

■ FRICCIÓN.

1. ¿Qué es?

Es una fuerza de contacto que actúa para oponerse al movimiento deslizante entre superficies. Actúa paralela o tangente a la superficie y actúa de tal modo que se opone al movimiento relativo. La fuerza de fricción también se le conoce como fuerza de **rozamiento**. Los factores que la originan son:

- I. Las irregularidades de la superficie en contacto.
- II. Mientras más ásperas las superficies, mayor será la superficie.
- III. El peso de los cuerpos en contacto.

2. Tipos:

Supongamos que se ejerce una fuerza sobre un baúl, como se muestra en la figura 1.

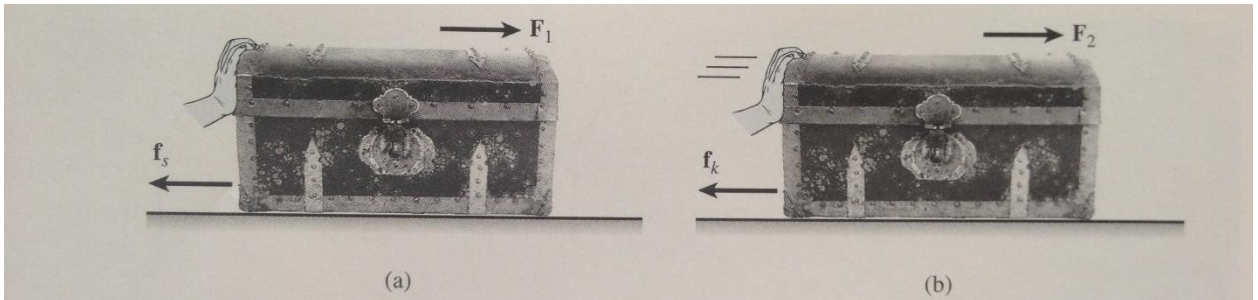


Figura 1.

Al principio el bloque no se mueve debido a la acción de una fuerza llamada fuerza de fricción estática f_s ¹ (Figura 1 (a)), pero a medida que aumenta la fuerza aplicada llega el momento en que el bloque se mueve. La fuerza de fricción ejercida por la superficie horizontal mientras se mueve el bloque se denomina Fuerza de fricción cinética f_k ² (Figura 1 (b)).

1. Fuerza de fricción estática f_s : Fuerza de fricción aplicada a los cuerpos en reposo
2. Fuerza de fricción cinética f_k : Fuerza de fricción que actúa en contra de los cuerpos en movimiento.

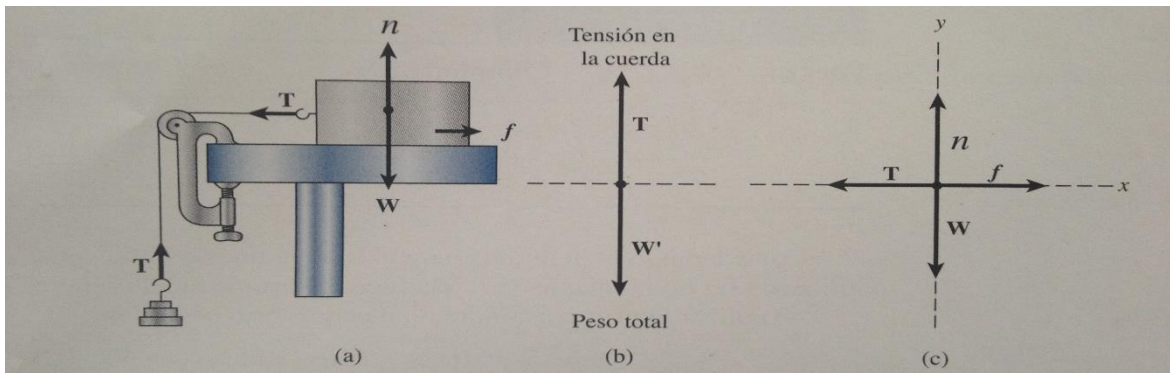


Figura 2.

