

## Monografía

**Título: “Diferentes fallas y métodos de cálculo de tensiones en engranajes cilíndricos de dientes rectos de material plástico”.**

**Autores: Dr. Jorge Laureano Moya Rodríguez.  
Ing. Tito Roberto Vilchez Vilchez  
Dr. José Alberto Velázquez Pérez  
Dr. Rafael Mestizo Cerón**

### 1. Introducción.

Antes de comenzar la descripción de las principales fallas de los engranajes plásticos, es necesario primeramente hacer referencia a las propiedades más importantes de los plásticos las cuales se enuncian a continuación:

- Ligereza.
- Resistencia mecánica adecuada buena aunque menor que los metales.
- Resistencia a la corrosión.
- Buena presentación.
- Facilidad de formar piezas complicadas de una sola vez y en un solo molde.

Sin embargo poseen una desventaja fundamental que es su poca resistencia a altas temperaturas. Es importante destacar que todos los plásticos no tienen el mismo grado en sus cualidades por eso es de gran importancia conocer sus propiedades para cada trabajo o aplicación, para no incurrir en el fracaso. Para poder comprender las propiedades de los materiales plásticos hay que tener en cuenta como es el comportamiento de los mismos respecto a los metales.

#### **Comportamiento mecánico.**

La resistencia de los plásticos versus los metales es claramente inteligible teniendo en cuenta el solo fenómeno de que el empaque a nivel atómico es mucho más compacto en los últimos, o sea que los cristales metálicos son mucho más densos.

#### **Comportamiento Térmico.**

Con incrementos de la temperatura comienzan a aparecer algunos grados de libertad, capacidad de movimiento, hasta que en un intervalo dado los enlaces intermoleculares cesan de existir, perdiéndose así la rigidez previa total.

#### **Comportamiento a la abrasión y fricción.**

Esta faceta de los plásticos es en extremo compleja y generalmente es evaluada como material pareja de otro, bajo condiciones determinantes tales como el tipo de superficies (rugosidad), presencia o ausencia de lubricante, carga compresiva bajo la cual operan, velocidad de deslizamiento mutuo, temperatura, etc.

En los engranajes plásticos la resistencia a la fatiga y el desgaste son propiedades decisivas para los ingenieros que los diseñan, de modo que la resistencia a la flexión y la rigidez hacen críticas la utilización de estos. La dinámica de los dientes varía principalmente del contacto por rodadura a deslizamiento y rodadura, dependiendo fundamentalmente de la geometría de los mismos, así los polímeros deben resistir fuerzas friccionales. En algunas aplicaciones los engranajes plásticos muestran agarramiento entre ellos mismos en una posición de parada, cuando se detiene la rotación.

### 2. Principales fallas de los engranajes plásticos, características y causas.

La experiencia demuestra que los engranajes plásticos tienen muchas formas de fallar, destacándose entre ellas las siguientes:

**Desgaste adhesivo:** Este se produce debido a las soldaduras intermitentes de pequeñas áreas de un diente en el otro diente conjugado, pudiendo en ocasiones desprenderse algunas partículas. Si esta falla ocurre a escala microscópica el resultado es un desgaste pequeño y uniforme. En los plásticos al igual que en los metales, engranajes de materiales diferentes se comportan mejor al desgaste que materiales similares. Inclusive en muchas ocasiones es conveniente poner a engranar una rueda plástica con una metálica. En este caso los dientes de la rueda metálica deben tener un acabado superficial de 0.3 a 0.4  $\mu\text{m}$ . Como se sabe en el desgaste la lubricación juega un papel importante, ya que mantiene las superficies separadas e inhibe el mismo. En el caso particular de los engranajes plásticos cuando engranan dos ruedas plásticas es aconsejable que alguna de ellas contenga Politetrafluoroetileno (PTFE), lo cual ayuda mucho a disminuir el desgaste aunque no se

usara lubricación. Cuando se usa lubricación en engranajes plásticos con aditivos autolubrificantes no dan tan buenos resultados como en los engranajes metálicos, pero siempre favorece.

**Desgaste abrasivo:** Este tiene lugar cuando partículas de un engranaje o suciedades entran dentro de la superficie de contacto. El desgaste abrasivo también puede ocurrir si uno de los engranajes usualmente el metálico, en el caso de usarse una rueda metálica tiene una superficie más rugosa que la del otro. Las partículas de la superficie más dura penetran en la superficie más blanda y arrancan pedazos de material de la superficie. El diseñador nunca debe diseñar para el desgaste abrasivo, sino evitarlo. Entre los lubricantes ampliamente usados se encuentra el PTEF (Politetrafluoroetileno) y fluido de Silicona. Estas partículas de PTEF aparecen como una película que se transfiere a la superficie desgastada de la unión, esta reduce significativamente el coeficiente de fricción y el coeficiente de desgaste. Por ejemplo cuando el PES (Politer sulfone) es lubricado en un 20% con PTEF, el coeficiente dinámico de fricción disminuye de 0,37 a 0,11 y el factor de desgaste desciende de 1500 a 32. Con un factor de desgaste por debajo de 200, estas resinas amorfas pueden ser consideradas como un candidato potencial para los engranajes plásticos. Estas resinas son importantes ya que ellas presentan un coeficiente de encogimiento bajo en los moldes y puede ser moldeada para así hacer más exacto el engranaje. El compuesto PTEF actúa en los termoplásticos formando una película delgada de lubricante entre los engranajes, este compuesto PTEF da la noción de que la película presenta baja fricción y proporción de desgaste, por tanto se sugiere que en los engranajes plásticos al menos uno contenga PTEF previniéndose así la formación de la capa de arrastre o traslado.

Paul J. Dvorak, una de las personalidades más reconocidas en el campo de los engranajes plásticos en su artículo "More Bite for Plastic Gears" plantea textualmente: "Todos los engranajes trabajan mejor cuando son lubricados. Los engranajes plásticos permiten reducir la lubricación, pero un comportamiento óptimo incluye al menos un aceitado ocasional. Como mínimo los engranajes plásticos deben ser engrasados antes de la operación inicial". Sin embargo en el artículo "Gearing up with plastic" Zan Smith otro reconocido en esta materia plantea: "Los engranajes elaborados con termoplásticos han sido una alternativa para sustituir a los metales en trenes de engranajes no lubricados. En la figura 1 se muestra el desgaste en una rueda dentada plástica.



**Figura 1. Aguzamiento del diente debido al alto desgaste.**

**Picadura:** Esta es una falla superficial que ocurre cuando se excede el límite de endurencia del material. Si las cargas son lo suficientemente altas y los ciclos de tensiones se repiten frecuentemente se fatigan porciones de la superficie que posteriormente se desprenden.

La zona del polo recibe la mayor tensión y es la más propensa a la picadura, esta falla a pesar de muy ser rara en los engranajes plásticos puede ocurrir en ocasiones, especialmente sí la transmisión está bien lubricada.

**Flujo plástico:** La fluencia plástica se produce debido a altas tensiones de contacto y la acción de rodadura y deslizamiento que se produce durante el engranamiento. De hecho es una deformación de la superficie debido a la fluencia del material en la superficie y subsuperficie. Debido a que los plásticos son buenos aislantes y tienen temperaturas de fusión relativamente bajas, tienden a fundirse y fluir en situaciones donde los engranajes metálicos se comportan bien. El flujo plástico

inicial es en la dirección radial y puede no ser destructivo ya que el mismo puede atenuarse. En casos más severos el flujo será en la dirección axial. Luego de la deformación plástica surge rápidamente la rotura del diente Figura 2.

El flujo plástico indica que las condiciones de operación son demasiado severas y la falla es inminente. La autolubricación y la lubricación externa pueden ayudar a prevenir el flujo plástico, disminuyendo la cantidad de calor generado por fricción.



**Figura 2. Deformación del diente debido al excesivo calor provocado por la acción del deslizamiento.**

**Fractura:** Es la falla por rotura del diente entero o por lo menos de una buena parte de él. Esta constituye la falla más común de los engranajes plásticos y se produce debido a las sobrecargas producidas por los ciclos de tensiones aplicadas a los dientes las cuales sobrepasan los límites de endurancia del material.

Esto puede ser debido a la carga excesiva, el impacto, o ciclos de tensión, lo que fatiga el diente más allá del límite de endurancia del material. Estos tipos de fracturas generalmente se inician en el radio de redondeo de la raíz del diente y se propagan a lo largo de la base del mismo (ver figura.3).

Las fracturas en sistemas no lubricados se deben generalmente a sobrecargas. La ocurrencia de fracturas en otras zonas de los dientes está generalmente relacionada con el desgaste.



**Figura 3 Fractura del diente.**

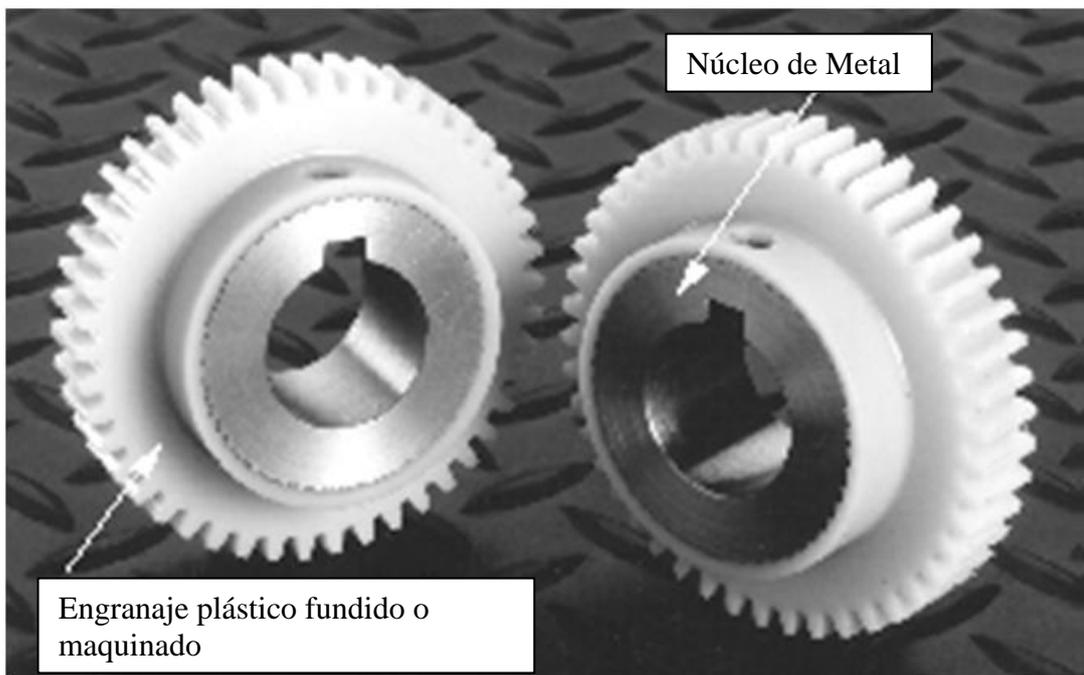
**Fatiga por ciclo térmico o ablandamiento parcial o global del diente:** Falla que ocurre tanto en engranajes lubricados como sin lubricar, cuando se eleva considerablemente la temperatura, disminuyendo así la resistencia del material. La falla ocurre como una deformación del diente en la zona polar, perdiéndose el paso y en ocasiones doblando el diente. Esta falla ocurre debido a que las tensiones sobre el diente siempre provocan una especie de histéresis de calentamiento incrementándose así considerablemente la temperatura del material, ya que los plásticos son buenos aislantes. Además esta temperatura elevada puede bajar la resistencia del material y causar la deformación excesiva del diente.

