Rafael Riofrío Tacuri 

Hacia una Cultura Didáctica de la Matemática

ESTRATEGIAS PARA LA ENSEÑANZA DE LA MATEMATICA EN EDUCACION BASICA

(DOCUMENTO RECOMENDADO PARA TRABAJAR EN TALLERES)

"Enseñar no es transferir conocimiento, sino crear las posibilidades de su producción o de su construcción...

Quien enseña, aprende al enseñar y quien aprende enseña al aprender...

Enseñar no existe sin aprender y viceversa..."

Paulo Freire

LOJA, FEBRERO DE 2006

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN.

La educación y la enseñanza han venido cambiando a lo largo de la historia como respuesta a los diferentes procesos sociales, políticos, económicos y científicos. En la actualidad se viven los primeros pasos hacia un cambio radical en la forma tradicional de enseñanza y como consecuencia se empieza a desplazar el conjunto de conocimientos rígidos centrados en el dominio de técnicas y en el desarrollo de habilidades mecánicas hacia el desarrollo de habilidades intelectuales y la formación de capacidades y actitudes que favorezcan el aprendizaje conciente, la autonomía y la toma racional de decisiones.

Se reconoce la necesidad de trabajar en la búsqueda de estrategias que conlleven al logro de un aprendizaje sólido y duradero, que permita al y la estudiante ser activo y artífice de su proceso cognitivo.

El presente documento tiene como propósito principal COMPARTIR las enseñanzas recibidas en el Primer Curso de Estrategias para la Enseñanza de la Matemática para la Educación Básica, organizado por la Organización de Estados Americanos a través del Instituto de Estudios Avanzados para las Américas INEAM sede Argentina. Además para explicar por qué la matemática es una ciencia útil y sencilla y también que no existe razón para complicarnos la vida y sobre todo, para complicársela a nuestras y nuestros estudiantes. Entre los objetivos se pretende: Primero; ubicar el aprendizaje de la matemática dentro del desarrollo del pensamiento del niño. Segundo; se espera aportar elementos metodológicos y de contenidos para que la enseñanza de la matemática en la escuela primaria, responda al contexto y a las necesidades de nuestra población. Tercero; se intentará terminar con el mito de que la matemática es muy difícil.

Los contenidos preparados en este documento son referidos a los siguientes temas: Iniciamos a manera de reflexión cuestionando nuestra tarea en el aula y nuestro rol; La matemática en la escuela, revisamos un poco de historia y los principios de la enseñanza de la matemática; Sugerencias didácticas para la enseñanza de la matemática, cómo enseñar los conceptos matemáticos básicos; y, Estrategias de enseñanza, sus aspectos preliminares y detallamos varios ejemplos. Finalmente a manera de conclusión se incluyen algunas sugerencias didácticas de Javier Peralta.

La metodología que se ha propuesto para el presente taller, es en base a la participación activa de los talleristas, aunque en realidad es abierta y flexible a fin de adaptarse a las necesidades que surjan durante el proceso. Al final de algunas temáticas se proponen algunas sugerencias de trabajo, para las cuales se dará un tiempo prudencial para el desarrollo de las actividades. Luego, en plenarias, se enriquecerán los aprendizajes con la participación general. En cuanto al refuerzo por parte del mediador, éste se orientará en el sentido de conllevar a la reflexión e intercambio de experiencias de los y las participantes. Y finalmente, respecto a la tercera parte, se invita a que las estrategias de enseñanza y otras actividades propuestas sean adaptadas por los participantes mediante contenidos específicos según los años de educación básica en los que trabajan.

Cabe resaltar que lo que nos proponemos es una tarea muy importante: después de tantos años de temerle a la matemática, queremos que todos lleguemos a quererla.

¿Quiere compartir con nosotros esta experiencia y aportar con las suyas?

¡Entonces, empecemos ahora!

A MANERA DE REFLEXIÓN

1. ¿Cuál es el rol del maestro y de la maestra en la generación de un ambiente favorable en el aula?

   ……

2. ¿Qué tipo de relaciones deben darse entre los y las integrantes del aula?

   ……

3. ¿Cómo se debería presentar el contenido de una unidad concreta?

   ……

4. ¿Cuál debería ser el rol del maestro o maestra en el desarrollo del tema que se está tratando?

   ……

5. ¿Qué tipo de participación deben tener los y las estudiantes en la planificación de un tema?

   ……

6. ¿Qué es lo más importante que debería aprender el o la estudiantes?

   ……

7. ¿Cómo cree que aprenden mejor los y las estudiantes?

   ……

8. Procure describir la dinámica habitual de la clase en el desarrollo de una actividad.

   ……

9. ¿Qué papel desempeñan las matemáticas en el entorno cotidiano de los y las estudiantes?

   ……

10. ¿Conocen sus estudiantes cómo van ha ser evaluados?

   ……

SUGERENCIA DE TRABAJO No. 1

1 Para comprender la importancia que tiene el aprendizaje y la enseñanza de la matemática, en grupos de tres a cinco docentes dé respuestas reflexivas a las preguntas anteriores.

1.1 IMPORTANCIA DE LA MATEMÁTICA

Desde que el hombre apareció en este mundo, tuvo noción de ubicación, así como de conceptos cuantitativos, esto lo llevó a crear la ciencia matemática como la disciplina del pensamiento lógico, deductivo, analítico y conceptual.

La matemática, como expresión de la mente del hombre, refleja la voluntad y el desarrollo de una perfección, busca organizar los hechos dentro de un orden general, haciendo uso de lo siguiente: La lógica, la intuición, la generalidad y la particularidad; resultando así que la matemática es indispensable e importante en la vida cotidiana del hombre, considerando su valor e importancia, desde buscar los procedimientos, las técnicas y los pasos para la enseñanza de la matemática, en forma amena y con resultados positivos, de allí es donde surge la didáctica de la matemática.

Al darle su valor se considera:

- Que la matemática es más que una materia o área de aprendizaje; es una disciplina cultural.
- Que es un método de investigación, a la vez que un cuerpo de conocimientos, principios y conceptos.
- Que se debe considerar como una ciencia básica, es decir, un sistema de conocimientos que permiten comprender los valores fundamentales que se relacionan con los conceptos.
- Que se debe de organizar y enseñar con el fin de ofrecer a los niños, experiencias vitales para resolver problemas, de manera que la matemática contribuya al desarrollo de las habilidades intelectuales específicas de los niños.

Pero quizá lo más importante de la enseñanza de la matemática es precisamente la utilidad que tiene en la vida diaria, en la vida común de todos. Cada día necesitamos de la matemática, aunque a veces no reflexionemos en ello. La matemática es una práctica diaria, no es algo extraño que la escuela enseñe por primera vez a los niños y niñas cuando llegan a sus aulas. La matemática no la inventó la escuela pues es mucho más antigua que ella.

Ahora bien, hacia dónde nos lleva el estudio de esta ciencia: Bueno, es muy sencillo, nos lleva hacia su correcta aplicación en la vida y hacia el descubrimiento de verdades que tienen mucho que ver con la propia vida de la humanidad.

1.2 VALORES DE LA MATEMÁTICA EN LA FORMACIÓN INTEGRAL DEL ESTUDIANTE

El proceso de creación y recreación del conocimiento está dirigido por los intereses personales que por fortuna están íntimamente vinculados con la razón, la voluntad y el afecto. J. Habermas en su obra “Conocimiento e intereses” plantea que existen tres tipos de intereses constitutivos del conocimiento, que se agrupan en tres grandes categorías, a saber:

- INTERÈS TÉCNICO. Se refiere a una concepción objetivista de la relación sujeto con la realidad, en donde el valor del conocimiento surge en función de saberes estratégicos, actuaciones técnicas y situaciones concretas.
- INTERÉS PRÁCTICO. Apunta a la compresión simbólica del mundo, en la que el sujeto tiene un rol activo, en tanto se involucra en los procesos de transformación de significados a partir de una interacción permanente con el medio. Tiene que ver con la capacidad de interpretar significados para elaborar juicios.

- INTERÉS CRÍTICO. Se vincula con la autonomía del pensamiento y de la acción que se concreta en la autorreflexión. Implica el cuestionamiento de lo evidente, la capacidad de capturar lo oculto, de reconocer lo contingente y de imaginar las alternativas prácticas para anticipar movimientos y diseñar alternativas de transformación.

Se reconoce a la matemática tres valores fundamentales: formativo, instrumental y social. Estos están en relación a los tres tipos de intereses señalados por J. Haberlas.

- VALOR INSTRUMENTAL (interés técnico). El conocimiento matemático es utilizado como herramienta para enfrentar y resolver problemas. Resulta fundamental para poder avanzar en los procesos de aprendizaje de la propia disciplina.
- VALOR SOCIAL (interés práctico). Los conocimientos matemáticos son un medio para interpretar el entorno y comunicarse con él. Permiten atender las demandas reales del entorno.
- VALOR FORMATIVO (interés crítico). El conocimiento matemático favorece el desarrollo del sentido crítico, la confianza en las propias posibilidades y la autonomía intelectual. Se promueve el pensamiento lógico y el juicio crítico.

1.3 LA MATEMÁTICA COMO HERRAMIENTA Y COMO OBJETO CULTURAL

Tradicionalmente en nuestras escuelas se ha considerado el conocimiento matemático como instrumental. Su dominio permitiría adaptarse a las exigencias de la vida en sociedad. Es sin embargo indiscutible que en nuestra sociedad actual la matemática, como objeto de conocimiento científico, interviene en todas las áreas de investigación.

Aprender matemática es una actividad intelectual cuya consecuencia final es la disponibilidad de un conocimiento en su doble status de herramienta y de objeto. Cuando se piensa en resolver un problema se le está dando a la matemática la categoría de herramienta, cuando se la piensa como objeto científico, se le está dando el significado teórico.