Las leyes que rigen a las fuerzas de fricción se determinan experimentalmente en el laboratorio utilizando un aparato similar al que se ilustra en la figura 2 (a). Considere una caja de peso W colocada sobre una mesa horizontal y atada con una cuerda que pasa por una polea, ligera y sin fricción; además, en el otro extremo de la cuerda se cuelgan varias pesas. Todas las fuerzas que actúan sobre la caja y las pesas se presentan en sus diagramas de cuerpo libre correspondientes (figura 2 (b) y (c)).

Consideremos que el sistema está en equilibrio, lo que implica que la caja esté en reposo o se mueva con velocidad constante; en cualquier caso se puede aplicar la primera condición de equilibrio. Analicemos el diagrama de fuerzas como se muestra en la figura 2 (c).

$$\sum F_x = 0 ; f - T = 0 \quad \bullet \quad f = T$$

$$\sum F_y = 0 ; n - W = 0 \quad \bullet \quad n = W$$

Por tanto, la fuerza de fricción es de igual magnitud que la tensión en la cuerda y la fuerza normal ejercida por la mesa sobre la caja es igual al peso de esta última. Observe que la tensión en la cuerda se determina por el peso de las pesas sumado al peso de su soporte.

Suponga que empezamos colocando poco a poco pesas en el soporte para aumentar gradualmente la tensión de la cuerda. Al incrementar la tensión, la fuerza de fricción estática, que es de igual magnitud pero de dirección opuesta, también aumenta. Si T aumenta lo suficiente la caja empieza a moverse, lo que significa que T ha sobrepasado la **máxima fuerza de fricción estática** $f_{s,máx}$. Por ello, aunque la fuerza de fricción estática f_s cambiará de acuerdo con los valores de la tensión de la cuerda, existe un valor máximo único $f_{s,máx}$.

Para continuar con el experimento, suponga que agregamos pesas a la caja, con lo que aumentaría la fuerza normal (n) entre la caja y la mesa. La fuerza normal ahora será

$$n + W + \text{pesas añadidas}$$

Si se repite el experimento anterior, veremos que será necesario un nuevo valor de T , proporcionalmente mayor, para superar la maxima fuerza de fricción estatica. Es decir, al duplicar la fuerza normal entre las dos superficies, la maxima fuerza de fricción estatica que debe contrarestrarse se duplica tambien. Podemos escribir esta proporcionalidad como

$$f_{s,m\acute{a}x} \propto n$$

La fuerza de fricción estática siempre es menor o igual que la fuerza máxima:

$$f_s \leq \mu_s n$$

En el experimento anterior de debe de observar que una vez que se sobrepasa el máximo valor de fricción estática, la caja aumenta su rapidez, es decir, se acelera, hasta topar con la polea. Esto significa que estaría un valor menor de T para mantener la caja en movimiento con rapidez constante. Por tanto la fuerza de fricción cinética es menor que el máximo valor de f_s , para las dos superficies, nos lleva a la siguiente proporcionalidad para la fricción cinética:

$$f_k = \mu_k n$$

Donde μ_k es una constante de proporcionalidad llamada coeficiente de fricción cinética.

Se puede demostrar que los coeficientes de proporcionalidad μ_s y μ_k dependen de la rigurosidad de las superficies pero no del área de contacto entre ellas.

En siguiente tabla se muestra algunos valores representativos de los coeficientes de fricción estática y cinética entre diferentes tipos de superficies.

Coeficientes aproximados de fricción

Material	μ_s	μ_k
Madera sobre madera	0.7	0.4
Acero sobre acero	0.15	0.09
Metal sobre cuero	0.6	0.5
Madera sobre cuero	0.5	0.4
Caucho sobre concreto seco	0.9	0.7
Caucho sobre concreto mojado	0.7	0.57

3. Ángulos de fricción.

El ángulo de fricción es la representación matemática del coeficiente de fricción.