Finalmente se recomienda que los diseñadores de engranajes evalúen cuidadosamente los requisitos medioambientales y mecánicos, que los engranajes plásticos demandan y comparar estas con las propiedades asociadas al material.

Las fallas pueden ser atenuadas mediante modificaciones geométricas del diente, mayor precisión en los métodos de cálculo y un mejoramiento en las propiedades del material.

Otra forma de atenuar las fallas es mediante el uso de refuerzos con fibra de vidrio, como las fibras de carbón o compuestos de resinas que mejoran las acciones mecánicas. El refuerzo con fibra de carbón y vidrio proporciona una gran resistencia a las fuerzas y tensiones mecánicas, estos refuerzos bajan significativamente el factor de carga. Un aspecto que es importante tener en cuenta a la hora de las fallas de un engranaje plástico es la temperatura elevada como se dijo anteriormente ya que los compuestos de termoplástico están limitados a temperaturas elevadas, porque las propiedades mecánicas decrecen con el incremento de la temperatura, aumentando además el nivel en valor del desgaste.

La firma Intech actualmente plantea la importancia de hacer engranajes plásticos con un núcleo metálico, lo cual trae una serie de ventajas como una mayor disipación de calor y una sujeción del engranaje más segura al árbol (ver figura 4).



**Figura 4. Engranajes plásticos con núcleo de metal.**

### **3. Mecanismo de Falla de los materiales plásticos:**

El comportamiento Tensión/Deformación de los polímeros sólidos puede ser categorizado en varias formas:

**Rotura Frágil:** Caracterizada porque no tiene un punto de fluencia y una región de comportamiento de la ley de Hooke a bajas deformaciones unitarias y una falla caracterizada por líneas en forma de concha, tales como se observan en las estructuras cristalina inorgánicas.

**Rotura con fluencia:** Caracterizada por una curva de tensión/deformación con un máximo seguido por una fluencia, la cual está asociada generalmente con una zona de cortante y usualmente una

falla dúctil. La falla dúctil exhibe una alta extensión de deformación en la superficie de falla. El comportamiento a fluencia puede resultar en la formación de un cuello sin continuar aplicando carga.

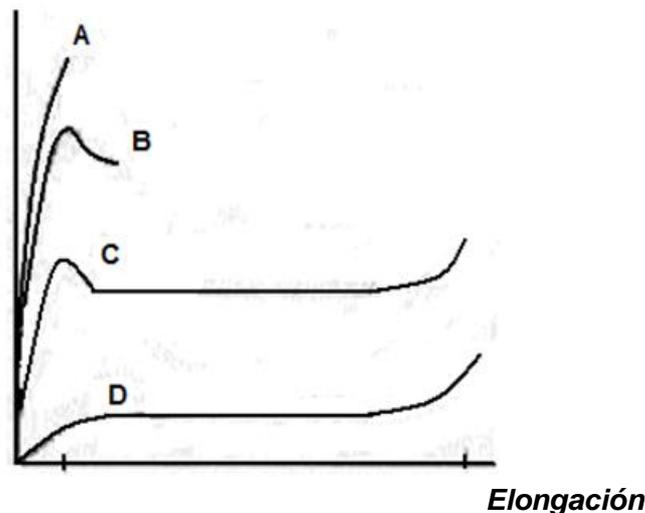
**Comportamiento hiper-elástico (como la goma):** Caracterizado por la ausencia de un punto de fluencia máximo, pero mostrando una zona aplanada en la curva de tensión deformación. Frecuentemente este comportamiento muestra al final un incremento en la tensión.

La siguiente figura elaborada por Wards muestra que esos tres tipos de falla pueden observarse en un mismo polímero debido ya sea a la variación de la carga con el tiempo o de la temperatura. Un buen ejemplo de esto es la plastilina con la que juegan los niños.

No obstante generalmente un mismo polímero despliega solo uno de los tipos de falla bajo condiciones normales. Por ejemplo el Poliestireno exhibe una fractura frágil, el Polietileno muestra la fluencia y la rotura hace un cuello.

También influye en el tipo de falla la sollicitación; por ejemplo el poliestireno tiene una rotura frágil a tracción y fluencia a la compresión.

**Carga**



**Figura 5. Curvas de Carga vs elongación para un polímero a diferentes temperaturas: Curva A: fractura frágil. Curva B: Rotura dúctil. Curva C: Rotura a bajas temperaturas. Curva D: Comportamiento hiperelástico.**

#### **4. Consideraciones teóricas para el cálculo de los engranajes plásticos.**

Antes de comenzar a analizar las tensiones en engranajes de plástico, es importante entender el mecanismo de engranaje. Cada diente es, en efecto, una viga en voladizo soportada en un extremo. El contacto intenta doblar la viga y trasquilarla del volumen de material. Por consiguiente, un material para engranajes necesita tener alta resistencia a la flexión y rigidez. El próximo efecto es fundamentalmente un efecto superficial.

Se produce una tensión en la superficie del diente por medio de las fuerzas friccionales y el contacto puede ser puntual o lineal (tensión de Contacto de Hertz). Durante el movimiento del engranaje los dientes giran en contacto con otro diente y al mismo tiempo se deslizan. En el instante cuando entran en engrane, hay una carga de contacto inicial. La acción rodante de los engranajes hace que la tensión de contacto (que es una tensión de compresión) avance delante del punto de contacto. Al mismo tiempo, ocurre un deslizamiento porque la longitud de contacto entre las partes del diente que están en engrane no es la misma. Esto provoca fuerzas friccionales que desarrollan una región de tensión justo detrás del punto de contacto. Sobre el polo se origina el cambio de dirección de la fuerza de deslizamiento y es un punto nulo para el deslizamiento (rotación pura). Se podría asumir que esta sección del engranaje es la que muestra menos fallo de la superficie; sin embargo, el polo es una de las áreas donde ocurren serios fallos, ya que aunque sobre él no se observan tensiones compuestas, estas tensiones son altas. Durante el contacto inicial o final del engranaje el par de dientes anterior o el próximo deben absorber alguna carga, y por consiguiente la carga unitaria se reduce. El punto más altamente cargado ocurre cuando los engranajes están poniéndose en contacto por o ligeramente sobre la circunferencia de paso. En ese punto un par del diente estará

transmitiendo normalmente toda o la mayoría de la carga. Esto puede conducir a un fallo de fatiga, severo calentamiento y deterioro de la superficie.

El componente más importante de un engranaje son los dientes. Sin los dientes, el engranaje es simplemente una rueda y tiene poco uso para transmitir movimiento o potencia. Por tanto, la medida básica de la capacidad de un engranaje para transmitir una carga dada es estimar la fuerza que es capaz de soportar el diente, aunque se recomienda el prototipado de un engranaje, que puede ser caro y consume tiempo, pero siempre se requiere de algún método para determinar la viabilidad de un engranaje.

#### **4.1- Factores de servicio.**

La tensión permisible no es un dato típico que se puede obtener en figuras de nivel de tensión, pero la tensión permisible se puede determinar a partir de la comprobación real de un material en un engranaje con un diente de forma estándar. La tensión permisible ya tiene un factor de seguridad para el material, incorporado en el valor. Para cualquier material dado, el nivel de tensión permisible es muy dependiente de un gran número de factores. Éstos incluyen:

- Ciclo de trabajo.
- Ambiente de operación.
- La velocidad lineal del punto de contacto.
- Material.
- Lubricación.

#### **4.2- Factor de Seguridad.**

Puesto que la tensión permisible es igual a un valor de tensión dividido por el factor de seguridad para un material ( $[S] = S/n$ ), éste es un buen punto de partida para hablar sobre los factores de seguridad para los engranajes. Seguridad se refiere a la habilidad de una pieza de realizar su función apropiada para su vida de servicio sin el fallo. Antes de que pueda seleccionarse un factor de seguridad debe definirse el tiempo de vida de servicio y el posible fallo de la pieza para una aplicación dada. El factor de seguridad puede definirse de muchas maneras; sin embargo, ellos relacionan lo que es permisible o aceptable a lo que causará básicamente el fallo. Un factor de seguridad puede aplicarse de tres formas básicas. El factor entero puede aplicarse a una propiedad material como la tensión; o el factor entero puede aplicarse a la carga; o pueden usarse factores separados para cada carga y una propiedad material. A menudo, el último caso es el más útil porque puede investigarse cada carga y entonces se aplica un factor de seguridad para determinar la carga máxima absoluta. Cada carga máxima se usa entonces en el análisis de tensión de forma tal que la geometría y las condiciones de frontera produzcan una tensión permisible. Los factores de seguridad de carga pueden ser determinados por la metodología tradicional. Sin embargo, para los materiales plásticos son, a menudo, difíciles de determinar. Esto es porque la fuerza actuante en un plástico no es una constante, sino que sigue una distribución estadística de fuerza bajo condiciones extremas. Por consiguiente, los diseñadores necesitan conocer las condiciones extremas, por ejemplo, la temperatura, régimen de tensión y duración de carga. Se necesitan conocimientos de fabricación para entender situaciones como líneas de soldadura, efectos anisótropos, tensiones residuales y variantes del proceso. El conocimiento de materiales es muy importante porque el mejor comportamiento está comprendido bajo las condiciones extremas, puede establecerse el más exacto factor de seguridad y puede producirse una pieza óptima en su geometría. Si se tiene una definición pobre y un gran número de desconocimientos entonces se requiere de factores de seguridad más grandes.

Se recomienda como mínimo un factor de seguridad de dos, incluso cuando se haya analizado cuidadosamente una aplicación. Si la información sobre la tensión permisible pre calculada no se encuentra disponible, y normalmente para plásticos es así, entonces el diseñador debe ser sumamente cuidadoso al considerar todos los factores perfilados anteriormente para que pueda determinarse un factor de seguridad apropiado y calcularse la tensión admisible.

