas fuerzas se generan cuando se deforma un cuerpo. Por lo general se distinguen:

### a) Fuerza Deformadora ( $F_D$ ):

Es aquella fuerza que produce la deformación del cuerpo, siempre tiene el sentido de la deformación.

$$(X = L_f - L_0)$$



### b) Fuerza Recuperadora ( $F_R$ ):

Se genera en los cuerpos deformados. Si la deformación no supera el límite elástico, se cumple la Ley de Hooke.

$F_D$  (D.P.) X

$$K = \frac{F_D}{X} = \text{constante}$$

K : constante elástica del resorte

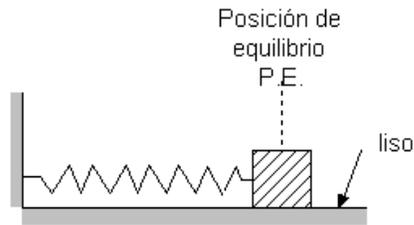
Luego, la fuerza recuperadora está dada por:

$$\vec{F}_R = -KX \rightarrow$$

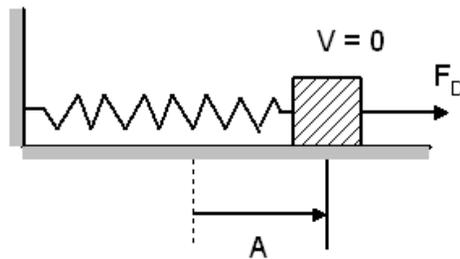
### ¿Qué es un Movimiento Armónico Simple?

Es un movimiento oscilatorio, periódico en línea recta.

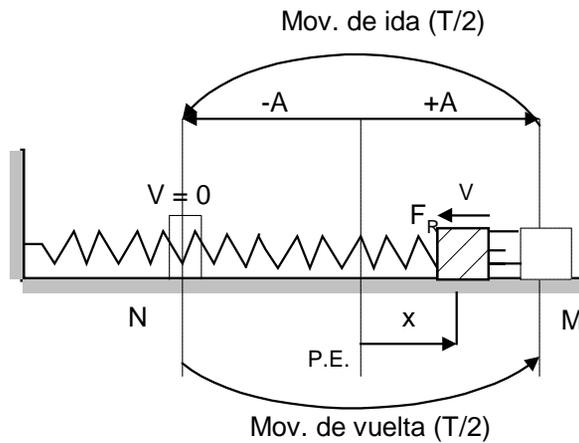
Por ejemplo, analicemos un bloque en reposo ligado a un resorte:



Lo alejamos una distancia (A) de su posición de equilibrio (P.E), por medio de una fuerza deformadora ( $F_D$ ).



¿Qué movimiento desarrolla el bloque al dejar de aplicar la  $F_D$ ?



- El movimiento se repite cada “T” segundos.

El bloque adquiere movimiento mecánico, debido a la acción de la fuerza recuperadora ( $F_R = kx$ , la cual disminuye a medida que el bloque se acerca a la P.E.).

### Elementos del M.A.S.

1.  $X \rightarrow$  ; posición de la partícula respecto de la posición de equilibrio llamada también elongación
2. **Amplitud (A):** Máxima posición o elongación.
3. **Período (T):** Es el tiempo utilizado para dar una vibración u oscilación completa.
4. **Frecuencia (f):** Es el número de vibraciones completas por unidad de tiempo.

$$f = \frac{1}{T}$$

Unidad:

$S^{-1} = \text{Hertz (Hz)}$

5. **Frecuencia cíclica ( $\omega$ ):**

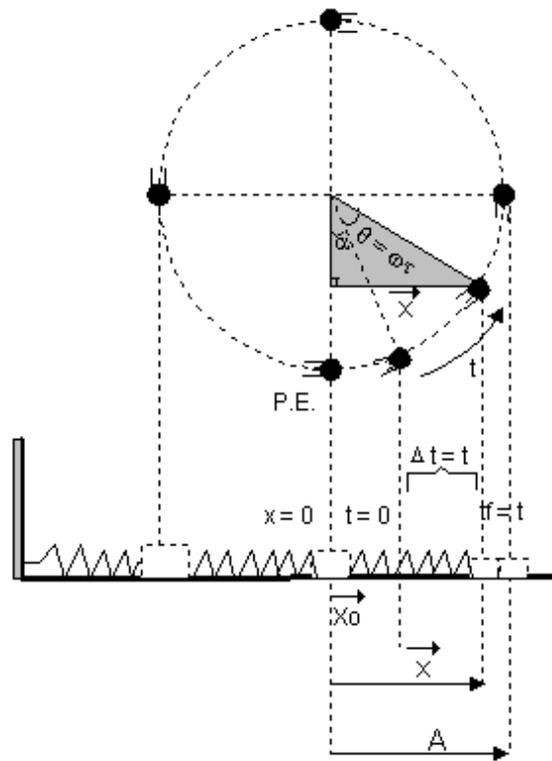
$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

### ¿Por qué al M.A.S. se le denomina armónico?

Se debe a que su movimiento está gobernado por funciones armónicas (seno o coseno).

### ECUACIONES DEL M.A.S.

Para obtener las ecuaciones del M.A.S. trabajaremos con la proyección horizontal de una partícula que experimenta un M.C.U., con el movimiento del bloque.



De  $t_0 = 0$  a  $t_f = t$ , la partícula barre un ángulo "θ", y del M.C.U. se tiene que:

$$\theta = \omega \cdot t$$

**Ecuación de la posición:**

A partir del  se deduce que:

$$\vec{X} = A \text{ sen } (\omega t + \alpha)$$

$\alpha$  : Fase Inicial; su valor depende de las condiciones iniciales (posición y velocidad inicial)

Se expresa en "rad"

**Ejemplo:**

Sea la ecuación del movimiento de un oscilador armónico:

$$\vec{X} = 0,2 \text{ Sen } \left( \pi t + \frac{\pi}{4} \right) \text{ m}$$

Determinar su amplitud, la frecuencia cíclica, fase inicial, período, frecuencia de oscilación y su posición para el instante  $t = 0,25$  s

**Solución:**

Sabemos que la ecuación de movimiento del M.A.S. es:

$$X = A \operatorname{sen} (\omega t + \alpha)$$

Luego, por dato:

$$X = 0,2 \operatorname{sen} \left( \pi t + \frac{\pi}{4} \right)$$

Comparando ambas ecuaciones tenemos que:

\*  $A = 0,2 \text{ m} = 20 \text{ cm}$  Amplitud

\*  $\omega = \pi \text{ rad/s}$  Frecuencia cíclica

\*  $\alpha = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$  Fase inicial

\*  $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\pi}$

$\therefore T = 2 \text{ s}$  En cada oscilación el oscilador emplea 2 s

\*  $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2}$

$\therefore f = 0,5 \text{ s}$  En cada segundo el oscilador desarrolla media oscilación

\* Ahora, en  $t = 0,25$  s su posición será:

$$X = 0,2 \operatorname{sen} \left( \pi (0,25) + \frac{\pi}{4} \right) \text{ m}$$

$$X = 0,2 \operatorname{sen} \underbrace{\pi}_{1} \underbrace{\left( \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \right)}_{\frac{1}{2}}$$

$\therefore X(t = 0,25) = 0,2 \text{ m}$

Es decir, en  $t = 0,25$  s el oscilador se encuentra  $0,2$  m a la derecha de la P.E.

### Ecuación de la Velocidad

$$V(t) = \omega A \cos(\omega t + \alpha)$$

Esta ecuación nos permite hallar la velocidad del móvil en cualquier instante de tiempo.  
También:

$$V = \omega \sqrt{A^2 - X^2}$$

Esta ecuación sólo nos permite conocer el módulo de la velocidad conociendo la posición del móvil.  
De esto se deduce:

$$\begin{aligned} V_{\text{MÁX}} &= \omega A && \dots\dots\dots \text{(en la P.E.)} \\ V_{\text{MÍN}} &= 0 && \dots\dots\dots \text{(en los extremos)} \end{aligned}$$

### Ecuación de la Aceleración

$$a(t) = -\omega^2 A \sin(\omega t + \alpha)$$

Para cualquier instante de tiempo.

De esto se deduce que:

$$\vec{a}(t) = -\omega^2 \vec{x}$$

El signo (-) indica que  $a$  y  $x$  son de dirección contrarias.  
Luego:

$$|\vec{a}(t)| = \omega^2 x$$

\*  $|a_{\text{MÁX}}| = \omega^2 A \dots\dots$  (en los extremos)

\*  $|a_{\text{MÍN}}| = 0 \dots\dots$  (en la P.E.)

**¿El período de oscilación, depende de la amplitud?**

¡NO!, depende de la masa y de la rigidez del resorte. El período (T) se evalúa así:

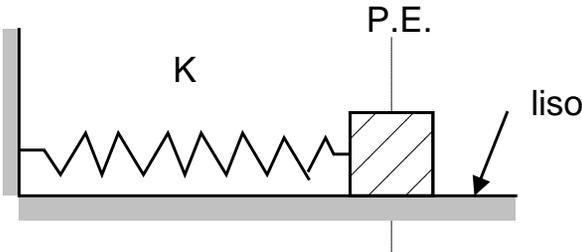
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Recuerde que:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

**Ejemplo:**

El bloque de 4 kg que se muestra está en reposo. De pronto se le desplaza hacia la izquierda y luego se suelta. Determine la ecuación de su movimiento, si en cada oscilación el bloque recorre 100 cm. ( $k = 100$  N/cm)



**Solución:**

Se sabe que:

$$X = A \text{ sen } (\omega t + \alpha) \quad \dots\dots\dots (1)$$

El dato dice que en cada oscilación el bloque recorre 100 cm, pero también podemos deducir que en cada oscilación el móvil recorre cuatro veces la amplitud (A).

Es decir:

$$100 = 4 A$$

$$A = 25 \text{ cm} = 0,25 \text{ m}$$

Además:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{100}{4}}$$

$$\omega = 5 \text{ rad/s}$$

Para hallar la fase inicial, evaluamos la ecuación (1) para  $t = 0$

$$-A = A \text{ Sen } (\omega (0) + \alpha)$$

$$-1 = \text{Sen } \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{2}$$

$$\therefore \boxed{X = 0,25 \text{ sen } (5 t + \frac{\pi}{2})}$$

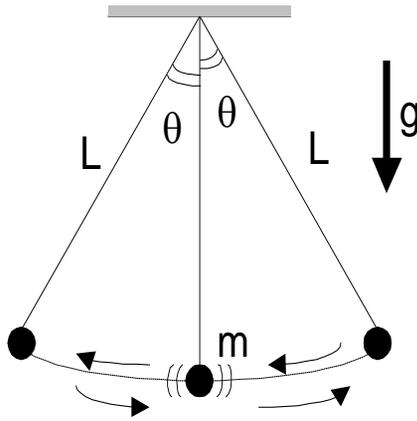
**En el M.A.S. ¿La energía mecánica se conserva?**

¡Sí! Porque la fuerza que mantiene el M.A.S. es una fuerza conservativa (fuerza elástica). La energía mecánica del sistema masa-resorte de un M.A.S. se evalúa así:

$$E_M = \underbrace{\frac{kx^2}{2} + \frac{mV^2}{2}}_{\text{en cualquier posición}} = \underbrace{\frac{kA^2}{2}}_{\text{en un extremo}} = \underbrace{\frac{m V_{MÁX}^2}{2}}_{\text{en la P.E.}}$$

**PÉNDULO SIMPLE**

Consiste de una masa de dimensiones muy pequeñas, suspendida mediante un hilo inextensible y de peso despreciable de un punto fijo. Al ángulo que forma el hilo con la vertical en la posición extrema se le denomina amplitud de la oscilación.



Para el período del péndulo simple se cumplen las siguientes leyes:

1. Es independiente de la masa.
2. Es independiente de la amplitud, si esta es pequeña ( $\theta \leq 5^\circ$ )
3. Es directamente proporcional a la raíz cuadrada de su longitud.
4. Es inversamente proporcional a la raíz cuadrada de la aceleración de la gravedad.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = \frac{1}{f}$$

### PROBLEMAS

1. La ecuación del movimiento de una partícula con M.A.S. es:

$$X = 0,4 \text{ Sen} \left( \frac{\pi}{2} t + \frac{\pi}{3} \right)$$

Determine el período de oscilación, posición y velocidad inicial.

Rpta.: \_\_\_\_\_

2. Un oscilador armónico de amplitud 40 cm, es observado inicialmente en  $X_0 = -20$  cm. Si realiza 60 oscilaciones por minuto. Determine el ángulo de fase inicial; la ecuación del movimiento y la velocidad inicial.

Rpta.: \_\_\_\_\_

3. Un oscilador realiza un M.A.S. cuya ecuación de movimiento está dado por

$$y = A \text{ Sen} \left( \frac{\pi}{6} t - \frac{\pi}{6} \right) \text{ m, en forma vertical.}$$

¿En qué instante el oscilador está en  $y = + \frac{A\sqrt{3}}{2}$  descendiendo?

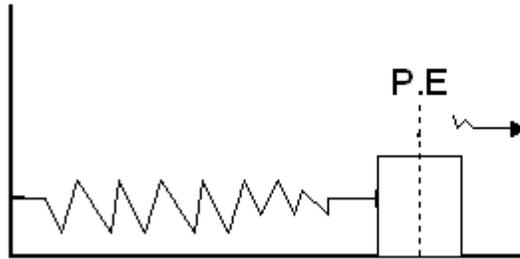
Rpta.: \_\_\_\_\_

4. Una partícula que desarrolla un M.A.S. tiene una velocidad de 5 cm/s y aceleración de 10 cm/s<sup>2</sup> cuando se encuentra en  $X = 2$  cm. Determine su amplitud.

Rpta.: \_\_\_\_\_

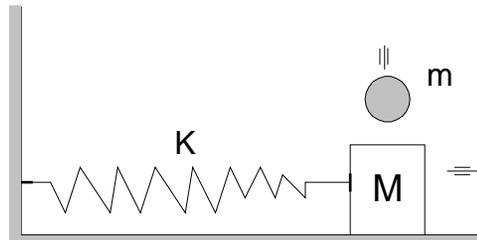
5. Un cuerpo es impulsado desde la posición de equilibrio con una velocidad de 0,4 m/s. Si su amplitud es 0,08 m.

Calcular su velocidad después de  $\left(\frac{\pi}{3}\right)$  seg. de haber partido.



Rpta.: \_\_\_\_\_

6. El bloque  $M = 100$  g de la figura oscila sin fricción con una amplitud de 3 cm. En el instante que pasa por su posición de equilibrio, cae verticalmente sobre él una masa "m" de 44 g, la cual queda adherida. Determine la nueva amplitud de oscilación.



Rpta.: \_\_\_\_\_

7. Un reloj péndulo es llevado a un planeta en donde la aceleración de la gravedad es un 10% menor que en la Tierra. Si la longitud del péndulo es de 20 cm. ¿Cuál debe ser la nueva longitud del péndulo para que en ese planeta funcione correctamente?

Rpta.: \_\_\_\_\_

#### ADICIONALES

1. Determine la ecuación del movimiento de un oscilador armónico que realiza 120 oscilaciones en 2 minutos. La amplitud del movimiento es de 7 cm, e inicia su movimiento en el extremo izquierdo.

$$\text{a) } X = 2 \operatorname{Sen}\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$\text{b) } X = 7 \operatorname{Sen}\left(\pi t - \frac{3\pi}{2}\right)$$

$$\text{c) } X = 7 \operatorname{Sen}\left(2\pi t - \frac{3\pi}{2}\right)$$

$$\text{d) } X = 7 \operatorname{Sen}\left(2\pi t + \frac{3\pi}{2}\right)$$

$$\text{e) } X = 2 \operatorname{Sen}\left(2\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$$

2. El oscilador armónico, oscila a lo largo del eje X. Si la posición de tal oscilador varía según muestra la gráfica. ¿Qué ecuación gobierna dicho movimiento?

$$\text{a) } X = 2 \operatorname{Sen}\left(\frac{5\pi}{4} t + \frac{\pi}{4}\right)$$

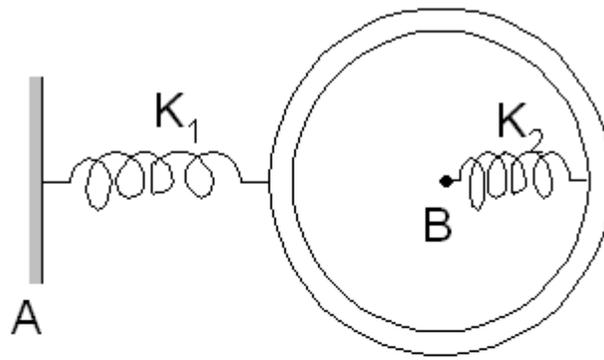
$$\text{b) } X = 3 \operatorname{Sen}\left(\frac{5\pi}{4} t + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\text{c) } X = 4 \operatorname{Sen}\left(\frac{5\pi}{4} t + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\text{d) } X = 5 \operatorname{Sen}\left(\frac{5\pi}{4} t + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\text{e) } X = 4 \operatorname{Sen}\left(\frac{5\pi}{4} t + \frac{5\pi}{6}\right)$$

3. El anillo de 0,8 kg se sostiene sobre una mesa lisa y se sujeta a dos resortes de constantes  $K_1=30\text{N/m}$  y  $K_2=50\text{N/m}$ . Se empuja el anillo a lo largo de la línea que une a los extremos fijos A y B, y después se suelta. Calcular el período de oscilación del sistema.

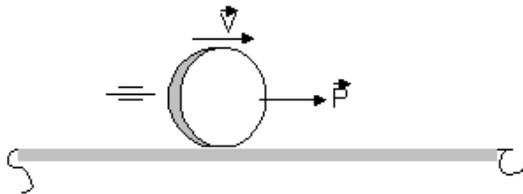


- a)  $\pi$  s                      b)  $\frac{\pi}{2}$  s                      c)  $2\pi$  s
- d)  $\frac{\pi}{5}$  s                      e)  $\frac{\pi}{3}$  s

**Cantidad de movimientos e impulso ondas mecánicas**

**CANTIDAD DE MOVIMIENTO (P)**

Llamado también momentum lineal, es una magnitud que sirve de medida vectorial del movimiento mecánico. Todo cuerpo que tiene velocidad se dice que es portador de cierta cantidad de movimiento igual al producto de su masa y su velocidad.



Matemáticamente:

$$\vec{P} = M \vec{V}$$

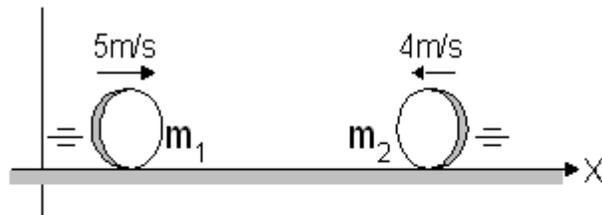
Unidad:  $\text{Kg} \times \frac{\text{m}}{\text{s}}$

El vector cantidad de movimiento ( $\vec{P}$ ) presenta igual dirección que la velocidad ( $\vec{V}$ ). Es decir:

$$\vec{P} \uparrow \uparrow \vec{V}$$

**Ejemplo:**

Hallar la cantidad de movimiento de cada una de las esferas.  $M=2\text{Kg}$ ;  $M=5\text{Kg}$



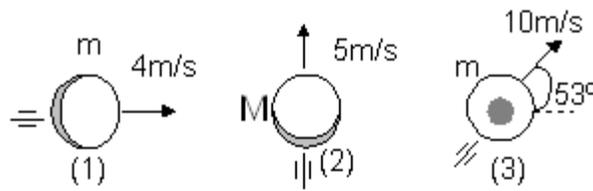
$$\vec{P}_1 = m_1 \vec{V}_1 = 2(+5) = +10 \text{ Kg.} \times \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\vec{P}_2 = m_2 \vec{V}_2 = 5(-4) = -20 \text{ Kg.} \times \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

\* El signo (+) o (-) indica la dirección

Si se desea obtener la cantidad de movimiento de un sistema de partículas ( $P_{\text{SIST}}$ ) se suma la cantidad de movimiento de todos los cuerpos.

Por ejemplo:



$$\vec{P}_{SIST} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{P}_3 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\vec{P}_1 = 2(+4) = +8 \text{ Kg} \times \frac{\text{m}}{\text{s}} = 8 \hat{i} \text{ Kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\vec{P}_2 = 5(+5) = +25 \text{ Kg} \times \frac{\text{m}}{\text{s}} = 25 \hat{j} \text{ Kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\vec{P}_3 = 2 (\bar{V}_x + \bar{V}_y)$$

$$\vec{P}_3 = 2(6 \hat{i} + 8 \hat{j}) = (12 \hat{i} + 16 \hat{j}) \text{ Kg} \times \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

En (1):

$$\vec{P}_{SIST} = 8 \hat{i} + 25 \hat{j} + 12 \hat{i} + 16 \hat{j}$$

$$\vec{P}_{SIST} = (20 \hat{i} + 41 \hat{j}) \text{ Kg} \times \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

En general:

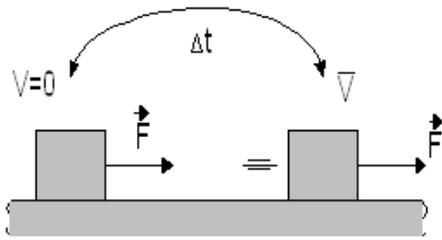
$$\vec{P}_{SIST} = \sum_{i=1}^n \vec{P}_i$$

## IMPULSO $\vec{I}$

Magnitud vectorial que caracteriza la acción de una fuerza en un intervalo de tiempo. En forma más general, el impulso es una magnitud que mide la transferencia de movimiento entre los cuerpos.

Matemáticamente:

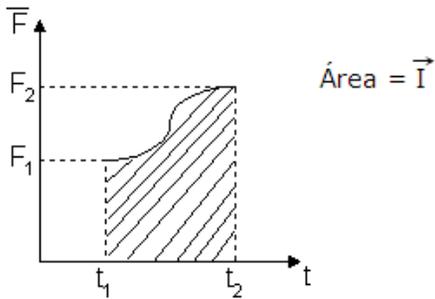
\* si la fuerza " $\vec{F}$ " es constante.



$$\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t$$

Unidad: N.s.

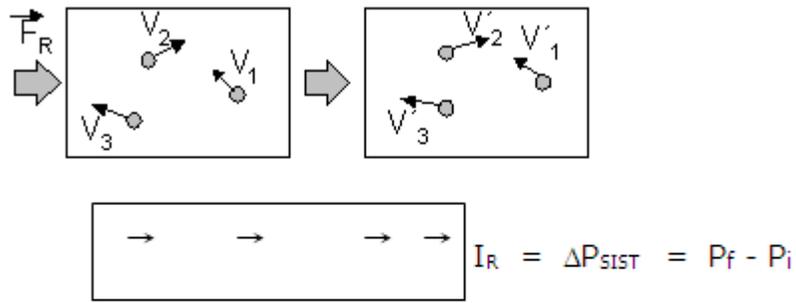
Si " $\vec{F}$ " varía en módulo, entonces el área debajo de la gráfica "F - t" nos dará el impulso.



Relación entre el impulso ( $\vec{I}$ ) y la cantidad de movimiento (P)

$$\vec{I} = \Delta \vec{P}$$

Toda fuerza que causa un impulso sobre un cuerpo origina en él un cambio en su cantidad de movimiento.  
Para un sistema de partículas:



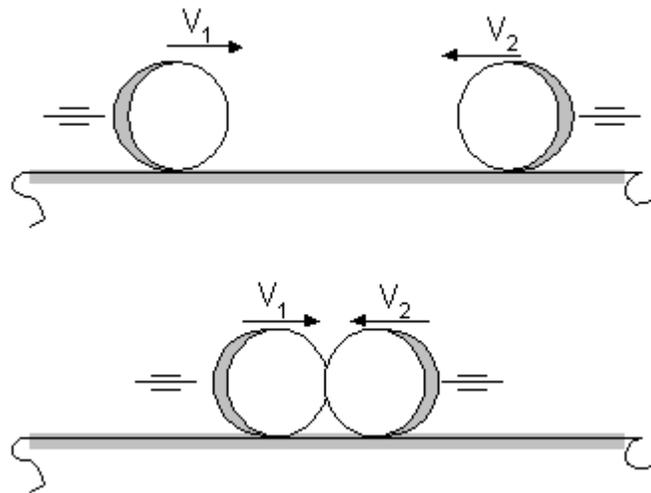
Si:  $\vec{I}_R = 0$

$\therefore \vec{P}_f = \vec{P}_i$

La cantidad de movimiento se conserva

### CHOQUES

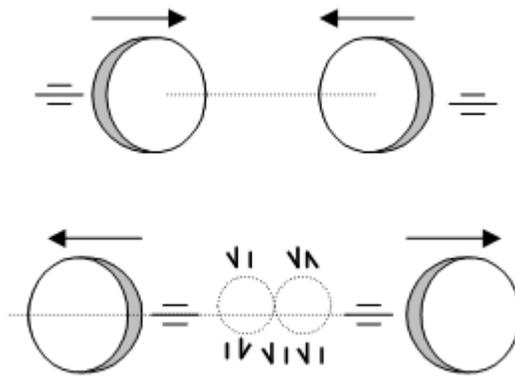
Se llama choque o colisión a aquellas interacciones entre cuerpos cuyo tiempo de duración es pequeño, exceptuándose en este caso las explosiones.



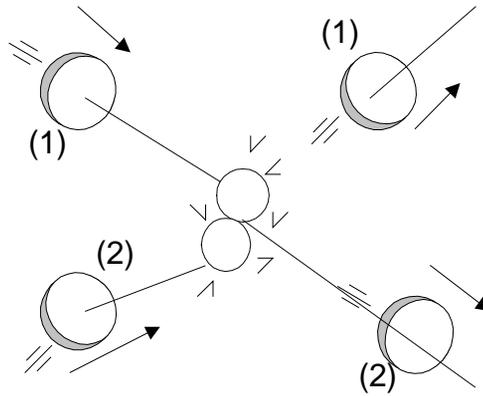
*Durante el choque, los cuerpos se deforman*

### **Clasificación de los choques**

**A. Choque frontal.**- Cuando la línea de movimiento de los cuerpos, antes y después del choque, es la misma.



**B. Choque oblicuo.-** Cuando la línea de movimiento de los cuerpos, antes y después del choque son diferentes.



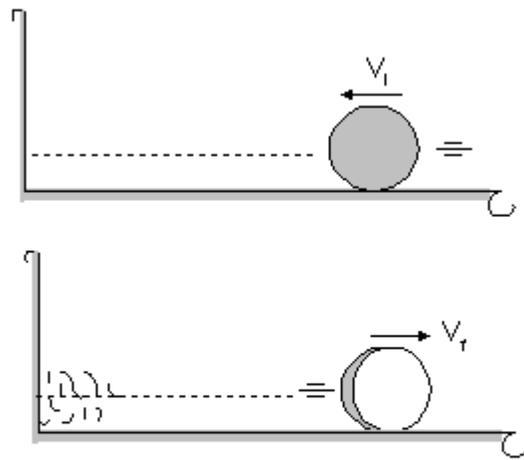
**Coefficiente de restitución**

Experimentalmente se percibe que las características del movimiento después del choque depende de las propiedades elásticas de los cuerpos en interacción, de las fuerzas en la deformación y recuperación, etc.; por ello para caracterizar los diferentes choques usamos una cantidad adimensional llamada “Coefficiente de Restitución” (e).

$$0 \leq e \leq 1$$

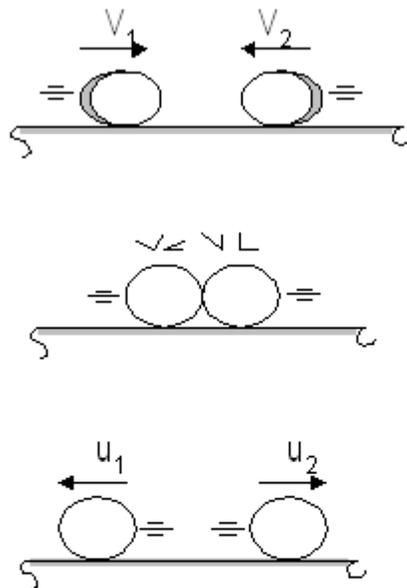
$$e = \frac{|I_{\text{recuperador}}|}{|I_{\text{deformador}}|}$$

**Caso 1:** Cuando un cuerpo choca con una pared:



$$e = \frac{V_f}{v_i} \quad \therefore \boxed{V_f = e V_i}$$

**Caso 2:** Cuando dos esferas chocan frontalmente:

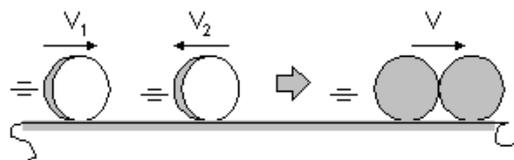


$$e = \frac{\text{Velocidad relativa después del choque}}{\text{Velocidad relativa antes del choque}}$$

$$e = \frac{V_{REL. D. CH.}}{V_{REL. A. CH.}}$$

**OBSERVACIONES:**

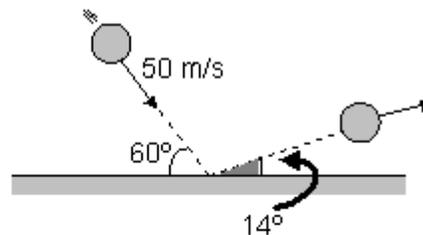
- Si:  $e = 1$ ; CHOQUE ELÁSTICO.
  - No hay deformación permanente, los cuerpos recuperan su forma.
  - $E_{M_{ACH}} = E_{M_{DCH}}$
- Si:  $0 < e < 1$ ; CHOQUE INELÁSTICO.
  - Los cuerpos quedan con cierta deformación permanente
  - $E_{M_f} = E_{M_i} + Q_{LIBERADO}$
- Si:  $e = 0$ ; CHOQUE PLÁSTICO.
  - Los cuerpos quedan completamente deformados, no se produce el rebote, por lo tanto después del choque quedan en reposo o se mueven con igual velocidad (juntos)



- $E_{M_f} = E_{M_i} + Q_{LIBERADO}$

### PRÁCTICA

- Una pelota de jete de 500 g rebota en una superficie horizontal tal como se muestra. Determine la rapidez de rebote y el módulo del cambio de la cantidad de movimiento sabiendo que éste es mínimo.



a)  $14 \frac{m}{s}$ ;  $24 \text{ kg} \times \frac{m}{s}$

b) 14; 20

c) 18; 26

e) 16; 18

d) 16; 26

2. Una esfera de 0,5 kg se lanza con  $30 \text{ J } \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . Determine el impulso de la fuerza de gravedad sobre la esfera hasta el instante que desciende con 20 m/s. Desprecie la resistencia del aire. ( $g=10\text{m/s}^2$ )
- a) +15 N.S.    b) -15    c) +20  
d) -25    e) +25
3. Sobre un bloque en reposo, apoyado sobre una superficie horizontal se ejerce una fuerza  $F = 5 t$  i donde F está en Newton y t en segundos. Determine el impulso de la fuerza sobre  $t = 2 \text{ s}$  hasta  $t = 10 \text{ s}$ .
- a) +20 N.S.    b) -240    c) 200  
d) -200    e) +140
4. Dos esferas A y B con velocidades respectivas de  $4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  y  $3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  corresponden a masa de 2 kg y 1 kg. Si estas chocan opuestamente y en forma frontal; calcule las velocidades de estas esferas luego de la colisión inelástica ( $e = 0,5$ )
- a)  $0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  y  $4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$     b) 1 y 3  
c) 0,5 y 2    d) 2 y 5  
e) 0,8 y 1,7
5. Una pelota se suelta desde una altura de 19,6 m sobre el piso, al impactar rebota hasta alcanzar una altura máxima de 4,9 m. Calcule el coeficiente de restitución elástica entre la pelota y el piso.
- a) 1    b) 0,8    c) 0,6  
d) 0,5    e) 0,2
6. Un minúsculo palillo de longitud "L" reposa sobre una mesa lisa, una hormiga, cuya masa es la novena parte que la del palillo, camina sobre el palillo desde uno de los extremos con una rapidez "V" con respecto al palillo. ¿Qué distancia retrocede el palillo hasta el instante en que la hormiga llega al otro extremo?
- a) L    b)  $\frac{L}{2}$     c)  $\frac{L}{4}$   
d)  $\frac{L}{8}$     e)  $\frac{L}{10}$

7. Un hombre y un muchacho que pesan 800 N y 400 N respectivamente; están sobre un piso sin rozamiento. Si después de que se empujan uno al otro, el hombre se aleja con una velocidad de 0,5 m/s respecto al piso. ¿Qué distancia los separa luego de 5 segundos?