Ambos aspectos no pueden pensarse separadamente. A. Ferreiro anota que “El status de herramienta solamente es alcanzado si hay disponibilidad del conocimiento, es decir, si puede utilizarse en condiciones diferentes de aquellas en la que se generó. Para ello es necesario pasar por un proceso de descontextualización y despersonalización. En este proceso se identifica el concepto, se reconoce su sentido (nivel semántico), se le da nombre y se reconocen las reglas de ese lenguaje (nivel sintáctico); se va haciendo más abstracto y más general”.

Ese proceso que organiza el maestro o maestra en la situación de enseñar, es en definitiva el proceso de institucionalización del conocimiento.

SUGERENCIA DE TRABAJO No. 2

Organizados en grupos pequeños:

1. ¿Desde cuándo el ser humano hizo uso de la matemática y para qué cosas?
2. ¿Cómo haríamos para vivir si no existiera la matemática, en qué nos afectaría?
3. ¿Qué cosas sabe el niño o niña de matemática, antes de llegar a la escuela primaria, o no sabe nada?
4. Reflexione acerca de la relación entre los intereses constitutivos y los valores fundamentales de la matemática.
5. Ejemplifique el papel de la matemática en su doble status como herramienta y como objeto.

1.4 PRINCIPIOS DE LA DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA

Muchas veces tenemos la mejor intención para hacer el trabajo docente, pero simplemente no contamos con determinados lineamientos que sirvan de guía para todo el proceso. Es muy común cometer errores graves por desconocimiento de las formas de enseñanza más adecuadas, esos errores se pagan muy caro, y quienes los pagan son los y las estudiantes. Por eso he considerado de vital importancia tener en cuenta siempre, los siguientes principios que ayudarán a desarrollar un aprendizaje más adecuado.

Veamos estos principios que se deben tener presente siempre durante la enseñanza de la matemática:

1. El aprendizaje en general incluido el de la matemática debe ser coherente con el desarrollo del pensamiento lógico del niño o niña.

Para esto, recordemos la teoría de Piaget. No podemos ignorar que permanentemente el pensamiento del niño está desarrollándose, por eso, la educación no puede quedarse estática. Es necesario tener en cuenta las características principales de cada una de las etapas del desarrollo lógico, según esa base debe estar organizado el programa de estudios de matemática en cada año de educación básica.

Recordemos rápidamente que en la edad de la educación preprimaria y primaria, el niño o niña no ha llegado a desarrollar su pensamiento abstracto como el concreto, por lo tanto, tiene grandes dificultades para atender a los planteamientos que requieren de abstracciones, necesita que todo sea en concreto, por medio de objetos. Por ejemplo: **Sumar**, es una palabra que no tiene ningún significado para él. Hacer varias sumas, por más que se repitan, tampoco tiene ningún sentido. Lo que esto quiere decir es que para el aprendizaje de la matemática en estos niveles, es necesario recurrir a lo concreto, a lo que el niño o niña pueda tocar, mover, sentir, lo que él o ella conozca y lo que para él o ella tenga también un sentido porque su pensamiento se encuentra en una fase de desarrollo que requiere de ese tipo de actividades para su comprensión.

Veámoslo de esta manera: **Sumar** es un concepto; **tener una piña y agregarle otra** es una operación mental. Lo que el niño o la niña puede comprender es la actividad, porque conoce las piñas y porque las puede observar, tocar, juntar, separar, etc. Mientras que el concepto es un vacío, lo comprenderá más adelante.

2. El aprendizaje de la matemática debe ir de lo más sencillo a lo más complejo.

Sin duda, se debe iniciar con lo que es conocido y con lo que requiere sólo de una actividad mental a la vez: agregar, quitar, señalar, separar, etc., en vez de iniciar como lo hace esta maestra tradicional:

> *"La profesora Guillermina tiene más de veinte años de trabajar en una escuela. Este año está a cargo de tercer grado. Siempre ha presumido de ser muy estricta y de poner a sus alumnos a trabajar bastante para que aprendan, especialmente la clase de matemática que es tan difícil, según ella. Al inicio del año, el primer día de clases se dice a sí misma: Mm... estos patojos se pasaron las vacaciones sólo jugando y ahora necesito que vuelvan a aprender la matemática del año pasado. Bueno les voy a poner por lo menos unos cincuenta problemas para que los resuelvan aquí y en la casa. Sólo así se van a poner listos…"*

Como vemos, la profesora se equivoca pues aunque se trata de recordar (suponiendo que realmente aprendieron lo del año anterior) no es correcto iniciar con problemas que suponen un mayor grado de dificultad. Lo que puede provocar en el o la estudiante una gran confusión y hasta fracaso anticipadamente.

Con ello quiero hacer notar que siempre debe iniciarse con lo más sencillo, si se comprueba que lo sencillo ya es dominado por las y los estudiantes, se va hacia lo más complejo para que el o la estudiante lleve toda la secuencia de los contenidos y de los procesos de desarrollo que se estimulan.

3. La matemática se enseña primero en la práctica y luego en la teoría, es decir, primero se utilizan objetos para realizar las operaciones, luego se estudian los símbolos y por último se pasa a representar las operaciones con símbolos.

La matemática es una ciencia que se aplica a cosas reales, así debemos hacerlo saber a los niños y la niñas. Los números, las operaciones, etc. no son inventos del profesor o profesora sino ejemplos de la vida real. Para ensañar la matemática debemos principiar por poner al niño o niña en contacto con objetos manipulables (piedras, palos, frutas, hojas, lápices, etc.). Con estos objetos se realizan las operaciones: contar, unir, separar, agregar, quitar, repartir, etc.

El primer paso, es entonces, utilizar objetos para realizar las operaciones en lo concreto. Cuando se ha practicado suficientemente cada operación se puede pasar al segundo paso que es explicar la necesidad de utilizar símbolos. Previamente se da a conocer lo que es un símbolo y porqué se utiliza. Los símbolos son lo que conocemos como: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7...; +, -, x, =, { }, etc. El tercer paso es el de comenzar a hacer las operaciones sólo con símbolos, que es lo que comúnmente hacemos: 2 + 4 = 6 ó bien:

$$\begin{array}{r} 2 \\ +\ 4 \\ \hline 6 \end{array}$$

4. La memoria no basta para la matemática, es necesaria la comprensión. La repetición de ejercicios es buena sólo si las y los y las estudiantes saben lo que están haciendo.

Muchos maestros y maestras nos hemos equivocado pensando que para la matemática basta con tener mucha práctica. ¡Cuidado! la simple práctica es mecánica y la matemática no. La memoria puede volverse mecánica si no se llega a la comprensión de lo que se está haciendo. La memoria es indispensable pero no es lo único, sola no es suficiente. Si enseñamos matemática sólo en base a la memoria, haremos más mal que bien. Así como muchos maestros y maestras que piensan que para aprender las tablas de multiplicar es necesario que los y las estudiantes las copien de principio a fin unas cien veces ¡Qué aburrido! ¡Qué absurdo!.

5. Las y los estudiantes deben saber con claridad qué significan las operaciones (sumar, restar, multiplicar, dividir, unir, intersecar, etc.) y no sólo resolverlas mecánicamente.

Lo que se debe tener en cuenta de este principio, es que no importa la operación matemática que se esté realizando, las y los estudiantes deben saber con claridad de lo que se trata y sobre todo el para qué sirve y dónde se puede aplicar. Resolver mecánicamente es sólo aplicar recetas y la matemática es razonamiento. Veamos un caso que puede ilustrarnos más apropiadamente:

> *"Jaime, un añejo profesor después de dedicar muchos días a la enseñanza de los conjuntos, según él de buena manera; unos días después del examen, el profesor le preguntó a uno de sus mejores alumnos: Pedro, ¿Qué es un conjunto? Y el niño con toda espontaneidad respondió: ¡Claro Profe!, eso es fácil y muy fácil. Es una rueda que tiene unas figuritas adentro…"*

Evidentemente el niño no sabía lo que era un conjunto y por tanta repetición, asociaba los conjuntos con los tradicionales círculos llenos de elementos, eso es simplemente una forma de representar conjuntos.

6. Los problemas matemáticos no se resuelven con recetas: paso # 1, sume; paso # 2 baje el otro número; paso # 3... etc.

Como ya se ha dicho, la matemática se basa en el razonamiento. Nunca se debe dar recetas ordenando paso a paso la manera de realizar una operación pues ello impide el razonamiento y por lo tanto las y los estudiantes no aprenderán más que a seguir instrucciones y ese no es el objetivo. Existen otros campos del conocimiento donde sí se utilizan las instrucciones a seguir, pero no en el aprendizaje de la matemática.

De hecho existen conclusiones de evaluaciones realizadas que recalcan que las competencias con mayor dificultad que presentan los niños y las niñas durante el aprendizaje de la matemática son la "RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Y COMPRENSIÓN DE CONCEPTOS… mientras que la competencia APLICACIÓN DE ALGORITMOS es la que evidencia menos nivel de dificultad, con porcentajes globales muy superiores a la de las dos competencias citadas".

Así mismo señalan como causas de las dificultades de aprendizaje entre otros los siguientes: "Los niños y niñas no profundizan en la lectura de las actividades, a fin de comprenderlas y poder realizar el análisis de los datos, seleccionar estrategias de trabajo y anticipar resultados por estimación. Los maestros y maestras damos mucha prioridad a los procesos que ponen en juego la memoria mecánica y los automatismos que impiden la transferencia de los conceptos básicos a situaciones concretas".

7. La matemática debe ser agradable, lúdica.

Como todo el aprendizaje. Si es agradable será más fácil aprender, si es jugando se disfrutará la escuela. Nunca se debe decir o hacer pensar que la matemática es una asignatura difícil, primero porque no es cierto y segundo porque no es didáctico decir eso. Aquí trataré de ir aportando algunos juegos que pueden servir pero la creatividad del maestro es el principal recurso.