Exista o no una experiencia similar, es esencial que se fabrique un prototipo moldeado y que el engranaje se ensaye para las condiciones de operación deseadas. El Nylon 6/6 y el acetal son dos materiales para los cuales se les ha pre calculado los valores de tensión permisibles. Estos materiales se han usado ampliamente en aplicaciones de engranajes, y sus mayores proveedores se han tomado el tiempo para generar estos datos.

### **5. Métodos de cálculo de engranajes plásticos de dientes rectos.**

Existen varios métodos de cálculo para determinar las dimensiones de un engranaje plástico cilíndrico de dientes rectos exteriores para satisfacer determinados requisitos de potencia y

velocidad. A continuación se esbozan las metodologías según algunos autores, estos son Dvorak, Kelley, Faires y Moya, y además por los métodos empleados por la firma CARBOPLAST.

### 5.1- Método de cálculo según Dvorak:

Dvorak presenta una ecuación que no es más que una modificación de la ecuación de Lewis e incorpora la velocidad en la circunferencia de paso y el factor de servicio.

$$S = \frac{55(6 + V)WPC_s}{FVY} \leq [S_s]$$

Donde:

S - Tensión actuante en la base del diente en lb/pulg<sup>2</sup>.

W - Potencia en HP.

V - Velocidad del polo en pie/min.

P - Diametral pitch.

CS - Factor de servicio, según la **tabla 1**.

F - Ancho del diente en pulgadas.

Y - Factor de forma o factor de Lewis, según la **tabla 2**.

[S<sub>s</sub>] - Tensión admisible en lb/pulg<sup>2</sup>, según la **tabla 3**.

**Tabla 1. Factores de Servicio**

Tipo de Carga	8 – 10 h / día	24 h / día	Intermitente (3 h / día)	Ocasional (0,5 h / día)
Constante	1	1,25	0,80	0,50
Choques ligeros	1,25	1,50	1	0,80
Choques medios	1,50	1,75	1,25	1
Choques fuertes	1,75	2	1,50	1,25

**Tabla 2. Factor de forma**

Número de dientes	Dientes de involuta de 20°	Dientes de involuta de 20° cortos.
12	0,245	0,311
14	0,276	0,339
16	0,295	0,361
18	0,308	0,377
20	0,320	0,393
22	0,330	0,405
26	0,346	0,424
30	0,358	0,437
34	0,371	0,446
38	0,383	0,456
43	0,396	0,462
50	0,408	0,474

**Tabla 3- Valores de las tensiones admisibles para engranajes plásticos a 70°F en lb/pulg<sup>2</sup>**

Plástico	Normal	Reforzado con fibra de vidrio
ABS	3000	6000
Acetato	5000	7000
Nylon	6000	12000
Policarbonato	6000	9000
Poliéster	3500	8000
Poliuretano	2500	-

### 5.2- Método de cálculo según Kelley:

Kelley emplea, para el cálculo de tensiones en engranajes, la ecuación de Lewis en su variante original.

$$\sigma = \frac{FP}{fY} \leq [\sigma]$$

Dónde:

$\sigma$  - Tensión actuante en el pie del diente, en lb/pulg<sup>2</sup>.

$[\sigma]$  - Tensión admisible del material, en lb/pulg<sup>2</sup>.

P - Diametral pitch.

f - Ancho del diente, en pulg.

F - Fuerza tangencial transmitida, en libras.

Y - Factor de forma del diente, según tabla 2.

### 5.3- Método de cálculo según Faires:

Este método contempla los siguientes cálculos:

1. Primeramente se calcula la carga dinámica a través de la siguiente expresión:

$$F_d = \frac{(200 + 3,28V)F_t}{200 + 0,82V}$$

Donde:

F<sub>d</sub> - Carga dinámica, en Kg.

V - Velocidad del polo del engranaje, en m/min

F<sub>t</sub> - Fuerza tangencial actuante sobre el diente, en Kg.

2. Esta carga dinámica posteriormente se iguala a la carga actuante según la ecuación de Lewis, es decir F<sub>d</sub> = F<sub>s</sub>.

$$F_s = \frac{SbYm}{10}$$

Donde:

S - Esfuerzo de cálculo en Kg/cm<sup>2</sup> que depende del módulo, del material y del número de ciclos.

b - Ancho de la rueda, en cm.

m - Módulo, en mm.

Y - Factor de Lewis, según **tabla 4** en dependencia de donde se considere aplicada la carga. Se asume un valor del módulo y se puede despejar el ancho de cara "b" necesario para transmitir la potencia dada.

**Tabla 4. Valores del Factor de Lewis según el método de Faired**

Número de Dientes	Carga en la punta		Carga en el centro	
	14.5	20	14.5	20
10	0.176	0.201		
11	0.192	0.226		
12	0.21	0.245	0.355	0.415
13	0.223	0.264	0.377	0.443
14	0.236	0.276	0.399	0.468
15	0.245	0.289	0.415	0.49
16	0.255	0.295	0.43	0.503
17	0.264	0.302	0.446	0.512
18	0.27	0.308	0.459	0.522
19	0.277	0.314	0.471	0.534
20	0.283	0.32	0.481	0.544
21	0.289	0.326	0.49	0.553
22	0.292	0.33	0.496	0.559
23	0.296	0.333	0.502	0.565
24	0.302	0.337	0.509	0.572
25	0.305	0.34	0.515	0.58
26	0.308	0.344	0.522	0.588
27	0.311	0.348	0.528	0.592
28	0.314	0.352	0.534	0.597
29	0.316	0.355	0.537	0.602
30	0.318	0.358	0.54	0.606
32	0.322	0.364	0.547	0.617
33	0.324	0.367	0.55	0.623
35	0.327	0.373	0.556	0.633
37	0.33	0.38	0.563	0.645
39	0.335	0.386	0.568	0.655
40	0.336	0.389	0.57	0.659
45	0.34	0.399	0.579	0.678
50	0.346	0.408	0.588	0.694
55	0.352	0.415	0.596	0.704
60	0.355	0.421	0.603	0.713
65	0.358	0.425	0.607	0.721
70	0.36	0.429	0.61	0.728
75	0.361	0.433	0.613	0.735
80	0.363	0.436	0.615	0.739
90	0.366	0.442	0.619	0.747
100	0.368	0.446	0.622	0.755
150	0.375	0.458	0.635	0.779
200	0.378	0.463	0.64	0.787
300	0.382	0.471	0.65	0.801
Cremallera	0.39	0.484	0.66	0.823

3. Finalmente se iguala la carga dinámica a la carga de desgaste y se despeja el ancho necesario.  
 $F_d = F_w$ .

$$F_w = D_p \cdot b \cdot Q \cdot kg$$

Donde:

$$Q = \frac{2 \cdot D_g}{D_g + D_p}$$

Dg - Diámetro primitivo de la rueda, cm.  
 Dp - Diámetro primitivo del piñón, cm.  
 b - ancho de los dientes, cm.  
 kg - Factor del material.

$$K_g = \left( \frac{s^2 \cdot \text{sen}(\phi)}{1,4} \right) \left( \frac{1}{E_p} \cdot \frac{1}{E_g} \right)$$

s - tensión admisible a contacto, en kg/cm<sup>2</sup>.

φ - ángulo de presión.

Ep, Eg – módulo de elasticidad en kg/cm<sup>2</sup> del piñón y la rueda respectivamente.

De los anchos de cara obtenidos por la ecuación de Lewis y por la ecuación del desgaste se toma el mayor.

#### 5.4- Método de cálculo según Moya.

Según Moya, la condición de resistencia de una pareja de engranajes plásticos está dada por la siguiente expresión:

$$\sigma = \frac{FC_s}{mbYn} \leq [\sigma]$$

Donde:

[σ] - Tensión admisible del material, según **tabla 5** en MPa.

F - Fuerza tangencial aplicada sobre el diente, en Newton.

Cs - Factor de servicio, según **tabla 1**.

Y - Factor de Lewis, según **tabla 2**.

m – Módulo, en mm.

b - Ancho del diente, en mm.

n - Factor de seguridad.

σ - Tensión actuante en el pie del diente, en MPa.

**Tabla 5- Valores de la tensión admisible, en MPa.**

Material	Normal	Reforzado con fibra de vidrio
ABS	27,7	55,4
Acetato	45,5	64
Nylon	63,7	127,4
Policarbonato	63,7	82
Poliéster	32	73
Poliuretano	23	-

El factor de seguridad se puede tomar entre 1 y 1,7 según la experiencia de los autores. Los valores mayores se toman para las aplicaciones de mayor potencia y temperatura.

#### 5.5- Método de cálculo según Carboplast.

Para obtener el ciclo de vida de un piñón fabricado en PROLON, se calcula el esfuerzo básico admisible en la raíz del diente empleando para ello una modificación de la fórmula de Lewis.

Después se fija el valor calculado en el eje vertical de la Figura 6, se lee su proyección en el eje horizontal de acuerdo al módulo específico del piñón y se determina el ciclo de vida en función de los esfuerzos, los cuales pueden convertirse, de acuerdo a la velocidad, en tiempo de vida esperada.

Si el torque a transmitir es el factor que se conoce, entonces el esfuerzo admisible se calcula por la siguiente expresión:

$$S = \frac{200000 \cdot T}{PD \cdot M \cdot F \cdot Y} \cdot C_1 \cdot C_2$$

Y si la potencia es el factor conocido, entonces se calculará por:

$$S = \frac{145000000 \cdot HP}{PD \cdot M \cdot F \cdot Y \cdot n} \cdot C_1 \cdot C_2$$

Donde:

S - Esfuerzo admisible en el diente en Kg/cm<sup>2</sup>.

T - Torque transmitido por el piñón en Kg/cm<sup>2</sup>.

PD - Diámetro primitivo del piñón en mm

M - Módulo de la transmisión en mm

F - Ancho de la cara del diente en mm.

Y - Factor de forma del diente, según la **figura 7**.