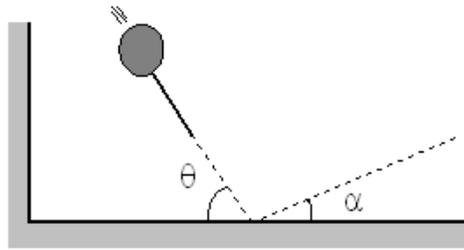
- a) 7,5 m    b) 96    c) 6    d) 8    e) 10,5

8. Al explotar una granada en tres fragmentos iguales resulta que los fragmentos planarmente con velocidades respectivas de  $5 \text{ i } \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ;  $12 \text{ j } \frac{\text{m}}{\text{s}}$  y "V". Encuentre "V".

- a)  $13 \frac{\text{m}}{\text{s}}$     b) 8    c)  $\hat{7}$   
d) 10    e) 12

9. Una bola de billar choca contra la banda lisa de la mesa de juego, así como detalla el diagrama.

Si "e" es el coeficiente de restitución elástica. Halle el ángulo "α" de rebote.



**Rpta.:**

$$\alpha = \text{arc tg } (e \cdot \text{tg } \theta)$$

10. Con una velocidad "v" e inclinación "θ" una pelota se lanza sobre una superficie horizontal lisa cuyo coeficiente de restitución es "e". Hallar el tiempo adicional en el que se puede considerar que la pelota deja de rebotar.

**Rpta.:**  $t = \frac{2v \text{ sen } \theta}{g(1-e)}$

11. En forma frontal una esfera de masa "m" con velocidad "V" choca con otra idéntica, en reposo, sobre una mesa lisa, siendo "e" el coeficiente de restitución elástica, halle la pérdida de energía mecánica una vez efectuado el choque.

**Rpta.:** P.E. =  $\frac{mV^2}{4} (1-e^2)$

## ONDAS MECÁNICAS

### ¿Qué es una onda?

Son oscilaciones que se propagan en el espacio y tiempo, desde un lugar del espacio que ha sido perturbado, conocido como foco.

Para la propagación de una onda mecánica ¿es necesaria la existencia de un medio?

Rpta.: ¡Sí!

Sabemos que las partículas de todo cuerpo sea sólido, líquido o gaseoso interactúan unos con otros. Por eso si una partícula del medio empieza a oscilar debido a la interacción este movimiento oscilatorio comienza a propagarse con cierta rapidez en todas las direcciones.

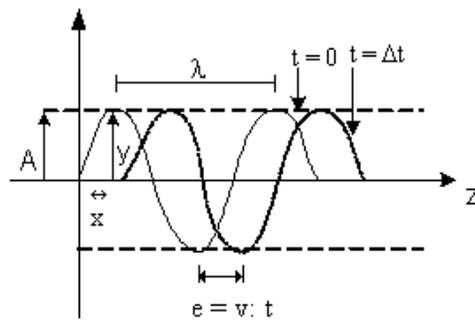
Una onda no transporta masa, sólo transporta energía y cantidad de movimiento, las cuales son propiedades fundamentales de toda onda sea cual sea su naturaleza.

Debido al movimiento oscilatorio de las partículas las ondas se clasifican en:

- a) **Ondas transversales.-** Son aquellas en las que las partículas oscilan perpendicularmente a la dirección de propagación. En el deslizamiento de unas capas de otras en los gases y líquidos no hace que aparezcan fuerzas de elasticidad por esta razón en los gases y en los líquidos no pueden propagarse ondas transversales.
- b) **Onda longitudinal.-** Son aquellas en la que las partículas oscilan paralelamente a la dirección de propagación. En la onda longitudinal tiene lugar la deformación por compresión. Las fuerzas de elasticidad ligada a esta deformación se originan tanto en los sólidos como en los líquidos y en los gases por eso las ondas longitudinales se pueden propagar en todos los medios.

### Elementos de una onda:

Sea una onda armónica:



$y$ : Es la posición de la partícula del medio oscilante ubicada a  $x$  metros del origen de onda.

$A$ : Amplitud ( $y_{\text{máx}}$ )

$\lambda$ : Longitud de onda

$f$ : Frecuencia en Hertz (Hz)

Rapidez de propagación  $V$

$$V = \frac{e}{\Delta t} = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$$

Donde:  $f = \frac{1}{T}$

La posición  $y(x,t)$  de una partícula situada a " $x$ " metros del origen de ondas, en el instante de tiempo " $t$ " es:

$$y(x,t) = A \text{ Sen } 2\pi \left( \frac{t}{T} \pm \frac{x}{\lambda} \right)$$

Ecuación de una onda armónica

Donde:

(-): Si la onda se propaga a la derecha

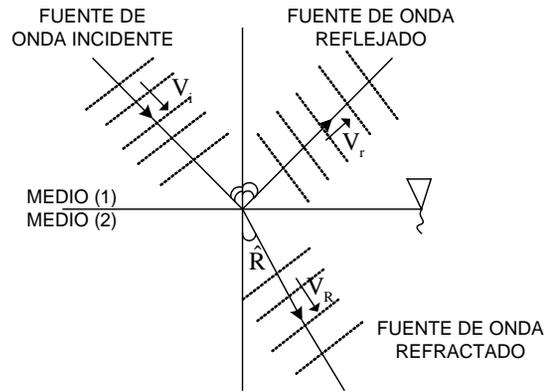
(+): Si la onda se propaga hacia la izquierda

La frecuencia de la fuente de las oscilaciones es la misma frecuencia de oscilación de una partícula del medio y es la misma frecuencia que el de la onda.

Las ondas experimentan fenómenos como: reflexión, refracción, difracción, interferencia y polarización.

### ¿Qué sucede cuando una onda se encuentra con la frontera de otro medio?

Cuando un movimiento ondulatorio llega a una superficie o región donde cambian las propiedades del medio en el cual se propaga, sufre una alteración y como resultado, parte de la energía del movimiento ondulatorio es devuelta al mismo medio de donde procedía, constituyendo la onda reflejada, y la otra parte es transmitida al otro medio constituyendo la onda refractada. El grado de reflexión y transmisión depende de la elasticidad del segundo medio.



En donde el rayo incidente, el rayo reflejado y el rayo refractado están en un mismo plano.

En donde el ángulo de incidencia ( $\hat{i}$ ) y el ángulo de reflexión ( $\hat{r}$ ) son iguales:

$$\hat{i} = \hat{r}$$

Las rapidezces de las ondas son diferentes en los medios (1) y (2):

$$\frac{\text{Sen } i}{\text{Sen } R} = \frac{V_{\text{medio incidente}}}{V_{\text{medio refractado}}}$$

Las partículas del medio 2 empiezan a oscilar debido a que son perturbados por las partículas de la interfase correspondientes al medio 1, las que se comportan como si fueran la fuente de las oscilaciones y como la frecuencia de la fuente de oscilaciones es la misma que la frecuencia de la onda generada podemos concluir que:

$$f_{\text{medio}(1)} = f_{\text{medio}(2)}$$

Concluimos que cuando una onda pasa de un medio a otro su frecuencia permanece constante.

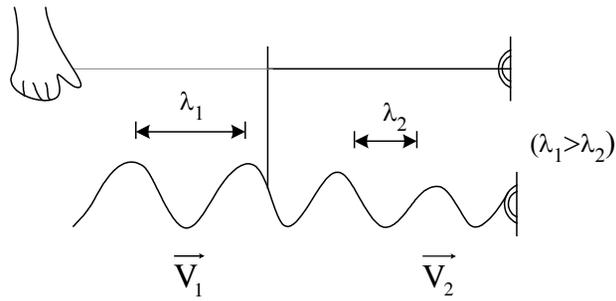
**¿Qué ocurrirá con su longitud de onda?**

$$f_{\text{medio}(1)} = f_{\text{medio}(2)}$$

$$\frac{V_{\text{medio}(1)}}{\lambda_1} = \frac{V_{\text{medio}(2)}}{\lambda_2}$$

Es decir la rapidez de la onda es proporcional a su longitud de onda.

Si la rapidez en el segundo medio es menor, entonces la longitud de onda en el segundo medio será también menor.



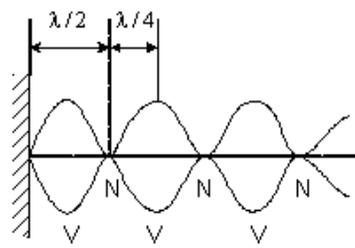
La frecuencia de una onda no se altera cuando se transmite de un medio a otro.

### **ONDAS ESTACIONARIAS**

Es un tipo especial de la interferencia de ondas que resultan de la superposición de 2 movimientos ondulatorios producidos por dos focos que vibran sincrónicamente (con la misma frecuencia) y por consiguiente tienen la misma longitud de onda.

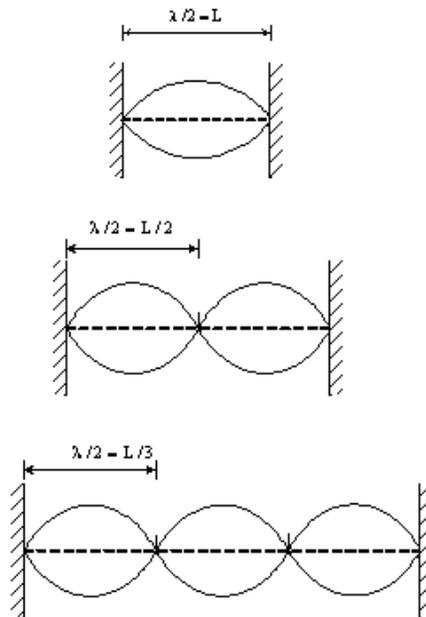
Estas interferencias se caracterizan porque existen puntos llamados nodos donde la interferencia es siempre con anulación mientras que en otros puntos llamados vientres la interferencia es siempre con refuerzo.

Los nodos y los vientres ocupan posiciones fijas, de modo que esta onda parece no avanzar en el espacio de ahí el nombre de onda estacionaria.



N: NODO      V: VIENTRE

Una característica interesante es que la distancia entre dos nodos consecutivos o dos vientres consecutivos es de media longitud de onda ( $\lambda/2$ ), mientras que la distancia entre un nodo y un vientre es de un cuarto de longitud de onda ( $\lambda/4$ ). Esto se puede apreciar en la siguiente ilustración.



En los gráficos anteriores se observa que la longitud de onda estacionaria, toma valores definidos.

$$\frac{\lambda}{2} = L, \frac{L}{2}, \frac{L}{3}, \frac{L}{4}, \dots, \frac{L}{n}$$

$$\rightarrow \lambda = 2L, \frac{2L}{2}, \frac{2L}{3}, \dots, \frac{2L}{n}$$

Donde "n" es un número entero

$$\text{Como } f = \frac{V}{\lambda} \rightarrow f = V \left( \frac{n}{2L} \right) \dots (\psi)$$

Es decir:

$$f = \frac{V}{2L}, 2 \left( \frac{V}{2L} \right), 3 \left( \frac{V}{2L} \right), \dots \text{etc}$$

La rapidez con la cual se propaga una onda a través de una cuerda está dada por:

$$V = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

Donde t es una tensión de la cuerda (N) y  $\mu$  es la densidad lineal de la cuerda. Reemplazado en  $\psi$  obtenemos la frecuencia de una onda estacionaria.

$$f = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}} \dots (\lambda)$$

Para  $n = 1$  obtendremos

$$f_1 = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

A la cual se le denomina frecuencia fundamental de la cuerda.

La expresión  $(\lambda)$  es importante porque en ella se puede ver cuales son los factores que influyen en la frecuencia de las ondas estacionarias en una cuerda vibrante.

Como las cuerdas vibrantes se utilizan en numerosos instrumentos musicales (piano, guitarra, violín, etc.), el sonido emitido por una cuerda de esos instrumentos se controla ajustando la longitud, la tensión o la masa de la cuerda.

## Hidrostática

## ¿A QUÉ SE LLAMA FLUIDO?

Es toda sustancia (líquidos, gases) que adopta fácilmente la forma del recipiente que lo contiene, y una de sus propiedades más importantes es la de ejercer y transmitir "Presión" en todas las direcciones.

### DENSIDAD ( $\rho$ )

Esta magnitud nos indica la cantidad de masa que se halla contenida en la unidad de volumen de un determinado material.

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Unidades:

$g/cm^3$  ;  $kg/m^3$

### PESO ESPECÍFICO ( $\gamma$ )

Esta magnitud mide el peso que posee cada unidad de volumen de un material determinado.

$$\gamma = \frac{W}{V}$$

Unidades:

$N/m^3$

### Relación entre $\rho$ y $\gamma$

$$\gamma = \frac{W}{V} = \frac{m \cdot g}{V} = \frac{m}{V} \cdot g$$

$\Rightarrow$

$$\gamma = \rho \cdot g$$

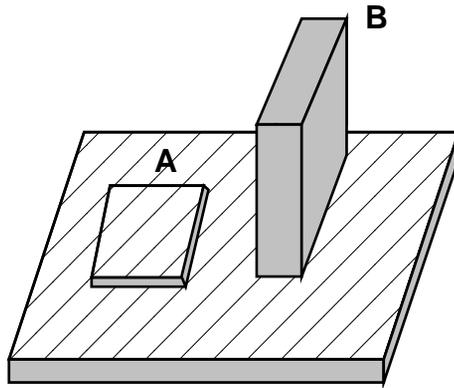
### Nota:

La densidad de una sustancia expresada en  $g/c.c.$ , queda expresada en  $kg/m^3$  si se multiplica por 1000.  
Ejemplo:

- \*  $\rho_{H_2O} = 1 g/cm^3$   
Luego:  
 $\rho_{H_2O} = (1 \times 1000) kg/m^3 = 1000 kg/m^3$
- \*  $\rho_{ACEITE} = 0,8 g/cm^3 = 800 kg/m^3$

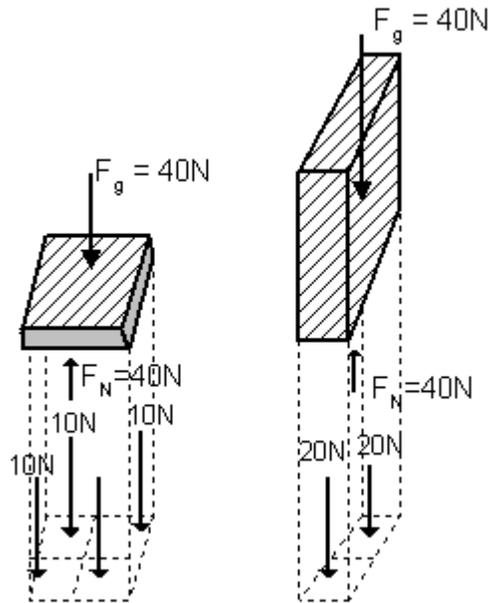
## ¿QUÉ ES LA PRESIÓN?

Consideremos dos bloques de concreto idénticos de 4 kg cada uno, apoyados sobre nieve tal como se muestra.



**¿Qué notamos?**

Que el bloque "B" se hunde más que el bloque "A", pero, ¿Porqué, si en ambos casos los bloques ejercen la misma fuerza sobre la superficie?



Notamos que en el caso "B" la fuerza de 40N se distribuye sobre una menor superficie que en el caso del bloque "A", por ello cada unidad de área de la base en "B" soporta mayor fuerza, por eso experimenta mayor hundimiento.

Luego, la presión es una magnitud física que mide la distribución de una fuerza perpendicular (normal) sobre una superficie de área "A".

Matemáticamente:

$$P = \frac{F_N}{A}$$

Unidad en el S.I.

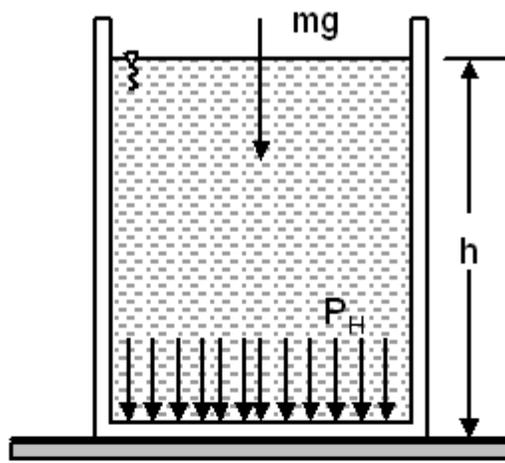
$$\frac{N}{m^2} = \text{Pascal (Pa)}$$

$$* \quad 10^5 \text{ Pa} = 1 \text{ bar}$$

### ¿EJERCERÁN PRESIÓN LOS LÍQUIDOS?

Como todo cuerpo sobre la Tierra, los líquidos también se encuentran sujetos a la fuerza de gravedad, por lo tanto, pueden ejercer presión: **PRESIÓN HIDROSTÁTICA** ( $P_H$ ).

Por ejemplo, un líquido puede ejercer presión sobre las paredes del recipiente que lo contiene.



Sabemos que:  $P = \frac{F}{A}$

Luego:

$$P_H = \frac{mg}{A} = \frac{(\rho V)g}{A}$$

$$P_H = \frac{\rho A h g}{A}$$

$$p_H = \rho g h$$

Donde:

$\rho$  : Densidad del líquido

$g$  : aceleración de la gravedad

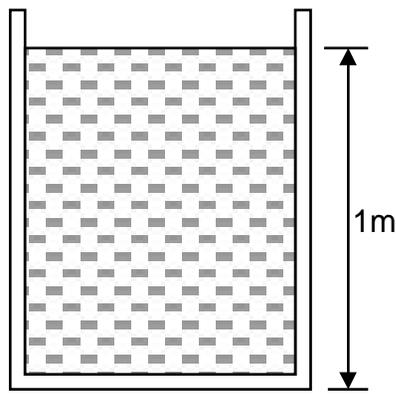
$h$  : profundidad

### **PRESIÓN TOTAL ( $P_T$ )**

Es la suma de las presiones locales (manométricas, hidrostáticas, etc) y la presión atmosférica.

Ejemplo:

Halle la presión total en el fondo del cilindro que contiene agua.



### Solución

En este caso como el líquido está expuesto a la atmósfera, debe mos agregarse la presión atmosférica ( $P_{atm}$ ).

$$P_T = P_H + P_{atm}$$

$$P_T = \rho g H + P_{atm}$$

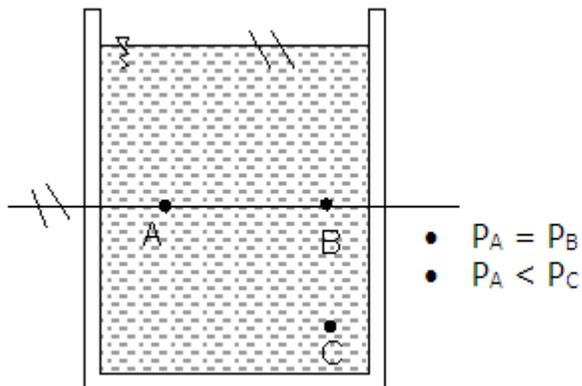
$$P_T = \left( 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times 1\text{m} \right) + 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$P_T = 10^4 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} + 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$p_T = 1,1 \times 10^5 \text{ Pa}$$

### Observaciones:

1. La presión hidrostática depende solamente de la profundidad más no de la forma del recipiente que contiene al líquido.
2. Todos los puntos en un mismo líquido ubicados a una misma profundidad soportan igual presión y la línea que une dichos puntos se llama **ISOBARA**.



ISÓBARA

1. Se tiene una piscina rectangular de dimensiones 5m y 10m y contiene agua hasta una profundidad de 2m. Determine la presión hidrostática, la fuerza hidrostática y la fuerza total en el fondo de dicha piscina.

**Solución:**

- a) Hallamos la  $P_H$ :  
 $P_H = \rho_{H_2O} g H$

$$P_H = \left(1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right) \left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) (2\text{m})$$

$$P_H = 20000 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$P_H = 2 \cdot 10^4 \text{ Pa}$$

- b) Hallamos la fuerza hidrostática ( $F_H$ )  
 $F_H = P_H A$

$$F_H = \left(2 \cdot 10^4 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}\right) (5\text{m})(10\text{m})$$

$$F_H = 10^6 \text{ N}$$

- c) Hallamos la fuerza total ( $F_T$ )

$$F_T = (P_H + P_{\text{atm}}) A$$

$$F_T = \left(2 \cdot 10^4 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} + 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}\right) (50\text{m}^2)$$

$$F_T = 6 \cdot 10^6 \text{ N}$$



### Reflexiona

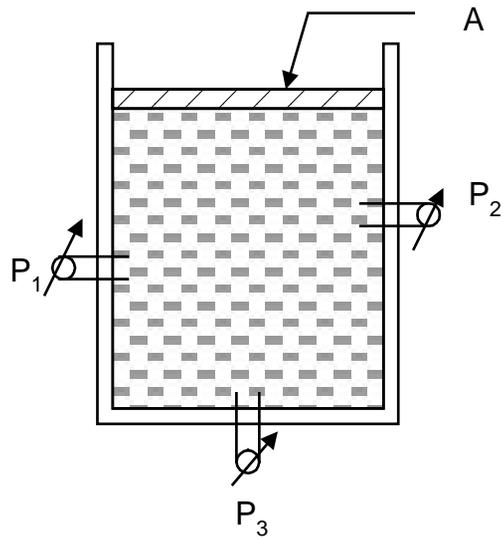
¿Es lo mismo calcular la fuerza hidrostática sobre la base del recipiente que sobre la pared vertical?

### PRINCIPIO DE PASCAL

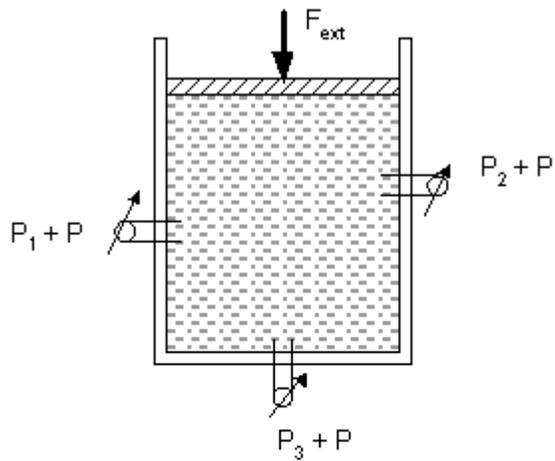
#### ¿Qué establece el principio de Pascal?

Todo fluido transmite sin alteración la presión ejercida sobre él a todas las partículas del mismo y en todas direcciones.

Por ejemplo:



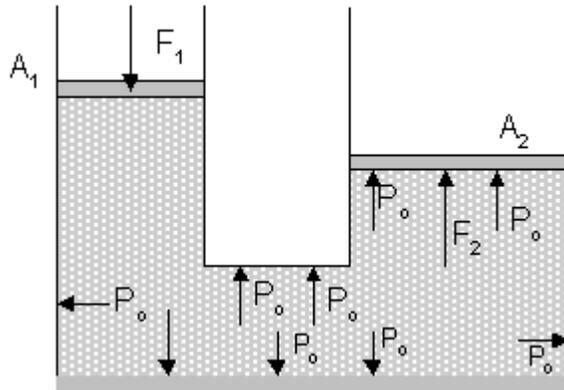
Si ejercemos sobre el émbolo una fuerza externa:



Sabemos que:

$$P = \frac{F}{A}$$

Luego, notamos que la presión ejercida ( $P$ ), se transmitió en todas las direcciones. Una aplicación práctica de este principio es la "Prensa Hidráulica".



Esta máquina basa su funcionamiento en el Principio de Pascal. Al aplicar una fuerza sobre uno de los pistones, ésta se transmitirá al otro en mayor valor.  
 En la gráfica, cuando, sobre el pistón de área "A<sub>1</sub>" se ejerce una fuerza "F<sub>1</sub>", el líquido transmite una presión adicional:

$$P_0 = \frac{F_1}{A_1} \dots\dots\dots (1)$$

Luego, sobre el pistón de área "A<sub>2</sub>" el líquido le ejerce una fuerza adicional "F<sub>2</sub>" de modo que:

$$F_2 = (P_0) (A_2) \dots\dots\dots (2)$$

Reemplazamos (1) en (2):

$$F_2 = \left( \frac{F_1}{A_1} \right) \cdot A_2 \Rightarrow F_2 = F_1 \left( \frac{A_2}{A_1} \right)$$

**Observación**

Como A<sub>2</sub> > A<sub>1</sub>; entonces F<sub>2</sub> > F<sub>1</sub>; esto significa que la prensa hidráulica multiplica la fuerza.

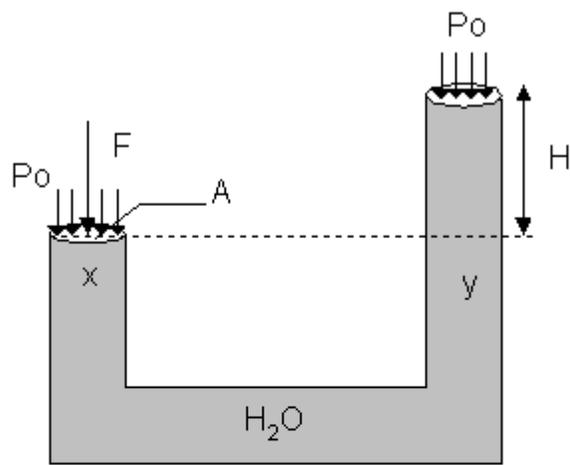
Las maquinas hidráulicas como los frenos hidráulicos, gatos hidráulicos, ascensores hidráulicos, etc. Están basados en el principio de pascal

$\left( \frac{A_2}{A_1} \right)$ ; se llama: Ventaja Mecánica.

**Problema de Aplicación:**

La base del émbolo de una bomba impelente es un círculo de diámetro "D"cm. ¿Qué fuerza en Newton es preciso ejercer sobre dicho émbolo para elevar el agua a una altura de "H" metros (g = 10 m/s<sup>2</sup>)?

**Solución**



- La presión ejercida en "x" se debe la fuerza F que buscamos.
- Como el diámetro es "D" cm; en metros será:  $\frac{D}{100}$

Luego:

$$A = \frac{\pi}{4} \left( \frac{D}{100} \right)^2 = \left( \frac{\pi D^2}{4 \cdot 10^4} \right) m^2$$

Ahora uniendo x e y obtenemos una Isóbara, es decir:

$$P_x = P_y$$

$$\frac{F}{A} + P_{atm} = P_H + P_{atm}$$

De donde:

$$\frac{F}{A} = \rho_{H_2O} \cdot g \cdot H$$

Luego:

$$F = A \cdot \rho_{H_2O} g H$$

$$F = \left( \frac{\pi D^2}{4 \cdot 10^4} \right) (10^3) (10) H$$

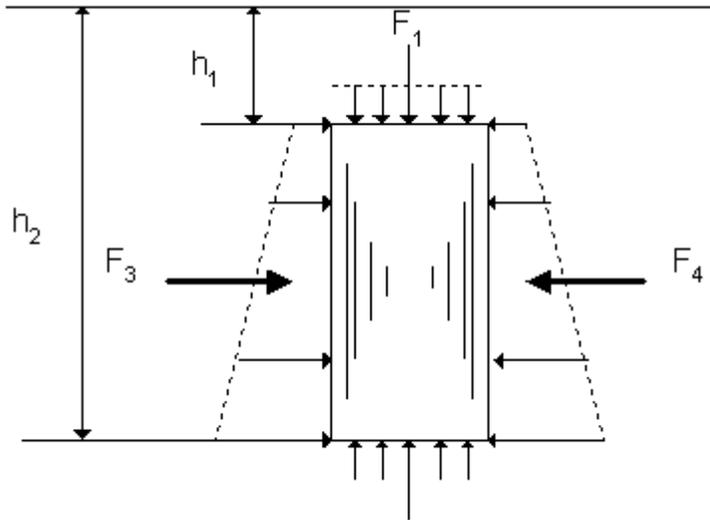
$$\therefore F = \frac{\pi D^2 H}{4}$$

## ¿Qué establece el Principio de Arquímedes?

“Todo cuerpo sumergido parcial o totalmente en un fluido, experimenta la acción de una fuerza perpendicular a la superficie libre del líquido y hacia arriba, denominada: Fuerza de Empuje Hidrostático (E)”.

La fuerza de empuje actúa en el centro de gravedad de la parte sumergida.

Supongamos un cilindro homogéneo sumergido en un líquido de densidad “ $\rho_L$ ” tal como se muestra:



Como ya sabemos, un líquido presiona sobre el fondo y contra las paredes del recipiente, y si en él introducimos un cuerpo cualesquiera, éste también estará sometido a dicha presión.

En consecuencia, observamos que el líquido ejerce presión sobre las paredes del cilindro causando las fuerzas que se muestra, de tal forma que:

Horizontalmente:

Horizontalmente:

$$F_3 = F_4 \Rightarrow$$

$$\vec{F}_{Rx} = \vec{0}$$

Verticalmente:

Como  $P_2 > P_1 \rightarrow F_2 > F_1$

Luego, existe una fuerza resultante:  $(F_2 - F_1)$  a la cual se denomina “empuje hidrostático (E)”.

$$E = F_2 - F_1$$

$$E = P_2 A - P_1 A$$

$$E = (P_2 - P_1) A$$

$$E = \rho_L g (h_2 - h_1) A$$

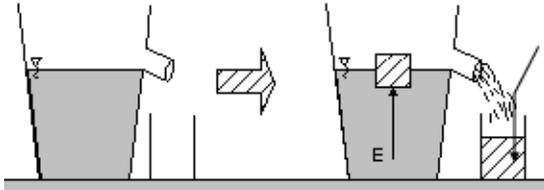
$$\therefore E = \rho_L \cdot g \cdot V_{sum}$$

Donde:

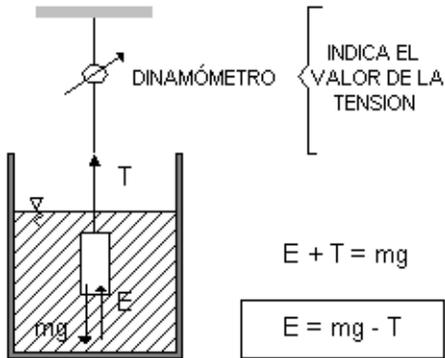
$V_{sum}$  : Volumen sumergido

Experimentalmente, Arquímedes comprobó que el valor del empuje es igual al peso del líquido desalojado.

Líquido desalojado



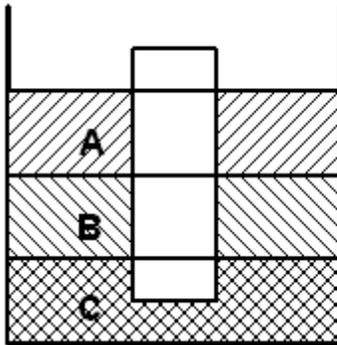
$$E = m_{\text{liq. desalojado}} \cdot g$$



T : Peso aparente del cuerpo

### Observación

Cuando un cuerpo está sumergido en dos o más líquidos no miscibles y de diferente densidad, experimenta la acción de un empuje resultante.



$$E_T = E_A + E_B + E_C$$

### PROBLEMAS RESUELTOS

- Una pieza de metal pesa 1800N en el aire y 1400N cuando está sumergida en agua. Halle la densidad del metal.