Coeficiente de fricción:

$$\tan \theta$$

Algunas veces es conveniente reemplazar la fuerza normal N y la fuerza de fricción F por su resultante R . Considere un bloque de peso W que descansa sobre una superficie horizontal plana. Si no se aplica una fuerza horizontal al bloque, la resultante R se reduce a la fuerza N (figura 3 a)). Sin embargo, si la fuerza aplicada P tiene una componente horizontal P_x que tiende a mover el bloque, la fuerza R tendrá una componente horizontal F y, por tanto, formará un ángulo θ con la normal a la superficie (figura 3 b)). Si se incrementa P_x hasta que el movimiento se vuelva inminente, el ángulo entre R y la vertical aumenta y alcanza un valor máximo (figura 3 c)). Este valor recibe el nombre de ángulo de fricción estática y se representa con θ_s . Con base en la geometría de la figura 3 c). Se observa que

$$\tan \theta_s = \frac{F_m}{N} = \frac{\mu_s N}{N}$$

$$\tan \theta_s = \mu_s$$

Si en realidad llega a ocurrir el movimiento, la magnitud de la fuerza de fricción decae a F_k ; en forma similar, el ángulo θ entre R y N decae a un valor menor θ_k , llamado ángulo de fricción cinética (figura 3 d)). Con base en la geometría de la figura 3 d), se escribe

$$\tan \theta_k = \frac{F_k}{N} = \frac{\mu_k N}{N}$$

$$\tan \theta_k = \mu_k$$

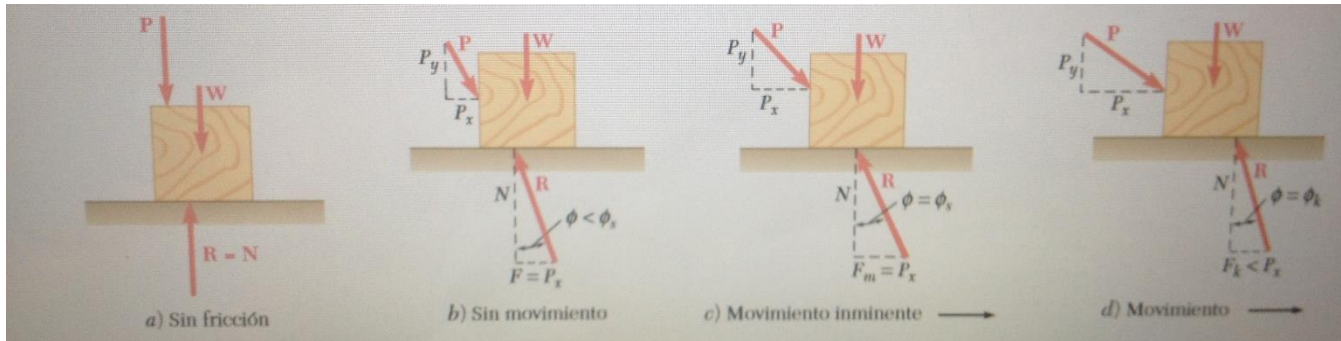


Figura 3.

■ DINAMICA DE UNA PARTICULA.

4. Introducción a la dinámica.

La dinámica, parte de la mecánica que se refiere al análisis de los cuerpos en movimiento.

En tanto que el estudio de la estática se remonta al tiempo de los filósofos griegos, la primera contribución importante a la dinámica la realizó Galileo (1564-1642). Los experimentos de Galileo en cuerpos uniformemente acelerados llevaron a Newton (1642-1727) a formular sus leyes de movimiento fundamentales.

La dinámica incluye:

- 1- La cinemática, la cual corresponde al estudio de la geometría del movimiento. Se utiliza para relacionar el desplazamiento, la velocidad, la aceleración y el tiempo, sin hacer referencia a causa del movimiento.
- 2- La cinética, que es el estudio de la relación que existe entre las fuerzas que actúan sobre un cuerpo, su masa y el movimiento de este mismo. La cinética se utiliza para predecir el movimiento ocasionado por fuerzas dadas, o para determinar las fuerzas que se requieren para producir un movimiento específico.