8. El aprendizaje de los contenidos de la matemática tiene una secuencia, un aprendizaje se basa en el anterior y así sucesivamente, por eso, si no se ha logrado un aprendizaje no se debe entrar a otro sólo por cumplir con el programa:

Los contenidos de aprendizaje están en relación con procesos mentales que las y los estudiantes van desarrollando y deben mantener cierto grado de dificultad ascendente, como ya se ha explicado. Es un grave error pretender que se aprenda un contenido sin haber aprendido el anterior. Eso constituye un rompimiento de la secuencia pues eso indica que se trata cada tema de forma aislada y no en un proceso de aprendizaje. Además de ello, si las y los estudiantes no han logrado dominar una operación sencilla no podrán con otra de mayor dificultad.

Por ejemplo: algunos maestros y maestras se desesperan al ver que sus niñas y niños no aprenden a sumar con más de dos sumandos, entonces deciden abandonar eso y entrar a la multiplicación, como si multiplicar fuera más sencillo que sumar.

Es muy oportuno que recordemos y nos cuestionemos si estamos contribuyendo al logro de los objetivos del área de matemática planteados en la reforma curricular de la educación básica ecuatoriana.

Objetivos del área de matemática planteados en la reforma curricular de la educación básica ecuatoriana. *"Durante el período correspondiente a la educación básica, con el fin de que el estudiante alcance el perfil ideal, el proceso de interaprendizaje de la matemática está orientado a que el alumno logre:*

- Desarrollar las destrezas relativas a la comprensión, explicación y aplicación de los conceptos y enunciados matemáticos.
- Utilizar los conocimientos y procesos matemáticos que involucren los contenidos de la educación básica y la realidad del entorno, para la formulación, análisis y solución de problemas teóricos y prácticos.
- Utilizar la matemática como herramienta de apoyo para otras disciplinas, y su lenguaje para comunicarse con precisión.
- Desarrollar las estructuras indispensables para la construcción de esquemas de pensamiento lógico formal, por medio de procesos matemáticos.

- Desarrollar las capacidades de investigación y de trabajo creativo, productivo, independiente o colectivo.
- Alcanzar actitudes de orden, perseverancia y gusto por la matemática.
- Aplicar los conocimientos matemáticos para contribuir al desarrollo del entorno social y natural."

9. Que el aprendizaje tenga significación.

Eso quiere decir que lo que se aprenda se interprete en la realidad. Por ejemplo, si se aprenden los decimales se debe entender que se aplican plenamente en el comercio y en la vida diaria, a cada momento.

Darle significación quiere decir entender para qué sirve en la vida común de las y los estudiantes, que vean que esas no son cosas para aplicar sólo en la escuela, en los cuadernos y en los "*exámenes*".

SUGERENCIA DE TRABAJO No. 3

1 En parejas reflexione y exponga sus comentarios sobre los principios estudiados, excepto el 3 y 8.

2 Respecto del principio 3: La matemática se enseña primero en la práctica y luego en la teoría, Reflexione y responda ¿Por cuál de estos pasos iniciamos nosotros y cómo nos enseñaron nuestros maestros? ¿Está todos de acuerdo con la propuesta, que cambios haría?

3 ¿De qué está contribuyendo al logro de los objetivos del área de matemática planteados en la reforma curricular de la educación básica ecuatoriana?

1.5 DESARROLLO DEL PENSAMIENTO LÓGICO EN LAS Y LOS NIÑOS

Existen varias teorías sobre el desarrollo del pensamiento lógico. Una de las más respetadas y utilizadas es la de Jean Piaget. Según él, la enseñanza de la matemática debe adaptarse al desarrollo de las estructuras mentales o pensamiento de las y los niños. Según Piaget, la mente pasa por una serie de etapas que finalmente llevan a lo que él llama pensamiento lógico o reflexivo.

Hay varios factores que influyen en el desarrollo del pensamiento del niño o niña, éstos son:

- **La maduración:** Es consecuencia del desarrollo del sistema nervioso y se refleja en las habilidades y capacidades de los niños y niñas. Cuanta más edad tenga el niño o niña, mayores estructuras mentales posee para el aprendizaje de cosas más difíciles.
- **La experiencia física:** Cuanto más contacto físico tenga con los objetos que le rodean, mayores son las posibilidades de aprendizaje. Mediante estos contactos puede llegar a comprender conceptos básicos como los de corto, largo, ancho, etc.
- **La interacción social:** Mientras más oportunidades tengan los niños y niñas de actuar entre sí, más puntos de vista conocerán, en este caso es importante que se desarrollen bastantes actividades de trabajo grupal, pues esto enriquece la experiencia y el conocimiento.

Los estadios o etapas del desarrollo del pensamiento descritos por Piaget son los siguientes:

Estadio sensorio-motriz.

Este va desde el nacimiento hasta los dos años, a esta edad los niños y niñas utilizan lo que se llama inteligencia acción ya que por medio del movimiento tocan y conocen lo que les rodea, los objetos existen en tanto los puede ver. A los dos años son capaces de coordinar sus acciones y empiezan a conectar los eventos presentes con experiencias pasadas, por esta razón ensayan repetidamente para observar los resultados de sus acciones. Seguramente usted ha visto cómo los y las bebes se llevan a la boca todo lo que tiene a mano, esta es la manera como conocen y aprenden de los objetos. Se comienza a usar la imitación, la memoria y el pensamiento. El niño o niña se da cuenta de los objetos que no dejan de existir cuando se esconden. El niño o niña pasa de las acciones reflejas a la actividad dirigida.

Estadio de pensamiento objetivo-simbólico (pre-operacional).

Comprende de los 2 a los 6 ó 7 años. Un hecho relevante de esta etapa es que gracias a la locomoción los niños y niñas amplían sus percepciones de lo que les rodea. Durante este estadio gracias al lenguaje, pueden pensar en un objeto o persona aunque no esté ante su vista. También se da la imitación de lo que hacen otras personas y el juego simbólico. Por ejemplo cuando utilizan una escoba para jugar al caballito. Es capaz de pensar en operaciones continuas de manera lógica en una dirección.

Estadio del pensamiento lógico-concreto y lógico formal.

Esta etapa se extiende de los siete a los doce años. A los siete años el pensamiento de niños y niñas se hace lógico y es así como puede actuar sobre datos que le suministren información por medio de la percepción y manipulación directa. Esto significa que si usted intenta enseñarles de manera abstracta el aprendizaje les será **difícil**. Esto indica la importancia de que en la educación básica se promueva experiencias concretas que faciliten el aprendizaje de los diferentes conceptos matemáticos.

Etapa del pensamiento lógico formal.

Se ubica de los doce a los quince años, en esta etapa los niños y las niñas logran razonar sin el apoyo de objetos concretos, piensan sobre abstracciones sin necesitar del apoyo de objetos.

Es importante saber que las bases para desarrollar el pensamiento matemático se encuentran en las acciones diarias de nuestra vida.

Al enseñar recuerde que usted facilitará el pensamiento matemático cuando promueva que niños y niñas:
- Observen y manipulen lo concreto (piedras, maíces, etc.) esto permitirá que guarden imágenes en su mente.
- Relacionen lo que observan con otras experiencias parecidas Hagan abstracciones que permitan llegar a conclusiones o conceptos.
- Apliquen lo que aprenden en la vida diaria.

1.6 LOS CONCEPTOS BÁSICOS DE LA MATEMÁTICA

Cuando hablo de conceptos básicos de la matemática, estamos también refiriéndonos a lo que se conoce como prematemática. Es decir, la preparación elemental para luego ingresar al estudio de la matemática propiamente dicha.

Normalmente estos conceptos han de desarrollarse en la propia casa y en primero de básica o lo que denominábamos preprimaria pero cuando no es así, corresponde hacerlo al inicio del Segundo de básica.

Cuando los números se utilizan como parte de la rutina, el niño o niña pronto empieza a contar cosas por sí mismo. Por ejemplo: El simple hecho de jugar con un niño o niña pequeña contando los dedos de las manos es una muestra de las oportunidades para estimular el conocimiento del número. Pensemos en que los números están a nuestro alrededor todo el tiempo: la hora, el dinero, la talla, el peso, la edad, la fecha, los panes, las frutas, etc.; todo se representa por medio de números, por ello la necesidad de que desde los primeros año se tenga el concepto de lo que representa el número.

El manejo de los conceptos prematemáticos se considera básico en el desarrollo de la habilidad para efectuar operaciones numéricas rápida y correctamente. Los siguientes ejemplos pueden ayudar:

- La noción de **cantidad** como base para el aprendizaje de **símbolos** y el uso de éstos.
- Los conceptos de **pequeño, mediano y grande** son necesarios para las actividades de **clasificación.**
- Los conceptos de **más que, menos que e igual que** son necesarios para aprender la **suma** y la **resta.**
- Los conceptos de **entero y mitad** son necesarios para el aprendizaje de las **fracciones.**
- Otros conceptos básicos indispensables son los de cerca y lejos; dentro y fuera; mucho y poco; lleno y vacío; largo y corto; igual y diferente (tamaño, forma, color y posición). Estos conceptos deben enseñarse como hemos dicho, a partir de actividades prácticas, con objetos o con las y los propios estudiantes para que luego se pueda llegar al uso de símbolos.

Tradicionalmente la enseñanza de la matemática se entendía como el aprendizaje y la memorización de los números. Hoy la naturaleza de la matemática consiste en enseñar a expresar las realidades circundantes, es decir, un lenguaje con un modo de pensar, para lo cual se hace necesario el dominio de por lo menos: los objetivos, las tendencias, la metodología y los recursos didácticos necesarios para la enseñanza de esta disciplina.

El objetivo social de la matemática es ayudar al hombre en la resolución de sus problemas ahora y siempre.

Otra razón por la que se debe enseñar matemática es el reconocimiento a la herencia cultural. Esta herencia cultural está representada por los grandes campos del conocimiento; y la ciencia facilita el desarrollo de una cultura. Como la matemática es parte de la ciencia su estudio y aprendizaje facilita el conocimiento de una cultura.

1.7 ¿CÓMO ENSEÑAR LOS CONCEPTOS MATEMÁTICOS BÁSICOS?