C1 - Factor de corrección de operación, según **figura 8**

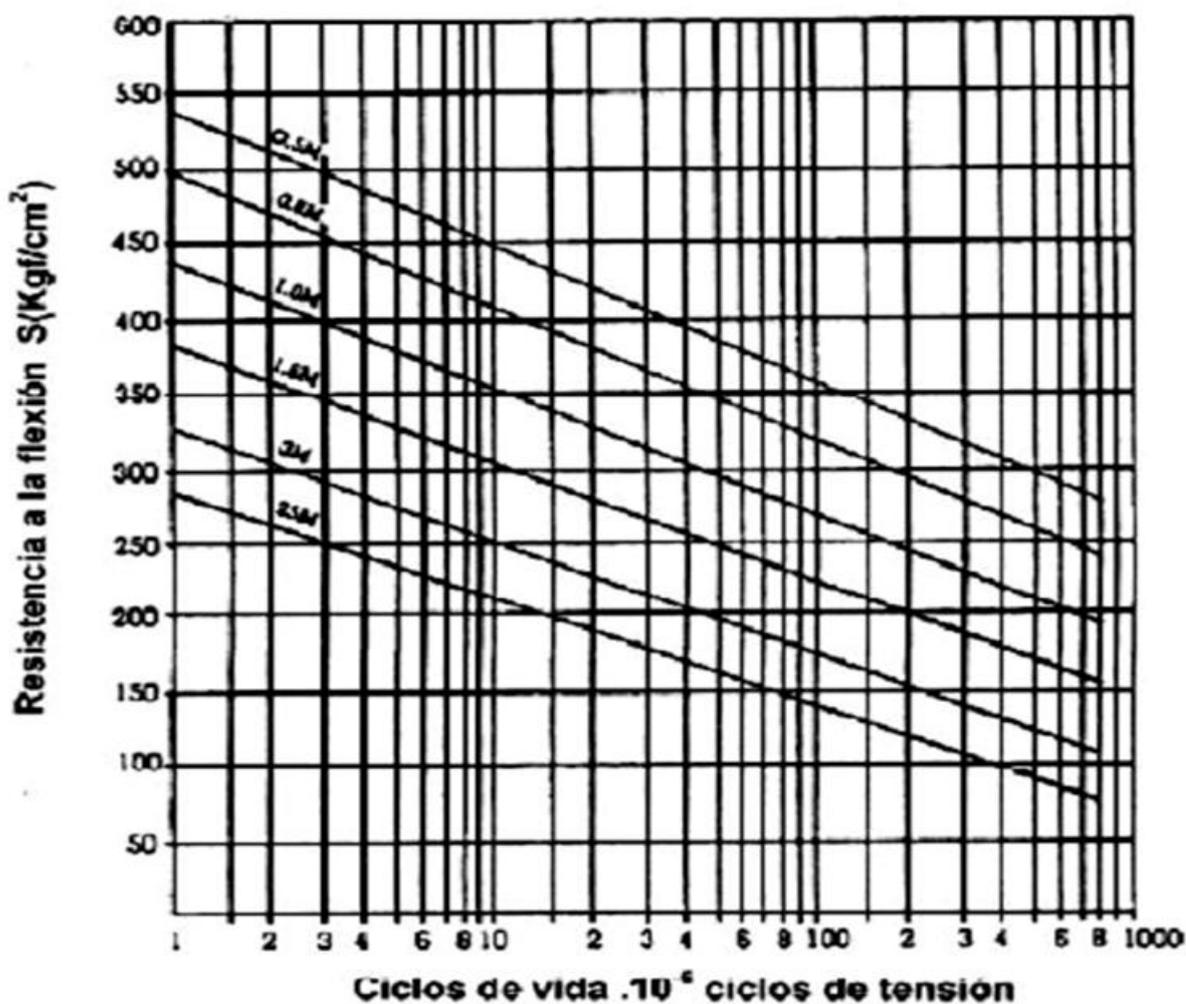
C2 - Factor de corrección de temperatura, según **figura 9**.

HP - Potencia transmitida por el piñón en HP.

N - Velocidad del piñón en rpm.

La velocidad lineal usada para determinar C1 en la figura 8 se determina por la siguiente expresión:

$$PLV = \frac{\pi \cdot PD \cdot N}{60000} [m/s]$$



**Figura.6 - Máxima resistencia a la flexión vs. Ciclos de vida.**

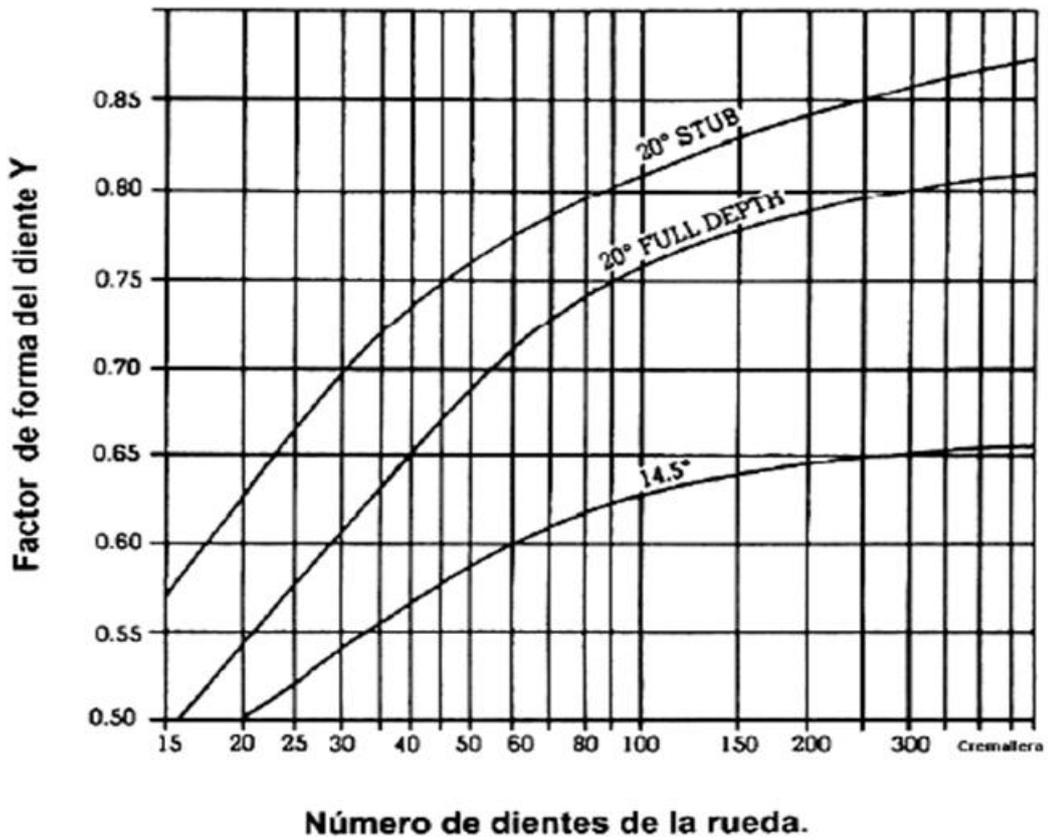


Figura 7 - Factor de forma del diente "Y" para varios perfiles del diente.

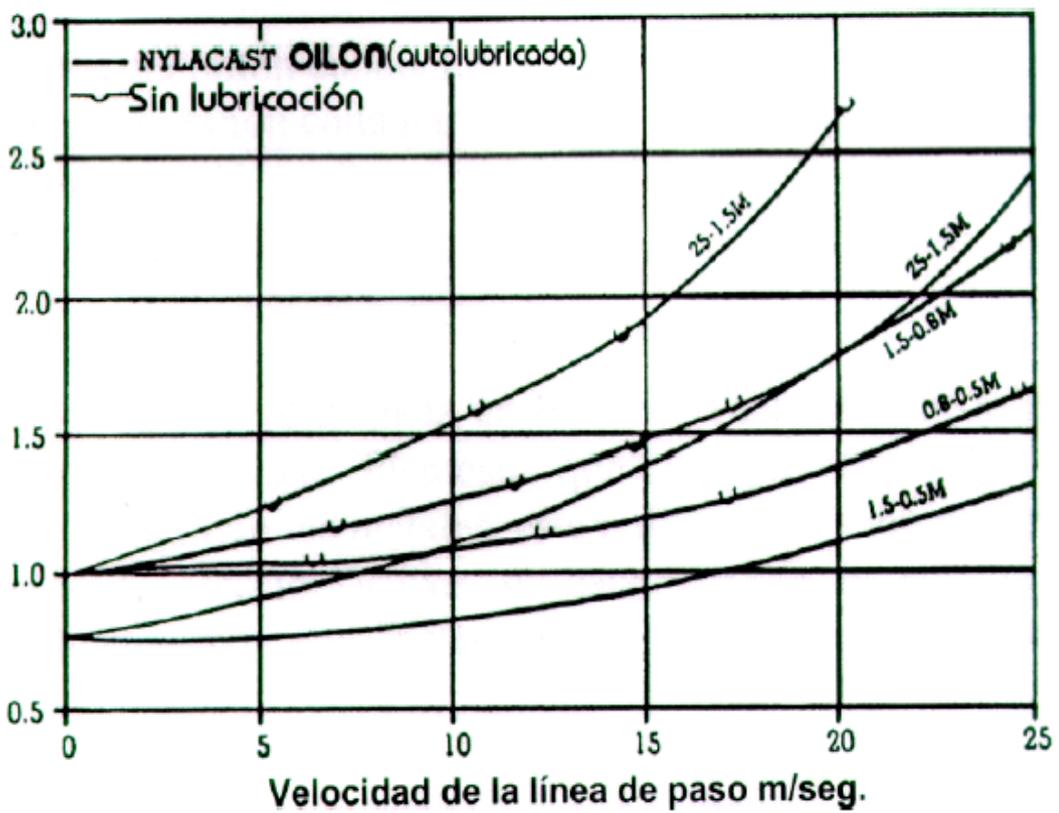
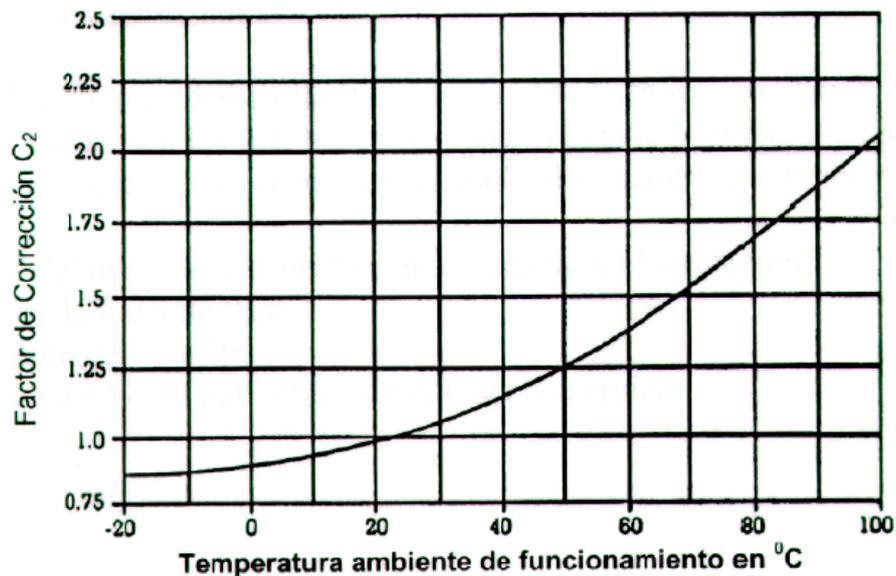


Figura 8 - Factor de corrección C1 por condiciones de operación.