#### Solución

Recordemos que:

$E = \text{peso real} - \text{peso aparente}$

$$E = 1800\text{N} - 1400\text{N} = 400\text{N}$$

Además, sabemos que:  $E = \rho_L g V_s$

$$\rho_{\text{H}_2\text{O}} \cdot g \cdot V_{\text{sum}} = 400\text{N}$$

$$10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times V_{\text{sum}} = 400\text{N}$$

$$V_{\text{sum}} = 4 \times 10^{-2} \text{ m}^3 \dots\dots (1)$$

Para hallar la densidad del cuerpo ( $\rho_c$ )

$$\rho_c = \frac{m_c}{v_c} \quad (v_c = v_{\text{sum}})$$

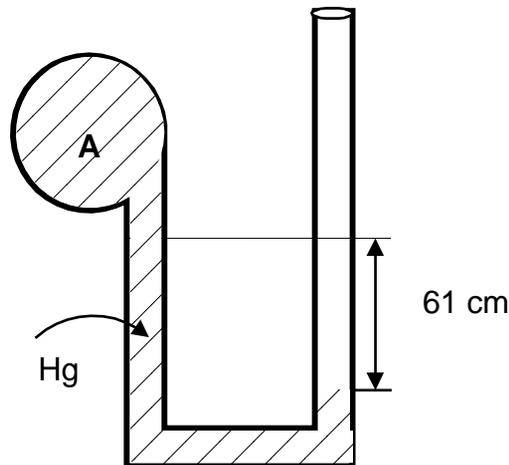
$$\rho_c = \frac{\frac{w}{g}}{v_{\text{sum}}} = \frac{w}{g \cdot v_{\text{sum}}} = \frac{1800\text{N}}{10.4 \times 10^{-2} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times \text{m}^3}$$

$$\rho_c = 4500 \text{ kg/m}^3$$

ó

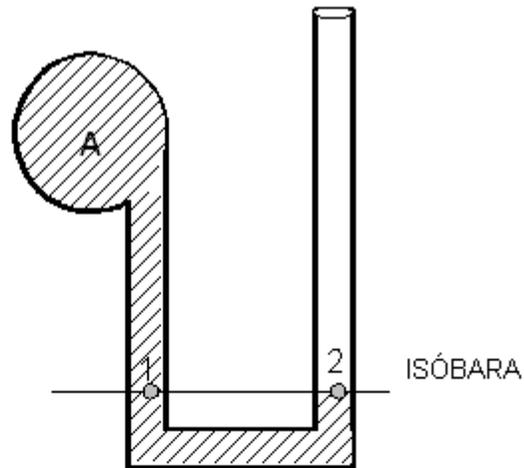
$$\rho_c = 4,5 \text{ g/c.c.}$$

2. Halle la presión del gas encerrado en el recipiente "A"



**Solución:**

Trazamos la isóbara (por el punto (2))



Sobre (1) presiona el gas encerrado "a" y 61 cm de Hg. Luego:

$$P_1 = P_{Hg} + P_A \dots (1)$$

Sobre (2) solamente actúa la atmósfera, luego:

$$P_2 = P_{atm} \dots (2)$$

$$(1) = (2) \quad P_{Hg} + P_A = P_{atm}$$
$$P_A = P_{atm} - P_{Hg}$$
$$P_A = 76 \text{ cmHg} - 61 \text{ cm Hg}$$

$$P_A = 15 \text{ cm Hg}$$

**Nota:**

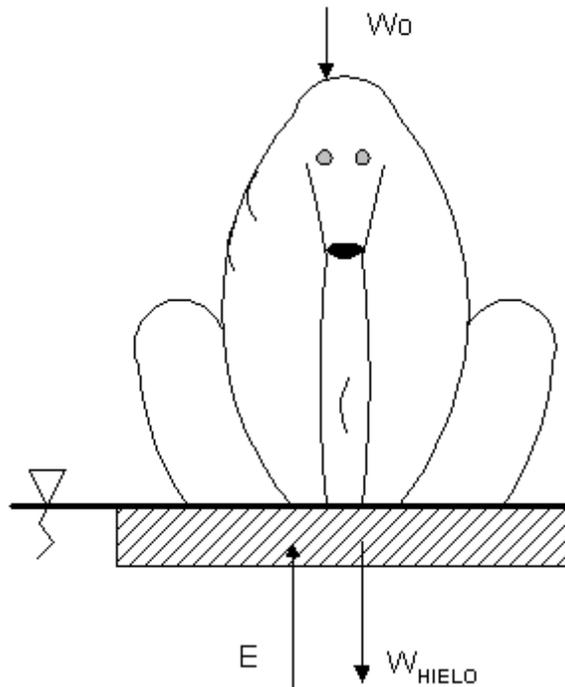
$$P_{atm} <> 76 \text{ cm Hg}$$

3. Un oso polar que pesa 550 kg flota sobre un trozo de hielo, conforme el hielo se derrite. ¿Cuál será el volumen mínimo de hielo a fin de que el oso polar no se moje las garras?  
Densidad del agua salada: 1,03 gcc.  
Densidad del hielo: 0,92 g/cc

**Solución**

El volumen del hielo será mínimo cuando las garras del oso estén a punto de mojarse.

$$E = W_H + W_o$$



$$\rho_L g V_H = \rho_H g V_H + W_o$$

$$g V_H (\rho_L - \rho_H) = W_o$$

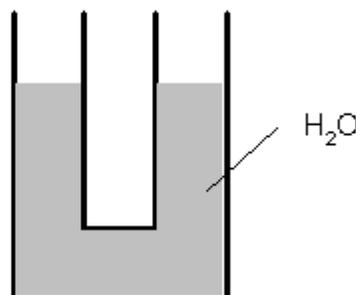
$$10 \times V_H (1030 - 920) = 5500$$

$$V_H = \frac{550}{110} \Rightarrow V_H = 5m^3$$

### PRÁCTICA DIRIGIDA

1. Si por la rama izquierda del tubo en "U" de sección constante, se vierte una columna de 40 cm de un líquido "x" y el nivel de agua en la rama derecha se eleva a 10 cm. ¿Qué densidad tiene el líquido "x"?

- a) 0,2 g/cm<sup>3</sup>
- b) 0,7
- c) 0,3
- d) 0,5
- e) 0,8



2. Un cilindro flota verticalmente en agua con la quinta parte de su volumen emergido, un bloque de igual masa es colocado encima del cilindro, entonces el nivel del agua cubre a ras del bloque. ¿Qué densidad tiene el bloque?
- a)  $0,3 \text{ g/cm}^3$                       b)  $0,4$   
 c)  $0,5$                                       d)  $0,75$   
 e)  $0,2$

3. Un bloque tiene un peso de  $50\text{N}$  en el aire, pero en el agua su peso es  $20\text{N}$ . Determine el volumen del bloque

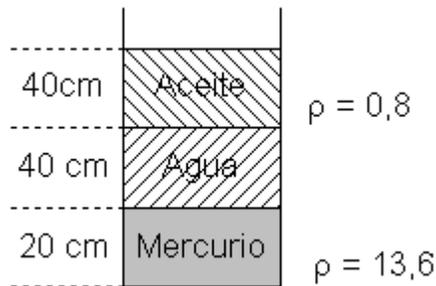
$(\gamma_{\text{H}_2\text{O}} = 10^4 \text{ N/m}^3)$ .

- a)  $3 \text{ m}$     b)  $3 \text{ cm}^3$     c)  $3 \text{ dm}^3$   
 d)  $2,5 \text{ cm}^3$             e) N.A.

4. Un bloque se coloca sobre un recipiente lleno de agua y se observa que desaloja  $20 \text{ cm}^3$  de agua, pero cuando se coloca en un recipiente de líquido desconocido desaloja  $25 \text{ cm}^3$ . ¿Cuál es el peso específico del líquido? (el bloque flota en ambos casos)

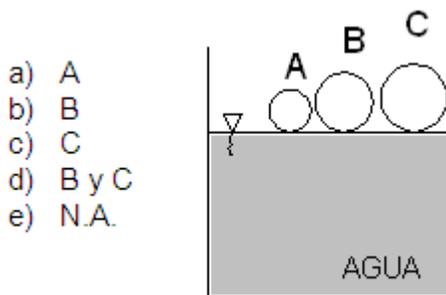
$(\gamma_{\text{H}_2\text{O}} = 10^4 \text{ N/m}^3)$

5. ¿Qué presión hidrostática soporta el fondo del recipiente?



- a)  $9920 \text{ KN/m}$   
 b)  $1000 \text{ KN/m}$   
 c)  $99200 \text{ N/m}$   
 d)  $10^3 \text{ KN/m}$   
 e) N.A.

6. El bloque "A" tiene de masa  $5\text{g}$  y volumen  $6\text{cm}^3$ . El bloque "B" tiene de masa  $250\text{g}$  y tiene  $200 \text{ cm}^3$  de volumen. El bloque "C" tiene masa  $3000\text{g}$  y  $3000 \text{ cm}^3$  de volumen. ¿Cuál de los tres llega primero al fondo?



- a) A  
 b) B  
 c) C  
 d) B y C  
 e) N.A.

## Fenómenos térmicos

Tiene como objetivo conocer una serie de fenómenos en los cuales las sustancias (en virtud a ciertas propiedades que posee) experimentan cambios de temperatura; cambios en su estado físico, cambios en sus dimensiones geométricas cuando intercambia energía en forma de calor con otros cuerpos.

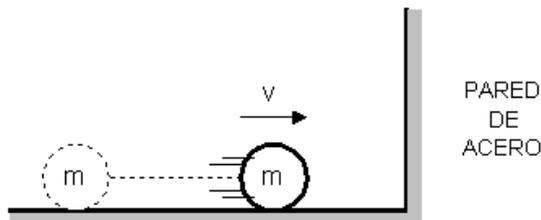
### **Comentario**

Hasta ahora sólo nos interesaba estudiar a los cuerpos que cambiaban de posición y rapidez, es decir en mecánica analizamos la constante transformación que experimentaba la energía cinética en por ejemplo energía potencial gravitatoria, ahora entendemos como la energía mecánica se transforma en otro tipo de energía.

El estudio de los fenómenos térmicos nos permitirá responder a las siguientes preguntas:

¿Qué ocurre con la naftalina al ser dejada al aire libre?, ¿Qué ocurre si mezclamos dos sustancias a diferentes temperaturas?, ¿Porqué existe una separación entre los rieles de un tren?

Consideremos una pequeña esfera de plomo deslizándose sobre una superficie horizontal lisa.



Observa que la esfera tiene sólo energía cinética respecto a la superficie, entonces tiene energía mecánica.



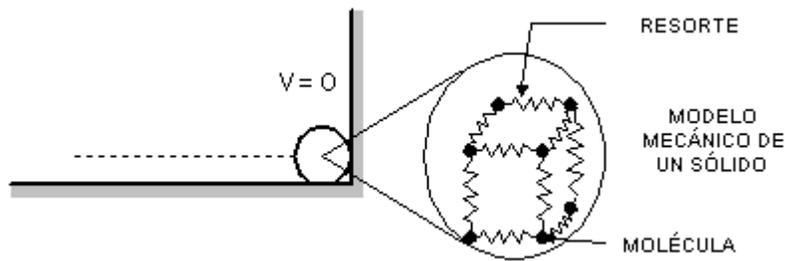
Al chocar con la pared dicha esfera se detiene, es decir su energía cinética es cero. Entonces, la esfera no tiene energía mecánica respecto al piso.

### **¿Qué ocurrió con la energía mecánica de la esfera?**

Recuerdas que la energía no se crea ni se destruye, sólo experimenta cambios, entonces es lógico pensar que la energía mecánica se transforma en otro tipo de energía que ocasionan nuevos cambios para nuestro entender, por ejemplo el hecho que la esfera esté deformada y se encuentre ligeramente más caliente tiene que estar relacionada con esta transformación de energía, para comprender esto nos hacemos la siguiente pregunta:

### **¿Qué ocurre en el interior de la esfera?**

Para ello analicemos en forma práctica un modelo mecánico.



Al interior de la sustancia las moléculas se encuentran en constante movimiento de vibración e interacción, a dichas interacciones las representamos con resortes imaginarios.

Debemos mencionar que al movimiento desordenado de un conjunto de moléculas se les denomina **MOVIMIENTO TÉRMICO**.

Ahora, debido al impacto las moléculas de la esfera experimentan cambios de posición relativa (se acercan o alejan de las otras), variando de esta manera su energía potencial relativa, además la intensidad del movimiento térmico aumenta luego del choque, notamos que la energía que hay en el interior de la esfera aumentó y ello se debe a que la energía mecánica se ha transformado y ha pasado a formar parte del cuerpo.

**¿Cómo se denomina a la energía que posee el conjunto de las moléculas que conforman un cuerpo?**

Rpta. Energía Interna

**ENERGÍA INTERNA (U)**

Es la energía total debido al movimiento térmico de sus moléculas y a la interacción entre ellas:

$$U = \Sigma E_c + \Sigma E_p$$

$\Sigma E_c$  : Suma de las energías debido al movimiento térmico

$\Sigma E_p$  : Suma de las energías debido a la interacción eléctrica.

Unidad: Joule (J)

Caloría (Cal)

**¿Es posible medir la energía interna de un cuerpo?**

Rpta. No, porque en el interior del cuerpo debido a las constantes interacciones, la velocidad de las moléculas cambian constantemente y por dicho motivo es difícil determinar experimentalmente dicha energía interna.

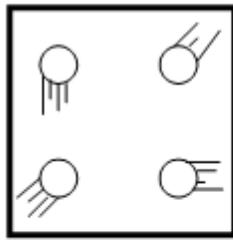
Pero, para tener una idea de la situación energética en el interior del cuerpo utilizamos un parámetro macroscópico denominado temperatura.

**¿Qué es Temperatura?**

Es un parámetro macroscópico de un sistema físico que nos informa indirectamente acerca de la situación energética del conjunto de moléculas o átomos que forman el sistema físico. Nos indica el grado de agitación molecular que hay en el interior de una sustancia.

La temperatura y la energía interna están relacionados directamente; cuando la primera aumenta, la segunda aumenta también y viceversa.

En un gas ideal:



$$U = \sum_{i=1}^n E_{c_i}$$

$$U = n \cdot \frac{3}{2} K T$$

n : Número de partículas  
 K : constante de Boltzman  
 (K = 1,38 x 10<sup>-23</sup> J/°k)

Unidades: S.I.  
 T: °K ; U:J ; K : J/°K

**Observación:**

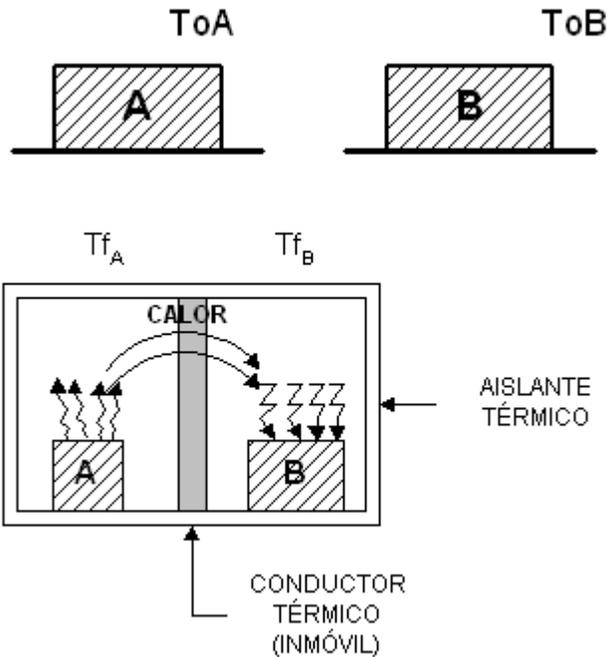
En la vida cotidiana en forma intuitiva decimos que un cuerpo está “Más caliente” en comparación con otro cuando tiene “mayor temperatura” y esto implicará también “mayor energía interna”.

**Interacción Térmica: Calor**

¿Qué ocurre cuando ponemos en contacto a dos cuerpos o sustancias a diferentes temperaturas?.

Para esto consideremos dos bloques de un cierto material de modo que ToA>ToB.

Inicialmente:



Al ponerlos en contacto, observamos que la temperatura de “B”, se incrementa, por lo tanto aumenta su energía interna, por ello podemos concluir que el Bloque “A” le está transfiriendo cierta cantidad de energía interna al bloque “B” y esto ocurre en forma espontánea; desde la sustancia de mayor temperatura (A) hacia el de menor temperatura (B), a esta energía transferida se le denomina calor (Q).

### ¿Qué es el calor?

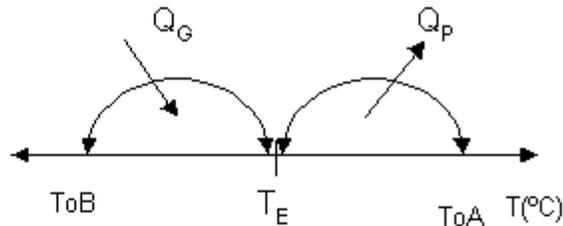
Es aquella energía que se transfiere en forma espontánea de un cuerpo a otro, debido a la diferencia de temperatura que entre ellos existe.

### ¿Cuándo cesa la transferencia de energía?

Cuando ambas sustancias alcanzan una misma temperatura llamada "Temperatura de Equilibrio Térmico" ( $T_E$ ).

$$T_{fA} = T_{fB} = T_E$$

El proceso analizado anteriormente podemos representarlo de una manera más sencilla mediante un DIAGRAMA LINEAL DE TEMPERATURA, como se muestra:



Por conservación de la energía:

$$Q_{GANADO(B)} = Q_{PERDIDO(A)}$$

En general:

$$Q_G = Q_P$$

$Q_e$  : Cantidad de calor ganado

$Q_p$  : Cantidad de calor perdido.

### EFFECTOS FÍSICOS PRODUCIDOS POR EL CALOR

1. Cambio de temperatura de la sustancia.
2. Cambio de fase (bajo determinadas condiciones)
3. Cambio de dimensiones geométricas de los cuerpos (Dilatación).

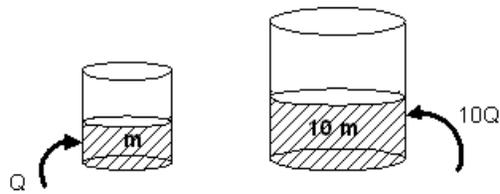
### CAMBIO DE TEMPERATURA

Cuando una sustancia gana o pierde calor experimenta ciertos cambios en su temperatura, el cual está relacionado directamente con las propiedades térmicas de la sustancia.

**Calor Sensible ( $Q_s$ ).** Es la cantidad de calor que se requiere para que una sustancia cambie de temperatura.

Veamos el siguiente caso:

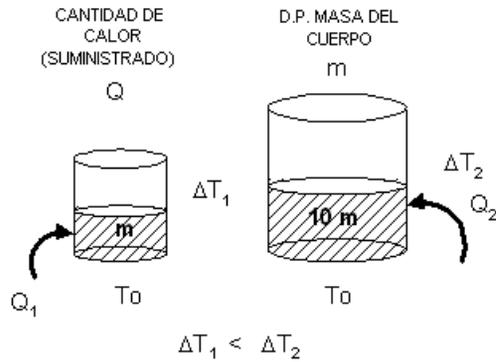
(I)



Se desea que ambos recipientes alcancen la misma temperatura, entonces se debe transferir **MAYOR** calor al recipiente que tiene **MAYOR** masa.

Luego:

(II)



Además podemos observar que cuanto mayor cantidad de calor se le suministra a la sustancia, mayor será el cambio en su temperatura.

Q    D.P.     $\Delta T$

Luego:

$$Q_s = C_e \cdot m \cdot \Delta T$$

Donde:

$Q_s$  : Calor sensible (calorías: cal)

$m$  : masa de la sustancia (g)

$\Delta T$ : cambio de temperatura ( $\Delta T$ )

$C_e$ : Calor específico (depende del tipo de sustancia y de la fase que se encuentra).  $\left( \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} \right)$

Calores específicos más usados (a la presión  $P = 1 \text{ atm}$ )

SUSTANCIA	$C_e \cdot \left( \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} \right)$
Agua Líquida	1
Agua Sólida (Hielo)	0,5
Vapor de agua	0,5
Aluminio	0,215
Vidrio	0,2
Cobre (Cu)	0,093
Plomo (Pb)	0,03

¿Qué significa  $C_{e_{\text{agua Líquida}}} = 1 \frac{\text{Cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}$ ?

Respuesta:

Significa que para que 1g de agua líquida varíe su temperatura en 1°C se le debe transferir 1 Cal.

**Observación**

1 cal = 4,186 J o

1 J = 0,24 calorías

**¿Qué es una sustancia pura?**

Es aquella que mantiene una composición química homogénea ante un suministro de calor, es decir no reacciona, no experimenta disociación atómica en sus moléculas.

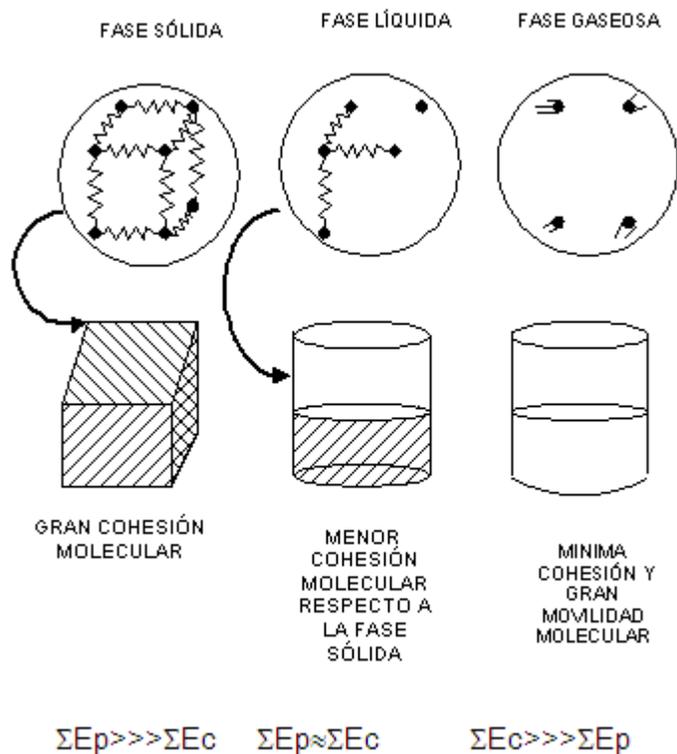
Se consideran sustancias puras al agua, aire seco, el oxígeno, etc.

**¿Qué es una Fase?**

Es aquella estructura física que presentan las sustancias homogéneas en determinadas condiciones de presión y temperatura.

Una misma sustancia puede estar en fase sólida, líquida o gaseosa.

Veamos:

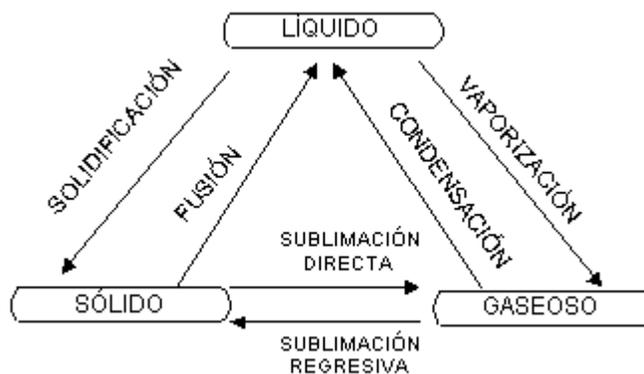


### ¿Qué es un cambio de fase?

Es la transformación física que experimentan las sustancias homogéneas al ganar o perder cierta cantidad de energía térmica.

En los cambios de fase, se modifican las interacciones moleculares, lo cual implica una variación de la energía potencial intermolecular en las sustancias, manteniéndose la temperatura constante.

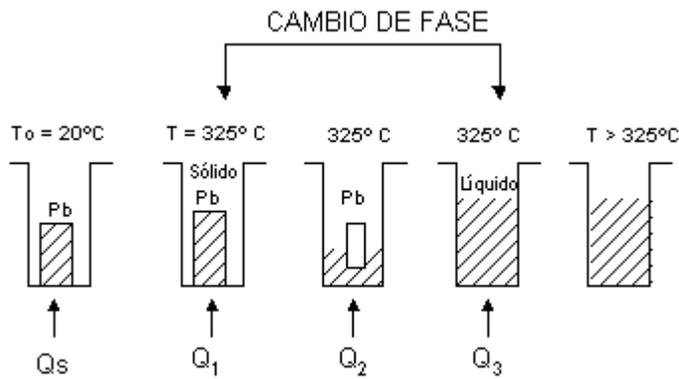
Los cambios de fase de una sustancia pura son:



### ¿En que condiciones una sustancia cambia de fase?

A determinados valores de presión y temperatura conocidos como "condiciones de saturación".

Por ejemplo, el plomo cambia de la fase sólida a la fase líquida a la temperatura de 325°C y a la presión de 1 atm.



Cuando suministramos calor ( $Q_s$ ) a la barra de plomo en primer momento notaremos que la temperatura se incrementa, esto significa que la energía cinética de las moléculas está aumentando y por lo tanto aumenta la energía interna ( $U$ ) del plomo.

En un segundo momento cuando el plomo llega a una temperatura de  $325^\circ\text{C}$ , tal temperatura se mantiene constante a pesar que se le sigue suministrando calor observándose que el plomo empieza a derretirse, es decir fusionar.

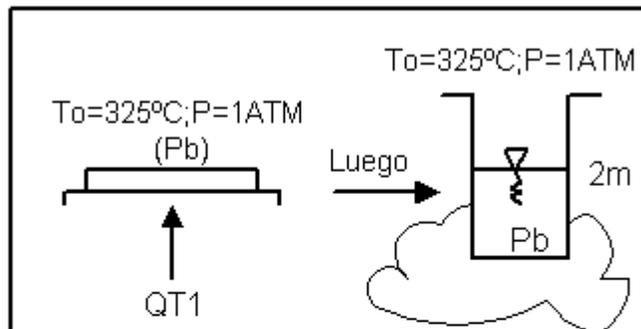
**¿Por qué no cambia la temperatura suministrando calor, cuando se encuentra a  $325^\circ\text{C}$ ?**

Es porque el calor suministrado es absorbido por el plomo para romper los enlaces intermoleculares, separándose las moléculas es decir el calor suministrado pasa a incrementar la energía potencial de las moléculas más no a incrementar la energía cinética por consiguiente la temperatura aumenta, entonces decimos que el plomo está cambiando de fase sólida a fase líquida.

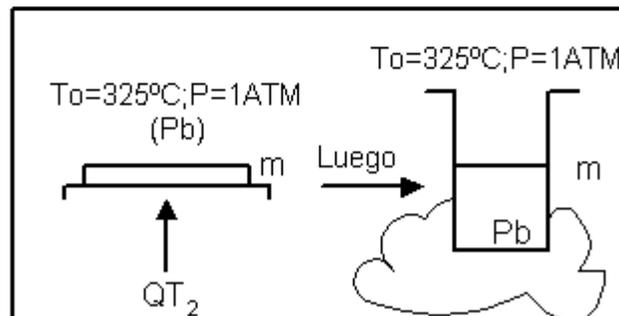
**¿Cómo se llama a la cantidad de calor necesario para que una sustancia cambie de fase?**

Se le llama "Calor de Transformación" ( $Q_T$ ), para nuestro caso en condiciones de saturación ( $T = 325^\circ\text{C}$ ,  $P = 1\text{ATM}$ ).

### CASO I



### CASO II



En el caso I, necesitamos suministrarle mayor calor de transformación que en el caso II, debido a que en el calor I, la barra de plomo tiene mayor masa.

∴ El calor de transformación ( $Q_T$ ) es directamente proporcional a la masa ( $m$ ).

$$Q_T \propto m \rightarrow \frac{Q_T}{m} = \text{Constante} = L$$

$$Q_T = mL$$

Donde:

L: calor latente su valor depende de la sustancia y cambio de fase.

$$\text{Unidad: } \frac{\text{Cal}}{\text{g}}; \frac{\text{KCal}}{\text{kg}}$$

Por ejemplo:

Para el plomo

**1. Fusión–solidificación  
(T = 325°C, P = 1ATM)**

$$L_{\text{fusión}} = L_{\text{solidificación}} = 5,95 \frac{\text{Cal}}{\text{g}} = 5,95 \frac{\text{KCal}}{\text{Kg}}$$

**2. Vaporización-condensación  
(T = 1750°C, P = 1ATM)**

$$L_{\text{vaporiz}} = L_{\text{Condens}} = 175 \frac{\text{Cal}}{\text{g}} = 175 \frac{\text{KCal}}{\text{Kg}}$$

Para el agua

**1. Fusión-solidificación (T = 0°C,  
P = 1ATM)**

$$L_{\text{fusión}} = L_{\text{solidificación}} = 80 \frac{\text{Cal}}{\text{g}} = 80 \frac{\text{KCal}}{\text{Kg}}$$

**2. Vaporización – condensación (T = 100°C, P = 1ATM)**

$$L_{\text{vaporiz}} = L_{\text{Condens}} = 540 \frac{\text{Cal}}{\text{g}} = 540 \frac{\text{KCal}}{\text{Kg}}$$

**¿Que significa para el agua que  $L_{\text{fusión}} = L_{\text{solidif}} = 80 \frac{\text{Cal}}{\text{g}}$  ?**

Significa que por cada gramo de agua le debemos entregar o sustraer 80Cal a condiciones de saturación para que cambie de fase.

**PRACTICA DIRIGIDA**

1. Se observa que 200g de aceite, descienden su temperatura en 7°C cuando piden 0,7 Kcal ¿Cuál es el calor específico del aceite?  
Rpta. ....
2. Se tiene su calorímetro de cobre de 300g ( $C_{\text{cu}} = 0,19 \text{ cal/g}^\circ\text{C}$ ) ¿Cuál es el equivalente en agua de dicho calorímetro?  
Rpta. ....
3. Cierta cantidad de aceite incrementa su temperatura en 12°C cuando se le suministran 300Cal; si a esta misma cantidad de aceite le quitamos 200cal de su energía interna ¿En cuánto disminuirá su temperatura inicial?

Rpta. ....

4. ¿Cuál es la temperatura en la mezcla de 50g de agua a 20°C con 50g de agua a 70°C. si el recipiente en el cual se vierten no gana ni pierde calor?

Rpta. ....

5. Se tiene 5g de hielo a 0°C ¿Cuál será su temperatura final si se le proporcionan 400 calorías?

Rpta. ....

6. Determine la cantidad de calor necesario para llevar 50g de hielo a -10°C hasta vapor de agua a 100°C

( $C_{\text{Hielo}} = 0,5 \text{ cal/g}^\circ\text{C}$ )

Rpta. ....

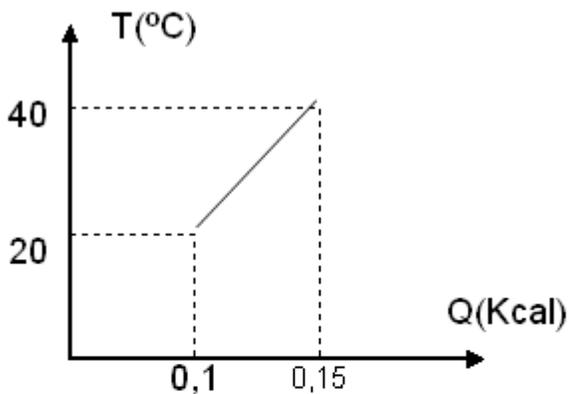
7. Un recipiente de una masa despreciable contiene 500g de agua a 80°C ¿Cuál debe ser la cantidad de hielo a -20°C que se debe colocar en el agua para que la temperatura final sea 50°C (Dar una respuesta aproximada)?

Rpta. ....

8. Halle la capacidad calorífica de una sustancia si al entregársele 0,3 Kcal eleva su temperatura desde 15° hasta 35°C

- a) 10 cal/°C                      b) 15 cal/°C  
c) 25 cal/°C                      d) 30 cal/°C  
e) 50 cal/°C

9. Se muestra la curva del calentamiento de una sustancia desconocida, si la muestra es de 50g ¿Cuál es la capacidad calorífica específica?



- a) 0,1 cal/g°C  
b) 0,05 cal/g°C  
c) 0,15 cal/g°C  
d) 0,2 cal/g°C  
e) 0,5 cal/g°C

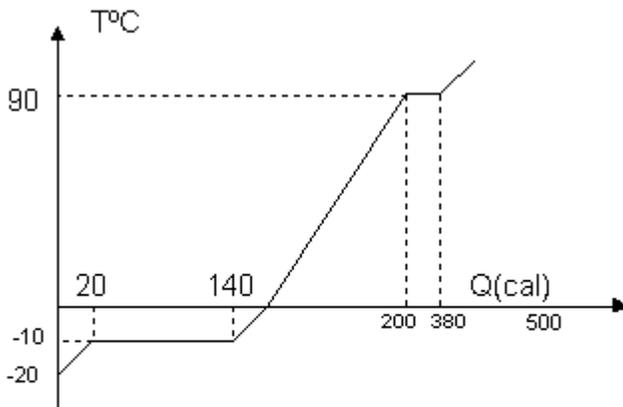
10. Si el equivalente en agua de un calorímetro es 300g. Hallar el valor de su masa si el material del cual esta construido tiene una capacidad calorífica específica de 0,75 cal/g°C?

- a) 400g b) 200 c) 800 d) 300 e) 500

11. En un recipiente de capacidad calorífica despreciable se mezclan 70g de aceite a 50°C con "m" g del mismo aceite pero a 10°C obteniéndose una temperatura final de 35°C. Hallar "m".
- a) 45g b) 42 g c) 40  
d) 36 e) 30

12. Dos cubos del mismo material se ponen en contacto, uno a 100°C y el otro de 10°C. Si sus aristas son "e" y "2e" respectivamente. ¿En cuanto se incrementó la temperatura del segundo cubo?
- a) 10°C b) 20°C c) 30°C d) 40°C e) 50°C

13. Se tiene el gráfico temperatura-calor, suministrado para una muestra de 6g de cierto material, se pide el calor latente de fusión.