Estos conceptos básicos se pueden enseñar con actividades muy sencillas a realizar dentro y fuera del aula, lo importante es que mientras se realizan estas actividades se explique claramente lo que se puede aprender de ella. Las siguientes ideas sobre el cómo enseñar estos conceptos le ayudarán a aplicarlos en la escuela y en la comunidad.

Seriación u ordenamiento: Consiste en ordenar objetos según su talla o dimensión. Formando series de mayor a menor, reconociendo cuál es el mayor, cuál el menor y cuál el mediano. Para las series de tamaños se debe reunir un grupo de objetos similares (palos, lápices usados, semillas de algunas frutas, etc.) que tengan diferentes tamaños. Hay que dar una explicación general para que todos puedan escucharla. Luego pueden ir pasando individualmente al frente a responder las preguntas que hace el maestro o maestra en voz alta. Las respuestas correctas son aplaudidas fuertemente por todo el grupo de estudiantes y las equivocadas se corrigen con la participación de los propios estudiantes, esta acción le dará mayor interés a la actividad y se hará divertida al mismo tiempo que la maestro o maestro tiene la valiosa oportunidad para poner en practica su papel de orientador del aprendizaje. Las preguntas o instrucciones que se pueden hacer son, por ejemplo:

> *"De estos tres objetos (palos, lápices, etc.) ¿Cuál es el más grande? ¿Sí quitamos éste y ponemos otro, cuál es el más grande? Busca ahora otro que sea todavía más grande. ¿Cuál es el más pequeño? Busca uno más pequeño ¿Cuál es el mediano? , etc…"*

Después de hacer varias preguntas a las y los estudiantes que han pasado al frente se puede practicar con todos al mismo tiempo el juego de "*Enanos y Gigantes*". (donde hay que agacharse y pararse según las instrucciones que dé el maestro).

Con actividades similares se pueden enseñar conceptos como los de largo y corto, poco, mucho e igual, o bien utilizando objetos como botellas con agua, varas, lápices, etc.

Lo que se quiere, es que quede claro que para el aprendizaje de los conceptos básicos de la matemática, se realizan actividades tan sencillas como las que se ha explicado. Cuando las y los estudiantes tienen ya la capacidad de ordenar correctamente una serie de objetos por su tamaño, por su longitud, por su contenido, etc., se dice que ya han alcanzado los conceptos básicos y el aprendizaje de la matemática será más fácil. Pero si no se ha logrado dominar estos conceptos es necesario insistir por medio de otros juegos y actividades.

Relaciones espaciales: Las relaciones espaciales son aquellas que se refieren a las distancias y la ubicación de los objetos. Por ejemplo: delante y detrás, sobre y bajo, dentro y fuera, cerca y lejos. Estos conceptos pueden enseñarse con las y los propios alumnos, pidiéndoles que cada uno de ellos se coloque en una posición y preguntando después:

¿Quién está cerca de Juan, quién está lejos? etc.; ¿Quién está delante de Luís y quién está detrás de él? etc.

Luego utilizando objetos diversos: "María, coloque el florero debajo de la mesa y sobre los libros". O bien "Ponga los cuadernos dentro de la bolsa y sobre su banca".

SUGERENCIA DE TRABAJO No. 4

En pequeños grupos, a fin de exponer en plenaria, elabore organizadores gráficos respecto de:

1. Los factores que influyen en el desarrollo del pensamiento del niño o niña.
2. Los estadios o etapas del desarrollo del pensamiento descritos por Piaget..
3. Una secuencia que considere válida para enseñar conceptos matemáticos básicos.

2. SUGERENCIAS DIDÁCTICAS PARA LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA

2.1 MODELOS DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE Y EL ROL DEL DOCENTE.

Para analizar este tema desde el punto de vista de la realidad de nuestras aulas, me parece altamente oportuno invitar a leer reflexivamente el siguiente artículo de la educadora española Neus Sanmartí, una de las autoras –a mi juicio– más critica del modelo conductista en la actualidad.

Neus Sanmartí

Universidad Autónoma de Barcelona

Es el primer día de clase en las escuelas A y B. Alumnas y alumnos se estrenan en la escuela secundaria y las respectivas autoridades como en todos los centros educativos, los reúnen para darles la bienvenida, palabras más palabras menos expresan los siguientes discursos:

Escuela A. La mayor parte del discurso consiste en dar a conocer las normas del funcionamiento de la escuela, todo aquello que no se puede hacer y los castigos que se impondrán si no se cumplen las reglas y normas establecidas por las autoridades de la escuela y por el profesorado. También se habla, más bien se insiste en la importancia de las calificaciones, de los mínimos para promocionarse, de las faltas, de las fugas, de las "colaboraciones económicas", de los uniformes, del corte de pelo, del maquillaje,… etc. etc. Los y las estudiantes comentan: ¡Qué panorama tan poco agradable se nos presenta! ¡Con qué ánimos empezamos este nuevo año lectivo! ¿Y ahora cómo haremos para que no nos castiguen? ….

Escuela B: La mayor parte del discurso se orienta a estimular la participación del alumnado con el objetivo de conseguir su complicidad en el funcionamiento de la escuela. Se les plantea que el profesorado, a igual que ellos mismos, quiere que todo el mundo aprenda cosas interesantes y que les sirva, que su estancia en los próximos años sea útil para todos y estimulante… También se les comenta que sin su colaboración eso no será posible, ya que ellos son los que conocen mejor lo que sirve para aprender y lo que no, y cómo trabajar mejor conjuntamente. También se les comenta la diversidad que hay entre ellos, que no a todos les interesa lo mismo, que unos les gusta estudiar y saben hacerlo más que otros, pero todos pueden encontrar su espacio para expresarse, aprender y ayudar a los demás. Los estudiantes comentan: ¿Será posible? ¡No me imagino como puede funcionar! ¡Ya tengo ganas de empezar las clases!

Los maestros y maestras debemos tener claro que estos minutos iniciales son fundamentales para establecer las primeras normas y reglas que han de guiar la convivencia y el trabajo en la escuela. Cada discurso conlleva expectativas, sentimientos y génesis de ideas y actuaciones distintas. Evidentemente, luego hay que trabajar en consecuencia por lo que se expresa: el profesorado ha de ser coherente (en lo posible) en la aplicación de este discurso y se ha de contar con que habrá estudiantes (y profesores) que no entrarán en el juego, o que en determinado momento se olvidarán de la propuesta de mejorar y será necesario auto impulsar la revisión sobre cómo se está actuando.

Sin duda compañeros y compañeras ustedes compartirán que detrás de estos discursos iniciales hay explicito un paradigma, un modelo que responda a los "intereses institucionales" los cuales es nuestra obligación hacer coincidir con los intereses de los y las estudiantes y de la comunidad. Seguidamente, intentaré justificar la importancia de ubicarnos ligeramente a lado de uno de estos modelos durante el proceso educativo.

La mayoría de los manuales de didáctica de la matemática toman como idea central la construcción o recreación del conocimiento por parte de los y las estudiantes. Pero en las aulas la realidad es otra, sin embargo de reconocer las bondades de diversos modelos, su aplicación esta bastante lejana.

En la realidad y a veces de manera inconsciente todo docente dispone de concepciones de enseñanza y aprendizaje que condicionan sus prácticas y se manifiestan en sus actividades cotidianas en el aula. Sus propias experiencias de aprendizaje, las influencias de su formación, y su desempeño como docente, han conformado concepciones intuitivas sobre la naturaleza del aprendizaje y la enseñanza, que finalmente determinan el modelo didáctico que pone en práctica en el aula.

Vista A sí la situación, se puede afirmar que en el aula coexisten distintos modelos didácticos. Estos modelos están caracterizados por las relaciones entre los tres elementos básicos que constituyen la situación de aula: estudiantes, maestro y el objeto del conocimiento.

Ronald Charnay en su obra "Aportes y reflexiones sobre la Didáctica de la matemática" analiza tres modelos didácticos que me parece oportuno recrearlos.

EL **MODELO DIDÁCTICO NORMATIVO** centrado en el contenido. La función del maestro y maestra es introducir las nociones, ejemplificar, presentar tareas de ejercitación; mientras que la función del y la estudiantes es básicamente escuchar las explicaciones del maestro o maestra, prestar atención y Iuego repetir los procedimientos que el maestro o la maestra ha señalado como validos para resolver problemas, ejercitarse, aplicar lo que se le ha "*enseñado*".

La concepción de ciencia que expresa este modelo es la de un saber que está acabado y el maestro y maestra opera simplemente como un intermediario que hace pasar hacia los y las estudiantes ese saber ya elaborado. La **didáctica normativa** establece qué y cómo se enseña; los métodos están pautados; se basa en un currículo igual para cualquier contexto.

EL **MODELO DIDÁCTICO INCITATIVO** está centrado en el y la estudiante y podríamos relacionarlo con el que caracterizó a la Escuela Nueva, a la Escuela Activa. El maestro y la maestra investiga los intereses, las motivaciones y las necesidades de los y las estudiantes; analiza su entorno para tratar de detectar los aspectos que despiertan su interés; escucha al y a la estudiante, le da libertad para actuar y los acompaña en su accionar.

La estructura propia del saber pasa al segundo plano. Las características e intereses del y la estudiante, llevan a tomar decisiones acerca de qué y cómo se enseña. Lo central es que el aprendizaje resulte interesante para el y la estudiante, responda a sus necesidades e intereses.

EL **MODELO DIDÁCTICO APROXIMATIVO** en el sentido en que el o la estudiante reconstruye el saber científico a través de aproximaciones sucesivas; no de una vez y en forma inmediata, sino interactuando con el contenido de diferentes maneras y en distintas situaciones, lo cual le va ha permitir construir esquemas de conocimiento cada vez más ajustados a la naturaleza del contenido y a la necesidad de desarrollar destrezas y capacidades.