**Figura 9. Factor de corrección C2 por condiciones de temperatura.**

### 5.6- Método de cálculo según DSM.

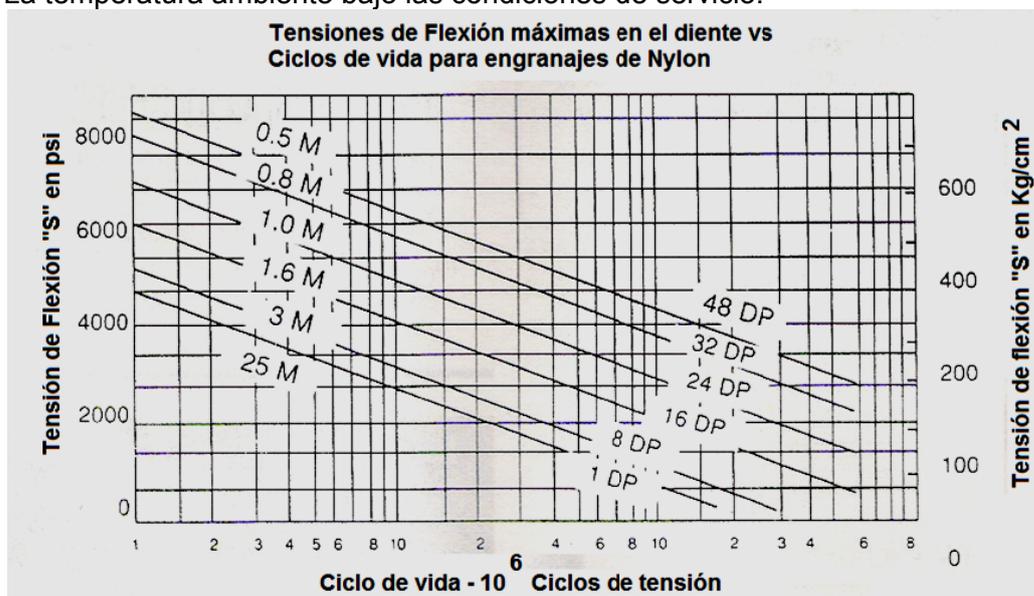
La firma DSM plantea los métodos de cálculo de resistencia en base a la sustitución de engranajes metálicos por engranajes plásticos de Nylatron- Nylon. Plantean que aunque el Nylon tiene una resistencia significativamente más baja que los metales, debido a que con su uso se puede reducir la fuerza de fricción y la de inercia y esto ligado a su valor de resiliencia entonces se puede hacer la sustitución directa, especialmente para engranajes construidos de metales no ferrosos, hierro fundido y aceros blandos.

Los métodos de evaluación de la utilización de engranajes plásticos son:

- 1- Método para el reemplazo de engranajes metálicos.
- 2- Método para equipamiento nuevo, diseñado cuando se conoce la potencia y el torque o se pueden estimar.

Ambos métodos fueron desarrollados usando datos de resistencia a la fatiga y la máxima resistencia a la flexión de los dientes de engranajes plásticos elaborados por DSM. (Ver figura 10). Estos valores deben ser corregidos de acuerdo a cuatro factores que tienen en cuenta lo siguiente:

- La resistencia del material y la presencia o ausencia de lubricación.
- La velocidad de la línea de paso.
- La vida de servicio requerida
- La temperatura ambiente bajo las condiciones de servicio.



**Figura 10. Tensiones de flexión máximas en el diente en función de los ciclos de vida para engranajes de Nylon**

**Método 1: Reemplazo y existencia de engranajes metálicos.**

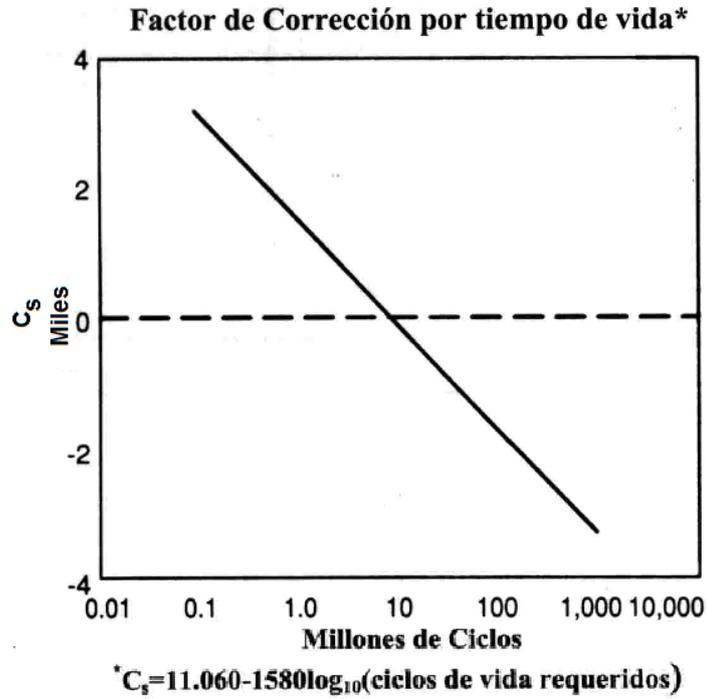
Paso 1: Localizar el valor del factor de corrección por la aplicación y material elegido.

$C_s$ - Factor de corrección por tiempo de vida, según la figura 11.

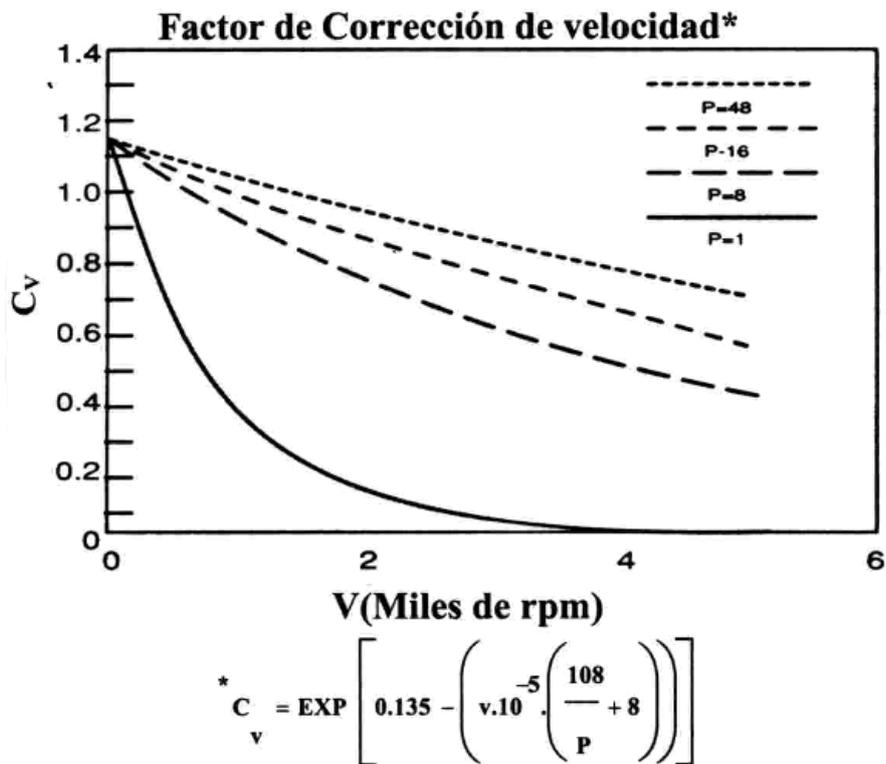
$C_v$ - Factor de corrección de velocidad, según la figura 12.

$C_m$ - Factor de corrección para la resistencia del material, según la tabla 6

$C_t$ - Factor de corrección por efecto de la temperatura.



*Figura 11. Factor de corrección por tiempo de vida*



*Figura 12. Factor de corrección de velocidad.*

**Tabla 6. Factor de corrección por la resistencia del material.**

<i>Condiciones de operación</i>			
Material	Sin lubricación	Lubricación periódica	Lubricación continua
Nylatron*NS/NSM	1	1	1.2
Nylatron*GS/GSM	0.49	0.94	1.26
MC*901/907 Nylon	0.49	0.94	1.26
Acetron*GP Acetal	*	*	1.04
Phenolic	*	0.96	1.13
UHMW-PE	*	*	0.75
*Datos no disponibles			

Si,  $T =$  Temperatura ambiental,  $C_t = 1$ .

Si, Temperatura ambiental  $< T < 200^{\circ}$  F, entonces:

$$C_t = \frac{1}{1 + \alpha \cdot (T - 100)}$$

Donde:

$\alpha = 0.022$  para Nylatron GSM, Nylatron NSM y MC Nylons.

$\alpha = 0.022$  para Nylatron GS, Propileno Nylon 101.

$\alpha = 0.022$  para Acetron GP Acetal

Paso 2: Calcular el torque máximo y potencia máxima para la transmisión por engranajes plásticos que va a servir como sustituta, para ello puede usarse la siguiente ecuación que no es más que la ecuación de Lewis.

$$1- T_{m\acute{a}x} = \frac{D_p \cdot f \cdot y \cdot [1985 + 64.1 + (C_s \cdot C_v \cdot C_m \cdot C_t)]}{2 \cdot P}$$

$$2- H_{m\acute{a}x} = \frac{D_p \cdot f \cdot y \cdot n \cdot [1985 + 64.1 + (C_s \cdot C_v \cdot C_m \cdot C_t)]}{126000 \cdot P}$$

Donde:

$T_{m\acute{a}x}$ - Torque máximo en ( lb ).

$D_p$ - Diámetro de paso ( pulg ).

$f$ - Ancho de la rueda ( pulg ).

$y$ - Factor de forma del diente.

$P$ - Diametral pitch.

$n$ - Velocidad angular en ( rpm ).

$H_{m\acute{a}x}$ - Potencia máxima en ( hp ).

## 6. Validación de los métodos a través de un ejemplo de cálculo de una transmisión por engranajes de plásticos sin corrección.

### 6.1 Datos de cálculo.

Con la intención de comparar los resultados del cálculo de tensión en la base del diente por las diferentes metodologías esbozadas anteriormente se procede a calcular, en una primera fase, las características geométricas de una transmisión de engranajes cilíndricos de dientes rectos, después se comprueba si para ese caso específico se pueden emplear engranajes plásticos y si es afirmativo, entonces por último se calcula la tensión por cada metodología.