- a) 10 Cal/g b) 15 Cal/g  
c) 20 Cal/g d) 25 Cal/g  
e) 30 Cal/g

14. En un recipiente de capacidad calorífica despreciable se tiene un bloque de hielo de 2,2Kg a 0°C. Calcular a que temperatura se debe poner en contacto con el hielo, una bola de hierro de 8 Kg de masa, para lograr derretir el hielo en forma exacta ( $C_{\text{Fe}}=0,11 \text{ Cal/gr}$ )
- a) 150°C b) 170°C  
c) 200°C d) 225°C  
e) 252°C

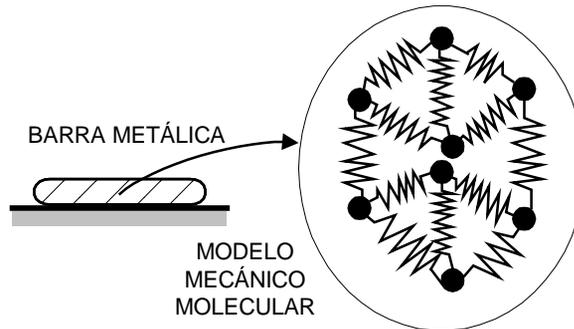
15. En un calorímetro de capacidad calorífica nula se introducen 500g de agua a 0°C, 100g de hielo a 0°C y 200g de vapor de agua a 100°C. Hallar la masa de vapor en el equilibrio, aproximadamente.
- a) 74g b) 78g c) 72g d) 70g e) 76g

16. Se tiene 20g de hielo a 0°C ¿Cuánto trabajo se debe efectuar para fundirlo completamente?
- a) 6688J b) 6954J  
c) 5972J d) 4866J  
e) 7220J

## Dilatación térmica

### INTRODUCCIÓN

Sabemos que todo cuerpo está constituido por moléculas que se encuentran en constante movimiento e interacción. Para describir tal comportamiento se utiliza en forma práctica el modelo mecánico-molecular, en el cual las moléculas en constante movimiento están ligadas entre sí por resortes microscópicos que continuamente se deforman, indicando esto la interacción.



### **¿Qué sucede si la temperatura de la barra se va incrementando?**

Sus moléculas van incrementando sus oscilaciones, lo que permite que la distancia relativa entre ellas se incremente y como consecuencia, las dimensiones de la barra empiezan a incrementarse (expandirse). En conclusión: al aumentar la temperatura, la barra se dilata (expande).

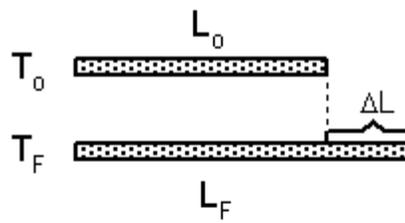
### **\* ¿Qué es la Dilatación Térmica?**

Es aquel fenómeno físico que experimentan los cuerpos cuando la separación relativa entre sus moléculas se incrementa, debido a incrementos de temperatura.

Salvo excepciones, las sustancias en todas sus formas, sólido, líquido y gas se dilatan (expanden) al aumentar de temperatura.

Considerando las dimensiones de los cuerpos, la dilatación térmica puede ser:

1º **Lineal.** De una sola dimensión



Se cumple:

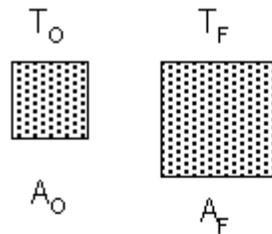
$$\frac{\Delta L}{L_0 \Delta T} = \alpha$$

$\alpha$ : Coeficiente de Dilatación Lineal

$$\Delta L = L_0 \alpha \cdot \Delta T$$

$$L_F = L_0 (1 + \alpha \Delta T)$$

2º **Superficial:** De dos dimensiones



Se cumple:

$$\frac{\Delta A}{A_0 \Delta T} = \beta$$

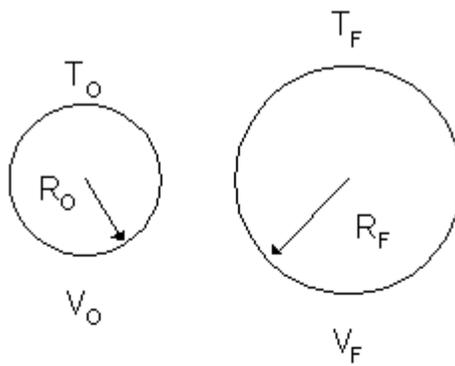
$\beta$ : Coeficiente de Dilatación Superficial.

Luego:

$$A_F = A_0 (1 + \beta \cdot \Delta T)$$

$$(\beta = 2\alpha)$$

3º **Volumétrico:** De tres dimensiones:



Se cumple:

$$\frac{\Delta V}{V_o \Delta T} = \gamma$$

$\gamma$ : Coeficiente de Dilatación Volumétrica

Luego:

$$V_F = V_o (1 + \gamma \Delta T)$$

$$(\gamma = 3\alpha)$$

### EJEMPLOS DE APLICACIÓN

Calcular las longitudes en cm de una varilla de latón y una varilla de hierro para que tengan una diferencia de longitud constante de 5 cm a todas las temperaturas. Los coeficientes de dilatación lineal del latón y del hierro son:

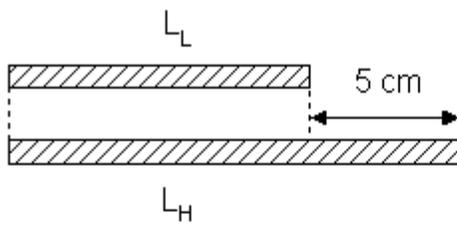
$0,000018^{\circ}\text{C}^{-1}$  y  $0,000012^{\circ}\text{C}^{-1}$

Respectivamente.

#### Solución

Para que la diferencia de longitudes sea la misma a cualquier temperatura, deberán experimentar ambas varillas igual cambio en sus longitudes; es decir, si ambas aumentan o disminuyen su longitud en la misma medida, la diferencia de sus longitudes será siempre la misma.

Luego:



$$\Delta L_H = \Delta L_L$$

$$L_H \cdot \alpha_H \cdot \Delta T = L_L \cdot \alpha_L \cdot \Delta T$$

$$L_H \cdot 1,2 \times 10^{-5} = L_L \cdot 1,8 \cdot 10^{-5}$$

$$L_H = \frac{3}{2} L_L \quad (L_H > L_L)$$

Por condición:

$$L_H - L_L = 5 \text{ cm}$$

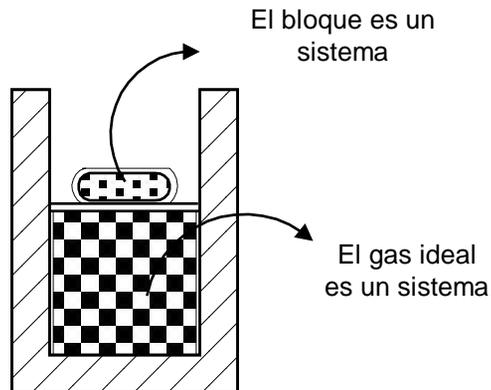
$$\frac{3}{2} L_L - L_L = 5 \text{ cm}$$

$$\therefore L_L = 10 \text{ cm}; L_H = 15 \text{ cm}$$

## TERMODINÁMICA

### ¿Qué estudia la termodinámica?

El intercambio de energía entre sistemas que interactúan térmicamente. En nuestro caso, un sistema sería un gas ideal, otro sistema sería el recipiente que lo contienen y otros sistemas serían las sustancias que rodean al gas ideal.



### ¿Los gases ideales tienen energía potencial?

No, porque a nivel molecular la separación relativa entre las moléculas es muy grande, lo que significa que las interacciones entre ellas son despreciables.

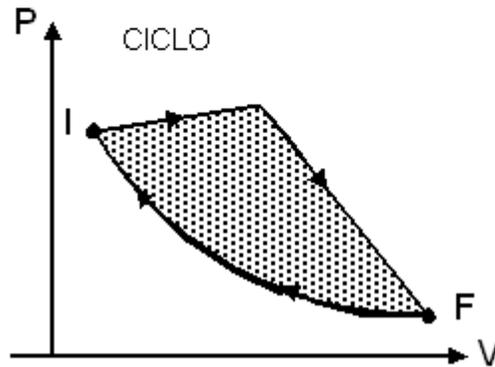
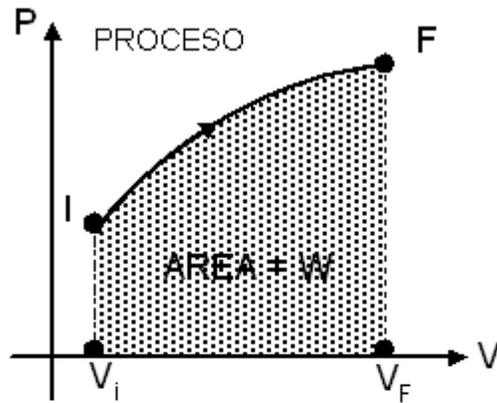
Como las moléculas están en constante movimiento, significa que la energía asociada a un gas ideal es cinética, luego:

$$U_{\text{Gas ideal}} = \sum E_{\text{CINETICA de las moléculas}}$$

Si la temperatura de un gas ideal se incrementa, sus moléculas presentan mayor rapidez ( $V$ ) y por lo tanto mayor energía cinética, lo que significa mayor energía interna.

### CONCEPTOS PRELIMINARES

- 1. Sistema Termodinámico**  
Porción de materia que separemos imaginariamente, del medio externo a ella y la cual interacciona con su medio ambiente y como consecuencia de la cual se da una transferencia de calor.
- 2. Sustancia de Trabajo**  
Sustancia empleada como medio de transporte del calor así como de intermediario en la transformación de calor en trabajo. Usualmente es un gas.
- 3. Energía Interna (U)**  
Energía de un cuerpo la cual está relacionada con el movimiento térmico de las moléculas que lo forman.  
Si no hay cambio de fase, la energía interna es una función de la temperatura absoluta por lo que el cambio de energía interna solo depende de la temperatura del estado final y la del estado inicial pero no de la forma como se ha pasado de estado inicial al final.
- 4. Proceso termodinámico**  
Sucesión de estados por los cuales se hace pasar un sistema con la finalidad de transformar calor en trabajo.  
El estado de un sistema esta determinado por el conjunto de propiedades que posee en un momento dado. Estas propiedades se determinan por ciertas magnitudes, que determinan el comportamiento del sistema, denominadas variables de estado.
- 5. Ciclo Termodinámico**  
Es una sucesión de procesos la cual permite evolucionar a un sistema de estado inicial (I) hacia un estado final (F) y volver al inicial de manera que durante la realización del ciclo parte del calor suministrado se convierte en trabajo.  
Como el sistema vuelve a su estado inicial se tiene que el cambio neto de energía interna es nulo y el trabajo neto. La suma de los trabajos realizados en cada uno de los procesos. El trabajo neto se representa por el área encerrada por el ciclo en el plano P.V.



### PRIMERA LEY DE LA TERMODINÁMICA

En todo proceso termodinámico se cumple que la cantidad de calor que se entrega o sustrae a un sistema es igual al trabajo realizado por o sobre el sistema más el cambio correspondiente de energía interna ( $\Delta U$ ).

$$Q = W + \Delta U$$

### CALORES ESPECÍFICOS DE LOS GASES

El calor necesario para elevar la temperatura de un gas depende de como se halle confinado. Por ejemplo si el volumen se mantiene constante el calor recibido por el gas se convierte totalmente en energía interna elevando por lo tanto la temperatura. Debido a esto para un gas se distinguen 2 calores específicos:

$c_v$  : Calor específico a volumen constante

$c_p$  : Calor específico a presión constante.

Para el caso de gases es usual emplear el número de moles en vez de la masa, razón por la cual se define el calor específico molar:

$$C = \frac{\text{Cantidad de calor (Q)}}{[(N^\circ \text{ de moles (n)})\Delta T]}$$

Cumpléndose que  $C = \bar{M} e$

( $\bar{M}$  : masa molar)

Para un gas dado se cumple:

- (1)  $C_p > C_v$
- (2)  $C_p = C_v + R$
- (3) Coeficiente adiabático ( $\gamma$ )

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{c_p}{c_v} > 1$$

Gases Monoatómicos:  $\gamma = 5/3$

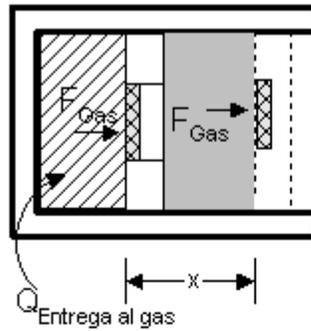
Gases Diatómicos:  $\gamma = 7/5$

### ¿Cómo podemos variar la energía interna de un gas ideal?

Variando su temperatura, lo cual se logra suministrándole o extrayéndole energía.

**CASOS:**

a. **Trasfiriéndole energía en forma de calor**

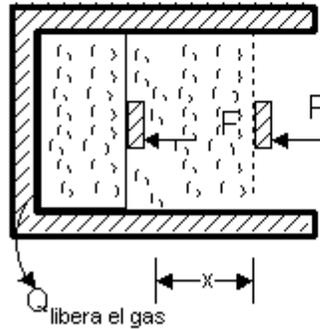


Se cumple:

$$Q_{\text{Entrega al gas}} = \Delta U_{\text{Experimenta el gas}} + W_{\text{Re realiza gas}}$$

(1º Ley de la Termodinámica)

b. **Trasfiriéndole energía, mediante trabajo realizado.**

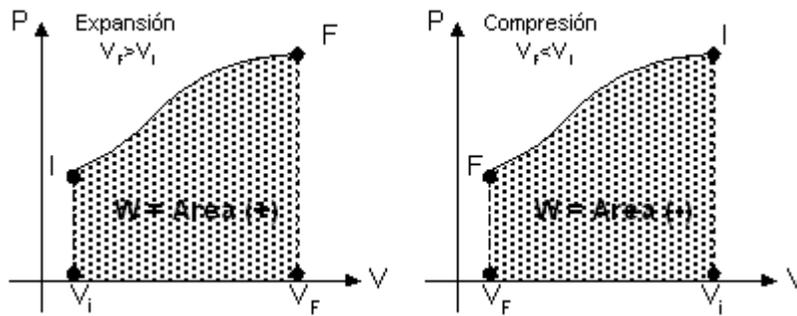


Se cumple:

$$\underbrace{E_{\text{suministra}}}_{W^r} = \Delta U_{\text{Del gas}} + Q_{\text{Libera e lgas}}$$

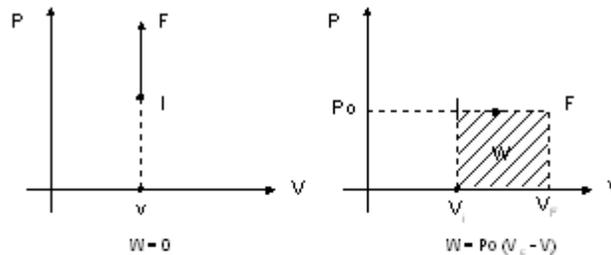
### TRABAJO REALIZADO POR UN GAS IDEAL

Cuando un gas confinado en un recipiente experimenta un proceso de expansión o compresión desarrolla o consume respectivamente un trabajo el cual depende de la forma como varíe la presión y volumen del gas, es decir del proceso realizado. Para cualquier proceso el trabajo queda representado por el área encerrado por la gráfica del proceso en el plano P-V y el eje de los volúmenes, teniéndose los casos:

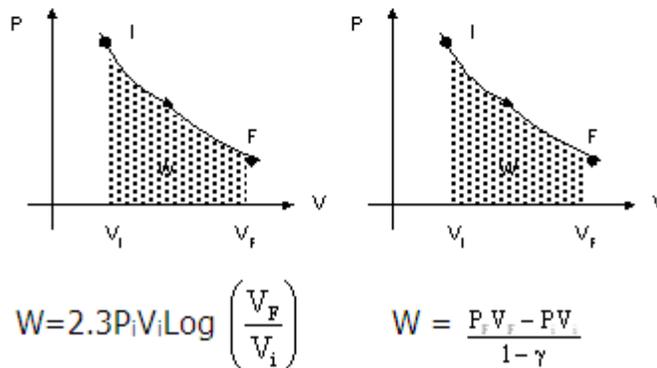


### PROCESO TERMODINÁMICOS SIMPLES:

- (1) Isócoro ( $V = \text{Const.}$ ) (2) Isobárico ( $P = \text{Const.}$ )



- (3) Isotérmico ( $T = \text{Const.}$ ) (4) Adiabático ( $Q = 0$ )



$$W = 2.3PV_i \text{Log} \left( \frac{V_F}{V_i} \right)$$

$$W = \frac{P_i V_i - P_F V_F}{1 - \gamma}$$

### OBSERVACIONES:

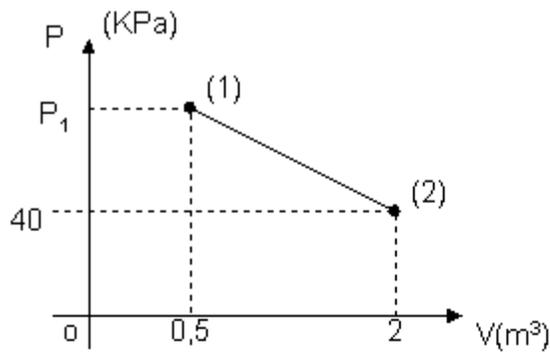
- Como el cambio de energía interna solo depende del estado final e inicial, siempre se puede relacionar con el cambio de energía interna en un proceso isocoro entre las mismas temperaturas:

$$\text{C} \quad \Delta U = Q_V = \nu n (T_F - T_i)$$

- La isoterma (en el plano P-V) es una curva simétrica respecto a la bisectriz del primer cuadrante.
- La adiabática es una curva más inclinada que la isoterma, es decir, su pendiente varía más rápidamente.

### Ejemplo de Aplicación

En el proceso indicado, las temperaturas en el estado (1) y (2) son iguales. Si el calor transferido en el proceso es 90 kJ; calcular la presión en el estado 1, sabiendo que la presión en el estado 2, es 40 kPa.



### Solución

Proceso isotérmico:  $\Delta T = 0$

Entonces:  $Q_{1 \rightarrow 2} = W_{1 \rightarrow 2}$

Luego:  $W = A$  

$$W = \left( \frac{40 + P_1}{2} \right) \text{KPa} \cdot (2 - 0,5) \text{m}^3$$

$$90 \text{ KJ} = \left( \frac{40 + P_1}{2} \right) \cdot 1,5 \text{ KJ}$$

$\therefore$

$P_1 = 80 \text{ Kpa}$

## MÁQUINAS TÉRMICAS Y LA SEGUNDA LEY DE LA TERMODINÁMICA

### ¿Qué es una máquina térmica?

Es un dispositivo que convierte energía térmica en otras formas útiles de energía como la energía eléctrica y mecánica.

Dispositivo diseñado con la finalidad de transformar calor en trabajo, para lo cual la máquina sigue un ciclo termodinámico.

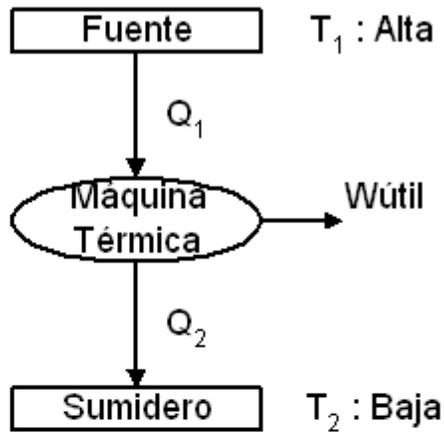
### ¿Cuál es la función de una máquina térmica?

Que una sustancia de trabajo recorra un proceso cíclico durante el cual:

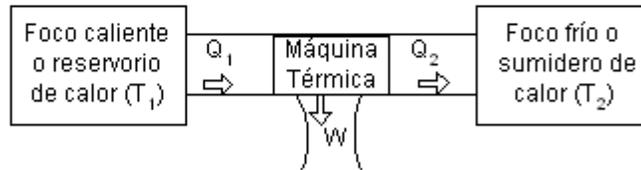
1. Se absorbe calor de una fuente a alta temperatura
2. La máquina realiza un trabajo, y
3. Libera calor a una fuente de temperatura más baja.

En una máquina de vapor, como ejemplo de un proceso cíclico, el agua es la sustancia de trabajo.

Toda máquina térmica se puede representar por el esquema:



O también



Donde se tiene que el trabajo neto:

$$W \leq Q_1 - Q_2$$

Donde la desigualdad caracteriza las máquinas reales y la igualdad a las perfectas o ideales.

### Eficiencia Térmica (n)

La eficiencia de una máquina térmica (E) se obtiene mediante la relación entre el trabajo realizado y la energía recibida del foco caliente.

$$n_{\text{MAQ}} = \frac{W_{\text{UTIL}}}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

### **Segunda Ley de Termodinámica**

Como se ha visto, la primera ley es una aplicación de la conservación de la energía, pero no afirma nada respecto al curso que toman los acontecimientos en el universo. Se conserva la energía cuando cae una piedra y su energía potencial gravitatoria se transforma en cinética. Pero al chocar la piedra con el suelo y al llegar al reposo, su energía cinética se transforma en energía térmica.

Sin embargo, una piedra que se encuentra en reposo sobre el suelo nunca cambia la energía térmica de ella y de la vecindad en energía cinética y sale disparada hacia arriba. La primera ley no excluye esta posibilidad ya que este proceso inverso también conserva la energía. Pero tal proceso no ocurre.

Hay otros procesos en el universo que no están excluidos por la primera ley que no ocurren. Por ejemplo, en forma espontánea el calor fluye de un cuerpo caliente a otro, frío pero no espontáneamente del cuerpo frío

al caliente. Esto nos indica que en la naturaleza los procesos se presentan en una sola dirección en forma espontánea; la segunda ley ha sido formulada en varias formas, todas ellas equivalentes. Una de las más antiguas establece:

El calor fluye espontáneamente de un objeto caliente a otro frío y no a la inversa". En virtud de esto, es imposible que en un proceso cíclico se transfiera calor de un cuerpo de baja temperatura a un cuerpo de alta temperatura a menos que se efectúe un trabajo externo sobre el sistema que efectúa el ciclo.

### CONCLUSIONES DE LA SEGUNDA LEY DE LA TERMODINÁMICA

1. Es imposible tomar calor de un recipiente y convertirlo completamente en trabajo sin que efectúen otros cambios en el sistema o en sus alrededores.
2. Es imposible para cualquier proceso tener como único resultado la transferencia de calor desde un cuerpo frío a uno caliente.

### Ejemplos de Aplicación

En una máquina térmica que funciona según el ciclo de Carnot, el calor rechazado por el foco frío equivale a la cuarta parte del calor que absorbe la máquina. Si la temperatura del foco frío es 7°C, calcular la temperatura del foco caliente.

### Solución

Por dato:

$$Q_2 = \frac{Q_1}{4} ; \quad y \quad T_2 = 280K$$

Luego:

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}$$

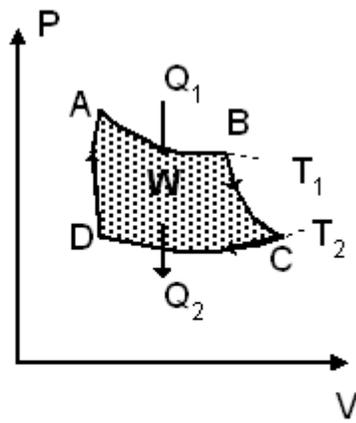
$$\therefore T_1 = 1120 K$$

$T_1 = 847^\circ C$

### Ciclo de Carnot

Ciclo teórico que le permite a una máquina ideal transformar la mayor cantidad de calor en trabajo, es decir, es el ciclo de máxima eficiencia.

Está constituido por dos procesos isotérmicos y dos adiabáticos.



- A → B: proceso isotérmico
- B → C: proceso adiabático
- C → D: proceso isotérmico
- D → A: proceso adiabático

Cuando una máquina térmica trabaja con este ciclo, obtiene un trabajo neto máximo, con una cantidad de calor suministrada a la sustancia de trabajo. Se observa que en este ciclo  $\Delta U = 0$ . La eficiencia máxima que se logra en este ciclo se determina por:

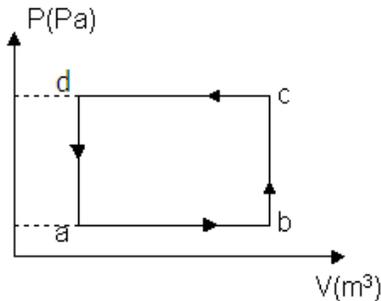
$$n_{\max} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

Además:

$$W_{\text{neto}} = Q_1 - Q_2$$

### PRACTICA DIRIGIDA

- Una sustancia desconocida de  $\gamma = 4 \times 10^{-20} \text{C}^{-1}$ , tiene una densidad de  $10 \text{g/cc}$  a  $20^\circ\text{C}$ . Determine la densidad de tal sustancia, cuando haya alcanzado una temperatura de  $120^\circ\text{C}$ .  
Rpta. ....
- Indique lo correcto con respecto al comportamiento de un sistema termodinámico en el diagrama mostrado.



- $a \rightarrow b$ : el proceso es isotérmico
  - $a \rightarrow b$ : el proceso es isócoro
  - $a \rightarrow b \rightarrow c$ : no se desarrolla trabajo
  - $c \rightarrow d$ : el trabajo es de expansión
  - en el ciclo, el trabajo es negativo
- Rpta. ....

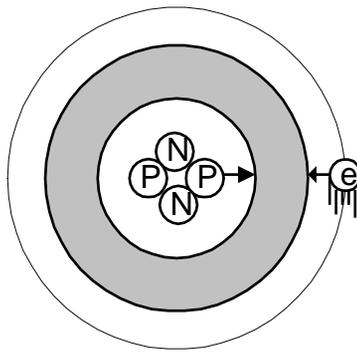
- El gas en un recipiente de capacidad calorífica despreciable se le transfiere  $600 \text{J}$ . Si dicho gas desarrolla un trabajo de  $400 \text{J}$ , determine en cuánto varió su energía interna.  
Rpta. ....
- Una máquina de vapor tiene una caldera que opera a  $500^\circ\text{K}$ . El calor cambia el agua a vapor, el cual mueve un pistón. La temperatura de escape es la del aire exterior aproximadamente  $300^\circ\text{K}$ . Determine la máxima eficiencia térmica de ésta máquina de vapor.  
Rpta. ....
- Una máquina térmica trabaja con un ciclo de Carnot entre  $227^\circ\text{C}$  y  $127^\circ\text{C}$  durante el cual absorbe  $2,5 \times 10^3 \text{ cal}$ . Determine el trabajo realizado por la máquina durante el ciclo.  
Rpta. ....

### Electrostática

#### **OBJETIVO:**

Conocer la carga eléctrica y algunos fenómenos relacionados con ella.

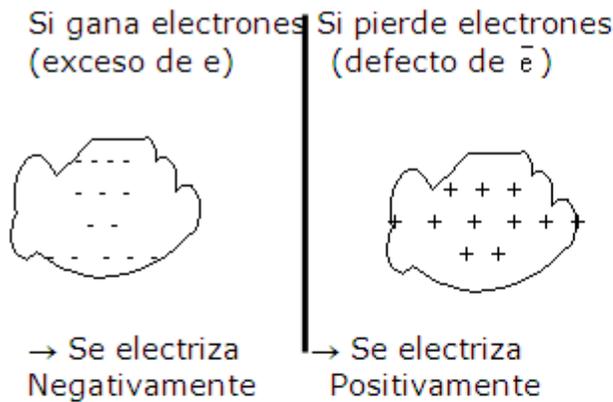
Carga eléctrica



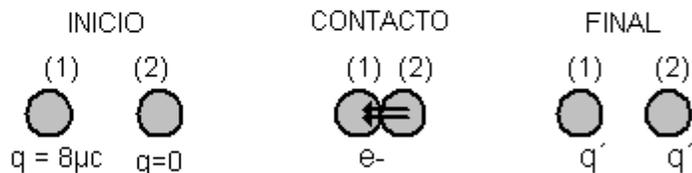
A la propiedad que presentan los electrones y protones y que nos permite explicar su atracción y/o repulsión le llamamos CARGA ELECTRICA

Por convención al electrón se le asocia carga negativa y al protón positiva

\* Un cuerpo se electriza cuando gana o pierde electrones.



\* La carga eléctrica ( $q$  ó  $Q$ ) se expresa en COULOMB (C).



- 1 milicoulomb:  $1 mc = 10^{-3}c$

- 1 microcoulomb:  $1 uc = 10^{-6}c$

- 1 nanocoulomb:  $1 nc = 10^{-9}c$

\* Cantidad de carga del electrón y protón.

$q_e = -1,6 \cdot 10^{-19}c$

$q_p = 1,6 \cdot 10^{-19}c$

## 1. Cuantización de la Carga

$q$    $\rightarrow$  cuerpo electrizado

$$q = n |q_e|$$

$n$  = # de electrones ganados o perdidos.

## 2. Conservación de la carga

En un sistema eléctricamente aislado.

$$\sum q_{\text{inicio}} = \sum q_{\text{final}}$$

Ejem:

Se tiene 2 esferas idéntica una electrizada con  $q = 8 \mu\text{c}$  y la otra no electrizada, si se ponen en contacto determine el # de electrones transferidos.

### 1. Conservación de la carga

$$\sum q_{\text{inicio}} = \sum q_{\text{final}}$$

$$8\mu\text{c} + 0 = 2q \rightarrow q = 4\mu\text{c}$$

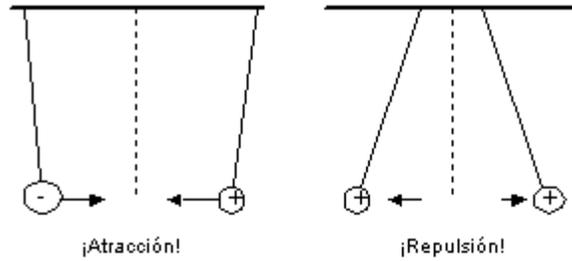
### 2. Cuantización de la carga

$$q = n |q_e|$$

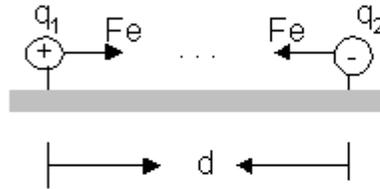
$$4 \cdot 10^{-6} = n \times 1,6 \times 10^{-19}$$

$$\therefore n = 25 \cdot 10^{12} \bar{e}$$

## 1. Ley Cualitativa



## 2. Ley Cuntitativa (ley de coulomb)



$$F_e = \frac{K|q_1||q_2|}{d^2}$$

Donde: K → Constante eléctrica

Para el aire o vacío  $K \simeq 9 \times 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2$

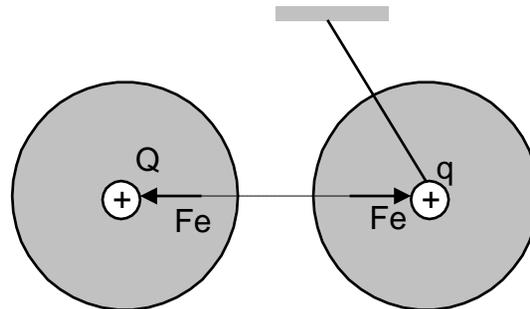
\* Para otro medio

$$K_{\text{medio}} = \frac{K_{\text{vacío}}}{\xi}$$

$\xi$  : Permitividad dieléctrica del medio  
(  $\xi \geq 1$  )

Campo Eléctrico

¿Entre partículas eléctricas cómo es posible la fuerza de atracción o repulsión?

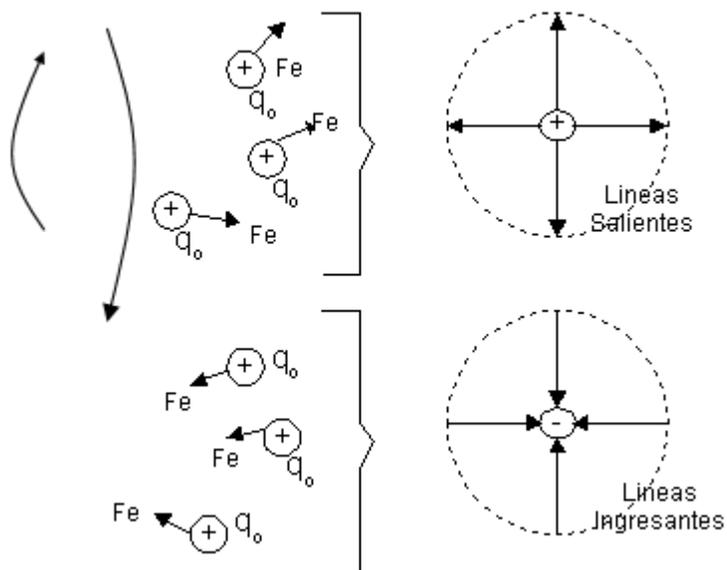


Esta es posible porque a cada cuerpo se le asocia un medio denominado CAMPO ELECTRICO.

El campo eléctrico es materia no sustancial que se asocia a todo cuerpo electrizado la cual trasmite la interacciones eléctricas.

¿Cómo representamos el campo eléctrico asociados a cuerpos electrizados?

Para ello faraday idea las "Líneas de Fuerza" o "Línea de Campo Eléctrico", colocando cargas de prueba "q" en el campo que se analiza.