5. Movimiento rectilíneo de partículas.

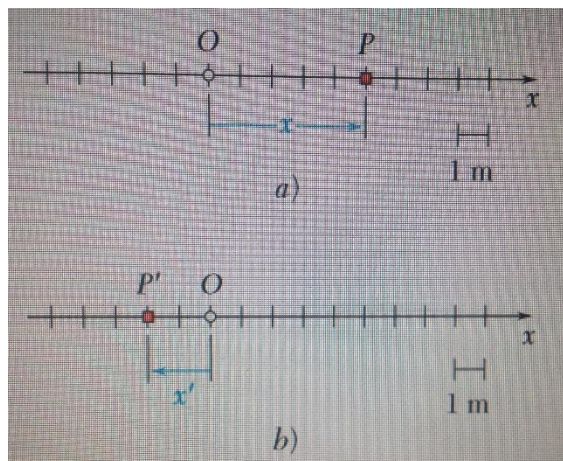


Figura 4.

Una partícula que se mueve a lo largo de una línea recta se dice que se encuentra en movimiento rectilíneo. En cualquier instante dado t , la partícula ocupará cierta posición sobre la línea recta. Para definir la posición P de la partícula se elige un origen fijo O sobre la dirección positiva a lo largo de la línea. Se mide la distancia x desde O hasta P , y se marca con un signo más o menos, dependiendo de si P se alcanza desde O al moverse a lo largo de la línea en la dirección positiva o en la negativa, respectivamente. La distancia x , con el signo apropiado, define por completo la posición de la partícula, y se denomina como la coordenada de la posición de la partícula. Por ejemplo, la

coordenada de la posición correspondiente a P en la figura 4 a), es $x = +5m$; coordenada correspondiente a P' en la figura 4 b) es $x' = -2m$.

Cuando se conoce la coordenada de la posición x de una partícula para cualquier valor de tiempo t , se afirma que se conoce el movimiento de la partícula. El "itinerario" del movimiento puede expresarse en forma de una ecuación en x y t , tal como $x = 6t^2 - t^2$, o en una gráfica de x en función de t . Las unidades que se usan con mayor frecuencia para medir la coordenada de la posición x son el metro (m) en el sistema de unidades SI y el pie (ft) en el sistema de unidades inglés. El tiempo t suele medirse en segundos (s).

Considere la posición P ocupada por la partícula en el tiempo t y la coordenada correspondiente x (figura 5). Considere también la posición P' ocupada por la partícula en un tiempo posterior $t + \Delta t$; la coordenada de la posición P' puede obtenerse sumando a la coordenada x de P

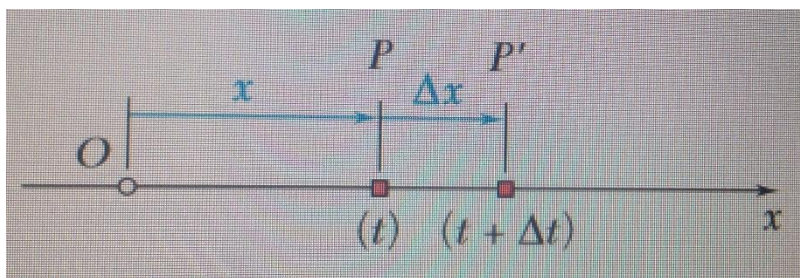


Figura 5.

el pequeño desplazamiento Δx , el cual será positivo o negativo según si P' está a la derecha o a la izquierda de P . La velocidad promedio de la partícula sobre el intervalo de tiempo Δt se define como el cociente entre el desplazamiento Δx y el intervalo de tiempo Δt :

$$\text{Velocidad promedio} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

La velocidad instantánea v de la partícula en el instante t se obtiene de la velocidad promedio al elegir intervalos Δt y desplazamientos Δx cada vez más cortos:

$$\text{Velocidad instantánea} = v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

La velocidad instantánea se expresa también en m/s o ft/s . Observando que el límite del cociente es igual, por definición, a la derivada de x con respecto a t , se escribe

$$v = \frac{dx}{dt} \quad (1)$$

La aceleración promedio de la partícula sobre el intervalo de tiempo Δt se refiere como el cociente de Δv y Δt :

$$\text{Aceleración promedio} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