Como datos auxiliares e hipotéticos se asume una transmisión por engranajes con las siguientes características:

$W = 5 \text{ Kw.}$   
 $ha^* = 1$   
 $b = 25,4 \text{ mm}$   
 $n_1 = 890 \text{ rpm}$   
 $c = 0.16$   
 $m = 4$   
 $\alpha_c = 20^\circ$

### 6.2- Cálculo geométrico.

a) Puede asumirse que la distancia entre centros es de 250 mm:  
Entonces:

$$aw = m \cdot \frac{z_p + z_c}{2} = \frac{m \cdot z_p (i + 1)}{2}$$

y partiendo de ello llegar a:

$$m \cdot z_p = \frac{2 \cdot aw}{i + 1} = 100$$

b) Teniendo en cuenta este producto se selecciona  $m = 4$  y se calculan  $z_p$  y  $z_c$ :

$$z_p = \frac{100}{m} = 25$$

$$n = \frac{z_c}{z_p}$$

$$z_c = 4 \cdot z_p = 100$$

c) Cálculo del diámetro de paso:

$$dp_1 = m \cdot z_p = 100$$

$$dp_2 = m \cdot z_c = 400$$

d) Cálculo del diámetro básico:

$$do = dp \cdot \cos \alpha_c$$

$$do_1 = dp_1 \cdot \cos 20^\circ = 93.97$$

$$do_2 = dp_2 \cdot \cos 20^\circ = 375.88$$

e) Altura del diente:

$$h = m \cdot (2 \cdot ha^* + c - \Delta y)$$

$$\Delta y = x \Sigma - y$$

Sustituyendo:  $h = 8,64$

f) Cálculo del diámetro interior:

$$di = dp - 2 \cdot m \cdot (ha^* + c - x)$$

$$di_1 = dp_1 - 2 \cdot m \cdot (ha^* + c - x) = 90.72$$

$$di_2 = dp_2 - 2 \cdot m \cdot (ha^* + c - x) = 390.72$$

g) Cálculo del diámetro exterior:

$$de = di + 2 \cdot h$$

$$de_1 = di_1 + 2 \cdot h = 108$$

$$de_2 = di_2 + 2 \cdot h = 408$$

### 6.3- Análisis de la posibilidad del uso de engranajes plásticos para la transmisión.

Una vez realizado el cálculo geométrico se comprueba si en la transmisión pueden emplearse engranajes plásticos.

#### I. Cálculo de la fuerza tangencial:

$$F_t = \frac{2000 \cdot M_2}{d_2}$$

$$M_2 = 9550 \cdot \frac{N_2}{n_2}$$

Sustituyendo valores en  $M_2$  :

$$M_2 = 214.64 Nm$$

Y por consiguiente:

$$F_t = 1073.03 N$$

## II. Comprobación de la posibilidad de utilización de engranajes de plástico en esta transmisión:

$$X = (D^2 \cdot F \cdot n) + (115 \cdot H \cdot Z)$$

**Donde:**

D - Diámetro del engranaje, en pulgadas.

F - Ancho del diente, en pulgadas.

n - Velocidad de la rueda, en rpm.

H - Potencia transmitida, en HP.

Z - Número de dientes de engranaje.

Si X es:

1 ó mayor - Se recomienda el uso del plásticos, específicamente de la firma Nylamid.

0,722 a 1 - El engranaje plástico funciona adecuadamente

0,445 a 0,721 - El engranaje tiene pocas propiedades para funcionar adecuadamente.

Menos de 0,445 - No debe usarse el plástico para reemplazar el metal.

Partiendo de los datos iniciales y del cálculo geométrico:

$$D = 3.94 \text{ pulg. } H = 6.71 \text{ HP}$$

$$F = 1 \text{ pulg. } Z = 25$$

$$n = 890 \text{ rpm}$$

Sustituyendo en la expresión anterior:

$$X = 33107.25$$

Por lo tanto como el resultado es mucho mayor que la unidad se pueden utilizar engranajes de plástico en esta transmisión

### 6.4- Cálculo de tensiones según el método de Dvorak:

El método empleado por Dvorak para calcular las tensiones de flexión en la base del diente para engranajes plásticos tiene en cuenta el régimen de trabajo de la transmisión, la geometría del diente y las condiciones de servicio. Haciendo uso de la ecuación:

$$S = \frac{55(6+V)WPC_s}{FV} \leq [S_s]$$

$C_s$  se selecciona a través de la **tabla 1** asumiendo que la transmisión trabaja de 8-10 h y que tiene un tipo de carga constante.

$$C_s = 1$$

Y se determina a través de la **tabla 2**:

$$Y = 0.342$$

La velocidad en el polo puede calcularse a través de la siguiente ecuación:

$$V = w_1 \cdot \frac{de_1}{2} = 990.71 \text{ pie} / \text{min}$$

Y a su vez P:

$$P = \frac{25.4}{m} = 6.35$$

Sustituyendo estos valores en la ecuación de Dvorak:

$$S = 6883 \text{ lb/pulg}^2 = 47.45 \text{ MPa}$$

### 6.5- Cálculo de tensiones Según el método de Kelley:

Kelley en su metodología para el cálculo de tensiones de flexión de engranajes plásticos tiene en cuenta solo la geometría, en forma y dimensiones, del diente y la carga a la cual está sometido. A través de la ecuación que a continuación se enuncia:

$$\sigma = \frac{FP}{fY} \leq [\sigma]$$

Se tiene que:

$$F = 1073.03 \text{ N} = 241.23 \text{ lb}$$

Y sustituyendo los valores ya obtenidos:

$$\sigma = 4478.78 \text{ lb/pulg}^2 = 30.88 \text{ MPa}$$

### 6.5- Cálculo de tensiones según el método de Faires:

En la metodología propuesta por Faires se considera que sólo la carga, teniendo en cuenta el efecto dinámico, y la forma del diente tienen influencia sobre la tensión en la base del diente.

Este método contempla los siguientes cálculos:

1. Primeramente se calcula la carga dinámica a través de la ecuación:

$$F_d = \frac{(200 + 3,28V)F_t}{200 + 0,82V}$$

Se tiene que:

$$V = 301.97 \text{ m/min}$$

$$F_t = 109.42 \text{ Kg}$$

Entonces sustituyendo en 3.3:

$$F_d = 291.01 \text{ Kg}$$

2. Esta carga dinámica posteriormente se iguala a la carga actuante y se obtiene la ecuación:

$$F_s = \frac{SbYm}{10}$$

Entonces se puede despejar S.

$$S = \frac{10.F_d}{b.Y.m}$$

Teniendo en cuenta que Y = 0.58 por la **tabla 4** y sustituyendo los valores en S:

$$S = 493,67 \text{ Kg/cm}^2 = 48.41 \text{ MPa}$$

### 6.7- Cálculo de tensiones según el método de Moya:

La condición de resistencia de una pareja de engranajes plásticos está dada por la ecuación siguiente y tiene en cuenta la geometría de la pieza, el régimen de trabajo y las condiciones de servicio:

$$\sigma = \frac{FC_s}{mbYn} \leq [\sigma]$$

Con los datos del problema, y tomando n=1,5 se obtiene:

$$\sigma = 46,3217 \text{ Mpa}$$

### 6.8- Método de cálculo según el método de Carboplast.

Para obtener el ciclo de vida de un piñón fabricado en PROLON, se calcula el esfuerzo básico admisible en la raíz del diente empleando para ello una modificación de la fórmula de Lewis.

Fijando el valor calculado en el eje vertical de la Figura.6, se lee su proyección en el eje horizontal de acuerdo al módulo específico del piñón y se determina el ciclo de vida en función de los esfuerzos, los cuales pueden convertirse, de acuerdo a la velocidad, a tiempo de vida esperada.

Se calcula PLV a través de la ecuación:

$$PLV = \frac{\pi \cdot PD \cdot N}{60000} [m/s]$$

$$PLV = 4.6 \text{ m/s}$$

Se tiene que:

$$HP = 6.71 \text{ hp.}$$

$$F = 25.4 \text{ mm.}$$

Y = 0.575, por la figura 7.

C1 = 1.45, por la figura 8.

C2 = 1.30, por la figura 9.

Por lo tanto sustituyendo en la ecuación:

$$S = \frac{145000000 \cdot HP}{PD \cdot M \cdot F \cdot Y \cdot n} \cdot C_1 \cdot C_2$$
$$S = \frac{145000000 \cdot 6.71}{100 \cdot 4 \cdot 25.4 \cdot 0.575 \cdot 890} \cdot 1.45 \cdot 1.30$$

S = 352.74 kgf/cm<sup>2</sup>

S = 34.59 Mpa

## 7. Cálculo de las Tensiones mediante el Método de los elementos finitos (MEF).

### 7.1 Consideraciones previas.

Antes de comenzar a resolver un problema mediante cualquier programa de Elementos Finitos conviene reflexionar sobre una serie de puntos.

#### ¿Qué se pretende con el análisis?

Determinar tensiones, obtener distribuciones de temperatura, ver cómo evoluciona el sistema, calcular frecuencias y modos propios, etc. Esta pregunta determinará el tipo de análisis a realizar.

#### ¿Cómo va a ser la geometría que se va a analizar?

Seguramente se conoce la geometría real del problema, pero a la hora de realizar su análisis se debe simplificar al máximo en función del objetivo del análisis, ya que la mayoría de los detalles son superfluos y lo único que conllevan es un consumo excesivo de tiempo de cálculo y de espacio de almacenamiento. Para ello se debe buscar posibles simetrías, antisimetrías, axisimetrías del problema, problemas de tensión o deformación planas, eliminación de detalles superfluos: radios de acuerdo, entallas, etc. Una vez estudiada la geometría se puede decidir el o los tipos de elementos a utilizar, las características de los mismos, así como las propiedades de él o los materiales (módulo de elasticidad, conductividad, etc.) a emplear.

#### ¿Qué condiciones de contorno se impondrán sobre el sistema a estudiar?

Las condiciones de contorno, aunque conocidas, se debe estudiar si son o no importantes o influyentes en el tipo de análisis que se va a realizar (puede darse el caso, por ejemplo, de que el sistema esté sometido a un cambio brusco de temperatura, pero que se desee realizar un análisis nodal para conocer sus frecuencias naturales, en cuyo caso el resultado es independiente de esta condición). Una vez decididas las condiciones de contorno hay que estudiar la forma de aplicarlas, si representan las condiciones reales del problema, si existe equilibrio (en el caso de que sea un análisis estático), etc.. La imposición de condiciones de contorno apropiadas es una de las decisiones más complejas a la hora de realizar un análisis por elementos finitos.