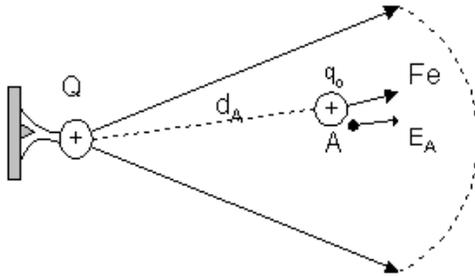
¿Cómo caracterizamos en cada punto el campo eléctrico debido a la "Fe" que transmite?

Para ello usamos una magnitud vectorial denominado **Intensidad de Campo Eléctrico** ( $\vec{F}_e$ ), cuyo valor expresa la  $\vec{E}$  que transmite el campo eléctrico por unidad de carga

Matemáticamente

$$\vec{E}_A = \frac{\vec{F}_{e_A}}{q_0} \quad \vec{F}_e // \vec{E}$$

Unidad N/C



\* Si "q<sub>0</sub>" es (+) → la  $\vec{E} \wedge \vec{F}_e$  tienen la misma dirección.

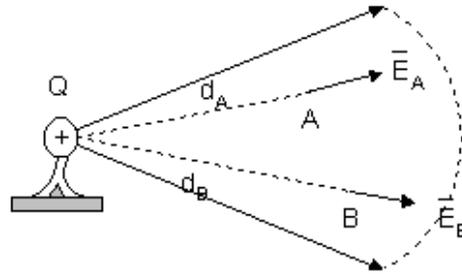
\* Si "q<sub>0</sub>" es (-) → la  $\vec{E} \wedge \vec{F}_e$  tienen diferente dirección.

Pero:

$$F_e = \frac{K|Q|q|}{d^2} \Rightarrow \vec{E} = \frac{K|Q|}{d^2}$$

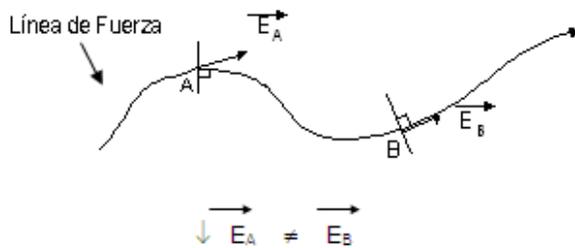
**OBSERVACIONES**

1. La  $\vec{E}$  no depende de la "q<sub>o</sub>"

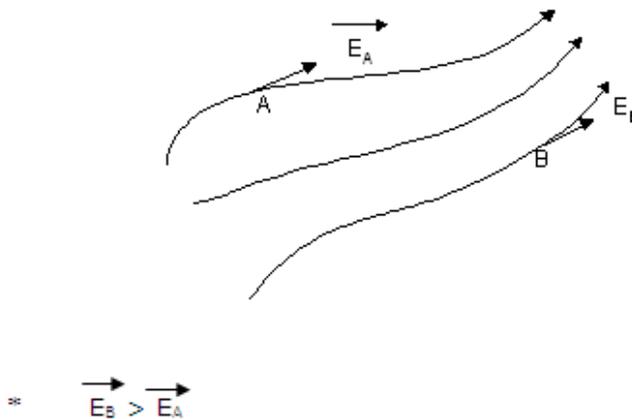


- $d_B > d_A$
- $\vec{E}_B < \vec{E}_A$

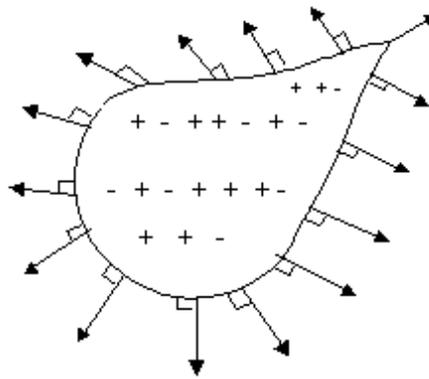
2. El Vector  $\vec{E}$  es tangente a la línea de fuerza y tiene la misma orientación.



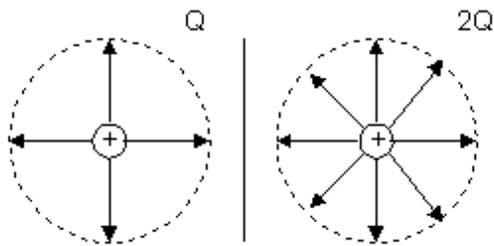
3. Cuando las líneas de fuerza están más juntas el campo eléctrico es más intenso.



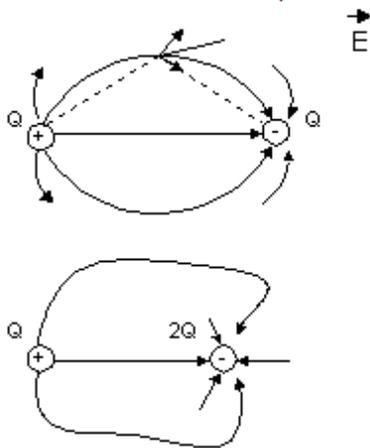
4. Las líneas de fuerza es Dp a la larga de la partícula que la genera.



5. El número de líneas de fuerza es  $D\rho$  a la carga de la partícula que la genera

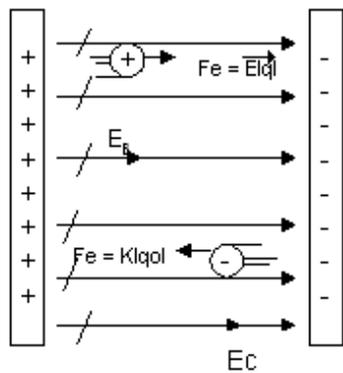


6. Las líneas de fuerza nunca se cortan porque en un punto se tiene un solo valor de  $E$ ;  $\Rightarrow$  se produce la Superposición de Campos Eléctricos.



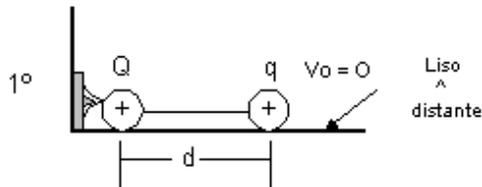
7. Cuando las líneas de Fuerza son //, se tiene el Campo Eléctrico permanece constante.

Homogéneo o Uniforme, donde la  $E$



### Energía Potencial Eléctrica

#### (Upe)



\* Al inicio están en Reposo  $\rightarrow E_c=0$



\* Al cortar la cuerda la esferita "q" tiene "Energía Cinética".

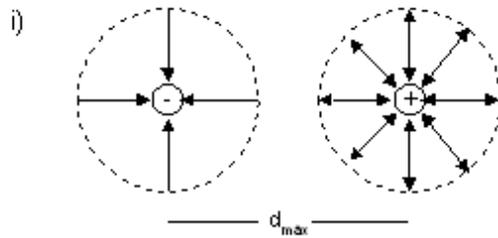
La Energía Cinética aparece debido al "**TRABAJO MECANICO**" que realiza el Campo eléctrico y ello es porque al inicio hay energía al que denominamos "Energía Potencial Eléctrico" (Upe)

$$U_{PE} = \frac{KQq}{d} \quad \text{con su signo}$$

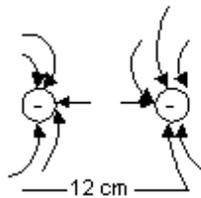
- \* Upe (+) Repulsión
- \* Upe (-) Atracción

Ejem :

Dos esferitas electrizadas con  $-4\mu\text{C}$  -  $6\mu\text{C}$  están separados a una gran distancia, determine Ud. el W que se debe realizar para que estén separados 12 cm, desprecie efectos gravitatorios.



\* No tienen  $U_{pe}$  porque  $d_{m\acute{a}x}$ ; por medio de una  $F_{ext}$  se les junta pero el  $W^{ext}$  sirve para que los campos el\u00e9ctricos interact\u00faan.



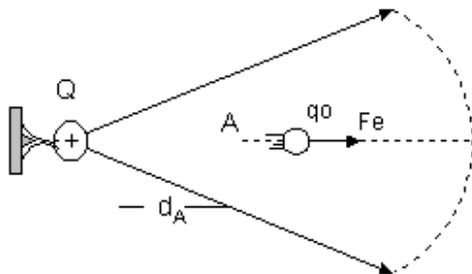
$$W_{febx} = U_{pe}$$

$$W_{febx} = \frac{9 \times 10^9 \times (-4 \times 10^{-4}) \times (-6 \times 10^{-4})}{12 \times 10^{-2}}$$

$$\therefore W^{ext} = 1,8J$$

### Potencial El\u00e9ctrico (V)

Veamos que sucede al colocar a  $q_0$  dentro del campo el\u00e9ctrico de "Q"



\* Se observa que se almacena " $U_{pe}$ " y que al analizarlo por unidad de carga " $q_0$ " se obtiene

$$\boxed{\frac{U_{pe}}{q_0} = \frac{W_{A \rightarrow e}}{q_0} = V_A} \rightarrow \text{Potencial El\u00e9ctrico}$$

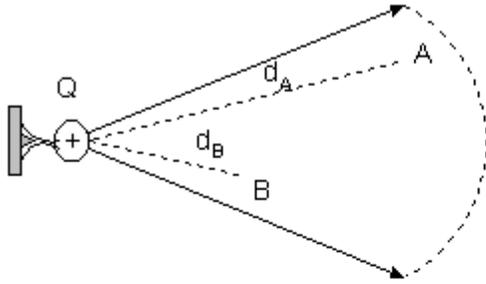
El "V" es una caracter\u00edstica escalar del campo el\u00e9ctrico debido a la energ\u00eda que almacena.

Pero :  $U_{pe} = KQq_0/d$   $V_A = \frac{KQ}{d}$  con signo

Voltio

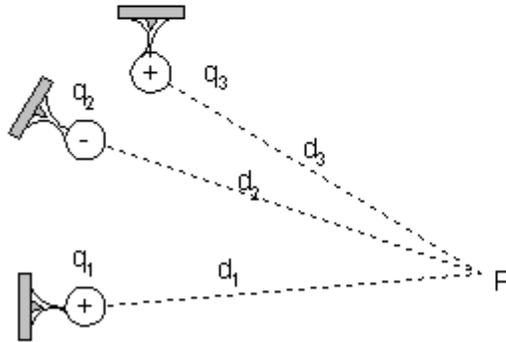
## OBSERVACIÓN

1º El "V" no depende de  $q_s$



$$d_A > d_B$$
$$V_A < V_B$$

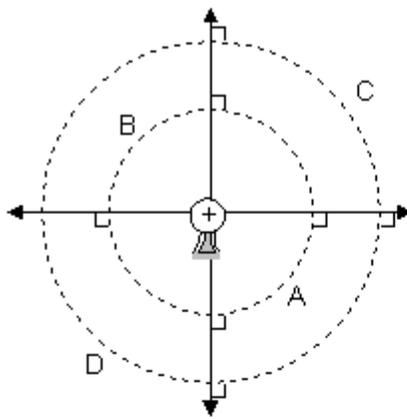
2º Para un sistema de partículas el "Vp" es la suma escalar.



$$V_p = V_{p1} + V_{p2} + V_{p3}$$

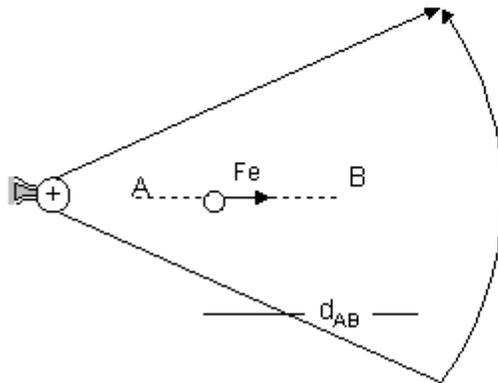
∞ Considerar el signo de la carga.

3º Aquellos puntos donde el Potencial eléctrico tiene un solo valor se denomina "SUPERFICIE EQUIPOTENCIAL".



- $V_A = V_B$
- $V_C = V_D$
- $V_A \neq V_C$
- $V_A > V_B$

4º A "qo" se puede trasladar entre dos puntos de un Campo Eléctrico.

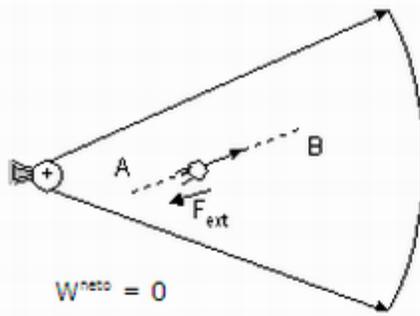


$$W_{AB}^{e} = W_A^{e, \infty} - W_B^{e, \infty}$$

$$W_{AB}^{e} = q_o V_A - q_o V_B$$

$$\rightarrow W_{AB}^{e} = q_o (V_A - V_B)$$

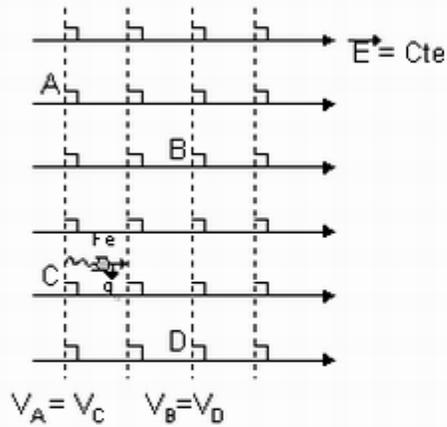
5º Para trasladar lentamente se emplea un agente externo.



$$W_{\text{neto}} = 0$$

$$W^{\text{te}} = -W^{\text{ext}}$$

6° En un Campo Eléctrico Uniforme:



$$V_A = V_C \quad V_B = V_D$$

$$V_A > V_B$$

$$W_{CB}^{\text{te}} = q_0 (V_C - V_B) \dots (1)$$

Como:

$$F_e |q_0| = \text{cte} \rightarrow W_{CB}^{\text{te}} = E |q_0| d_{CB} \dots (2)$$

Luego: (1) = (2)

$$\ast \quad \underbrace{V_C - V_B}_V = E \cdot d$$

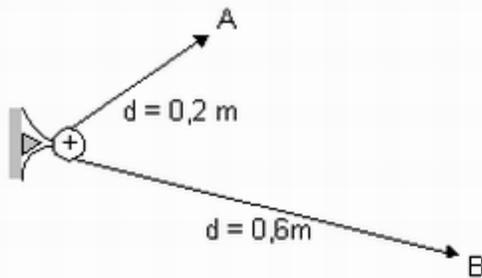
$$V = E \cdot d \quad // \vec{E} // \vec{d}$$

Diferencia de Potencial Eléctrico

Intensidad de Campo Eléctrico UNIFORME

Ejem :

Si el potencial eléctrico en "A" es  $-90\text{V}$ , determine la diferencia de potencial eléctrico entre "A" y "B" ( $V_{AB}$ ) y el trabajo que realiza el campo para trasladar a  $q_0 = +2\mu\text{C}$  entre A y B.



Sol :

Se pide  $V_{AB}$

$W_{AB}^{FE}$

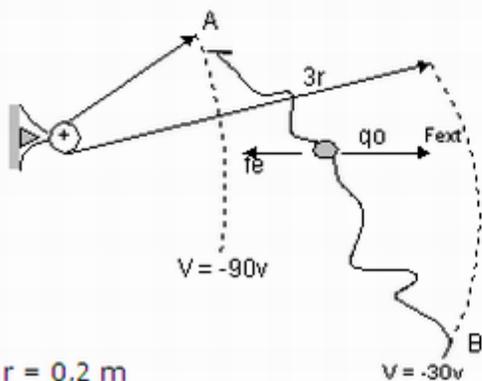


$$q_0 (V_A - V_B) \dots (1)$$

$$(*) V_A = \frac{kQ}{d_A} - 90\text{V} = \frac{k(Q)}{0,2} \quad kQ = -18$$

$$(+*) V_B = \frac{kQ}{d_B} \Rightarrow V_B = \frac{-18}{0,6} \rightarrow V_B = -30\text{V}$$

$$\rightarrow V_{AB} = -60\text{V}$$



$$r = 0,2 \text{ m}$$

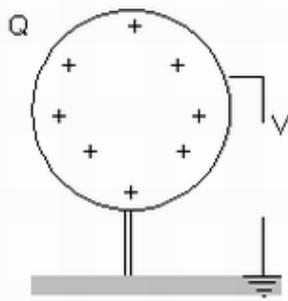
$$\rightarrow W_{AB}^{FE} = 2 \cdot 10^{-6} \times -60\text{J}$$

$$\therefore W_{AB}^{FE} = -12 \cdot 10^{-5}\text{J}$$

## CAPACIDAD EL

## ÉLECTRICA (C)

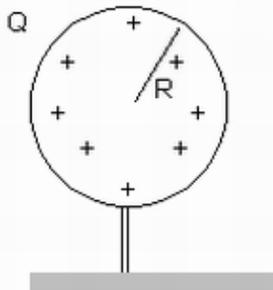
Es una propiedad de la cual gozan los cuerpos conductores que indica la variación de su potencial ante la ganancia o pérdida de carga eléctrica.



$$C = \frac{Q}{V} \quad \frac{C}{V} = \text{faradio} = F$$

$$1\mu F = 10^{-6}F$$

### CAPACIDAD ELÉCTRICA PARA UNA ESFERA CON DUCTORIA



$$C = 4\pi \epsilon_0 \cdot R$$

\* La capacidad eléctrica depende de las características geométricas del conductor.

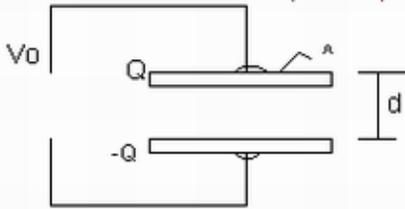
### CONDENSADOR:

Es aquel dispositivo constituido de dos conductores separados cierta distancia y ambos cargados con cargas del mismo valor pero de signos contrarios.

Símbolo:



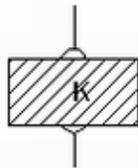
\* Condensador de placas paralelas



$$C_0 = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

$$\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ f/m}$$

\* Si está lleno de una sustancia aislante (dieléctrico)



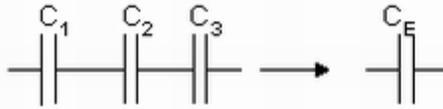
$$C = K \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

- El condensador almacena carga y por lo tanto almacena energía
- El dieléctrico aumenta la capacidad del condensador si está conectado a la batería.
- Si está desconectado de la batería su capacidad se conserva pero disminuye su potencial.

$$V = \frac{V_0}{K}$$

**Asociación de Condensadores:**

Serie:

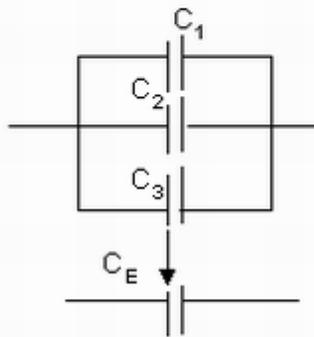


- $q_1 = q_2 = q_3 = q$
- $V = V_1 + V_2 + V_3$

Para dos condensadores:

$$\frac{C_1 \times C_2}{C_1 + C_2}$$

Paralelo

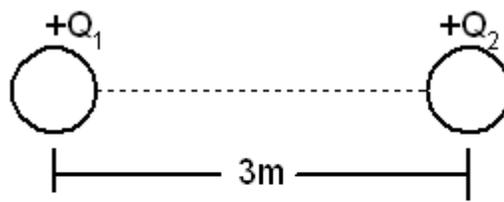


$$C_E = q_1 + q_2 + q_3$$

- $q = q_1 + q_2 + q_3$
- $V_1 = V_2 = V_3 = V$

### PRACTICA DIRIGIDA

1. Dos cargas separadas a cierta distancia se repelen con una fuerza de 200N. si una carga se duplica, la otra se cuadruplica y la nueva distancia es el doble de la anterior. ¿Con qué nueva fuerza se repelen?  
a) 100N      b) 200N      c) 400N  
d) 500N      e) 250N
2. Si:  $Q_1 = 4Q_2$  Calcular a que distancia respecto de  $Q_1$  se debe colocar una carga tal que la fuerza resultante en ésta sea nula.



- a) 1m                      b) 1,2m c) 1,5m  
 d) 2m                      e) 2,5m

**Electrodinámica**

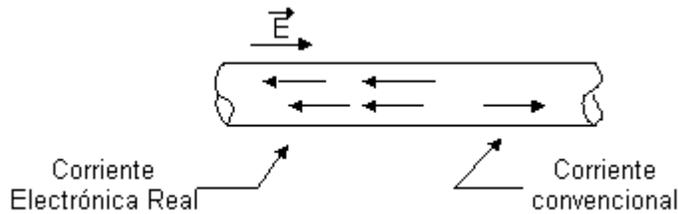
Es aquella parte de la electricidad que estudia a las cargas eléctricas en movimiento y los fenómenos que producen.

**CORRIENTE ELÉCTRICA.**

Es sabido que en los conductores (metales) existen cargas libres, que se mueven caóticamente debido a la agitación térmica. Para que estas cargas se muevan ordenadamente es necesaria la presencia de un campo eléctrico que los impulse, en este caso se dirá que circula una corriente eléctrica a través del conductor.

En la realidad las cargas libres en los conductores son electrones (carga negativa) que se moverán sentido contrario al campo E, sin embargo, es un hecho experimental que el movimiento de una carga negativa en un sentido, es equivalente al movimiento de una carga positiva del mismo valor en sentido contrario.

Basándonos en lo anterior supondremos de ahora en adelante que la corriente está constituida por cargas positivas, moviéndose en el sentido del campo E, esta es la llamada corriente convencional.

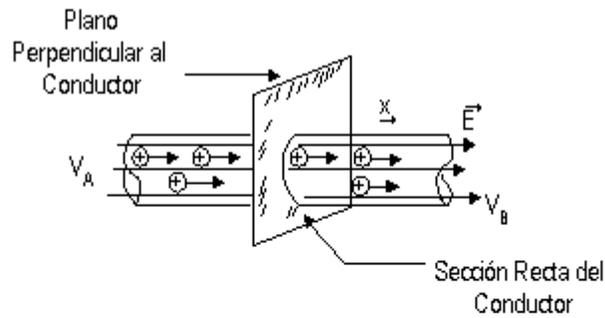


**INTENSIDAD DE LA CORRIENTE ELÉCTRICA (I)**

Para provocar la aparición del campo E, dentro del conductor, se debe colocar en los extremos de éste, potenciales diferentes, ya que el campo señala hacia donde decrece el potencial y las cargas libres positivas se moverán en aquél sentido.

La corriente eléctrica en los conductores circula de lugares de mayor a lugares de menor potencial y para que halla corriente debe existir diferencia de potencial en los extremos del conductor.

La intensidad de la corriente "I" nos indica la cantidad de carga que atraviesa la sección recta del conductor en la unidad de tiempo.



$$V_A > V_B$$

$$I = \frac{Q}{t}$$

Donde:

$Q$  = Cantidad de carga que atraviesa la sección recta del conductor.

$t$  = tiempo transcurrido.

UNIDAD: S.I

1 coulomb/segundo = 1 amperio.

## DIFERENCIA DE POTENCIAL Y FUERZA ELECTROMOTRIZ ( $v$ ) ( $\epsilon$ )

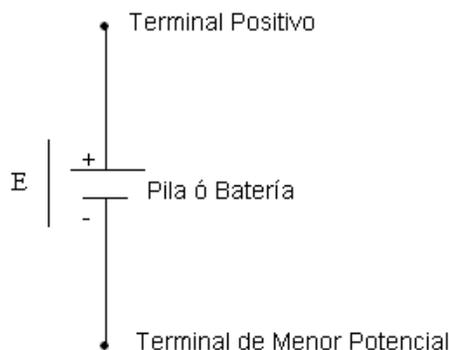
### 1. Fuerza electromotriz

Es la energía que cada unidad de carga eléctrica gana al atravesar una fuente de energía eléctrica en un sentido de (-) a (+)

$$\epsilon = \frac{\text{ENERGÍA}}{\text{CARGA}}$$

### 2. Diferencia de Potencial

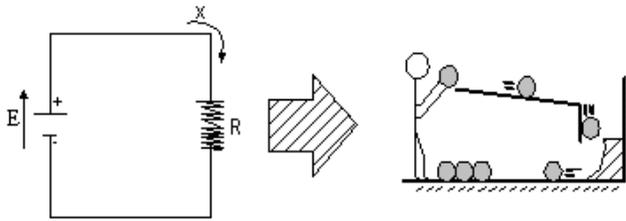
Es la energía que invierte la unidad de carga eléctrica al desplazarse de un punto a otro en el recorrido que realiza. Se le conoce con el nombre de caída de tensión.



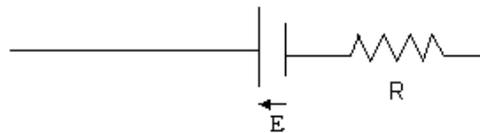
UNIDAD: 1 joule/coulomb = 1 voltio.

Analícemos el circuito más simple que se puede obtener formado por una batería y una resistencia en serie, comparémoslo con su simil mecánico:

La persona hace las veces de batería ya que la persona entrega energía a las esferas al levantarlas, el rozamiento que consume la energía entregada reemplazaría a la resistencia del circuito, donde las esferas representan las cargas que constituyen la corriente. A la energía por unidad de carga que entrega la persona se le conoce como diferencia de potencial.



Nota: las pilas reales tienen resistencia interna, que se coloca en serie con la fuerza electromotriz.



### RESISTENCIA ELÉCTRICA (R)

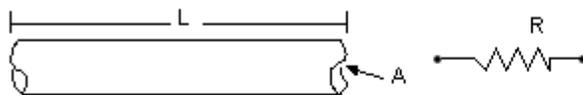
Las cargas al circular a través del conductor, colisionan con los átomos de éste debido a lo cual el material se opone al paso de la corriente, una medida de dicha oposición es la resistencia eléctrica.

Los llamados buenos conductores poseen una resistencia eléctrica pequeña y los malos conductores (AISLANTES) tienen una resistencia eléctrica muy grande.

Experimentalmente se comprueba que la resistencia de un conductor homogéneo de sección constante es proporcional a su longitud e inversamente proporcional a su sección transversal.

Símbolo de las resistencias

Símbolo de las resistencias



$$\left. \begin{array}{l} R \sim L \\ R \sim 1/A \end{array} \right\} \boxed{R = \rho \cdot L/A}$$

Donde  $\rho$  es una constante del material que constituye al conductor, llamado resistividad del material.

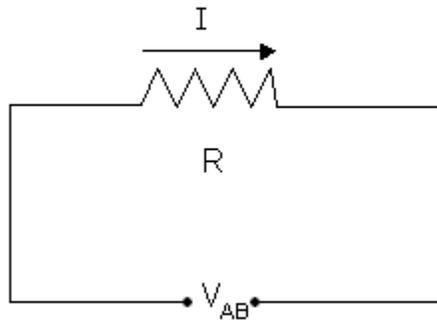
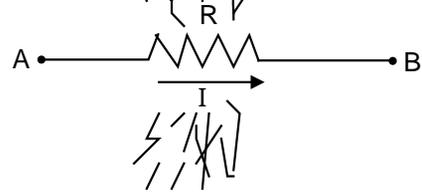
### LEY DE OHM.

Para materiales metálicos (conductores) la corriente que los atraviesa es directamente proporcional a la diferencia de potencial conectada en sus extremos. La constante de proporcionalidad se denomina Resistencia Eléctrica, del conductor, esta Ley fue descubierta experimentalmente por el físico alemán GEORG SIMON OHM (1789 - 1854).

Se cumple:

$$I \sim V_{AB} \rightarrow V_{AB}/I = \text{constante}$$

$$V_{AB}/I = R \Rightarrow \boxed{V_{AB} = RI}$$



Donde:  $V_{AB}$  = diferencia de potencial =  $V_A - V_B$  = caída de tensión

$I$  = Intensidad de la corriente

$R$  = resistencia del conductor

Se define de lo anterior la unidad M.K.S. de resistencia:

1 OHMIO =  $1 \Omega$  = Voltio/Amperio.

## POTENCIA ELÉCTRICA

Para que las cargas que forman la corriente atraviesan un dispositivo eléctrico se realiza un trabajo en cierto intervalo de tiempo, con lo cual en el dispositivo eléctrico se consumirá potencia.

Sabemos que:  $P = \frac{W_{AB}}{t}$   $I$

$P = \frac{qV_{AB}}{t} = V_{AB} \left( \frac{q}{t} \right) \Rightarrow \boxed{P = V_{AB} \cdot I}$

Para conocer la potencia consumida en vatios, se debe tener la diferencia de potencial entre los terminales en voltios y la corriente que circula en Amperios.

VATIO = VOLTIO x AMPERIO

## EFECTO JOULE:

Las cargas que forman la corriente al atravesar los conductores van colisionando con los átomos del material, los átomos al ser "golpeados" vibrarán con mayor intensidad con lo cual el conductor aumenta su temperatura (se calienta), hasta emitir calor, este fenómeno se denomina **EFECTO JOULE**.

$$P = V_{AB} \cdot I$$

$$\frac{E_{consumida}}{t} = (R \cdot I) \cdot I \Rightarrow E_{cons} = R \cdot I^2 \cdot t \rightarrow \text{en joules } E_{cons} = Q$$

$t \rightarrow$  segundos

$R \rightarrow$  ohmios

$I \rightarrow$  Amperios

pero:

$$1 \text{ joule} = 0.24 \text{ calorías}$$

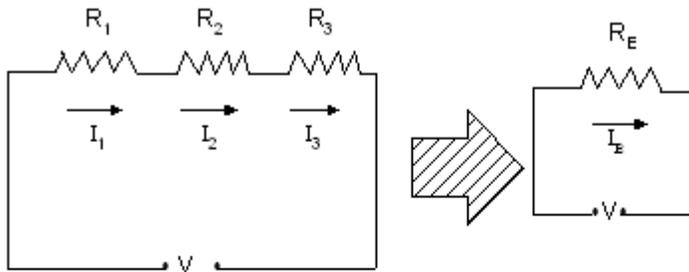
$$Q = 0.24 R I^2 t \text{ calorías}$$

## ASOCIACIÓN DE RESISTENCIAS:

### I. EN SERIE

En este caso las resistencias se conectan una a continuación de otra, de tal manera que el voltaje total conectado en los terminales  $V$  se reparte en cada resistencia en  $V_1, V_2, V_3$

También hay que observar que no se acumula carga en las resistencias por lo cual las corrientes en cada elemento deben ser la misma; aquella resistencia que reemplaza a las anteriores produciendo el mismo efecto es la llamada RESISTENCIA EQUIVALENTE ( $R_E$ )



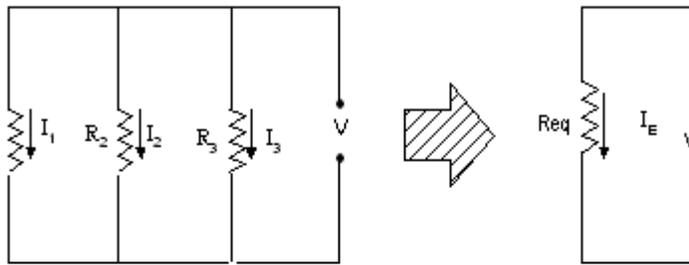
### CARACTERÍSTICAS

1.  $I_1 = I_2 = I_3 = I_E$
2.  $V = V_1 + V_2 + V_3$
3.  $R_E I_E = R_1 I_1 + R_2 I_2 + R_3 I_3$

$$R_E = R_1 + R_2 + R_3$$

### II. EN PARALELO

En esta ocasión las resistencias se conectan teniendo terminales comunes, de lo cual se desprende que todos los elementos recibirán el mismo voltaje, y la corriente total se repartirá en cada resistencia, la resistencia equivalente es aquella que recibiendo el mismo voltaje soporta la misma corriente total.



### CARACTERÍSTICAS

1.  $V_1 = V_2 = V_3 = V$

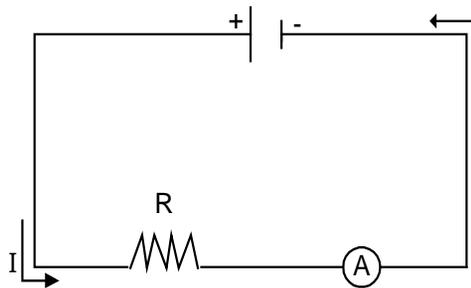
2.  $V/R_E = V_1/R_1 + V_2/R_2 + V_3/R_3$

$$\Rightarrow \boxed{1/R_E = 1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3}$$

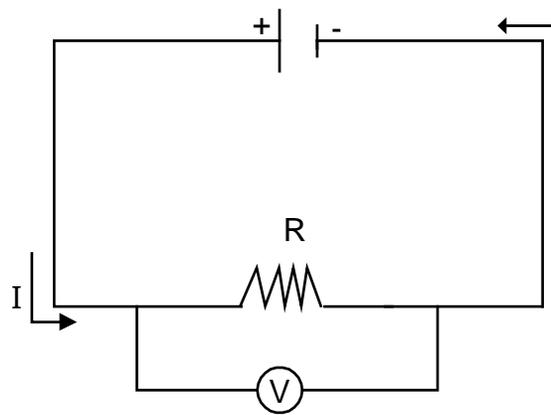
### INSTRUMENTOS ELÉCTRICOS DE MEDICIÓN

Todo aparato destinado a detectar la presencia de corriente eléctrica en un alambre conductor se denomina GALVANÓMETRO, de acuerdo a su escala de medida se puede hablar de amperímetro, miliamperímetro o microamperímetro.