La aceleración instantánea a de la partícula en el instante t se obtiene de la aceleración promedio al escoger valores de Δt y Δv cada vez más pequeños:

$$\text{Aceleración instantánea} = a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

El límite del cociente, el cual es por definición la derivada de v con respecto a t , mide la razón de cambio de la velocidad. Se escribe

$$a = \frac{dv}{dt} \quad (2)$$

O, con la sustitución de v de:

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} \quad (3)$$

El término desaceleración se utiliza en algunas ocasiones para referirse a a cuando la rapidez de la partícula (esto es, la magnitud de v) disminuye; la partícula se mueve entonces con mayor lentitud.

Es posible obtener otra expresión para la aceleración eliminando la diferencial dt en las ecuaciones (1) y (2). Al resolver (1) para dt , se obtiene dt/v ; al sustituir en (2), se escribe:

$$a = v \frac{dv}{dx} \quad (4)$$

6. Determinación del movimiento de una partícula.

Se consideran tres clases comunes de movimiento:

1- $a = f(t)$.

La aceleración es una función dada de t . Al resolver la ecuación (1) para dv y sustituir $f(t)$ por a , se escribe:

$$dv = a dt$$

$$dv = f(t) dt$$

Al integrar ambos miembros, se obtiene la ecuación:

$$\int dv = \int f(t) dt$$

Que define v en términos de t . Para definir en forma única el movimiento de la partícula, es necesario especificar las condiciones iniciales del movimiento, esto es, el valor de v_0 de la velocidad y el valor x_0 de la coordenada de la posición en $t = 0$. Al sustituir las integrales definidas con los límites inferiores correspondientes a las condiciones iniciales $t = 0$ y $v = v_0$ y los límites superiores correspondientes a $t = t$ y $v = v$, se escribe

$$\int_{v_0}^v dv = \int_0^t f(t) dt$$

$$v - v_0 = \int_0^t f(t) dt$$

Lo cual produce v en términos de t .

2- $a = f(x)$. La aceleración se da en función de x . Al reordenar la ecuación (4) y sustituir $f(x)$ para a , se escribe:

$$v dv = a dx$$

$$v dv = f(t) dx$$

Puesto que cada miembro contiene sólo una variable, se puede integrar la ecuación. Denotando de nuevo mediante v_0 y x_0 , respectivamente, los valores iniciales de la velocidad y la coordenada de la posición, se obtiene:

$$\int_{v_0}^v dv = \int_{x_0}^x f(x) dx$$

$$\frac{1}{2}v^2 - \frac{1}{2}v_0^2 = \int_{x_0}^x f(x) dx$$

la cual produce v en términos de x . A continuación se resuelve (1) para dt ,

$$dt = \frac{dx}{v}$$

y se sustituye por v la expresión que acaba de obtenerse. Ambos miembros pueden integrarse entonces para obtener la relación deseada entre x y t . Sin embargo, en muchos casos esta última integración no puede llevarse a cabo de manera analítica y debe recurrirse a un método de integración numérico.

3- $a = f(v)$. La aceleración es una función dada de v . Es posible sustituir $f(v)$ por a en (2) u (4) para obtener cualquiera de las relaciones siguientes:

$$v = \frac{dv}{dt} \quad f(v) = v \frac{dv}{dx}$$

$$dt = \frac{dv}{f(v)} \quad dx = \frac{v dv}{f(v)}$$

La integración de la primera ecuación producirá una relación entre v y t ; la integración de la segunda ecuación originará una relación entre v y x . Cualquiera de estas relaciones puede utilizarse junto con la ecuación (1) para obtener la relación entre x y t que caracteriza el movimiento de la partícula.

7. Movimiento rectilíneo uniforme.

➤ ¿Qué es?

El movimiento rectilíneo uniforme es un tipo de movimiento en línea recta que a menudo se encuentra en las aplicaciones prácticas.