La propuesta de este modelo es partir de concepciones preexistentes en el o la estudiante, específicas sobre ese contenido particular que se está intentando comunicar. No se trata ya solamente de cuáles son los intereses o necesidades del o la estudiante, sino de hacer intervenir en la situación de aula lo que piensa el o la estudiante acerca de esos contenidos que es necesario comunicar, sus conceptualizaciones, sus hipótesis en relación con esos contenidos.

Con este enfoque, no puede entenderse el proceso de aprendizaje como lineal, sino como un proceso dialéctico, en el cual se presentan obstáculos, se avanza y se retrocede, se producen saltos cualitativos del ser humano en sus dimensiones afectiva, cognoscitiva, corporal y social, actuando sobre el objeto de conocimiento para apropiarse de él y transformarlo.

Este accionar no se da en forma desorganizada. Si bien hay un aprendizaje espontáneo, socializador, la apropiación del conocimiento científico necesita de una mediación organizada entre el "*sujeto aprendiente y el objeto de conocimiento*". El o la docente en cuanto mediador/a profesional, dentro del aprendizaje institucionalizado, es el elemento organizador por excelencia de los aprendizajes de sus estudiantes.

2. 2 LOS PROBLEMAS EN LA CONSTRUCCIÓN DE LOS CONCEPTOS MATEMÁTICOS.

> *"Para un espíritu científico, todo conocimiento es una respuesta a una pregunta. Nada viene solo, nada es dado, todo es construido".* Bachelard

La historia de la matemática señala que la elaboración de conceptos está ligada a la necesidad de resolver problemas. Se conoce por ejemplo que los pastores de Mesopotamia tomaban una piedra por cada animal de rebaño y luego las envolvían en una bola de barro que dejaban secar y constituía su contabilidad.

De la misma manera se utilizan los dedos como colección de muestra para señalar el cardinal de una colección de objetos.

A partir del uso del cardinal, el ser humano fue interiorizando las operaciones que realizaba, hasta que pudo desprenderlas de los objetos. En la evolución histórica del número esto supone un salto cualitativo: el número se convierte en un objeto en si mismo. Es el nacimiento del número natural.

El sistema de números naturales se fue conformando históricamente en un largo proceso, hasta constituirse tal como hoy lo conocemos.

La invención de las cifras es más antiguo que la escritura y su primera utilidad fue la de representar cantidades. Fue un paso importante pero pronto se manifestó insuficiente. Era útil para representar cantidades pero no para realizar cálculos. Pensemos en la numeración romana cuyas cifras tienen valores absolutos y en la dificultad de producir un algoritmo para práctico multiplicar CDLX por CXXL.

Surge entonces la gran idea de valor relativo de las cifras, con el cual mediante unas pocas cifras se pueden representar números muy grandes. La aparición del 0 (cero) fue un hallazgo fundamental para la estructuración del sistema, posibilitando el manejo pleno del valor posicional.

Cada vez que el sistema resultaba insuficiente el ser humano, urgido por sus necesidades reales, ideó alternativas para superar cada déficit. Dentro del campo de los números naturales no se puede efectuar la resta siguiente: 3 - 5, pues no existe un número que sumado a 5 dé 3, no se puede resolverla ecuación x + 5 = 3. Sin embargo, ante situaciones reales como esta, se crea, el sistema de números enteros positivos y negativos, que se representa en la recta numérica a lado y lado del 0.

Con el uso de los números enteros se dispone de un sistema más potente que permite resolver ecuaciones que no tenían solución en el sistema de números naturales, pero se encuentra una nueva dificultad. Existen operaciones que no se pueden resolver, como por ejemplo, 2 ÷ 3 dado que no hay ningún número que multiplicado por 3 dé como resultado 2. es decir no puede resolverse la ecuación X x 3 = 2.

Para superar esta limitación es necesario volver a ampliar el campo numérico, creando un nuevo sistema. Al igual que en la creación del sistema de números enteros, para resolver la operación 2 ÷ 3 se convierte a 2/3 en un número y se le adjudica un lugar en la recta numérica. Es una familia de cocientes porque 2/3 ocupa el mismo lugar que 4/6 y que 8/12 y una serie infinita de cocientes. Se tiene un nuevo sistema, el de los números racionales que contiene a los enteros, que a su vez contiene a los naturales.

La necesidad de resolver otros problemas llevó a ampliar el sistema con creación de los irracionales y los complejos.

No es posible asimilar la construcción histórica de los conceptos, con el proceso que transita el niño o niña para su apropiación. Cada momento histórico recibe el patrimonio de los avances científicos logrados hasta el momento. El niño y niña de hoy vive en un medio social en el cual el número está presente de variadas y diversas maneras. El uso social del número lleva al niño o niña a interactuar desde temprana edad con ese concepto. De la misma manera se mueve es un espacio dentro del cual toma conciencia de las relaciones, los desplazamientos y las formas, e interactúa con los términos que las designas y con las humanas que se han basado en los estudios geométricos.

Para Charnay la principal enseñanza que se puede extraer de la evolución histórica de la construcción de la matemática es que fueron los problemas los que le han dado origen y los que le han dado sentido. Además, destaca el lugar que el y la docente asigna al problema en cada uno de los modelos didácticos que él describe.

En un modelo didáctico normativo, en el cual se aplica la secuencia tradicional, adquisición-ejercitación-aplicación, el problema ocupa el lugar de **utilización del conocimiento para el y la estudiante y control del aprendizaje para el maestro y la maestra.** Se presentan así seudo problemas, estereotipados, que el y la estudiante resolverá si ya ha resuelto otros del mismo tipo, para lo cual aplicara un algoritmo o una fórmula ya conocidos.

En un modelo didáctico incitativo, los problemas son dependientes de lo ocasional, ligados a circunstancias del entorno y por lo tanto difícilmente se tenga en cuenta las relaciones internas de la propia matemática que posibilitan los avances conceptuales. El lugar del problema es la **motivación del aprendizaje**.

En un modelo didáctico aproximativo los problemas son situaciones en qué el y la estudiante se involucra, confronta distintos procedimientos y adquiere nuevas herramientas transferibles a otras situaciones. **El problema es fuente, lugar y criterio de la elaboración del saber.**

SUGERENCIA DE TRABAJO No. 5

1. Complete la siguiente tabla y reflexione acerca la importancia de los modelos didácticos propuestos por Ronald Charnay en el desarrollo de sus clases.

ELEMENTOS BÁSICOS	MODELO DIDÁCTICO NORMATIVO	MODELO DIDÁCTICO INCITATIVO	MODELO DIDÁCTICO APROXIMATIVO
ESTUDIANTES			
MAESTROS/AS			
OBJETO DE CONOCIMIENTO			

.

2. Represente y exponga mediante un organizador gráfico la importancia de los problemas en la formación de los conceptos matemáticos

2.3 CICLO DE FORMACIÓN DE CONCEPTOS

Desgraciadamente o quizá afortunadamente no existe una formula infalible ni un procedimiento indiscutible para la formación de conceptos y en general para la enseñanza de la matemática, sin embargo en base a la propuesta de Roland Charnay podemos adelantar que cuando se introduzca un tema nuevo, se ha de procurar que en la organización de nuestras clases, en lo posible se trate de cumplir más o menos con los siguientes pasos necesarios para la formación del nuevo concepto:

a) **Exploración** para recordar cuestiones ya conocidas que guarden relación con el tema nuevo. En esta fase no hay adquisición de nuevos conocimientos, pero es muy valiosa para evaluar los conocimientos anteriores y los prerrequisitos del nuevo tema.

b) **Presentación** del nuevo tema, si la metodología empleada es expositiva, será suficiente la disertación por parte del o la docente; en cambio, si la metodología es activa, la presentación del tema nuevo debe terminar con el planteo por parte del o la docente a fin de que los y las estudiantes realicen el desarrollo del nuevo tema.

c) **Asimilación** de los conceptos, lo cual depende de cómo fue presentado el tema.

d) **Organización** y valoración de lo asimilado, conlleva una función de síntesis, cuyo objetivo es que el o la estudiante sea capaz de extraer lo más importante del tema.

e) **Aplicación** a fin de que el o la estudiante consiga demostrar sus capacidades para la resolución de cuestiones y/o problemas. La aplicación conlleva implícita la comprobación.

A continuación se presenta un ejemplo de construcción del concepto PROMEDIO, a fin de que usted lo relacione con sus propios intereses y al año de educación básica con el que trabaja.

Seleccione situaciones de la vida real donde se use este concepto para expresar ideas.

Ejemplo 1. Durante la semana que termina la temperatura promedio ha sido 20 grados.

Ejemplo 2. En el campeonato de fútbol de la escuela se ha hecho un promedio de tres goles por partido.

Averiguar qué saben los y las estudiantes y qué preguntas surgen en relación a los hechos presentados. Para efectivizar esta tarea es fundamental que el maestro o maestra escuche diversas opiniones, que acepte la posibilidad de los los niños y niñas discrepen y que logre abstenerse de validar las respuestas correctas (o por lo menos las más cercanas al concepto matemático) en forma inmediata a su aparición. También deberá aportar ideas y formular él mismo alguna pregunta cuando en el grupo se produzcan silencios. Mientras todo este proceso se desarrolla se debe registrar cuales son los conceptos –tanto erróneos como veraces- que surgen en relación al tema. Con estos aportes de los niños y niñas el maestro o maestra irá adecuando las maneras de continuar el trabajo.

Se tendrá presiente que la indagación de las ideas previas de los y las estudiantes no se agota en un solo momento. Dichas concepciones se van modificando a medida que los niños y niñas van confrontando nuevas informaciones.

Seguidamente el maestro o la maestra trabajará el nivel semántico: **¿qué puede significar la palabra PROMEDIO en cada una de los casos o ejemplos propuestos?**

Las siguientes son algunas de las posibles respuestas que pueden surgir de los niños y niñas:

- En la semana ha habido muchos días con temperaturas de 20 grados.
- La mitad de los días ha habido 20 grados.
- En la semana ha habido distintas temperaturas, pero a media semana la temperatura fue 20^0.
- En la mayor parte de los partidos hubo tres goles.
- En algunos partidos se hizo tres goles y en otros no.
- Cada equipo marcó por lo menos tres goles.