Para medir la corriente que circula por un hilo el amperímetro debe colocarse en serie para que toda la corriente que deseamos medir pase por el aparato. Como el amperímetro tiene una cierta resistencia "interna" es conveniente que esta sea lo más pequeña posible para que el circuito no sea alterado prácticamente.

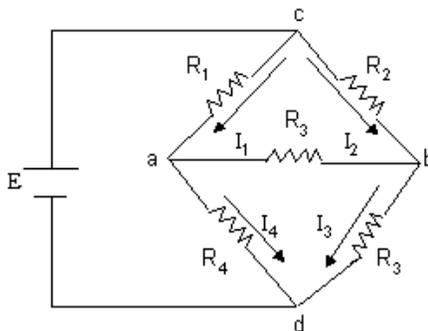


Si deseamos medir la diferencia de potencial entre los extremos de una resistencia, debemos colocar un VOLTÍMETRO en paralelo con la resistencia, la corriente que se dirige a la resistencia se bifurca penetrando parte de la corriente al voltímetro, la resistencia interna del voltímetro debe ser lo máximo posible para que a través de él no pase corriente y el circuito no se altere.



### PUENTE DE WHEATSTONE

Este montaje se utiliza muy a menudo para efectuar medidas rápidas y precisas de resistencias. Fue inventado en 1843 por el físico inglés CHARLES WHEATSTONE.



Para poder hallar una de las resistencias, se busca una relación tal que en  $R_3$  no circule corriente ( $I = 0$ ), es decir  $V_a = V_b$ .

Se cumple:

$$\begin{array}{l|l} V_{ca} = V_{cb} & V_{ad} = V_{bd} \\ R_1 I_1 = R_2 I_2 & R_4 I_1 = R_3 I_2 \end{array}$$

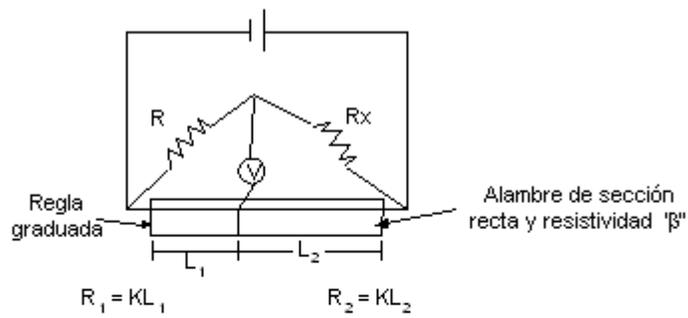
Dividiendo las ecuaciones:

$$\frac{R_1}{R_4} = \frac{R_2}{R_3}$$

$R_1 R_3 = R_2 R_4$

Cuando se cumple esta relación se dice que el punto está balanceando, y en  $R_3$  no circula corriente.

### PUENTE WHEATSTONE MODIFICADO:



Luego:

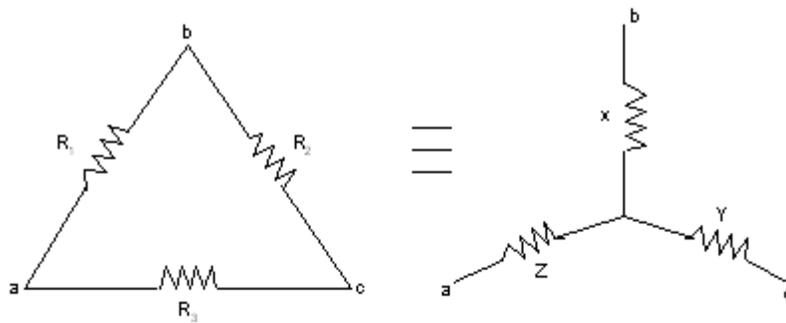
$$R R_2 = R_x R_1$$

$$R_x = R \frac{R_2}{R_1}$$

$$R_x = R \left( \frac{L_2}{L_1} \right)$$

### SUSTITUCIÓN DELTA – ESTRELLA

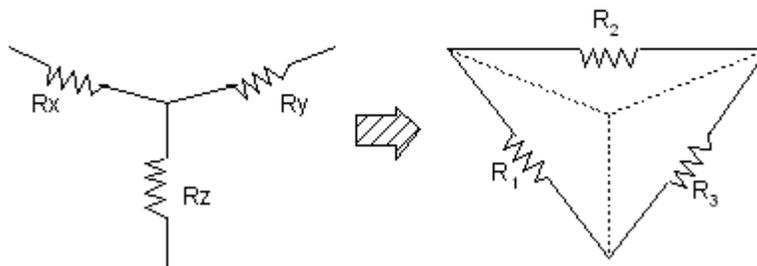
Un circuito DELTA formado por  $R_1, R_2, R_3$  puede ser reemplazando por un circuito ESTRELLA equivalente, formado por  $X, Y, Z$  tal que se cumple:



$$x = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3} \quad y = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$z = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

### SUSTITUCIÓN ESTRELLA - DELTA



$$R_1 = \frac{R_x R_y + R_x R_z + R_y R_z}{R_y}$$

$$R_2 = \frac{R_x R_y + R_x R_z + R_y R_z}{R_z}$$

PROBLEMAS PROPUESTOS

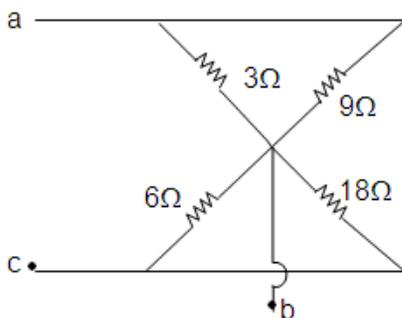
1. Hallar la intensidad de corriente que circula por un alambre sometido a una diferencia de potencial de 420 voltios, siendo su longitud 1km y su sección cuadrada es de lado igual a 3mm. ( $\rho = 1.4 \times 10^{-5} \Omega \cdot m$ )

- a) 0.14 A
- b) 0.27 A
- c) 0.18 A
- d) 0.21 A
- e) 0.30 A

2. Hallar la corriente que circula por un calentador eléctrico de  $20\Omega$ , para que en 10min caliente 432 grs de agua desde  $20^\circ C$  hasta  $80^\circ C$

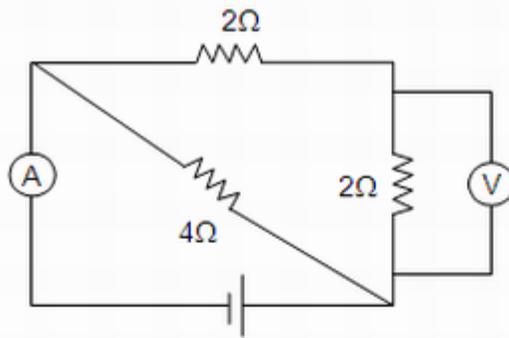
- a) 1.47A
- b) 2.66 A
- c) 3 A
- d) 4.16 A
- e) 5 A

3. Hallar la resistencia equivalente entre "a y b"



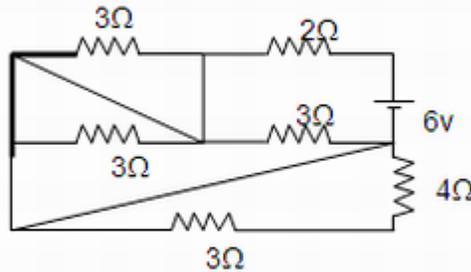
- a)  $2\Omega$
- b)  $1.5\Omega$
- c)  $0.66\Omega$
- d)  $8\Omega$
- e)  $36\Omega$

4. Calcular lo que marca el amperímetro, si  $V = 20$  voltios.



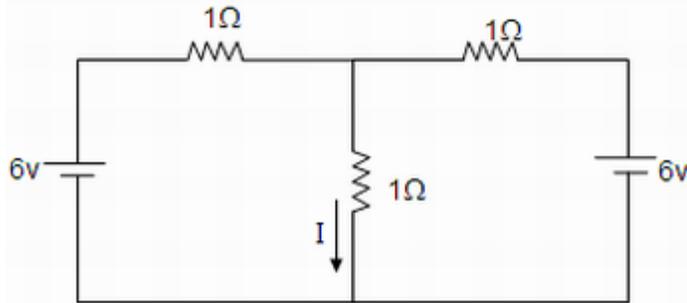
- a) 20 amp
- b) 10 amp
- c) 15 amp
- d) 8 amp
- e) 5 amp

5. Hallar la corriente por la resistencia de  $2\ \Omega$



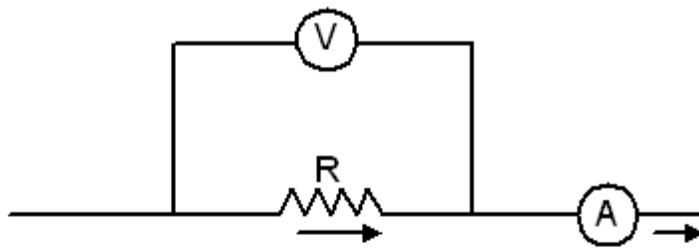
- a) 3 A
- b) 2 A
- c) 1.2 A
- d) 1.71 A
- e) 0.85 A

6. La corriente  $I$  en el circuito es



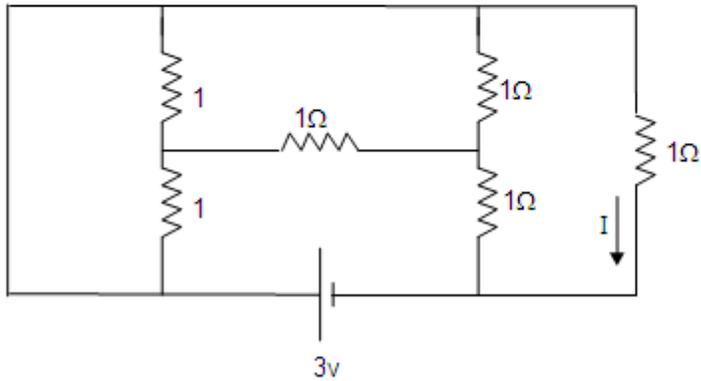
- a) 0 A
- b) 2 A
- c) 3 A
- d) 4 A
- e) 6 A

7. El voltímetro "v" de la figura, indica 117 voltios y el amperímetro "A" 0.13 amperios. La resistencia del voltímetro es  $9000\ \Omega$  y la del amperímetro  $0.015\ \Omega$ . ¿Cuál es el valor de la resistencia  $R$ ?



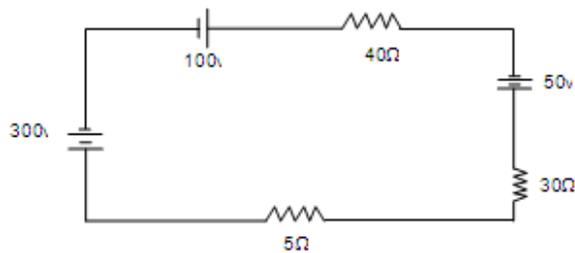
- a)  $10^6 \Omega$
- b)  $10^5 \Omega$
- c)  $10^4 \Omega$
- d)  $10^3 \Omega$
- e) n.a.

8. La corriente  $I$  mostrada en el circuito es igual a:

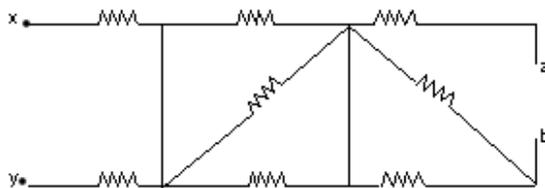


- a) 0.0A
- b) -0.5A
- c) -1.0A
- d) +1.0A
- e) +3.0A

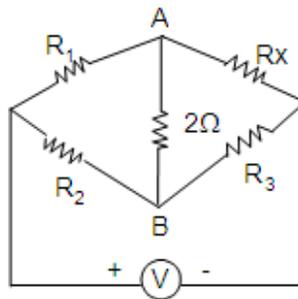
9. Calcular el sentido y la intensidad de la corriente eléctrica



9. El sentido de la corriente en el circuito es:
- 2 A : Horario
  - 4 A : Antihorario
  - 2 A : Antihorario
  - 4 A: Horario
  - n.a.
10. Doscientas bombillas iguales de  $300\ \Omega$  de resistencia c/u están conectadas en paralelo a una fuente de 100 voltios y resistencia interna de  $0.5\ \Omega$ . La potencia desprendida en cada bombilla es:
- 75 W
  - 37.5 W
  - 125W
  - 50W
  - 18.75W
11. Determinar la resistencia equivalente visto desde "x" e "y", si todas vales  $1.5\ \Omega$

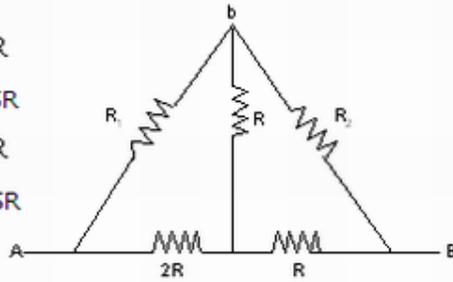


- $6\ \Omega$
  - $5\ \Omega$
  - $4\ \Omega$
  - $3\ \Omega$
  - n.a.
12. En el circuito mostrado, hallar "Rx", si  $V_{AB} = 0$ ,  $R_1 = 10\ \Omega$ ,  $R_2 = 5\ \Omega$  y  $R_3 = 15\ \Omega$

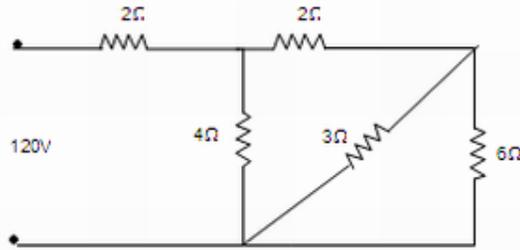


- $3.34\ \Omega$
  - $7.5\ \Omega$
  - $30\ \Omega$
  - $28\ \Omega$
  - $20\ \Omega$
13. Hallar la resistencia equivalente vista desde "A- B "

- a)  $\frac{3}{5}R$   
 b)  $\frac{7}{5}R$   
 c)  $2.5R$   
 d)  $\frac{4}{5}R$   
 e)  $1.5R$



14. Hallar el calor disipado en la unidad de tiempo por la resistencia de  $3\Omega$

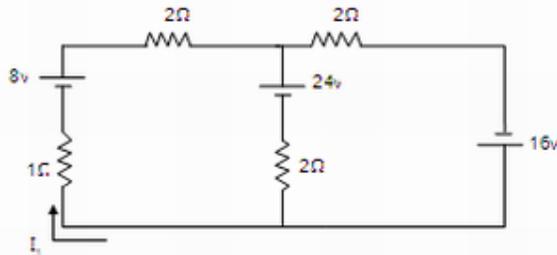


- a) 36 b) 24 c) 72 d) 54 e) n.a.

15. Un motor eléctrico absorbe 15A a 110V. Hallar el costo de funcionamiento mensual, si trabaja durante 8 horas diarias y cada KW - Hr consumido vale 8.5 soles (Tomar mes de 30 días)

- a) S/. 3000  
 b) S/. 3300  
 c) S/. 3225  
 d) S/. 3366  
 e) S/. 2320

16. En el circuito mostrado hallar  $I_1$ :



- a) 1 A      b) 2 A      c) 3 A  
 d) 4 A      e) 5 A.

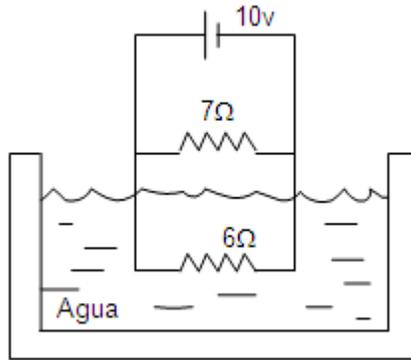
17. Si un foco es conectado a una fuente eléctrica de 220 voltios, la intensidad de la corriente a través de él es 0.5A. ¿Cuál será la intensidad de la corriente si se conectan 3 focos iguales al primero, en serie y a una fuente de 1320 voltios?

- a) 0.5 A  
 b) 0.75 A  
 c) 1 A  
 d) 1.25 A  
 e) N.A.

18. Dos lámparas que indican "60W - 120V" y "40W-120V" respectivamente, están conectadas en serie a una línea de 120V, ¿que potencia se disipa en las 2 lámparas, en éstas condiciones?

- a) 320 vatios
- b) 160 vatios
- c) 144 vatios
- d) 24 vatios
- e) 32 vatios

19. Al cabo de que tiempo después de cerrar el interruptor hervirá el agua que inicialmente estaba a 80°C, siendo su volumen de 3 lts.



- a) 1.45 hr
- b) 2.54 hr
- c) 3.73 hr
- d) 4.17 hr
- e) 5.29 hr

20. Un alambre de cobre tiene una resistencia de  $9\Omega$ , si se le estira hasta que su longitud se quintuplique. Hallar la corriente que circula por esta última resistencia, si se le aplica a sus extremos una diferencia de potencial de 675 voltios.

- a) 1 amp
- b) 2 amp
- c) 3 amp
- d) 4 amp
- e) N.A.

21. Mediante una batería de 36 voltios se desea hacer funcionar normalmente una lámpara diseñada para trabajar con 6v y 0.5A. Para ello se debe colocar en serie con la lámpara una resistencia de R ohmios y P vatios, donde valores correctos deberán ser:

- a)  $12 \Omega$  , 3 W
  - b)  $72 \Omega$  , 18 W
  - c)  $58 \Omega$  , 12 W
  - d)  $60 \Omega$  , 15 W
  - e)  $36 \Omega$  , 40 W
22. Una pila se conecta a una resistencia de  $4 \Omega$ . Luego Se reemplaza esta por otra de  $9\Omega$ . Si ambas resistencias disipan la misma potencia ¿Cuál es la resistencia interna de la pila?
- a)  $2 \Omega$
  - b)  $4 \Omega$
  - c)  $6 \Omega$
  - d)  $8 \Omega$
  - e)  $10 \Omega$

### Magnetismo

Tiene como objetivo principal el estudio de las propiedades de los imanes y sus interacciones mutuas.

Se denomina imán a toda sustancia que es capaz de atraer al hierro o cuerpos formados de hierro, a esta propiedad de los imanes se le denomina magnetismo.

En todo imán se distingue las siguientes regiones:

- a) **Polos.** Es la región en la cual se concentran las propiedades magnéticas del imán en el caso de un imán en forma de barra los polos se encuentran ubicados en sus extremos.
- b) **Zona Neutra.** Es la región que presenta muy poco o ninguna propiedad magnética.

## \*\* Imán: Partes

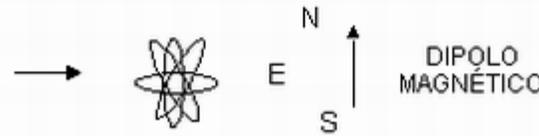


## PROPIEDADES

### 1) Orientación de un Imán



### 2) Inseparabilidad de los polos



## ACCIONES ENTRE LOS POLOS MAGNÉTICOS

### FUERZA DE ATRACCIÓN



### FUERZA DE REPULSIÓN



## CAMPO MAGNÉTICO

Se denomina así a la modificación de las propiedades del espacio que rodea a un imán. El campo magnético transmite las acciones entre los polos magnéticos y se suele caracterizar por una cantidad vectorial denominada vector inducción magnética o vector campo magnético (B).

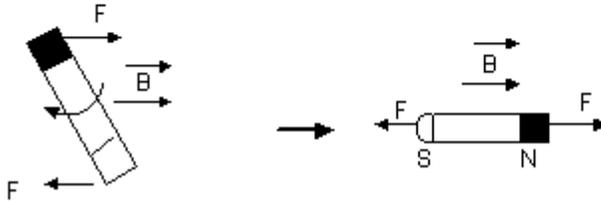
Todo campo magnético al actuar sobre un imán ejerce sobre los polos de este fuerzas de direcciones opuestas lo cual produce un torque el cual tiende a orientar al imán en forma paralela al campo magnético.

- \* Transmite las acciones entre los polos magnéticos
- \* Inducción magnética ( $\vec{B}$ )

Unidad:

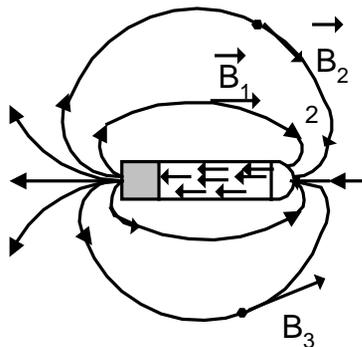
S.I.  $\rightarrow$  Tesla (T)

### \* PROPIEDAD



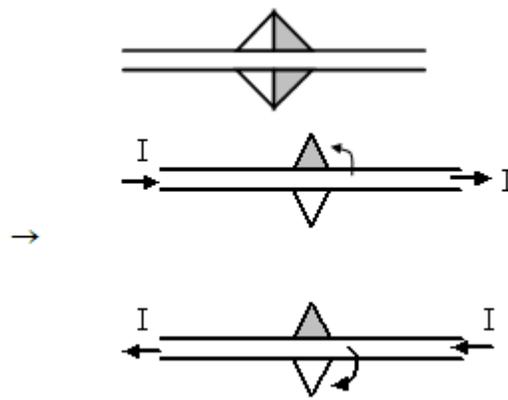
El campo magnético al igual que el campo eléctrico también se suele representar por líneas de fuerza las cuales presentan las siguientes características:

1. Por cada punto del campo magnético pasa una y solo una línea de fuerza.
  2. El vector inducción magnético es siempre tangente a la línea de fuerza en cada uno de sus puntos.
  3. Las líneas de fuerza se orientan del polo norte al polo sur por el exterior del imán y del polo sur al norte por el interior del mismo.
  4. La separación entre las líneas de fuerza es inversamente proporcional al valor del campo magnético de la región considerada.
- \* Líneas de fuerza del Campo Magnético



### EXPERIMENTO DE OERSTED

OERSTED descubrió que al acercar un imán a un conductor recorrido por una corriente el imán experimentaba fuerzas que tendían a orientar al imán en forma perpendicular al conductor. OERSTED además determinó que el sentido del Imán dependerá del sentido de la corriente. Además, intensidad con la cual gira el imán depende de la intensidad de corriente.

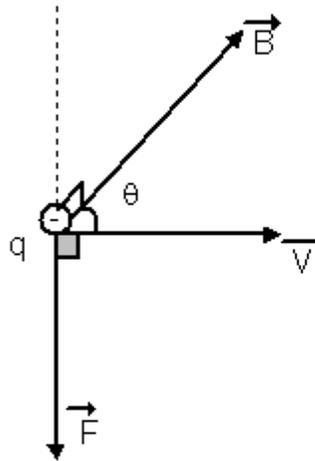
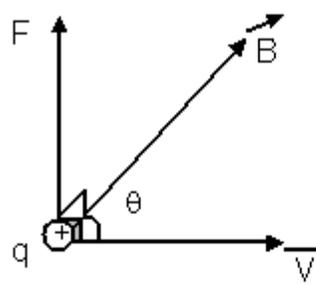


- Toda corriente produce un campo magnético.
- $B \text{ (D.P.) } I$
- Todo campo magnético ejerce fuerzas sobre cargas en movimiento.

### EFFECTOS DE LOS CAMPOS MAGNÉTICOS

#### A) FUERZA SOBRE UNA CARGA MÓVIL

Todo campo magnético ejerce sobre una carga en movimiento una fuerza la cual presenta las siguientes características.



- 1) Depende de la dirección del movimiento
- 2) Módulo

$$F = |q| v B \cdot \text{Sen}\theta$$

De donde:

$$\text{Si } \vec{v} \perp \vec{B} \rightarrow F_{\text{MAX}} = q v B$$

$$\text{Si } \vec{v} // \vec{B} \rightarrow F_{\text{MIN}} = 0$$

$$3) \vec{F} \perp \vec{v} \text{ y } \vec{F} \perp \vec{B}$$

- 4) Sentido, depende del signo de la carga.

**Observación:**

(1) Unidad del Campo Magnético

$$B = \frac{F_{MAX}}{qV} \Rightarrow \text{T esla} = \frac{N}{C \cdot \frac{m}{s}}$$

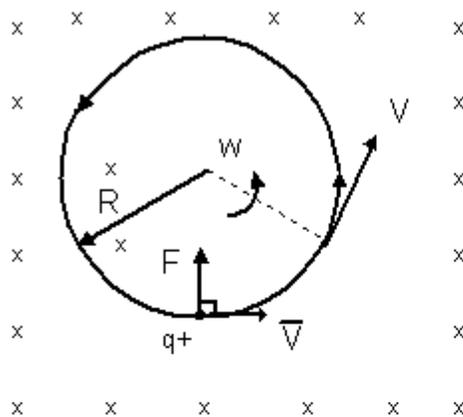
$$\text{T esla} = \frac{N}{A \cdot m}$$

(2) Como  $\vec{F} \perp \vec{B} \rightarrow \vec{F} \perp \vec{V}$

- F no realiza trabajo
- F no altera el valor de la velocidad, únicamente su dirección.

(3) Movimiento de una carga en un campo magnético uniforme

Si  $V \perp \vec{B} \rightarrow M.C.U$



Donde:  $F_{MAG} = F_{CP}$

$$\rightarrow |q| V B = \frac{mV^2}{R}$$

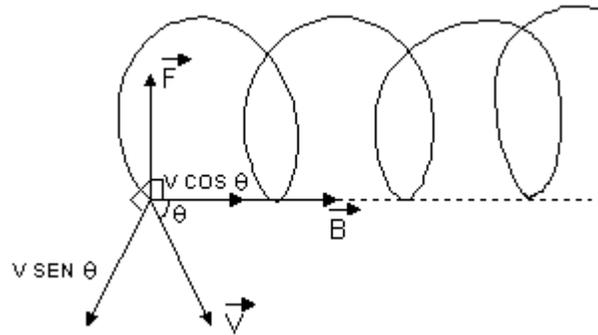
$$|q| B \cdot R = mV \rightarrow q B R = mV$$

Pero:

$$V = w \cdot R$$

$$w = \frac{|q|B}{m}$$

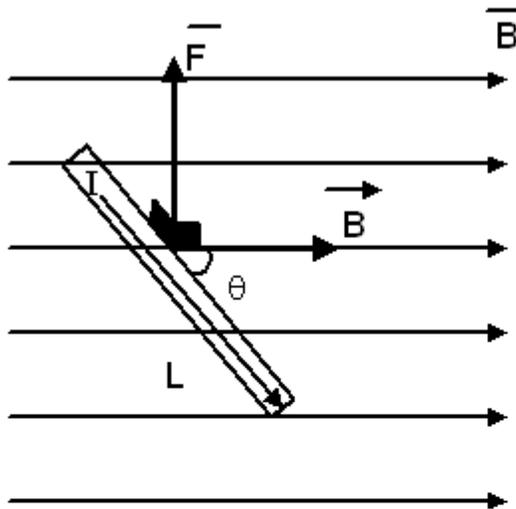
(4) Si  $\vec{V}$  no es perpendicular a  $\vec{B}$ , el movimiento es helicoidal



### B) FUERZA SOBRE UNA CORRIENTE RECTILINEA

Todo campo magnético ejerce una fuerza sobre una corriente la cual depende de la forma del conductor que es recorrido por la corriente así como el campo magnético cumpliéndose en particular que dicha fuerza es directamente proporcional a la intensidad de la corriente.

Para el caso particular del campo magnético uniforme y una corriente rectilínea se cumple Q´



1)  $F = I L B \text{ Sen } \theta \rightarrow$

$\vec{F} = (BIL) \text{ Sen } \theta$

2)  $\vec{F} \perp \text{ conductor}$

$\vec{F} \perp \vec{B}$

3) Sentido: Basta conocer el sentido convencional de la corriente.

\* Además  
 Si  $I \perp B \rightarrow F_{\text{MAX}} = BIL$   
 Si  $I // B \rightarrow F_{\text{MIN}} = 0$

### CAMPO MAGNÉTICO DE CORRIENTE

Las leyes que permiten calcular los campos magnéticos debido a corrientes son bastante complicadas pudiendo reducir a partir de ellas el campo magnético producido por una corriente en un punto.

Presenta las siguientes características:

- 1) Dependen de la forma geométrica del conductor que es recorrido por la corriente.

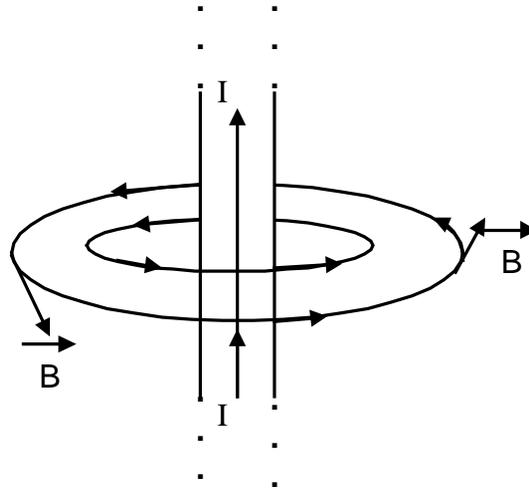
- 2) El valor del campo magnético siempre es d.p. a la intensidad de corriente.
- 3) El campo magnético también depende del medio que rodea al conductor que es recorrido por la corriente.

El campo magnético se representa por líneas de fuerzas cerradas razón por la cual se suele denominar líneas de inducción las cuales rodean al conductor que es recorrido por la corriente.

#### EL VECTOR

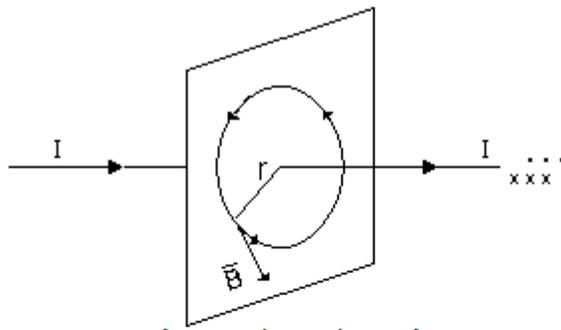
Inducción magnética siempre es tangente a las líneas de inducción en cada uno de los puntos coincidiendo su sentido con la orientación de las líneas de inducción.

La orientación de las líneas de inducción se obtiene mediante la aplicación de la regla de la mano derecha o regla del saco corcho.



#### \* Algunos campos magnéticos

- 1) Corriente Rectilínea Infinita



- Líneas de inducción: Circunferencia

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

En el vacío

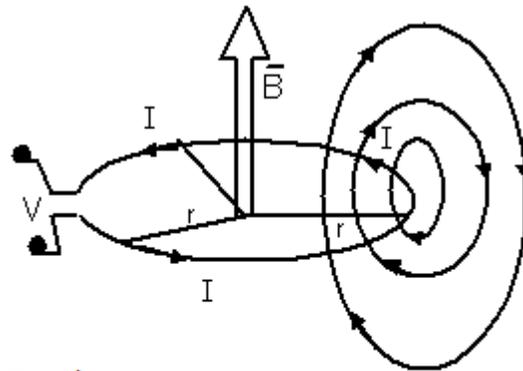
$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-2} \frac{\text{T.m.}}{\text{A}}$$

I = Ampere;

R = m

B = Tesla (T)

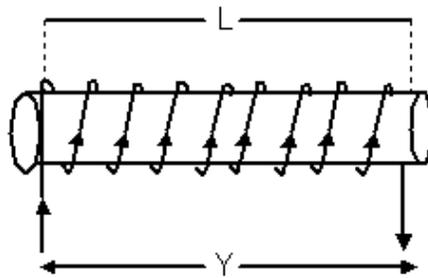
## 2) Corriente Circular



En el centro

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

## 3) Solenoide



$L$ : Longitud del solenoide

$N$ ° de espiras o vueltas

Si  $L \gg$  dimensiones transversales del solenoide y las espiras están muy juntas.