#### ¿Qué resultados se espera obtener?

Para poder saber si se ha realizado correctamente el análisis o si representa bien la realidad, se debe tener una idea de cómo va a responder. Por ejemplo, si se está analizando una tubería sometida a presión interior y los resultados indican que disminuye el radio entonces hay que darse cuenta de que se ha modelado mal el sistema, bien en la aplicación de las cargas, en el mallado, etc. Una vez establecidos estos puntos se está en disposición de realizar el Análisis por Elementos Finitos.

### 7.2- Cálculo de tensiones de flexión en el diente del piñón a través del MEF.

Tomando como guía la metodología del epígrafe anterior se calculan las tensiones que se generan en el diente del piñón.

#### 7.2.1 - Modelo usado.

Para el cálculo se tiene en cuenta la transmisión por engranajes que a manera de ejemplo se viene analizando por los diferentes métodos, donde el piñón, que es el objetivo, tiene los siguientes parámetros:

Número de dientes:  $Z = 25$

Módulo:  $m = 4$

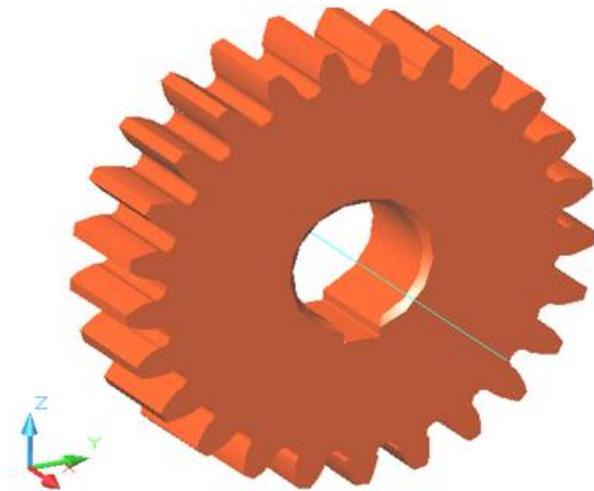
Ancho:  $b = 25.4\text{mm}$

$ha^* = 1$

$c = 0.16$

$\alpha_c = 20^\circ$

Con estos datos y utilizando el Mechanical Desktop, por las facilidades que brinda para el diseño en 3D, se dibuja el piñón (figura 13 a). Como se puede observar, el piñón tiene una configuración simétrica y por tanto, para realizar el análisis a través Cosmos Design Star se puede utilizar la geometría de un diente (figura 13 b) con el objetivo de simplificar los cálculos.



**Figura.13 a: Modelo del piñón que se está evaluando**



**Figura.13 b: Modelo de un diente del piñón**

Una vez concebida la configuración que va a ser objeto de análisis, se exporta para el Cosmos Design Star y se continúa con el procedimiento.

Se genera automáticamente la malla, y se introduce como material Nylon 6/10

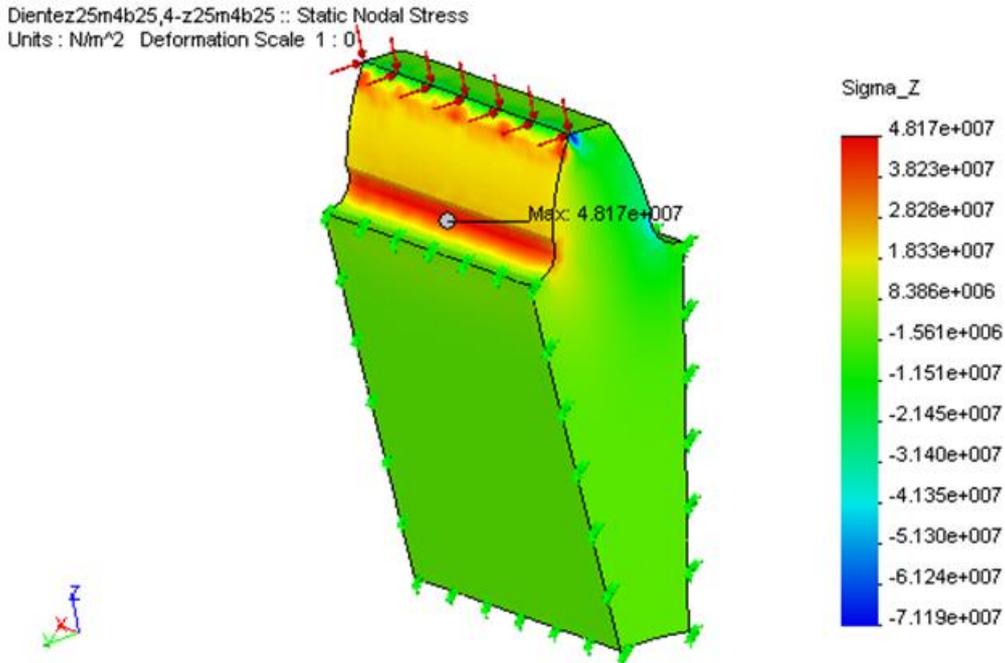
#### **7.2.2- Condiciones de contorno**

Derivado de las condiciones de apoyo de la rueda se restringen los seis grados de libertad de movimiento en el área correspondiente al diámetro interior y producto del corte de una parte del volumen de la pieza se restringen los dos de movimiento transversal en el área sobre los planos de

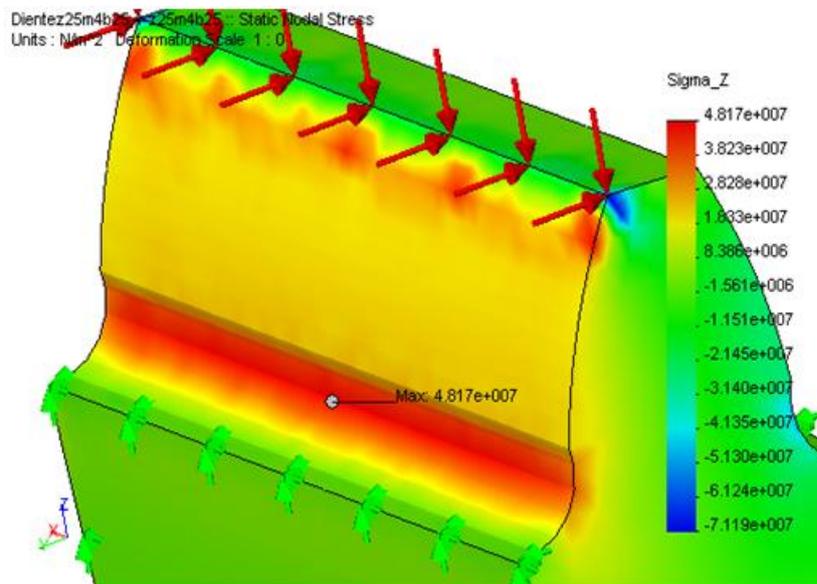
corte. La fuerza tangencial actuante sobre el diente resulta ser de 1073 N, según el cálculo, y se coloca en la arista superior, perteneciente al diámetro exterior, teniendo en cuenta que a la entrada del engrane entre los dientes es cuando se produce el mayor momento flector en la base del diente.

### 7.2.3- Resultados del cálculo.

Una vez que todas las condiciones están dadas se pueden apreciar los resultados del comportamiento de las tensiones en todo el volumen del diente (figura 14) y en la figura 15 se hace un detalle de una zona de la base del diente (**Detalle I**), que según se observa es la más cargada. El resultado de esta tensión, la máxima en la base del diente, es aproximadamente 48.17 MPa.



**Figura 14. Resultado del cálculo de tensiones por el método de los elementos finitos a través del Cosmos Design Star**



**Figura 15: Detalle de la Zona I.**

### 8- Comparación entre los resultados del MEF y los diferentes Métodos.

Con el objetivo de comparar los resultados se determina cuanto representa cada resultado obtenido en el epígrafe 3.6 con respecto al valor obtenido a través del MEF (Tabla 7):

**Tabla 7: Resumen de resultados con respecto al MEF.**

	Método de Dvorak	Método de Kelley	Método de Faires	Método de Moya	Método de Carboplast	MEF
Resultado(MPa)	47,45	30.88	48,41	46, 32	34. 59	48,17
% de diferencia	1,5	13,3	0,49	3,84	28,18	0

**Conclusiones:**

- ◆ La selección adecuada del material plástico para fabricar una pareja de engranajes es un aspecto decisivo y al cual el diseñador debe prestar cuidadosa atención
- ◆ Las fallas de los engranajes plásticos tienen un carácter muy similar a las de los engranajes metálicos, aunque en el caso de los plásticos hay que tener en cuenta aspectos tan importantes como la elevación de la temperatura y el ablandamiento y deformación del material. La falla esencial de los engranajes plásticos es la fractura de los dientes y por tanto los métodos existentes en la literatura están encaminados a prevenir dicha falla. Existen varios métodos reportados oficialmente para calcular engranajes plásticos, sin embargo todos ellos se basan en la ecuación original de Lewis para el cálculo a flexión.
- ◆ En los engranajes plásticos la geometría juega un papel fundamental, ya que se pueden hacer modificaciones que no siempre se pueden hacer en los engranajes metálicos.
- ◆ Existen diferentes métodos de cálculo para determinar las dimensiones de los engranajes plásticos en función de la sollicitación de potencia, arrojando resultados diferentes en para cada método. Los métodos más precisos son el de Dvorak, el de Faires y el de Moya
- ◆ El uso de las correcciones del dentado podría alargar considerablemente la vida de los engranajes plásticos, esencialmente aumentando la resistencia a la flexión que es la falla fundamental.