Se dará posibilidad de aparición de múltiples respuestas y se promoverá el intercambio de opiniones entre los niños y las niñas, sin excluir la intervención personal del maestro o maestra, cuya intervención es básica para ir orientando el sentido del trabajo.

Con estas intervenciones -o con otras- se deberá orientar a que los niños y las niñas logren visualizar las siguientes **ideas fuerza** para el proceso de construcción del concepto que se quiere enseñar.

- El promedio de ciertos valores es otro valor que debe considerarse a todos los expresados en la situación.
- El promedio puede ser un valor que coincida o no con alguno de los expresados.
- El promedio es un valor que representa el punto medio de los valores aludidos.

Luego el maestro o maestra pasará a trabajar con situaciones problematizadas, a fin de comenzar a introducir el cálculo promoviendo la aparición de estrategias espontáneas logradas por los niños y niñas -fundamentalmente a partir del trabajo en pequeños grupos y con situaciones concretas-.

En relación al ejemplo de que ha habido tres goles por partido se puede orientar a los niñas y niñas para que elaboren la siguiente tabla.

PARTIDOS	SEGUNDO AÑO	TERCER AÑO	CUARTO AÑO	QUINTO AÑO	SEXTO AÑO	SÉPTIMO AÑO	TOTAL
2^{do} vs 3^{ro}	1 gol	3 goles					4 goles
2^{do} vs 4^{to}	0 gol		4 goles				4 goles
3^{ro} vs 4^{to}		1 gol	2 goles				3 goles
5^{to} vs 6^{to}				1 gol	1gol		2 goles
5^{to} vs 7^{mo}				1gol		2 goles	3 goles
6^{to} vs 7^{mo}					1gol	1gol	2 goles
Total de goles en los seis partidos que se han jugado							18 goles

Se puede proponer varias actividades para que los niños y las niñas lleguen a la conclusión que esperamos. Se dará tiempo para que el grupo interactúe. En el caso de que los niños y las niñas vean que sus respuestas no son las adecuadas, una alternativa podría ser retomar nuevos ejemplos de la vida cotidiana donde se expresen valores promediales.

Si por el contrario los niños y las niñas entienden que los resultados son inaceptables -hecho que marca la incorporación significativa de una información básica para la construcción del concepto-, el maestro o la maestra alentará a sus estudiantes a continuar la búsqueda de otra estrategia que permita resolver la situación.

Durante el desarrollo de este proceso -la duración y dirección del mismo la indicará cada situación particular-, se deberá tener presente que el equilibrio en el logro de los conceptos no es estable -habrá retrocesos- que obligarán a retomar el trabajo con ejemplos, contraejemplos y cálculos, que promuevan los procesos de generalización a fin de apuntar a afianzar las ideas fundamentales que conforman el concepto

SUGERENCIA DE TRABAJO No. 6

1. En grupos de 5 docentes recree la forma en que usted enseña los conceptos matemáticos a sus estudiantes, y acerca de los resultados que ha obtenido. ¿cómo los comprueba?
2. Mediante un tema específico adapte a su realidad e interés el ejemplo propuesto acerca del ciclo de formación de conceptos propuesto por Ronald Charnay.

2.4 MODIFICACIONES DEL CONOCIMIENTO CIENTIFICO AL CONSTITUIRSE EN SABER ESCOLAR.

Paulo Freire denominó a esta acción como la "*circulación del saber*". Verónica Edwards, investigadora chilena expresa que "*el conocimiento que se transmite en la enseñanza tiene una forma determinada que se va armando en la presentación del contenido*". Por tanto el contenido no es independiente de la forma en que es presentado; y la manera en que el o la docente se relaciona con el saber está incidiendo en las situaciones que generará para acercar ese saber a sus estudiantes.

De ahí la importancia de que las maestras y maestros evitemos durante el trabajo hacer *simplificaciones, distorsiones y estereotipos* de los saberes. No debemos olvidar que el camino del objeto al niño o niña y de éste a aquél pasa por personas. La educación es mediación. En la situación de aula, el o la docente es quien instrumenta esas mediaciones entre el conocimiento científico matemático y los y las estudiantes.

Las concepciones de los y las docentes presentan características que provienen de sus experiencias frente a la matemática, de su formación y sus prácticas como docentes y de las concepciones de enseñanza y aprendizaje que sustentan sus prácticas. Como paso previo a las actividades en el aula, las y los docentes deberíamos analizar nuestras propias concepciones frente a la matemática y a los procesos de apropiación.

2.5 TRATAMIENTO DEL ERROR.

Tradicionalmente en las aulas la presencia de errores se atribuye a dificultades de comprensión o de razonamiento por parte de los y las estudiantes, en el afán de solucionar esta dificultad los y las docentes repiten las explicaciones o aumentar las ejercitaciones.

Hoy se entiende que el error es un indicador de la construcción de un conocimiento. La persistencia de algunas concepciones erróneas que no logran ser superadas, indica que estamos frente a esquemas conceptuales con una cierta coherencia interna. Beatriz Picatroni pedagoga uruguaya, explica que se trata "*de construcciones personales que fueron elaboradas por el sujeto al ir interiorizando sus experiencias, de modo que le dan respuestas que por el momento lo satisfacen*".

Un conocimiento nuevo no sustituye sin más a otro erróneo, sino que ambos entran en interacción. A veces el cambio de concepción da lugar a un conflicto cognitivo. Los conocimientos aparentemente desechados surgen frente a situaciones a las que hay que dar respuesta. Es lo que Guy Brouseau llama "*obstáculo epistemológico*", además agrega que el "*error no es una falta de conocimiento sino que es en sí un conocimiento".* El error puede llegar a constituirse en una rica información respecto del proceso de conceptualización.

2.6 EL PROCESO DE ADQUISICIÓN DEL CONOCIMIENTO

Lamentablemente hoy se sigue manteniendo en nuestras aulas escolares muchas practicas tradicionales que presentan a la matemática como una ciencia exacta y acabada, y conciben su aprendizaje como la incorporación de una sucesión de nociones fragmentarias, ordenadas lógicamente. La secuencia didáctica en esa concepción es: "motivación", adquisición, ejercitación y evaluación. Los resultados obtenidos con este enfoque confirman que no es el adecuado.

Hoy se concibe a la matemática como una ciencia viva, a la cual la creatividad y la investigación son ajenas, y su aprendizaje como un proceso constructivo consciente, en el cual el sujeto en interacción con el objeto de conocimiento, en aproximaciones sucesivas y a partir de sus experiencias personales, reapropia de esos saberes transformándolos y transformándose.

Investigaciones últimas enfatizan en que enfoque tradicional "motivación", adquisición, ejercitación y evaluación ya no se sostiene. La actual didáctica de la matemática plantea la siguiente alternativa:

- **Partir de situaciones problémicas que planteen un desafío.**

  Los y las estudiantes podrán enfrentar cada situación con los esquemas cognitivos que han construido, pero deberán reconstruir esos esquemas a partir de la exigencia de la misma. Es decir, los problemas serán tales, cuando puedan ser enfrentados por los y las estudiantes con as herramientas que ya poseen, pero requieran para su solución la necesidad de incorporar nuevas herramientas.

- **Variar conceptualmente las situaciones.**

  Al planificar las actividades de aula, el maestro y la maestra busca variar las situaciones problémicas para la aplicación de los conocimientos. Sin embargo, muchas veces la variedad es superficial ya que la estructura de la situación es la misma.

  Por ejemplo: Se plantea una situación en que vamos al mercado con 80 dólares, gastamos 30 y queremos saber cuánto nos sobra, y otra en que tenemos 50 hojas de papel, damos a cada uno de los 24 estudiantes del aula y queremos saber cuántas nos sobran. La variedad de estas situaciones radica en factores ajenos a los conceptos involucrados, ya que ambas situaciones tienen idéntica estructura, responden a un mismo modelo de sustracción.

Es preciso tener en cuenta que problemas con estructuras diferentes se resuelven con la misma operación numérica. Para la conceptualización de la operación, es preciso presentar situaciones con distintas estructuras.

SUGERENCIA DE TRABAJO No. 7

Una vez organizados tres grandes (preguntones, respondones y jueces), Solicitar que cada grupo elabore cinco preguntas acerca de as modificaciones del conocimiento científico; el tratamiento del error; y, el proceso de adquisición del conocimiento, para finalmente hacérselas a los otros grupos.

2.7 OPERACIONES Y ALGORITMOS

"Se debe privilegiar el campo conceptual de la operación antes que el algoritmo". Beatriz Picatroni

Una de las inquietudes más frecuentes de los maestros y las maestras es la dificultad de razonamiento de los y las estudiantes. A la vez se le da mucha importancia, como paso previo a la resolución de problemas, el conocer bien los mecanismos de las operaciones. Algunas veces se han levantado recomendando dedicar más tiempo a razonar y menos a "hacer cuentas"; a pesar de ello el valor de saber bien las cuentas no está en baja en nuestras aulas.

Una de las teorías de moda es la Teoría Conceptual, que según el francés Gérard Vergnaund intenta ofrecer un marco de análisis para el estudio del desarrollo y aprendizaje de los conceptos. Se fundamenta en:

- Un concepto adquiere su sentido en función de la multiplicidad de problemas a los cuales responde,
- Los conceptos no funcionan aisladamente, sino vinculados unos a otros en una amplia y compleja red,
- El aprendizaje de todas las propiedades y relaciones que involucran tales conceptos se cumple a través de una larga historia, entretejida por una serie de filiaciones y rupturas,
- Presenta un criterio pragmático del conocimiento; es decir, que un concepto no respecto sólo a su definición explicita sino básicamente a su posibilidad de funcionar en la resolución de problemas.