- a) El campo magnético se concentra en el interior
- b)  $B$  centro =  $2B$  extremo
- c) El campo en el centro es uniforme y tiene un valor

$$B = \frac{\mu_0 NI}{L}$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$$

$N$  = N° de espiras

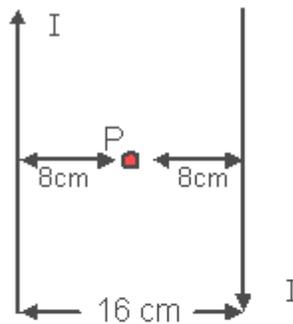
$L$  = Longitud del Solenoide

Siendo  $\mu_0$  la permeabilidad magnética del vacío

PROBLEMAS PROPUESTOS

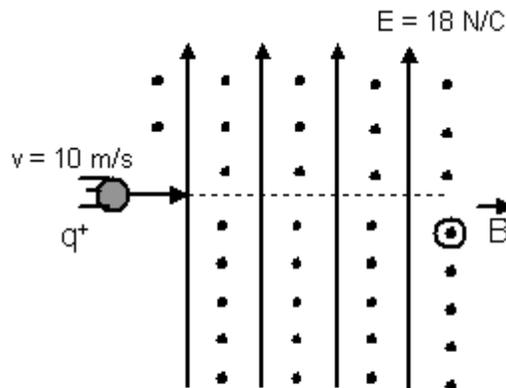
- Una partícula de carga  $2e^+$  se mueve en un campo magnético uniforme de  $0,2T$  siguiendo una trayectoria circular con un período de  $2\pi \times 10^{-7}$  s. La masa de la partícula es
  - $3,2 \times 10^{-27}$  kg
  - $6,4 \times 10^{-27}$  kg
  - $1,6 \times 10^{-27}$  kg
  - $4,8 \times 10^{-27}$  kg
  - $2,4 \times 10^{-27}$  kg
- Un electrón con rapidez de  $10^6$  m/s ingresa en una región donde existe campo magnético. Si la trayectoria es circular y tiene un radio de 10 cm, la magnitud del campo magnético será ( $m_e = 9,11 \times 10^{-31}$  kg)
  - $56,9 \times 10^{-6}$  T
  - $56,9 \times 10^{-8}$  T
  - $0,57 \times 10^{-6}$  T
  - $5 \times 10^{-6}$  T
  - $5 \times 10^{-7}$  T
- Por un conductor rectilíneo muy largo circula una corriente de 2A. A una distancia de 4 cm del conductor la magnitud del campo magnético B es
  - $2 \times 10^{-5}$  T
  - $4 \times 10^{-5}$  T
  - $10^{-5}$  T
  - $5 \times 10^{-5}$  T
  - $3 \times 10^{-5}$  T

- Dos conductores separados una distancia de 126 cm conducen corriente de 10 A cada uno en direcciones opuestas. La magnitud del campo magnético en el punto P es

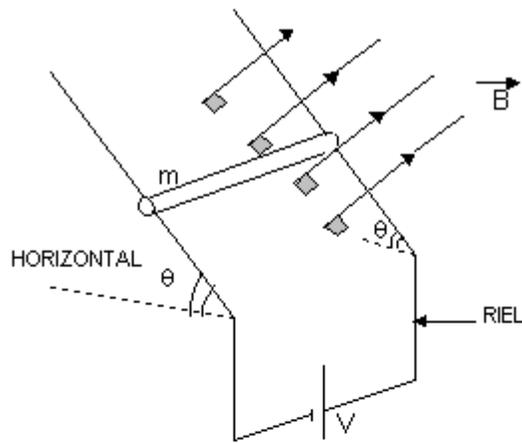


- $5,2 \times 10^{-5}T$
  - $2T$
  - $5 \times 10^{-5}T$
  - $0 T$
  - $3,2 \times 10^{-3} T$
- Un alambre conductor rectilíneo por donde circula una corriente de 5A es perpendicular a un campo magnético de  $3,4T$ . La fuerza por unidad de longitud es
    - 17N/m
    - 1,7 N/m
    - 3,4 N/m
    - 27 N/m
    - 34 N/m

6. En el centro de una espira de 12 cm de diámetro hay un campo magnético de 2T producida por la corriente eléctrica que circula por ella. La corriente en la espira es
- $6 \times 10^5 \text{ A}$
  - $\frac{6}{\pi} \times 10^5 \text{ A}$
  - $3 \times 10^5 \text{ A}$
  - $\frac{3}{\pi} \times 10^5 \text{ A}$
  - $6\pi \times 10^5 \text{ A}$
7. Un electrón entra perpendicularmente a la región de un campo magnético de 0,2T. El tiempo que tarda en dar una vuelta es ( $m_e = 9,11 \times 10^{-31}\text{kg}$ )
- $5,7 \times 10^{-12} \text{ S}$
  - $5,7 \times 10^{12} \text{ S}$
  - $57 \times 10^{-12} \text{ S}$
  - $57 \times 10^{12} \text{ S}$
  - $17,9 \times 10^{-11} \text{ S}$
8. En la figura, ¿de que magnitud es el campo magnético B para que la carga  $q^+$  siga una trayectoria rectilínea horizontal? (Los campos eléctricos y magnéticos son uniformes)



- 18 T
  - 12 T
  - 1,2 T
  - 1,8 T
  - 2 T
9. En la figura, la barra conductora tiene largo "L", masa "m" siendo su resistencia "R". Los rieles son lisos y de resistencia despreciable y la fuente tiene una fuerza electromotriz V. Hallar el ángulo "θ" de equilibrio de la barra.



- a)  $\text{Arc Sen} \left( \frac{VLB}{mgR} \right)$   
 b)  $\text{Arc Cos} \left( \frac{mgR}{VLB} \right)$   
 c)  $\text{Arc Tg} \left( \frac{mgR}{VLB} \right)$   
 d)  $\text{Arc Sen} \left( \frac{Vmg}{LBR} \right)$   
 e)  $\text{Arc Cos} \left( \frac{Vmg}{LBR} \right)$

10. En el vacío una carga “q” gira circularmente en una trayectoria de radio “R” con una velocidad lineal “V”. Hallar la inducción magnética que genera la carga en el centro de sus trayectorias

- a)  $\frac{\mu_0 qv}{R^2}$       b)  $\frac{\mu_0 qv}{2R^2}$   
 c)  $\frac{\mu_0 qv}{2\pi R^2}$       d)  $\frac{\mu_0 qv}{4\pi R^2}$   
 e)  $\frac{\mu_0 qv}{\pi^2 R^2}$

11. Dos alambres paralelos conducen corrientes en sentido opuesto, repeliéndose con una fuerza  $F_1$ . Al duplicar las corrientes y la distancia de separación, la fuerza  $F_2$  será:

- a)  $2F_1$     b)  $F_1$   
 c)  $4F_1$       d)  $8F_1$   
 e)  $0,5F_1$

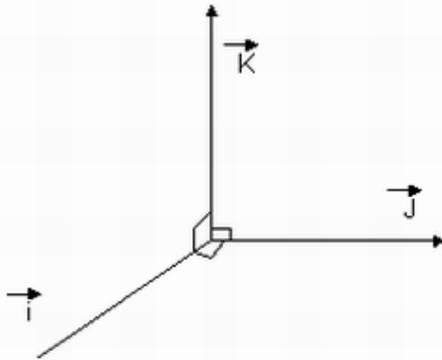
12. Un electrón describe un círculo de radio  $R_1$  con una velocidad angular  $W_1$ , dentro de un campo magnético  $B_1$ . Si el campo magnético se duplicase, entonces son verdaderas.

- I. Su velocidad angular se duplica
- II. Su radio se duplica
- III. Su radio no se altera.

- a) I, II      b) I, III    c) I
- d) II        e) III

12. Se tienen tres vectores perpendiculares entre si. Una carga positiva "q" se mueve con velocidad  $\vec{v} = a\vec{i}$ , en un campo uniforme  $\vec{B} = b\vec{j}$

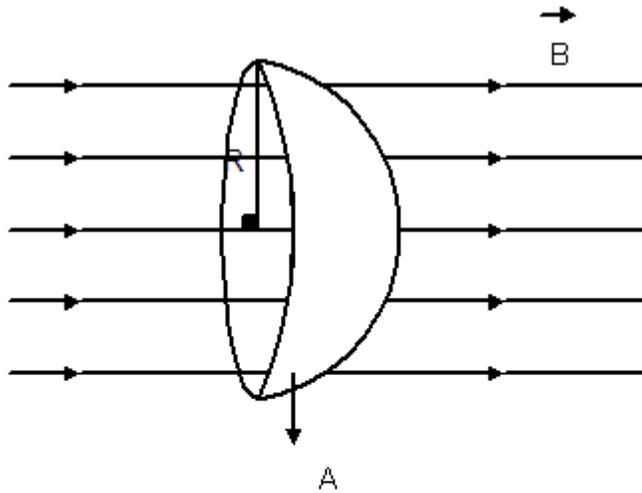
Una carga positiva "q" se mueve con velocidad  $\vec{v} = a\vec{i}$ , en un campo uniforme  $\vec{B} = b\vec{j}$   
 La fuerza magnética sobre la carga es: (considerar a y b positivos; los vectores  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  son de módulo unitario y adimensionales).



- a) Cero
- b)  $ab \vec{k}$
- c)  $qab \vec{k}$
- d)  $-qab \vec{k}$
- e)  $-ab \vec{k}$

13. ¿Cuál será el flujo magnético en el casquete "A" hemisférico mostrado.

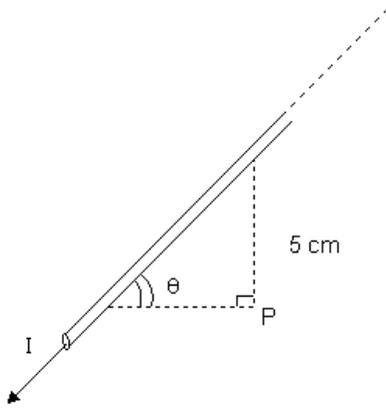
Si el campo magnético  $\underline{B}$  es constante ?



- a) Faltan datos
- b)  $2\pi R^2 B$
- c) Cero
- d)  $\frac{B\pi R^2}{2}$
- e)  $B\pi R^2$

14. Se tiene un conductor infinitamente largo y rectilíneo llevando una corriente de 3A tal como se muestra en la figura.

¿Cuál será el valor de  $B$  en el punto  $P$ , si  $\cos \theta = 3/4$ ?



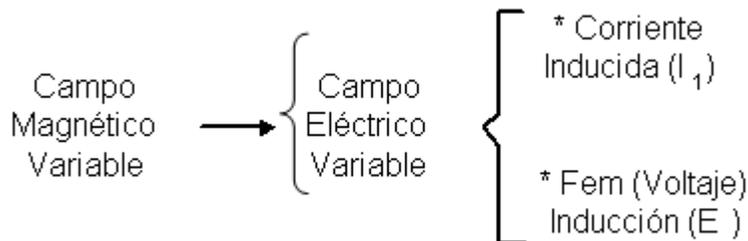
- a)  $2.6 \times 10^{-8} \text{ T}$
- b)  $2 \times 10^{-5} \text{ T}$
- c)  $2 \times 10^{-7} \text{ T}$
- d)  $6\sqrt{7}/7 \times 10^{-5} \text{ T}$
- e)  $1.6 \times 10^{-5} \text{ T}$

16. Un electrón con velocidad  $3.2 \times 10^4 \text{ m/s}$  entra en un campo magnético uniforme perpendicular y describe un círculo de radio 91mm. ¿Cuál es la magnitud del campo magnético? ( $q_e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ ;  $m_e = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ )

- a)  $1.0 \times 10^{-6} \text{ Wb/m}^2$
- b)  $2.0 \times 10^{-6} \text{ Wb/m}^2$
- c)  $4.0 \times 10^{-6} \text{ Wb/m}^2$
- d)  $8.5 \times 10^{-6} \text{ Wb/m}^2$
- e)  $2.5 \times 10^{-6} \text{ Wb/m}^2$

### Inducción electromagnética

Se denomina así aquel fenómeno el cual consiste en la generación de una corriente eléctrica o una fuerza electromotriz o voltaje a partir de un campo magnético variable.

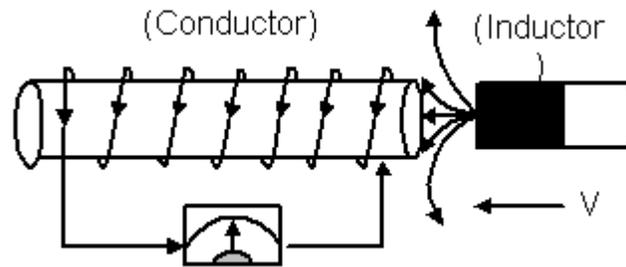


### EXPERIMENTO DE FARADAY

Este experimento se basa en hacer pasar una imán de propiedades magnéticas muy intensas a través de una bobina la cual se encuentra conectada a un galvanómetro, el cual permite la medida de la corriente. Al imán que genera el campo se denomina inductor y a la bobina en la cual se establece la corriente el inducido.

Después de muchos experimentos Faraday llegó a las siguientes conclusiones.

1. Se genera una corriente inducida siempre y cuando exista un movimiento relativo entre el inductor e inducido.
2. El sentido de la corriente inducida depende del polo magnético que se acerque o se aleje del inducido, invirtiéndose el sentido de la corriente al invertirse el sentido del movimiento relativo. En particular el acercar un polo norte es equivalente a alejar un polo sur.
3. A mayor velocidad relativa le corresponde una corriente inducida de mayor intensidad.



### CONCLUSIÓN GENERAL

Existe una corriente inducida y una fuerza electromotriz inducida si varía el número de líneas de fuerza del inducido.

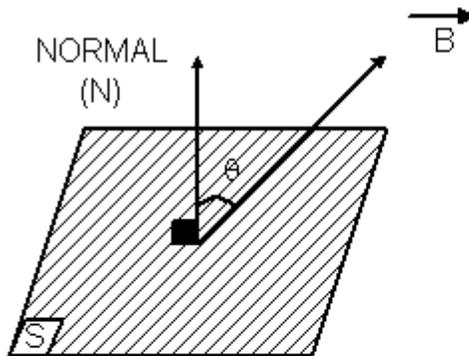
### FLUJO MAGNÉTICO

Es una magnitud escalar la cual determina el número de líneas de fuerza del campo magnético que atraviesan (Líneas de Inducción) de una superficie dada.

El flujo magnético a través de una superficie se obtiene multiplicando la componente del campo magnético perpendicular a la superficie con el área de dicha superficie.

#### Observación:

1. La normal se traza a una sola de las caras de la superficie.
2. El flujo magnético puede ser positivo o negativo dependiendo del ángulo formado entre la normal y la dirección del campo magnético.
3. Debido a que las líneas de fuerza del campo magnético son líneas cerradas se tiene que el flujo magnético a través de cualquier superficie cerrada es igual a cero.



$$\phi = B \cdot A \cdot \cos \theta$$

$$\phi = B_N \cdot S$$

Donde:

$$B_N = B \cdot \cos \theta$$

Es la componente del campo perpendicular a la superficie (en la dirección de la normal)

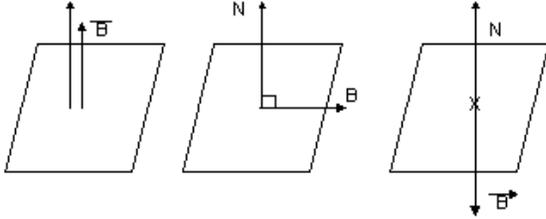
Unidad:

$$\text{WEBER (Wb)} = \text{T.m}^2$$

$$\text{MAXWELL (Mx)} = \text{Gs.cm}^2$$

$$\rightarrow 1 \text{ Wb} = 10^8 \text{ Mx}$$

\* **CASOS PARTICULARES**



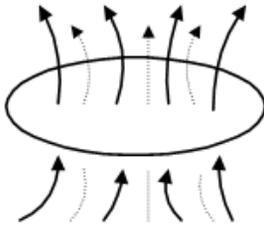
$$\phi = BS$$

$$\phi = 0$$

$$\phi = -B.S$$

**LEY DE FARADAY - HENRY**

La fuerza electromotriz inducida en un circuito es proporcional a la rapidez con la cual varía el flujo magnético a través de dicho circuito.



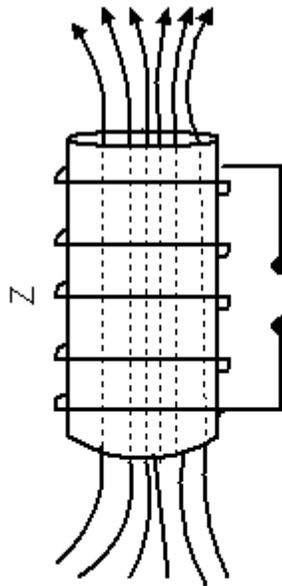
$$\varepsilon_i = \frac{-\Delta\phi}{\Delta t}$$

Unidad:

$$\text{Voltio: } \frac{\text{weber}}{\text{segundo}}$$

$$\Delta\phi \rightarrow \varepsilon_i$$

\* Si el circuito está formado por N espiras el efecto se hace N veces mayor.



$$\varepsilon_i = -N \frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$

Donde  $\Delta\phi$  es la variación de flujo en 1 espira

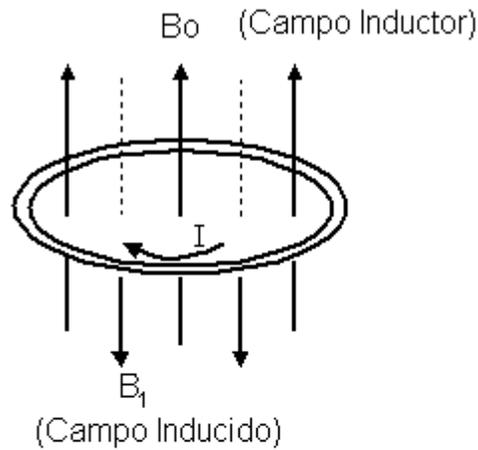
#### LEY DE LENZ

Esta ley establece una relación entre el campo magnético del inductor y el campo magnético que genera la corriente inducida. Esta ley establece que:

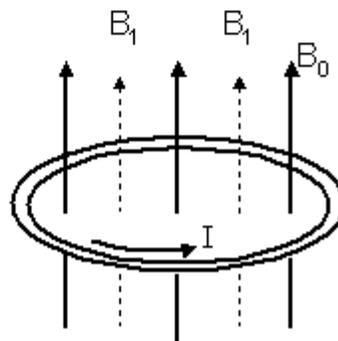
“Toda fuerza electromotriz inducida en un circuito cerrado genera una corriente cuyo campo magnético se opone a la causa que produce la f.e.m. inducida”.

\* **CASOS POSIBLES**

## 1. Aumento del flujo



## 2. Reducción del flujo



### CORRIENTE ALTERNA

Se denomina así a toda corriente o voltaje que varía periódicamente en valor y dirección. Una de las variaciones más usuales es la variación armónica, es decir la corriente o el voltaje se expresan con la ayuda de las funciones seno o coseno.

Para toda corriente alterna se tienen las siguientes características:

#### 1. AMPLITUD

Es el valor máximo de la corriente o voltaje alterno.

#### 2. PERIODO

Es el tiempo al cabo del cual la corriente o voltaje a dado una oscilación completa y ha tomado todos los valores positivos y negativos permitidos.

#### 3. FRECUENCIA

Indica el número de veces que se repite la oscilación, también se le suele definir como la inversa del período. En el caso del Perú la frecuencia es de 60Hz.

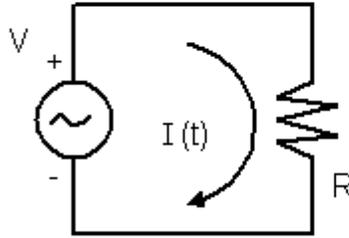
$$V = V_o \text{ Sen } (\omega T)$$

$V_o$  : Valor Pico  
 $\omega$  : Frecuencia Angular  
 $T$  : Período  
 $f$ : Frecuencia

Donde:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f}$$

\* En particular



$$I(t) = \frac{V(t)}{R}$$

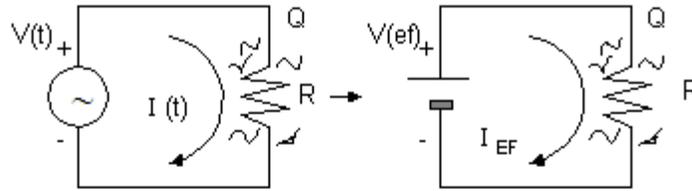
$$\rightarrow I = I_o \text{ Sen } (\omega t)$$

Donde:

$$I_o = \frac{V_o}{R}$$

#### VALORES EFICACES

Se denomina así a los valores de una corriente o voltaje continuo los cuales producen el mismo efecto que una corriente o voltaje alterno para un mismo intervalo de tiempo.



Depende la forma como varíe  $V(t)$  y  $I(t)$  Para una variación Armónica.

$$V_{EF} = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$$

$$I_{EF} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$$

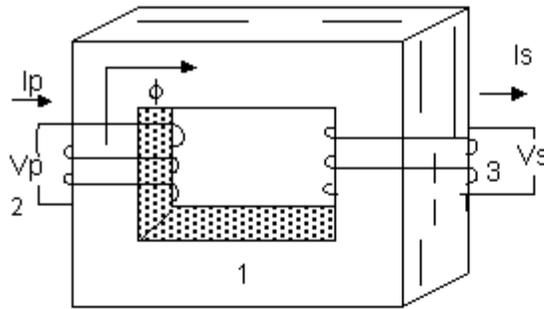
Luego se tiene:

$$P = I_{EF}V_{EF} = \frac{I_0V_0}{2}$$

#### TRANSFORMADOR

Se denomina así a todo dispositivos diseñado con la finalidad de modificar el voltaje o la intensidad de corriente alterna. Un transformador por lo general está constituido por:

1. Un núcleo de hierro o de un material magnético cuya función es la de concentrar el campo magnético en su interior.
2. Dos arroyamientos los cuales se emplean uno para recibir el voltaje que se desea modificar y dos para suministrar el voltaje modificado. Al primer arroyamiento se le denomina primario y al segundo secundario.



- 1) Núcleo de Hierro
- 2) Primario
- 3) Secundario

$$\left. \begin{aligned} V_p &= -N_p \frac{\Delta\phi}{\Delta t} \\ V_s &= -N_s \frac{\Delta\phi}{\Delta t} \end{aligned} \right\} \frac{V_p}{V_s} = \frac{N_p}{N_s}$$

Si las pérdidas son despreciables

$$P_p \cong P_s \rightarrow V_p I_p = V_s I_s$$

Luego:

$$\boxed{\frac{V_p}{V_s} = \frac{N_p}{N_s} = \frac{I_s}{I_p}}$$

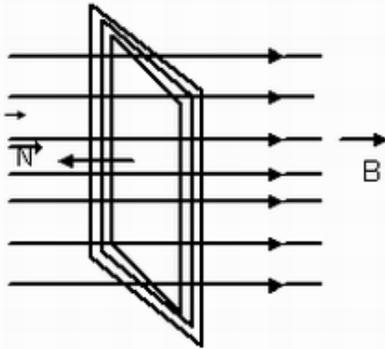
\* Entonces

$$\text{Si } N_p > N_s \left\{ \begin{array}{l} N_p > N_s \\ I_p < I_s \end{array} \right.$$

$$\text{Si } N_p > N_s \left\{ \begin{array}{l} V_p > V_s \\ I_p < I_s \end{array} \right.$$

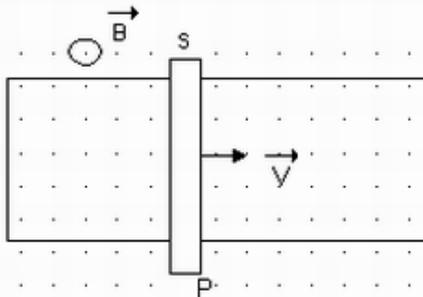
PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Una bobina tiene 20 espiras cuadradas de lado 10cm y se encuentra perpendicularmente a un campo magnético uniforme de magnitud  $B = 2 \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}$ . Si la bobina efectúa un giro de  $90^\circ$  respecto al campo, entonces la variación del flujo magnético es ( $N =$  vector normal al plano)



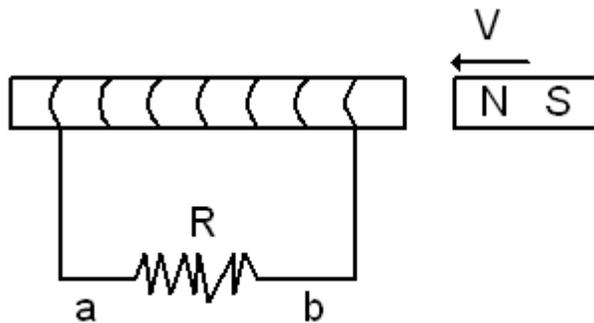
- a)  $\Delta\phi = 0,4\text{Wb}$     b)  $\Delta\phi = 0$     c)  $\Delta\phi = 40 \text{ Wb}$     d)  $\Delta\phi = 2\text{Wb}$  e)  $\Delta\phi = 0,2 \text{ Wb}$

2. Una barra metálica SP de 10 cm de longitud se mueve sobre un riel metálico con una rapidez de 5 cm/s, como muestra la figura, entonces la variación del flujo magnético por segundo es  $\left( B = 2 \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2} \right)$



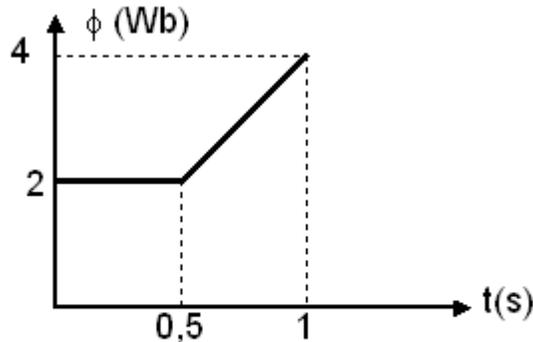
- a)  $5 \frac{\text{Wb}}{\text{s}}$     b)  $10 \frac{\text{Wb}}{\text{s}}$   
 c)  $10^{-2} \frac{\text{Wb}}{\text{s}}$     d)  $10^{-4} \frac{\text{Wb}}{\text{s}}$   
 e)  $100 \frac{\text{Wb}}{\text{s}}$

3. Un imán se mueve con rapidez constante hacia un electroimán, como muestra la figura. Indicar la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones
- I) La corriente en R es de b hacia a
  - II) El imán será atraído por el electroimán
  - III) El sentido de la corriente es de a hacia b y el imán es repelido.



- a) VFV   b) FFF   c) VVV     d) FVF   e) FFV

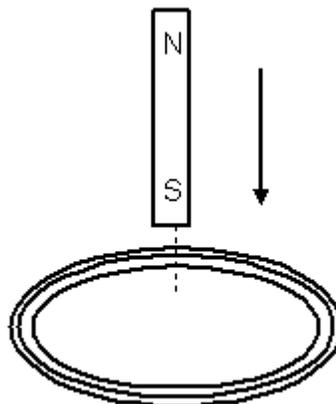
4. El flujo magnético a través de una espira en una bobina de 50 espiras, varía como muestra el gráfico adjunto. Entonces la magnitud de la f.e.m. inducida en la bobina entre 0,5 y 1 s es:



- a) 200V   b) 50V   c) 2V  
d) 0   e) 150V

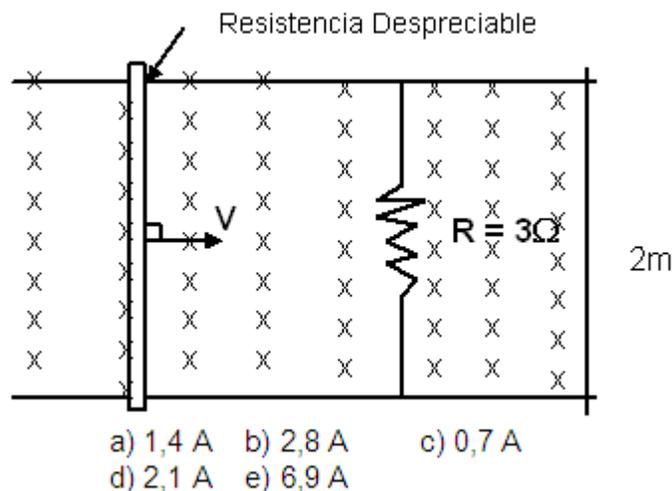
5. Un imán cae libremente y se acerca a una bobina, como muestra la figura. Para el caso en que el imán aún no atraviesa la bobina y observando la bobina desde la posición del imán, indicar la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones

- I) Se induce una corriente en la bobina en sentido antihorario
- II) Se induce una corriente en el sentido horario
- III) No se induce corriente en la bobina.



- a) VFV   b) VFF   c) FFV   d) FVF   e) FFF

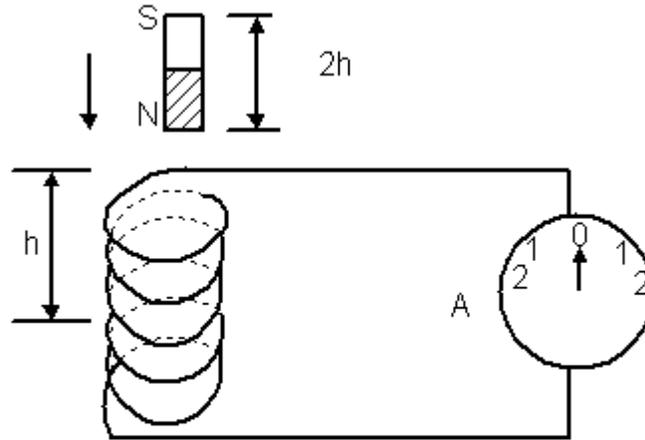
6. Una bobina de 100 espiras está situada perpendicularmente a un campo magnético uniforme. Si el área de las espiras son de  $20 \text{ cm}^2$  y el campo magnético varía de 0 a  $0,5 \text{ T}$  en  $0,1 \text{ s}$ , determinar la magnitud de la f.em. inducida
- a) 1V      b) 2V      c) 0,5V d) 10V e) 20V
7. Indicar la verdad (V) o falsedad (f) de las siguientes proposiciones
- I) Desde el punto de vista de los principios físicos, se puede afirmar que un motor eléctrico es un dispositivo inverso a la de un generador eléctrico.
- II) La violación de la ley de Lenz conduce a la violación de la ley de conservación de la energía.
- III) En una central hidroeléctrica, la corriente eléctrica que se produce básicamente por la aplicación de la ley de inducción de Faraday
- a) FFF      b) FVF c) VFV  
d) VVF e) VVV
8. Un equipo de rayos x requiere un voltaje de  $30000 \text{ V}$  para funcionar. Se dispone de un voltaje de  $200 \text{ V}$  y de un transformador de 300 espiras en el primario, entonces el número de espiras en el secundario es
- a) 45000      b) 10000      c) 2000 d) 30000      e) 50000
9. Un alambre recto de cobre de  $2 \text{ m}$  de longitud se mueve con velocidad "V" en un plano perpendicular a un campo magnético uniforme de  $0,7 \text{ Wbm}^{-2}$  los extremos se conectan a una resistencia de  $3 \Omega$ . Calcular la intensidad de la corriente para  $v = 3 \text{ m/s}$



10. Con respecto a los principios del electromagnetismo
- I. Toda corriente eléctrica genera un campo magnético.
- II. Sólo las corrientes variables producen un campo magnético.
- III. Todo campo magnético que pasa a través de una espira, genera en ella una corriente inducida.
- Indicar las afirmaciones verdaderas:
- a) I, II    b) II, III  
c) I      d) I, III  
e) II
11. El imán mostrado tiene movimiento vertical de bajada y subida el tramo "h" Cuando baja el amperímetro A de cero central, indica una deflexión hacia la derecha (horario)

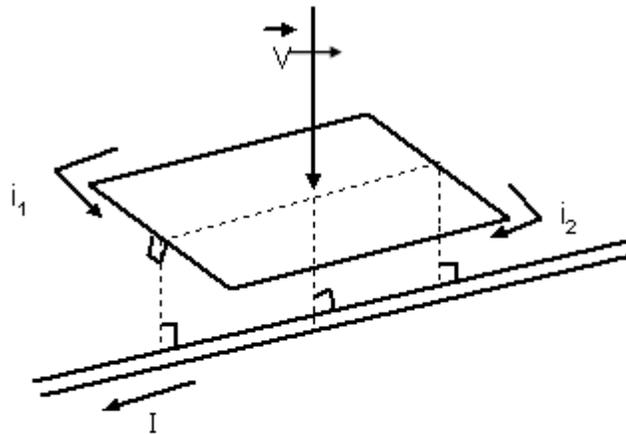
- I. Cuando sube el imán la deflexión será hacia la izquierda (antihorario)
- II. Si se invierte los polos del imán, al bajarlo la aguja deflexionará hacia la izquierda.
- III. Si baja con velocidad constante, no hay deflexión.