En este movimiento, la aceleración a de una partícula es cero para todo valor de t . En consecuencia la velocidad v es constante, y la ecuación (1) se transforma en:

$$\frac{dx}{dt} = v = \text{constante}$$

La coordenada de posición x se obtiene cuando se integra esta ecuación. Al denotar mediante x_0 el valor inicial de x , se escribe:

$$\int_{x_0}^x dx = \int_0^t dt$$

$$x - x_0 = vt$$

$$x = x_0 + vt \text{ (5)}$$

Esta ecuación solo puede utilizarse si la velocidad de la partícula es constante.

8. Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.

➤ ¿Qué es?

El movimiento rectilíneo uniformemente acelerado es otro tipo común de movimiento. En éste, la aceleración a de la partícula es constante, y la ecuación (2) se convierte en:

$$\frac{dv}{dt} = a = \text{constante}$$

La velocidad v de la partícula se obtiene al integrar esta ecuación:

$$\int_{v_0}^v dv = a \int_0^t dt$$

$$v - v_0 = at$$

$$v = v_0 + at \text{ (6)}$$

Donde v_0 es la velocidad inicial. Al sustituir por v en (1), se escribe

$$\frac{dx}{dt} = v_0 + at$$

Al denotar mediante x_0 el valor inicial de x e integrar, se tiene

$$\int_{x_0}^x dx = \int_0^t (v_0 + at) dt$$

$$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \quad (7)$$

También se puede recurrir a la ecuación (4) y escribir

$$v \frac{dv}{dx} = a = \text{constante}$$

$$v dv = a dx$$

Al integrar ambos lados, se obtiene

$$\int_{v_0}^v v dv = a \int_{x_0}^x dx$$

$$\frac{1}{2} (v^2 - v_0^2) = a(x - x_0)$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0) \quad (8)$$

Las tres ecuaciones que se han deducido ofrecen relaciones útiles entre la coordenada de posición, la velocidad y el tiempo en el caso del movimiento uniformemente acelerado, al sustituir los valores apropiados de a , v_0 y x_0 .

Es importante recordar que las tres ecuaciones anteriores pueden utilizarse sólo cuando se sabe que la aceleración de la partícula es constante. Si la aceleración de la partícula es variable, su movimiento se debe determinar a partir de las ecuaciones fundamentales (1) a (4).

9. Movimiento de varias partículas.

▪ Movimiento relativo de dos partículas:

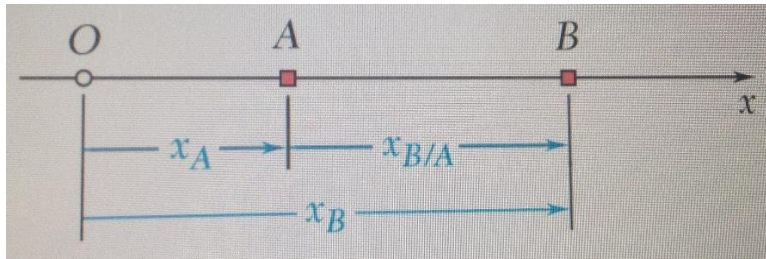


Figura 6.

Considere dos partículas **A** y **B** que se mueven a lo largo de la misma línea recta (figura 6). Si las coordenadas de posición x_A y x_B se miden desde el mismo origen, la diferencia $x_B - x_A$ define la coordenada de posición relativa de **B** con respecto a **A** y se denota por

medio de $x_{B/A}$. Se escribe

$$x_{B/A} = x_B - x_A \quad \text{O} \quad x_B = x_A + x_{B/A} \quad (9)$$

De manera independiente de las posiciones de **A** y **B** con respecto al origen, un signo positivo para $x_{B/A}$ significa que **B** está a la derecha de **A**, y un signo negativo indica que **B** se encuentra a la izquierda de **A**. La razón de cambio $x_{B/A}$ se conoce como la velocidad relativa de **B** con respecto a **A** y se denota por medio de $v_{B/A}$. Al diferenciar (9), se escribe:

$$v_{B/A} = v_B - v_A \quad \text{O} \quad v_B = v_A + v_{B/A} \quad (10)$$

Un signo positivo de $v_{B/A}$. Significa que a partir de **A** se observa que **B** se mueve en dirección positiva; un signo negativo indica, según se observa, que ésta se mueve en dirección negativa. La razón de cambio de $v_{B/A}$ se conoce como la aceleración relativa de **B** con respecto a **A** y se denota mediante $a_{B/A}$. Al diferenciar (10), se obtiene

$$a_{B/A} = a_B - a_A \quad \text{O} \quad a_B = a_A + a_{B/A} \quad (11)$$

▪ Movimientos dependientes:

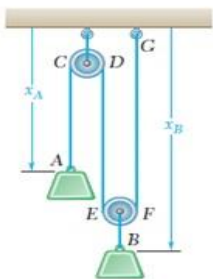


Figura 7.

Algunas veces, la posición de una partícula dependerá de la posición de otra o de varias partículas. En ese caso se dice que los movimientos son dependientes. Por ejemplo, la posición del bloque **B** en la figura 7 depende de la posición del bloque **A**. Puesto que la cuerda **ACDEFG** es de longitud constante y puesto que las longitudes de las porciones de cuerda **CD** y **EF** alrededor de las poleas permanecen constantes, se concluye que la suma de las longitudes de los segmentos **AC**, **DE** y **FG** es constante. Al observar que la longitud del segmento **AC** difiere de x_A sólo por una constante y que de

manera similar, las longitudes de los segmentos DE y FG difieren de x_B únicamente por una constante, se escribe:

$$x_A + 2x_B = \text{constante}$$

Puesto que sólo una de las dos coordenadas x_A y x_B pueden elegirse de manera arbitraria, se afirma que el sistema que se presenta un grado de libertad, por ejemplo en la figura 8 observe:

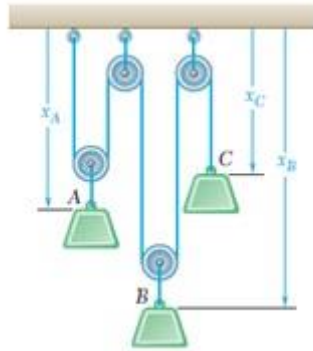


Figura 8.

En el caso de los tres bloques de la figura (b), se puede observar de nuevo que la longitud de la cuerda que pasa por las poleas es constante y, en consecuencia, las coordenadas de posición de los tres bloques deben satisfacer la siguiente relación:

$$2x_A + 2x_B + x_C = \text{Constante}$$

Cuando la relación que existe entre las coordenadas de posición de varias partículas es lineal, se cumple una relación similar entre las velocidades y aceleraciones de las partículas. En el caso de los bloques de la figura anterior, se diferencia dos veces la ecuación obtenida y se escribe:

$$2v_A + 2v_B + v_C = 0$$

$$2a_A + 2a_B + a_C = 0$$

10. REFERENCIAS:

1. Beer, Ferdinand P; E. Russell Johnston,Jr. y Phillip J. Cornwell. MECÁNICA VECTORIAL PARA INGENIERIOS DINÁMICA 9 ed.. Editorial Mc Graw Hill; México, D.F.,2010.
2. Beer, Ferdinand P; E. Russell Johnston,Jr, David F. Mazurek y Elliot R. Eisenberg. MECÁNICA VECTORIAL PARA INGENIERIOS ESTÁTICA 9 ed.. Editorial Mc Graw Hill; México, D.F.,2010.
3. Tippens, Paul E. Física, conceptos y aplicaciones 7 ed.. Editorial Mc Graw Hill; México, D.F., 2011.
4. Gomez, M. (2016). *Diferencia de fricción estática y cinética | eHow en Español. eHow en Español*. Mayo 2016, de http://www.ehowenespanol.com/diferencia-friccion-estatica-cinetica-info_225522/
5. Sepulveda, E. (2016). *Fricción - Física en Línea. Sites.google.com*. May 2016, de <https://sites.google.com/site/timesolar/fuerza/friccion>