**Bibliografía:**

- 1.- AGMA Technical paper 93FTM12. The Generation of Precision Spurs Gears Through Wire Electrical Discharge Machining.
- 2.- Aguirre Esponda, Guillermo. Diseño de elementos de máquinas. Editorial Trillas, 1990, México.
- 3.- Airapetov, E. L.. Influencia de las deformaciones elásticas de los dientes en los parámetros de contacto de los dientes en transmisiones cilíndricas de dientes rectos. Revista Viestnik Mashinostroienia, 8, 1990.
- 4.- Alexander Kapelevich. Geometry and design of involute spur gears with asymmetric teeth. 1999 Elsevier Science Ltd.
- 5.- ANSI/AGMA 1006-A97. Annex F. Generating Gear Geometry without Racks.
- 6.- ANSI/AGMA 1006-A97. Tooth Proportions for Plastic Gears. ISBN: 1-55589-684-7. Pages 47.
- 7.- Bragin, V.V.. Determinación de las cargas específicas y tensiones en los dientes de una transmisión dentada cilíndrica de dientes rectos . Revista Viestnik Mashinostroienia #7, 1984.
- 8.- Bragin, V. V.. Resistencia a la flexión y rigidez del diente de ruedas cilíndricas de dientes rectos. Revista Viestnik Mashinostroienia, N° 11, 1987.
- 9.- Broersma, I.. Design of gears. Editorial Industrial Press Inc., New York, 1975.
- 10.- Buckingham E.. Manual of Gear Design. Editorial Industrial Press Inc.. New York 1971.
- 11.- Charles A. Yoerkie, Anthony G. Chory. Acoustic vibration characteristics of high contact ratio planetary gears. The Journal of American Helicopter Society. 40 (1984) 19.32.
- 12.- Cherkashin, B. P.. Optimización multicriterial de las transmisiones por engranajes. V.M., N°

- 1, 1988.
- 13.- Cherkashin, B. P.. Selección de los coeficientes de corrección óptimos para los dientes de un engranaje. *Viestnik Mashinostroienia*, N° 8, pp. 84-95, 1980.
  - 14.- Crippa, G. and P. Davoli. Fatigue resistance of polyamide 66 gears. *Kunststoffe*. 1991. 81. 147.
  - 15.- Deutschman, Aaron D., Michels, Walter J., Wilson, Charles E.. *Diseño de máquinas*. Editorial CECSA, 1985, México.
  - 16.- Dorofieiev, V. L.. Bases de cálculo de fuerzas y tensiones durante el contacto de las transmisiones cilíndricas dentadas. *Revista Viestnik Mashinostroienia*, N° 3, 1983.
  - 17.- Drosdov, Y.. Diferentes métodos de cálculo de desgaste en ruedas dentadas. *V.M.*, N° 11, 1991.
  - 18.- DSM. *Engineering Plastic Products*. 1999.
  - 19.- Dudley, D.W.. *Manual de Engranajes: Diseño, Manufactura y Aplicación de Engranajes*. Continental, S.A.. México 1980.
  - 20.- Dvorak Paul. More bite for Plastic Gears. *Machine Design*. Enero 1988.
  - 21.- E. Buckingham. *Analytical Mechanics of Gears*. Dover, New York, 1963.
  - 22.- Faires, V. M.. *Diseño de elementos de máquinas*. Editorial Limusa, 1998.
  - 23.- "Friction in toothed gearing". *Rev. of the ASME*, Vol. 8, pag. 45, 1887 y Vol. 9, pag. 185, 1888.
  - 24.- Fritzinger Dan. What to put on parts prints of plastic gears. *Machine Design*. November 1998.
  - 25.- Fuentes Aznar, A.. *Modelo de Cálculo a Flexión de Engranajes Cilíndricos de Perfil de Evolvente*. Tesis Doctoral, U.N.E.D.. Madrid, 1996.
  - 26.- Fuentes, A., Pedrero, J.I., *Análisis de la Tensión de Flexión en Engranajes Cilíndricos de Perfil Evolvente*. *Anales de Ingeniería Mecánica*. Vol. 2, pp. 146-151. 1996.
  - 27.- García Masiá, C.. *Optimización del Diseño de Engranajes por Análisis Paramétrico*. Tesis Doctoral. U.N.E.D.. Madrid, 1994.
  - 28.- Gary E. O'Connor. TPEs challenge the Thermosets. *Machine Design*. September 11, 1986.
  - 29.- González Rey, G.. *Apuntes para el Cálculo de Engranajes Cilíndricos según la norma I.S.O. del Comité Técnico 60*. E.P.U. de Zamora. I.S.P.J.A.E.. Ciudad Habana, 1988.
  - 30.- GOST 21354-87. *Cálculo de Transmisiones por Engranajes Cilíndricos de Dientes Rectos de Perfil de Evolvente*. Gosudartsviennij Standart. Moscú, 1989.
  - 31.- Goytisoló R., Moya Rodríguez J. L.. *Influencia de la corrección en la lubricación de las transmisiones por engranajes*. CENTRO. UCLV. 1976.
  - 32.- Goytisoló R., Moya, J.L.. *Cálculo de la corrección de altura en los engranajes*. *Tecnología Mecánica*, N° 1, pp. 44-48, 1991.
  - 33.- *Guide to the Thermoplastics*. *Machine Design*. April 14, 1988.
  - 34.- Henriot G.. *Manual Práctico de Engranajes*. Editorial Marcombo. Barcelona 1977.
  - 35.- Henriot G.. *Traité Théorique et Pratique des Engrenajes*. Villars, Paris 1991.
  - 36.- Intech power. (<http://www.intechpower.com>).
  - 37.- Jorge Moya, Rosendo Franco, Feliberto Fernández. *Particularidades del cálculo de engranajes plásticos*. UCLV.
  - 38.- Kenneth N. Norman, Jr., Tsung Y. Pan. Applying FEA to Elastomer Design. *Machine Design*. October 1988.
  - 39.- Kleiss Gears, Inc.. *New Opportunities with Molded Gears*.
  - 40.- Kleiss Roderick and Jack, Scott Hoffman. *The Generation of Precision Spur Gears Through Wire Electrical Discharge Machining*. 1993 Technical Conference of the AGMA.
  - 41.- Kleiss Roderick E.. *Must You Use Metal?*. *Design Engineering*. Marzo 2001.
  - 42.- Kleiss Roderick. *The effect of thermal shrink and expansion on plastic gear geometry*. 1993 AGMA conference on gearing.
  - 43.- Kelley John W. *Polymers get in gears*. *Machine Design*. Enero 1998.
  - 44.- Kojic, M.. *Métodos numéricos y experimentales para la determinación de la concentración de tensiones en ruedas dentadas con dientes oblicuos y rectos*. Evento sobre transmisiones dentadas. Dresden, 1983.
  - 45.- Kopf, L.A.. *Determinación de las cargas en el desgaste progresivo en las transmisiones dentadas*. *Revista Viestnik Mashinostroienia*, N° 1, 1985, Moscú.
  - 46.- Kudriatzev, V.N.. *Acerca del problema de la valoración exacta de la capacidad portadora de las transmisiones dentadas cilíndricas*. *Revista Viestnik Mashinostroienia* #3. 1983.
  - 47.- Kudriatzev, V.N.. *Elementos Máquinas*. Mashinostroienie. Leningrado. 1980.

- 48.- Lafont, P.. Cálculo de Engranajes Paralelos. ETSII. Madrid, 1993.
- 49.- Lewis, W., Investigation of Strenght of Gear teeth. Proc. of Engineers Club. Philadelphia.P.A.. pp. 16-23. 1892.
- 50.- Litvin F.L.. Teoría de los engranajes. Editorial Nauka. Moscú 1968.
- 51.- Litvin, F.L., Chen, J.S., Lu, J.. Application of Finite Elements Method for Determination of Load Share, Real Contact Ratio, Precision of Motion, and Stress Analysis. Journal of Mechanical Design, Vol. 118, pp 561-567. 1996.
- 52.- Llanos Soriz, J. A.. Método de determinación de las correcciones empleando el criterio del deslizamiento específico. Construcción de Maquinaria, Nº 1, UCLV, 1987.
- 53.- LNP Engineering Plastics. A guide to plastic gearing..
- 54.- Machado Rodríguez, A., Moya Rodríguez, J.. Optimización de los engranajes cilíndricos de dientes rectos de los molinos de caña de azúcar. Centro Azúcar, Nº 2, 1998.
- 55.- Mao. K.. C.J. Hooke and D. Walton. The wear behaviour of polymer composite gears. Synthetic Lubrication. 1995. 12(4). 337.
- 56.- Materials Reference Issue. Machine Design. April 14, 1988.
- 57.- Mott, Robert L.. Diseño de elementos de máquinas. Editorial Prentice Hall, 1995.
- 59.- Moya, Velázquez, Franco. Engranajes plásticos, una solución importante para la Industria Azucarera.UCLV, Cuba. UV, México.
- 60.- Muthukumar, R., Rhagavan, M.R.. Estimation of Gear Tooth Deflection by the Finite Elements Method. Mechanism & Machine Theory, Vol. 22, pp 177-181. 1987.
- 61.- Nylamid. Plásticos de Mantenimiento. México.
- 62.- O. DiFrancesco, S. Marini. Structural análisis of asymmetrical teeth: reduction of size and weight. Gear Technology 14(5) (1997) 47-51.
- 63.- Orthwein, William C.. Diseño de componentes de máquinas. Editorial CECSA. 1996, México.
- 64.- P. L. Litvin. Gear Geometry and Applied Theory. Prentice Hall, Englewood, NJ, 1994.
- 65.- Petrovskij, A. N.. Acerca de la optimización de las transmisiones por engranajes de varios pasos. V.M., Nº 10, 1987.
- 66.- Prokop Sroda. Stopping tooth fractures before they start. Machine Design. March 2002.
- 67.- Reshetov, D.. Elementos de Máquinas. La Habana. Editorial Pueblo y Educación. 1985- 829.
- 68.- RTP. Mold Design And Processing Conditions. February 2000.
- 69.- Shuvalov S.A.. Investigación de tensiones en dientes flexionados de una corona por el método de los elementos finitos. Revista Viestnik Mashinostroienia. Moscú, 1983.
- 70.- Smith, Zan.. Gearing up with plastics. Mechanical Engineering
- 71.- Spotts M.F.. Design of machine elements. Editorial Prentice Hall. Englewood Cliffs. New Jersey 1990.
- 72.- Spotts, M.F, Shoup, T.E. . Elementos de máquinas. Editorial Prentice Hall, 1999, México.
- 73.- Thomas Yeh, Daniel CH. Yang, Shih-His Tang. Design of new tooth profile for high load capacity gears. Mechanism and Machine Theory. June 2001.
- 76.- Ustinenko, V.L.. Acerca de las tensiones de flexión en dientes de contorno modificado. Revista Viestnik Mashinostroienia #12. 1968.
- 77.- Wellauer, E.J., Seireg, A.. Bending Strenght of Gear Teeth by Cantiliver-Plate Theory. ASME Journal of Engineering for Industry, Vol. 82, pp 205-212. 1960.
- 78.- What Wears Out Plastic Gears. Machine Design. August 1996.
- 79.- Wilcox, L., Coleman, W.. Application of Finite Elements to the Analysis of Gear Tooth Stresses. ASME Journal of Engineering for Industry, Vol. 95, pp 1139-1148. 1993.
- 80.- Yong Kang Chen, Nick Wright, Chris J. Hooke and Stephen N. Kukureka. Failure Mechanisms in Plastic Gears. Gear Technology. January/February 2002.
- 81.- Zablonki, K. I.. Cálculo automatizado del coeficiente de concentración de tensiones en transmisiones dentadas. Revista Viestnik Mashinostroienia, Nº 1, 1983.
- 82.- Zirpke K.. Zahnradler. Veb Fachbuch Verlag. Leipzig 1980.