Que afirmaciones son verdaderas:



- a) I, II    b) I, III
- c) I, II, III    d) II, III
- e) III

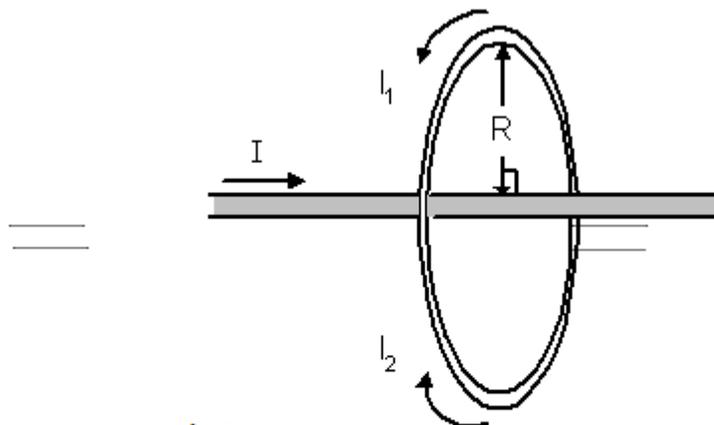
12. En la espira rectangular conductora, determinar el sentido de la corriente inducida. La espira descende con una velocidad "V" y el cable conductor infinito está en reposo.



- a) Como  $i_1$
- b) Como  $i_2$
- c) No circula corriente inducida
- d) En cualquier sentido
- e) N.A.

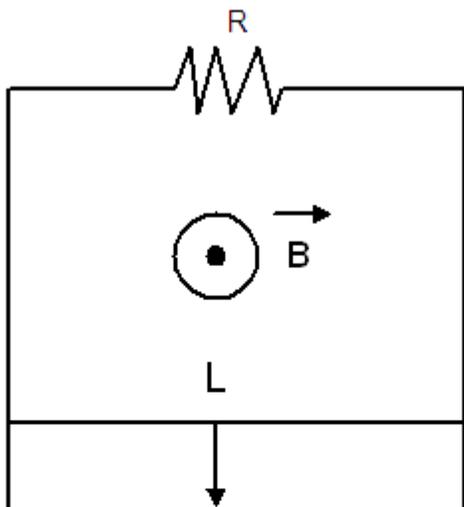
13. En la figura, se tiene un anillo conductor de radio "R" y a lo largo de su eje un alambre conductor infinitamente largo por el cual fluye una corriente I cuyo valor está aumentando.

¿Determinar en que sentido fluye la corriente inducida en el anillo?



- a) Como  $i_1$
- b) Como  $i_2$
- c) No circula corriente inducida
- d) En cualquier sentido
- e) N.A.

14. Un conductor de longitud  $L$  y masa  $m$  puede deslizarse por un par de guías metálicas verticales conectadas a una resistencia  $R$ , como se indica en la figura. La fricción, y la resistencia del conductor y de las guías son despreciables. Hay un campo magnético uniforme y horizontal del módulo  $B$  normal al plano de la página y dirigido hacia afuera. ¿Cuál es el valor de la velocidad estacionaria final de caída bajo la acción de la gravedad?



- a)  $\frac{mgR}{2BL}$
- b)  $\frac{mg}{BLR}$
- c)  $\frac{mg}{B^2L^2}$
- d)  $\frac{BLR}{g}$
- e) N.A.

15. Un anillo circular de alambre de 10cm de radio se coloca con su normal haciendo un ángulo de  $30^\circ$  con la dirección de un campo magnético uniforme de 5000 Gs. El anillo se hace bambolear de

manera que su normal gire alrededor de la dirección del campo a razón de 120 RPM, el ángulo entre la normal y la dirección del campo no se altera por este proceso.  
 ¿Qué fuerza electromotriz aparece en el circuito?

a)  $\frac{\pi^2 \sqrt{3}}{100} \text{ v}$

b)  $\frac{\pi^2}{100} \text{ v}$

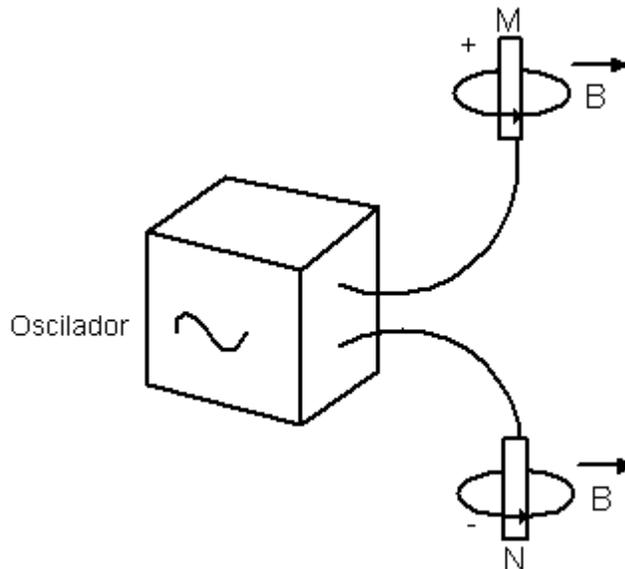
c)  $\frac{\sqrt{3}}{1600} \text{ v}$

d)  $\frac{\sqrt{3}}{100} \text{ v}$

e) N.A.

### Ondas electromagnéticas

Consideremos una simple antena formada por dos barras metálicas M y N conectadas, como indica la figura, a un oscilador de alta frecuencia. Como el circuito está abierto, la corriente fluirá sólo un instante, hasta que las dos barras quedan cargadas. Cada vez que se invierte la polaridad se produce un breve flujo de corriente en dirección opuesta. Este dispositivo es un dipolo oscilante con cargas opuestas en sus extremos que cambian continuamente de signo con la misma frecuencia que el oscilador al cual está conectado.



Las cargas eléctricas aceleradas producen alrededor de la barra un campo magnético variable. Pero, como sabemos, un campo magnético variable produce un campo eléctrico capaz de inducir corrientes en los conductores. Fue Maxwell quien, investigando estas relaciones entre campos magnéticos y magnéticos, llegó a la conclusión de que un campo eléctrico variable, incluso en el espacio donde no hay corrientes de conducción, produce un campo magnético oscilante.

De este modo, alrededor del dipolo, el campo eléctrico alterno produce un campo magnético oscilante, el cual da origen a un campo eléctrico variable, etc. La asociación de un campo magnético y un campo eléctrico, ambos oscilantes, es la condición necesaria para que se engendren ondas electromagnéticas capaces de propagarse por el espacio libre. El dipolo oscilante irradia energía en forma de ondas electromagnéticas. En todo punto, del espacio que recibe la radiación hay un campo eléctrico y otro magnético perpendiculares entre sí y en ángulo recto con la dirección de propagación.

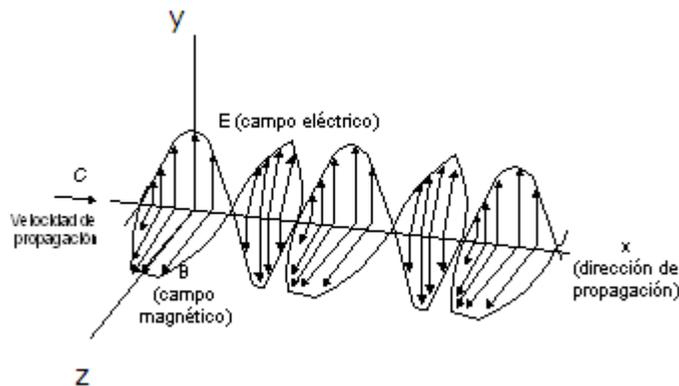
La radiación es transversal. En el caso del dipolo oscilante, el vector del campo eléctrico radiado está siempre en el mismo plano que el eje del dipolo y la radiación se dice que está polarizada en el plano. Se verifica que en el vacío la velocidad de propagación está dada por:

$$C = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

La ecuación de la onda puede ser representada como:

$$\vec{E} = E_0 \text{ SEN } 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right), \text{ o también}$$

$$\vec{B} = B_0 \text{ SEN } 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$



En una onda electromagnética plana, las magnitudes del campo eléctrico y magnético están relacionadas por:

$$E = C B$$

De donde se concluye que los campos oscilan en fase, es decir cuando uno de ellos es máximo el otro también se hace máximo.

### ENERGÍA DE UNA ONDA ELECTROMAGNETICA

En una onda electromagnética, al igual que en una onda elástica, lo que se propaga es la energía del campo electromagnético. Puede demostrarse que la energía que pasa, en la unidad de tiempo, a través de la unidad de área dispuesta perpendicularmente a la dirección de propagación, o sea, la intensidad de la onda electromagnética, es

$$I = \epsilon_0 EB = \epsilon_0 E \left( \frac{E}{c} \right) = \epsilon_0 E^2/c$$

Expresada en W/m<sup>2</sup>

A continuación se muestra para comparación las analogías y diferencias que existen entre las ondas mecánicas y las electromagnéticas.

### **ANALOGÍAS Y DIFERENCIAS ENTRE LAS ONDAS MECÁNICAS Y LAS ELECTROMAGNÉTICAS**

#### **ONDA MECÁNICAS**

Pueden ser longitudinales (por ejemplo ondas del sonido) y transversales (ondas en una cuerda).

Se propagan con una velocidad que depende del tipo de onda y de la densidad del medio.

Se propagan necesariamente en un medio material.

Se caracterizan por la variación regular de una sola magnitud, que puede ser por ejemplo, la amplitud de las partículas vibrantes (ondas en una cuerda) o la densidad del medio (ondas sonoras).

Transportan energía y cantidad de movimiento.

Se reflejan, se refractan y presentan fenómenos de difracción o interferencia.

#### **ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS**

Son siempre transversales.

Se propagan siempre con la velocidad de la luz.

Se propagan a través del vacío.

Se caracterizan por la variación regular de dos magnitudes, el campo eléctrico y el campo magnético.

Transportan energía y cantidad de movimiento.

Se reflejan, se retractan y presentan fenómenos de difracción e interferencia.

### **EL ESPECTRO DE LA RADIACIÓN ELECTROMAGNÉTICA**

Las ondas de las diversas regiones del espectro electromagnético poseen propiedades semejantes, pero diferentes en longitud de onda, frecuencia y método de producción. En la figura se resumen las distintas radiaciones del espectro y los intervalos de frecuencia y longitud de onda que les corresponden. La frecuencia superior  $10^{21}$  Hz (longitud de onda  $10^{-13}$  m, corresponden a los rayos gamma más energéticos, y la inferior  $10^4$  Hz (longitud de onda  $10^4$  m) a las ondas de la radio de muy baja frecuencia.

Las ondas de la radio se engendran por medio de circuitos eléctricos oscilantes. Según su frecuencia, se clasifican en radiofrecuencia (RF) y microondas. Entre las primeras están las ondas ordinarias de la radio, FM, televisión (VHF y UHF) radiotelefonía, etc. Entre las microondas están las ondas de radar.

Para engendrar radiaciones con frecuencia superior a la región de microondas no son útiles los métodos electrónicos, empleándose en su lugar radiaciones atómicas. En el intervalo de frecuencia comprendido entre las microondas y la radiación visible están los rayos infrarrojos o radiación térmica.

La luz visible es radiación electromagnética en el intervalo de frecuencia de  $4 \times 10^{14}$  Hz a  $7.5 \times 10^{14}$  Hz, correspondiente a longitud de onda comprendidas entre 750 y 400 nm ( $1\text{nm} = 10^{-9}$  m). A frecuencia todavía mayores está la radiación ultravioleta ( $8 \times 10^{14}$  a  $3 \times 10^{17}$  Hz).

Estas ondas son producidas artificialmente por medio de descargas eléctricas en los átomos y moléculas. El sol es una fuente poderosa de radiación ultravioleta que interacciona con los átomos de la atmósfera superior, produciendo un gran número de iones. Por esta razón se denomina ionosfera.

Los rayos X se extienden en el intervalo de frecuencia  $3 \times 10^{17}$  a  $5 \times 10^{19}$  Hz. Se producen en las capas más internas de los átomos. Por último, los rayos gamma ocupan la zona del espectro electromagnético de mayor frecuencia y son de origen nuclear.

La relación entre longitudes de onda,  $\lambda$  y frecuencia del espectro,  $f$ , viene dada por la ecuación  $\lambda = c/f$ , en donde  $c$  es la velocidad de la luz en el vacío. Así, por ejemplo, la longitud de onda de las ondas de radio transmitidas por una estación que opera a una frecuencia de 600 kHz ( $6 \times 10^5 \text{ s}^{-1}$ ) es

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8 \text{ m/s}}{6 \times 10^5 \text{ s}^{-1}} = 500 \text{ m}$$

## ESPECTRO VISIBLE

Estas ondas constituyen lo que llaman luz, y se producen como resultado de ciertos ajustes internos en el movimiento de los electrodos en átomos y moléculas. Según su longitud de onda o frecuencia, la luz produce en nuestra retina diferentes sensaciones, que llamamos Colores.

En la TABLA 2 se indica la relación entre el color, la longitud de onda y la frecuencia de la luz.

Debido a la relación entre el color y la longitud de onda o la frecuencia, una onda luminosa de longitud o frecuencia bien definida se llama MONOCROMÁTICA

(MONO: uno; CROMO: color)

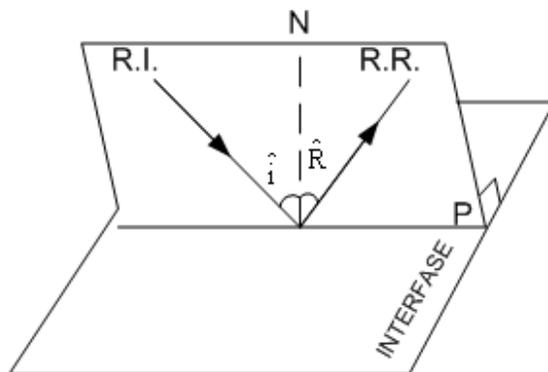
TABLA 2

COLOR	$\lambda_{(m)}$	$f_{(HZ)}$
Violeta	$3.90-4.55 \times 10^{-7}$	$7.70 - 6.59 \times 10^{14}$
Azul	$4.55-4.92 \times 10^{-7}$	$6.59 - 6.10 \times 10^{14}$
Verde	$4.92-5.77 \times 10^{-7}$	$6.10 - 5.20 \times 10^{14}$
Amarillo	$5.77-5.97 \times 10^{-7}$	$5.20 - 5.06 \times 10^{14}$
Naranja	$5.98-6.22 \times 10^{-7}$	$5.03 - 4.82 \times 10^{14}$
Rojo	$6.22-7.80 \times 10^{-7}$	$4.82 - 3.84 \times 10^{14}$

La luz en medios homogéneos se propaga rectilíneamente, por lo tanto podemos utilizar el concepto de rayo luminoso, que nos indicará la dirección de propagación de la luz.

## REFLEXIÓN DE LA LUZ

Es el cambio de dirección que experimenta la luz al incidir sobre un medio que no permite su propagación.



RI = rayo incidente

RR = rayo reflejado

N = recta normal a la superficie

$\hat{i}$  = ángulo de incidencia

$\hat{R}$  = ángulo de reflexión

P = plano de incidencia

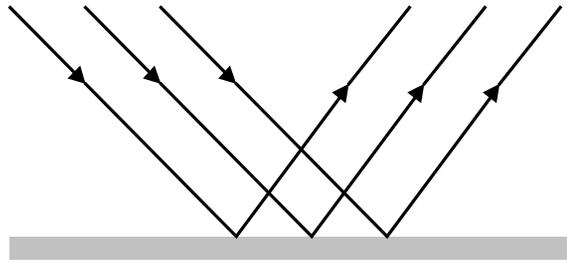
## LEYES:

1. El rayo incidente, la normal y el rayo reflejado son siempre coplanares.
2.  $\hat{i} = \hat{R}$

## TIPOS DE REFLEXIÓN

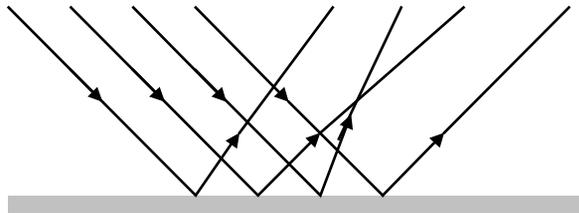
1. REFLEXIÓN REGULAR O ESPECULAR

Este tipo de reflexión se presenta en superficie pulimentadas, verificándose que los rayos de luz que inciden paralelamente se reflejarán también paralelamente.



## 2. REFLEXIÓN IRREGULAR O DIFUSA

Se presenta en superficies rugosas, verificándose que rayos de luz que inciden paralelamente se reflejarán en direcciones arbitrarias.



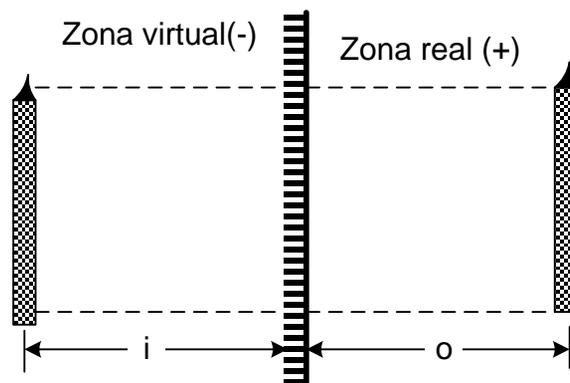
## ESPEJO

Son superficies pulimentadas, en las cuales existe reflexión regular.

### ESPEJO PLANO

Son superficies planas, pulimentadas donde en base a las leyes de la reflexión se obtienen imágenes que cumplen las siguientes características:

- El tamaño de la imagen (I) es siempre igual al tamaño del objeto (O)
- La ubicación del objeto y su imagen es siempre simétrica al espejo ( $\sigma = -i$ )
- La imagen es virtual y derecha.



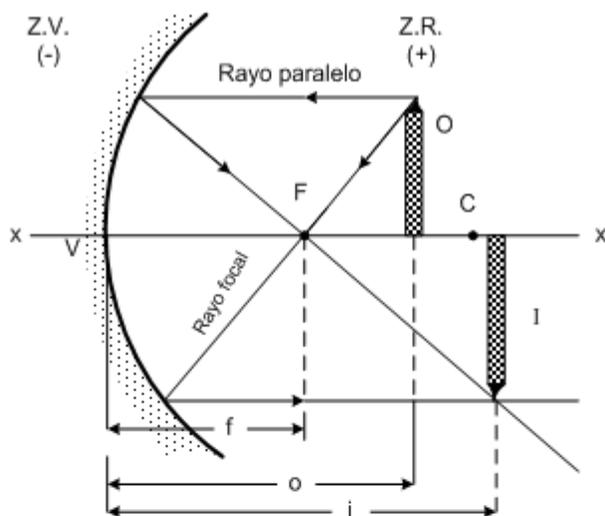
### ESPEJOS ESFÉRICOS

Son casquetes de esfera pequeños con un abertura angular menor o igual a  $5^\circ$  tal que una de sus caras está pulimentada, y permite obtener imágenes reales o virtuales.

## TIPOS DE ESPEJOS ESFÉRICOS

### 1. ESPEJO CÓNCAVO

Son aquellos cuya cara pulimentada está en el interior.



$C$  = Centro de Curvatura

$F$  = foco

$V$  = vértice

$xx$  = eje principal

$\sigma$  = Distancia del objeto

$i$  = distancia imagen

$f = \overline{VF}$  = Distancia focal

$$f = \frac{R}{2}$$

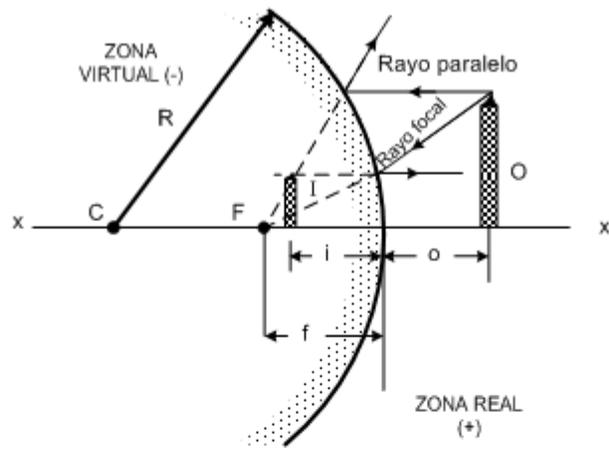
$r$  = Radio de curvatura

### CARACTERÍSTICAS

- Cuando el objeto se ubica entre  $V$  y  $F$ , la imagen es virtual, derecha y de mayor tamaño que el objeto.
- Cuando el objeto se ubica en el foco ( $F$ ) no se forma imagen ya que los rayos reflejados salen paralelos.
- Cuando el objeto se ubica entre  $F$  y  $C$ , la imagen es real, invertida y de mayor tamaño que el objeto ubicada más allá de  $C$ .
- Cuando el objeto se ubica en el centro de curvatura ( $C$ ), la imagen es real, invertida y de igual tamaño que el objeto y ubicada en  $C$ .
- Cuando el objeto se ubica más allá de  $C$ , la imagen es real, invertida y de menor tamaño que el objeto, ubicada entre  $F$  y  $c$ .

### 2. ESPEJO CONVEXO

Son aquellos cuya cara pulimentada está en el exterior en estos espejos las características de la imagen son únicas, siempre es virtual derecha y de menor tamaño, que el objeto, ubicada entre  $F$  y  $V$ .



### ECUACIÓN DE DESCARTES

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{\sigma} + \frac{1}{i}$$

### ECUACIÓN DEL AUMENTO (A):

$$A = \frac{I}{O} = -\frac{i}{\sigma}$$

### CUADRO DE SIGNOS

	<b>f</b>	<b>σ</b>	<b>i</b>	<b>A o II</b>
+	Espejo Cóncavo	Siempre	Imagen Real	Imagen derecha
-	Espejo Convexo	Nunca	Imagen Virtual	Imagen Invertida

### ÍNDICE DE REFRACCIÓN (n)

Es una cantidad adimensional que mide la densidad óptica del medio transparente, se define como la relación de la velocidad de la luz en el vacío (c) a la velocidad de la luz en dicho medio (v).

$$n = \frac{c}{v} = \frac{\lambda_0 f}{\lambda f} = \frac{\lambda_0}{\lambda}$$

Ya que al pasar de un medio a otro la frecuencia de la luz no se altera por que el número de longitudes de onda que llegan a la interfase en la unidad de tiempo, es igual al número de longitudes de onda que se transmite al otro medio.

$\lambda_0$  = longitud de onda de la luz en el vacío

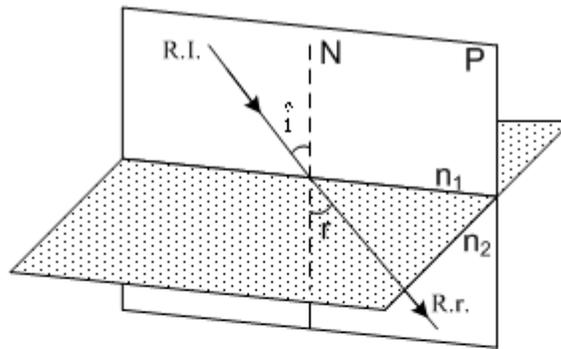
$\lambda$  = longitud de onda en el medio.

TABLA 3

SUSTANCIA	INDICE DE REFRACCIÓN
AGUA (25°C)	1.33 = 4/3
ALCOHOL (20°C)	1.36
VIDRIO (CROWN)	1.52
HIELO	1.31
VIDRIO FLINT	1.65
AIRE	1.00029
CUARZO	1.57-1.45
SODIO	4.22
DIAMANTE	2.417

### REFRACCIÓN DE LA LUZ

Es el cambio de dirección que experimenta la luz, al pasar de un medio transparente a otro.



RI = rayo incidente

Rr = rayo refractado

N = recta normal a la superficie

$\hat{i}$  = ángulo de incidencia

$\hat{r}$  = ángulo de refracción

P = plano de incidencia

### LEYES

1. El rayo incidente, la normal y el rayo refractado son siempre coplanares.
2.  $n_1 \text{ SEN } \hat{i} = n_2 \text{ SEN } \hat{r}$  ----- LEY DE SNELL

En base a la ley de SNELL se deduce que cuando la luz pasa de un medio menos denso a otro más denso el rayo refractado se acerca a la normal, es decir  $n_1 < n_2 \rightarrow \hat{i} > \hat{r}$ .

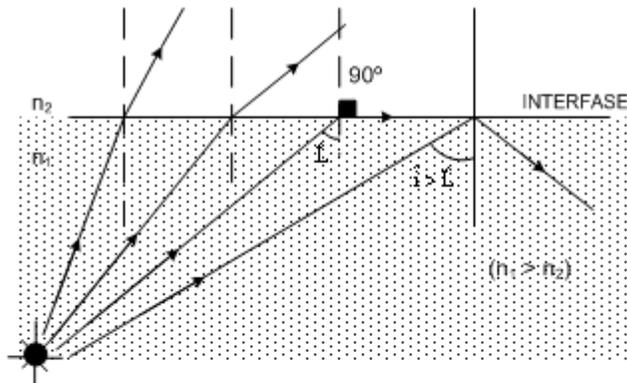
Además si la luz pasa del medio más denso al menos denso el rayo refractado se aleja a la normal, decir  $n_1 > n_2 \rightarrow \hat{i} < \hat{r}$ .

### ANGULO LIMITE

Es el ángulo de incidencia que permite un ángulo de refracción de  $90^\circ$  esto solamente sucede cuando el haz de luz pasa del medio más denso al menos denso.

### REFLEXIÓN TOTAL INTERNA

Este fenómeno se produce cuando el ángulo de incidencia es mayor que el ángulo límite; en este caso la luz no puede pasar al otro medio reflejándose totalmente.



### Cálculo del ángulo límite (L)

$$n_1 \text{ SEN } \hat{i} = n_2 \text{ SEN } \hat{r}$$

$$n_1 \text{ SEN } \hat{L} = n_2 \text{ SEN } 90^\circ$$

$$\text{SEN } \hat{L} = \frac{n_2}{n_1} \rightarrow \hat{L} = \text{ARC SEN} \left( \frac{n_2}{n_1} \right)$$

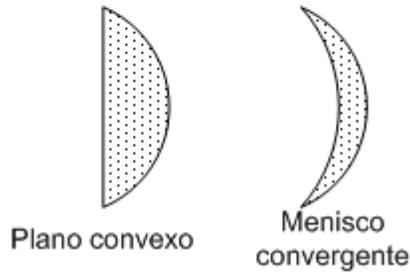
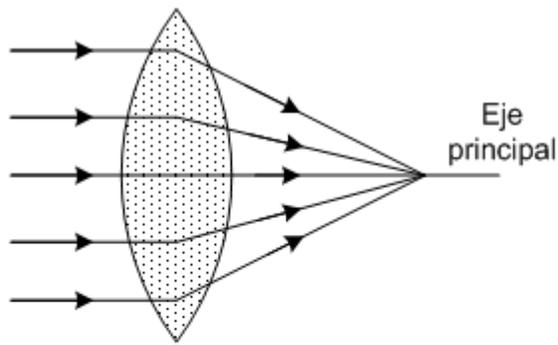
### LENTES

Son sustancias transparentes que presentan dos caras donde una por lo menos debe ser esférica y permiten obtener imágenes aprovechando el fenómeno de la refracción.

#### TIPOS DE LENTES

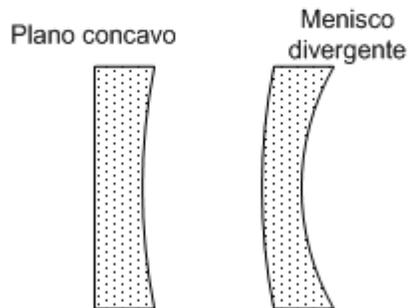
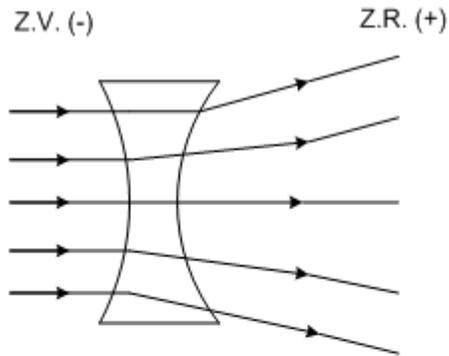
##### 1. LENTES CONVERGENTES O POSITIVAS

Cuando un grupo de rayos luminoso incide sobre estas lentes paralelamente a su eje, cada rayo se desvía hacia la parte más gruesa de la lente; al salir de esta, convergen hacia un punto "F" del eje, llamado foco principal. A la distancia del centro de la lente al foco principal se da el nombre de distancia focal de la lente (f), una lente delgada tiene dos focos principales uno a cada lado de la lente y equidistantes de ella.

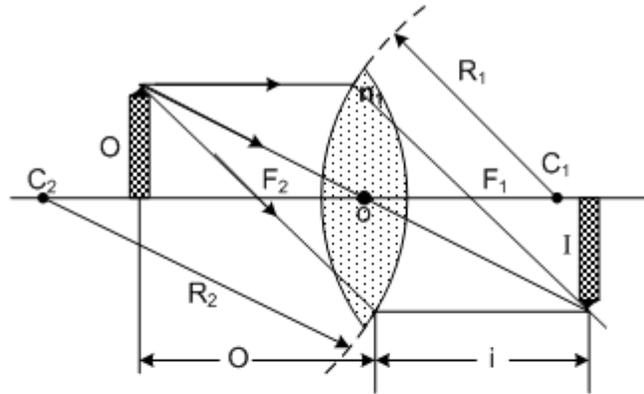


## 2. LENTES DIVERGENTES O NEGATIVAS

Toda lente que sea más gruesa por sus bordes que por el centro hará que un haz de rayos paralelos al eje salgan divergentes de la lente. El punto F del cual divergen los rayos al salir de la lente, es el foco principal, como la luz no pasa en realidad por ese foco, se dice que es un foco virtual.



## ELEMENTOS DE UNALENTE



$C_1$  y  $C_2$  son los centros de curvatura de las caras.

$R_1$  y  $R_2$  son los radios de curvatura.

$F_1$  y  $F_2$  son los focos principales.

$O$  es el centro óptico de la lente

$Xx$  es el eje principal de la lente.

$o$  es la distancia objeto

$i$  es la distancia imagen

$\overline{F_2O} = \overline{F_1O} = f$  Es la distancia focal de la lente.

## ECUACIÓN DE LOS FOCOS CONJUGADOS

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{o} + \frac{1}{i}$$

ECUACIÓN DEL AUMENTO

$$A = \frac{\Pi}{o} = -\frac{i}{o}$$

**ECUACIÓN DEL FABRICANTE DE LENTES:**

$$\frac{1}{f} = \left( \frac{n_L}{n_M} - 1 \right) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

Donde:

$n_L$  = Índice de refracción de la lente.

$n_M$  = Índice de refracción del medio que rodea a la lente.

$R_1$  = Radio de la cara de la lente mas cercana al objeto.

Los radios se colocan con su signo de acuerdo a las zonas.

### **POTENCIA DE UNALENTE**

Esta magnitud es una medida del poder de convergencia o divergencia de una lente, por ejemplo para una lente convergente, si su distancia focal ( $f$ ) es pequeña los rayos luminosos rápidamente se acercan a juntarse en el foco por lo tanto la potencia de la lente es grande, de donde:

$$P = \frac{1}{f}$$

$f$  = en metros

$P$  = en dioptrías

### **DISTANCIA FOCAL EQUIVALENTE DE UN CONJUNTO DE LENTES DELGADAS**

Por ejemplo para el caso de tres lentes de distancias focales:  $f_1$ ,  $f_2$  y  $f_3$  la distancia focal equivalente " $f_E$ " será:

$$\frac{1}{f_E} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} + \frac{1}{f_3}$$

#### CUADRO DE SIGNOS

	<b>F</b>	<b><math>\sigma</math></b>	<b>i</b>	<b>A o I</b>
+	LENTE CONVERGENTE	OBJETO REAL	IMAGEN REAL	IMAGEN DERECHA
-	LENTE DIVERGENTE	OBJETO VIRTUAL	IMAGEN VIRTUAL	IMAGEN INVERTIDA

#### NOTAS

1. Las imágenes virtuales se forman en la intersección de las prolongaciones de los rayos luminosos, estas imágenes se pueden ver a simple vista.
2. Las imágenes reales se forman en la intersección de los rayos reflejados o refractados según sea el caso en un espejo o lente respectivamente, estas imágenes no se ven a simple vista, se necesita una pantalla donde proyectarlas.

#### Dedicatoria

A mis padres simbolo de trabajo bondad y generosidad cuyo ejemplo y el amor a dios nos inculco desde niños asi como el respeto a todo ser viviente criatura de la familia de dios

#### Agradecimientos

Agradezco a la universidad nacional de ingenieria cuyas enseñanzas consolidaron mi conocimiento  
La escuela de eduardo de habich  
Fue fundamental para mi desarrollo  
Personal

Autor:

**Walter Efrain Carhuancho Lucen**