Para Gérard Vargnaund, el concepto "*posee un sentido mucho más amplio que el comúnmente aceptado. Involucra un concepto de situaciones que le otorgan significado subyacente al razonamiento matemático y un conjunto de símbolos utilizados en su representación, implican esquemas, conceptos y teoremas en estrecha conexión*". Los conceptos guían y resultan de la actividad de resolución de problemas. Lo hacen organizados en forma de esquemas y se establecen según criterios matemáticos y psicológicos. Para ello nos propone cuatro campos conceptuales que los define así:

- **Estructuras aditivas** que incluyen los conceptos de cardinal, medida, transformaciones por aumento y disminución, número natural y número negativo.
- **Estructuras multiplicativas** que abarcan los conceptos de proporción, función lineal y multilineal, razones, cociente y producto de dimensiones, fracción, número racional, múltiplo y divisor.
- **Magnitudes espaciales**, longitud, superficie y volumen.

- **Lógica de clases** con los conceptos de propiedad, relaciones de inclusión, operaciones de unión e intersección, conjunción y disyunción.

En resumen, las operaciones presentan tres aspectos básicos: los conceptos, los procedimientos y el lenguaje matemático en que se expresan. Los mecanismos de las operaciones o algoritmos no constituyen las operaciones pero si son un aspecto de las mismas que está incluido en su campo conceptual.

A continuación se presentas cuatro ejemplos relacionados con las estructuras de las operaciones y algoritmos, a fin de que usted trate de relacionarlos con sus propios intereses y al año de educación básica con el que trabaja.

Primero.

En el campo de las **estructuras aditivas**, encontramos una serie de situaciones de adición y sustración, en las que importa distinguir cuidadosamente aspectos tales como:

- La composición de dos estados en un tercero. (Tengo 2 vasos en la mesa y 4 en la percha. Los junto. Tengo 6)
- La transformación de un estado inicial en uno final. (Tenía 3 peras, me regalan 5 más. Ahora tengo 8)
- La composición de dos transformaciones. (Llegan 2 personas. Llegan otras 3. Llegaron 5)
- La comparación. (teresa tiene 7 años, yo tengo 9. Le llevó 2)

Para cada una de estas estructuras se pueden se pueden seleccionar distintas situaciones, según los datos que se presentan y las preguntas que se plantean. Luís Paceknic, en “Matemáticas para el ocio” cita a Rosental y Resnick que proponen variar el lugar de la incógnita según seis posibilidades cuyo grado de dificultad va en aumento.

$a + b = ?$	$a - b = ?$
$a - ? = c$	$? + b = c$
$a + ? = c$	$? - b = c$

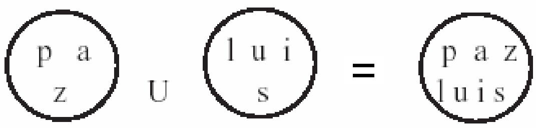
Segundo.

Dentro de las **estructuras aditivas** los primeros años escolares suele identificarse la noción de conjunto con una colección de objetos. El uso del lenguaje de conjuntos y la necesidad de adaptarlo a las características cognitivas de los niños y de las niñas lleva a errores conceptuales graves que son muy comunes en los primeros años de la educación básica. A veces se identifica la unión de conjuntos con la suma de sus cardinales.

Aparecen errores graves, dado que solamente en el caso de los conjuntos disjuntos esas operaciones son equivalentes.

Observemos: Dada la operación unión en los conjuntos de moldes de letras para formar palabras.

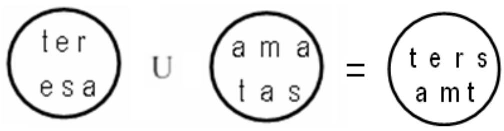
Letras de Luís - Letras de Paz



La suma de sus cardinales es 7 y la unión de conjuntos es un conjunto de 7 elementos

Pero dada la operación unión.

Letras de Teresa – Letras de Amatas



La suma de los cardinales es 12 y la unión de conjuntos es un conjunto de 7 elementos, dado que los conjuntos tienen elementos comunes.

El uso de las colecciones en las clases iniciales no debería tender a perpetuar la modalidad de contar en lugar de calcular. Generalmente los maestros pasan directamente del sistema de contar a la propuesta de algoritmo, que también es acompañado de representaciones que conducen a errores conceptuales. Vemos que se presentan muchas veces representaciones como la siguiente en la que se plantea sumar 6 y 3 pero aparecen dibujados más de 9 elementos.

  6 ||||||
+ 3 |||
  9 |||||||||

La mayoría de los maestros y maestras enseñan a sumar de la siguiente manera: 6 + 3 = 9 y generalmente se cae en una mecanización. Para no caer en lo tradicional, en cualquier operación hay que ir de lo más sencillo a lo más complejo. Por ejemplo: usted dibuja de un lado seis palitos y del otro tres palitos Inmediatamente el niño y niña nota la diferencia. Luego para sumar se efectúa en la práctica, con materiales u objetos que sean reales como semillas, algunos juguetes, piedras, etc. Posteriormente puede juntar los dos conjuntos de palitos y empiezan entonces a efectuar la adición contando los elementos dando el resultado de la operación.

Ciertas características del sistema conducen también a errores conceptuales en la transposición didáctica, como el uso del cero y el valor posicional. La identificación del 0 con el conjunto vacío lleva a los niños y niñas a elaborar el concepto de que el cero “no vale”, lo que provoca dificultades de comprensión al ir ampliándose el conjunto numérico

Tercero

Con respecto a las **estructuras multiplicativas** suele presentarse el estereotipo de que la multiplicación es una suma abreviada. Si se analiza las diferentes estructuras que pueden presentar los problemas en ese campo, se ve que esa concepción responde a un solo modelo de multiplicación, que es el de la multiplicación escalar.

Por ejemplo: Tengo dos montones de 5 piedritas cada uno. En total tengo 10 piedritas.
En este caso la multiplicación escalar, maneja una sola magnitud. Puede representarse en una línea.
OOOOO + OOOOO = OOOOOOOOOO
Otro modelo de multiplicación es el siguiente:
Por ejemplo: Tengo 4 balones que cuestan 3 dólares cada uno.
En este caso son dos magnitudes.
La representación no puede ser lineal.
Se representa como un modelo de monotonía creciente en conjunto de valores.
$1 \rightarrow 3$
$2 \rightarrow 6$
$3 \rightarrow 9$
$4 \rightarrow 12$

Ya desde 2do Año de Básica al incorporar la multiplicación se puede introducir la reciprocidad.

1 balón   4 balones

$ 3,00 $ 12,00

También puede multiplicarse de esta otra manera. Por ejemplo: Tengo 4 pantalones y 3 camisas.

¿De cuantas maneras me puedo vestir?

CAMISAS

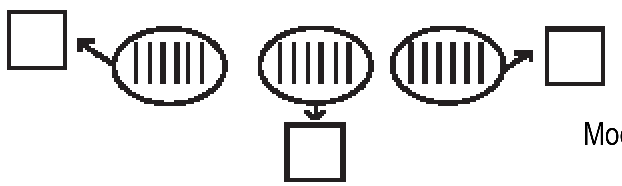
PANTALONES		c_1	c_2	c_3
	p_1	p_1 c_1	p_1 c_2	p_1 c_3
	p_2	p_2 c_1	p_2 c_2	p_2 c_3
	p_3	p_3 c_1	p_3 c_2	p_3 c_3
	p_4	p_4 c_1	p_4 c_2	p_4 c_3

En este caso el producto obtenido alude al número de combinaciones posibles.

Cuarto

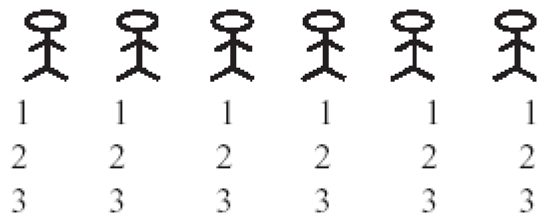
Dentro de las **estructuras multiplicativas**, están comprendidos los casos de división, que también presenta diferentes modelos.

Tengo 18 lápices para llenarlos en cajas de seis lápices cada una. (una magnitud).



Modelo de agrupamiento

Tengo 18 lápices para repartirlos a seis niños o niñas en igual cantidad. (dos magnitudes)



Modelo de reparto

En cuanto a los algoritmos, también ellos forman parte del campo conceptual. El análisis de sus distintos pasos ayuda a conformar las nociones. La propuesta no es desconocer su importancia sino llegar a ellos por otro camino, que invierte el de las prácticas más comunes en las aulas a fin de evitar en lo posible el los errores que obstaculizan el aprendizaje significativo y conciente por parte de los y las estudiantes.

Desde este enfoque se entiende que los conceptos no se forman de una vez y para siempre para luego ser aplicados, sino que se expanden y transforman durante toda nuestra vida, siempre que tengamos oportunidad de vivir experiencias relacionadas con ellos y de reflexionar sobre ellas. La mediación del docente posibilitará a cada estudiante avanzar desde su punto de partida, para construir conceptos cada vez más ajustados a la naturaleza del conocimiento matemático.

2.8 ERRORES COMUNES Y FRECUENTES EN EL CÁLCULO DE LAS OPERACIONES BÁSICAS

SUMA

- Errores en las combinaciones básicas.
- Contar para hallar la suma.
- Añadir el número que se lleva al final.
- Olvidarse de añadir el número que se lleva
- Reiniciar la suma parcialmente hecha.
- Agregar irregularmente el número que se leva.
- Escribir el número que se lleva.
- Equivocar el número que se lleva.
- Procedimientos irregulares
- Agrupar números

RESTA

- Errores en las combinaciones básicas
- No prevenir la suma de diez a toda cifra del minuendo inferior a su correspondiente en el sustraendo disminuyendo en uno la inmediata de la izquierda
- Contar para hallar la resta
- Errores debidos a ceros en el minuendo
- Nombrar los términos al revés
- Restar el minuendo del sustraendo
- Poner cero cuando la cifra del sustraendo es superior a su correspondiente en el minuendo
- Sumar en vez de restar
- Errores de lectura
- Restar dos veces de la misma cifra del minuendo

MULTIPLICACIÓN

- Errores en las combinaciones básicas.
- Errores relacionados con llevar, errores al agregar el número que se lleva, llevar un número erróneamente, olvidarse de llevar, escribir el número que se lleva, errores al agregar el número que se lleva a cero, multiplicar el número que se lleva, agregar dos veces el número que se lleva y agregar un número cuando no se lleva.
- Errores relacionados con contar: contar para lograr el producto, repetir la tabla hasta llegar al número que sé ha de multiplicar, multiplicar mediante sumas y escribir la tabla.
- Procedimientos defectuosos: escribir una fila de ceros cuando hay uno en el multiplicador, usar el multiplicando como multiplicador, errores debido al cero en el multiplicador o en el multiplicando, omitir alguna cifra en el multiplicador o en el multiplicando, errores en la colocación de los productos parciales, confundir productos cuando el multiplicador tiene dos o más cifras, no multiplicar una cifra de¡ multiplicando, omitir una cifra en el producto, dividir el multiplicador en dos o más números, repetir una cifra en el producto, empezar por la izquierda, multiplicar los productos parciales.
- Lapsus y otros. Equivocar el proceso, derivar combinaciones desconocidas de otras conocidas, errores de lectura o al escribir los productos, multiplicar dos veces la misma cifra, invertir las cifras de los productos.

DIVISIÓN

- Errores en las combinaciones básicas.
- Errores de resta.
- Errores de multiplicación.
- Hallar un resto superior al divisor.
- Hallar el cociente por sucesivas multiplicaciones
- Olvidar el resto al seguir dividiendo.
- Omitir el cero en el cociente.
- Omitir una cifra del dividendo.
- Equivocar el proceso.
- Contar para hallar el cociente .

. **Ante cada situación promover que los y las estudiantes:**

- Seleccionen los datos.
- Elijan las operaciones.
- Busquen soluciones personales por distintas vías.
- Lleguen a un resultado.
- Reconozcan si el resultado es creíble.
- Comuniquen a los problemas los caminos seguidos.
- Analicen grupalmente los distintos caminos propuestos.
- Elijan los más útiles y económicos.

El maestro o la maestra con el grupo:

- Analiza que operaciones se usaron.
- Analiza que reglas o propiedades se pusieron en juego.
- Analiza el proceso.
- Lo socializa.
- Ayuda a construir progresivamente el algoritmo convencional.

SUGERENCIA DE TRABAJO No. 8

a) Una parejas, relacione uno cualquiera de los ejemplos anteriores con sus propios intereses y al año de educación básica con el que trabaja.

b) Construya una tabla con los errores más frecuentes en las operaciones básicas que usted ha experimentado en su práctica y proponga alternativas didácticas para superarlos.

ERRORES MÁS FRECUENTES EN LAS OPERACIONES BÁSICAS	ALTERNATIVAS DIDÁCTICAS PARA APROVECHAR EL ERROR

3. ESTRATEGIAS PARA LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA

3. 1 ASPECTOS PRELIMINARES A TENER EN CUENTA

Una pregunta que cotidianamente nos hacemos maestras y maestros de matemática es: ¿Cómo podemos despertar en nuestros estudiantes ese grado de fascinación por aprender, por recorrer los diferentes laberintos, por descubrir y por alcanzar un punto desde el cual se domine en profundidad la matemática que queremos enseñar?.

No se pretende, de ninguna manera enumerar recetas para nuestro cuestionamiento. La idea es, que los y las docentes poniendo en práctica su creatividad y experticias activen múltiples estrategias y representaciones para permitir que los y las estudiantes puedan desarrollar sus aprendizajes de manera significativa y conciente, a fin de aumentar la **comprensión profunda y conciente** de conceptos y procesos.

Las **estrategias de aprendizaje** deben ser seleccionadas y aplicadas por el maestro y la maestra en el proceso de enseñanza para desarrollar las actividades en el aula de clase. Las estrategias de aprendizaje están en función del entrenamiento, la repetición, la discusión, el trabajo del o la docente en el pizarrón y las actividades de trabajo de los y las estudiantes en los pupitres. Las mismas exigen que los y las estudiantes apliquen las habilidades y capacidades que han desarrollado o que están aprendiendo a los contenidos que se tratan, lo cual con frecuencia le proporcionan la oportunidad para que respondan de manera más activa y obtengan mayor realimentación e integración de su aprendizaje. Por lo tanto, las estrategias de aprendizaje le permiten al y la estudiante disfrutar en particular de las tareas que realiza y ser más participativo o participativa.

La **realimentación** tanto para el reforzamiento como para la potenciación del desempeño escolar de los y las estudiantes debe ser incluida en todas las actividades comunes de la clase con el propósito de hacerlas más activas y efectivas y convertir el aula en un espacio de calidez afectiva de coeducación. Para lo cual muchas veces es importante adoptar un sistema de recompensas adaptadas a cada estudiante en particular, considerando que ninguna recompensa única será motivante para todos para todos y los y las estudiantes.

Los **recursos del aprendizaje** se convierten en una estrategia que puede utilizar el y la docente para la motivación del aprendizaje. **El texto** es un recurso bibliográfico que debe ser utilizado como estrategia para motivar el aprendizaje de los y las estudiantes, por los "*los motiva a leer y comprender*".

El **juego** le permite a los y las estudiantes resolver conflictos, asumir liderazgo, fortalecer el carácter, tomar decisiones y le proporciona retos que tiene que enfrentar; "*la esencia del juego lúdico es que le crea al alumno las condiciones favorables para el aprendizaje, a través, de propuestas metodológicas y didácticas en las que aprende a pensar, aprende a hacer; a la vez que se aprende a ser y se aprende a convivir*".

El maestro y la maestra debe acudir a **estrategias motivacionales** que le permitan al y a la estudiante incrementar sus potencialidades ayudándoles a incentivar su deseo de aprender, enfrentándoles a situaciones en las que tenga que utilizar su capacidad de discernir para llegar a la solución de problemas relacionados con su cotidianidad y con la ciencia.

Desde este punto de vista es importante que el y la docente haga una revisión de las **prácticas pedagógicas** que emplea en el aula de clase y reflexione sobre la manera cómo hasta ahora ha impartido los conocimientos, para que de esta manera pueda conducir su enseñanza con estrategias adecuadas que le permitan a los y las estudiantes construir y recrear de manera significativa y conciente el conocimiento y alcanzar el aprendizaje de una forma efectiva.

Los y las docentes en el proceso de enseñanza deben lograr **objetivos motivacionales**. Para ello, deben poner en práctica su creatividad para diversificar la enseñanza, con un poco de imaginación, los trabajos de pupitre rutinarios los puede transformar en actividades desafiantes para el y la estudiante mediante el uso de estrategias metodológicas que faciliten el aprendizaje del y la estudiante: Good y Brophy (1998), propone:

1. *"Crear un ambiente de aprendizaje favorable en el aula, modelando la motivación para aprender, esto minimiza la ansiedad haciendo que los alumnos logren un mejor desempeño en sus actividades.*
2. *Estimular la motivación para lograr aprender proyectando entusiasmo, induciendo curiosidad, formulando objetivos de aprendizaje y proporcionando retroalimentación informativa que ayude al alumno a aprender con conciencia, sensatez y eficacia.*
3. *Proporcionar al educando, las herramientas que le hagan valorar su propio aprendizaje, viéndolo el mismo como un desarrollo estimulante y de autorrealización que le enriquezca en su vida personal.*
4. *Discutir con los alumnos la importancia e interés de los objetivos impartidos, relacionándolos con el quehacer diario, incentivándolos hacia la búsqueda de nuevas informaciones en libros, artículos, videos, programas de televisión en donde se traten temas actuales que se relacionen con la asignatura.*
5. *Ejecutar las evaluaciones, no como una forma de control, sino como medio de comprobar el progreso de cada alumno.*
6. *Ayudar al estudiante adquirir una mayor conciencia de sus procesos y diferencias referente al aprendizaje, mediante actividades de reflexión, estimulando la conciencia cognitiva de los alumnos.*"

Tradicionalmente la **planificación** del proceso de enseñanza y aprendizaje se ha realizado en base a las directrices oficiales bajo la presunción de que el conocimiento es objetivo y universal; desestimando las capacidades y expectativas de los y las estudiantes en cuanto a su edad y a su entorno inmediato, es decir, lo más cercano posible a la manera de cómo se producen los hechos, procesos y fenómenos en la realidad.

La teoría constructivista afirma que el aprendizaje "*es un proceso constructivo en el cual el aprendiz construye su representación interna del conocimiento, una interpretación personal de las experiencias*". En todo caso, el proceso de planificación de la enseñanza debe ser producto del trabajo en equipo y de la participación y cooperación de todos los actores que intervienen en el ámbito escolar, principalmente de los y las estudiantes.

De acuerdo a lo establecido por el Ministerio de Educación (1994) la planificación en matemática debe estar fundamentada en función de la "***comprensión de conceptos y procedimientos, aplicándolos a nuevas situaciones que aparecen aún desde otros ambientes diferentes a los de esta ciencia***". Lo que se trata entonces, es de garantizar a los y las estudiantes es la adquisición de conocimientos, habilidades, destrezas y capacidades que contribuyan a un desarrollo intelectual armónico, que les permita su incorporación a la vida cotidiana, individual y social, apreciando la matemática como un elemento generador de cultura.

El aprendizaje y desempeño escolar se **evaluará** especialmente través de la observación diaria del progreso de los y las estudiantes y de actividades diseñadas especialmente para tal fin, esto a su vez le permitirá al y la docente hacer los reajustes pertinentes al logro de los aprendizajes. Poco a poco, los y las estudiantes deben consolidar los conocimientos adquiridos e integrar otros, que les permitan avanzar en el dominio de la matemática y construir nuevos conceptos científicos.

La evaluación debe ser continua y comprensiva, que permita comprobar el desarrollo de conocimientos, destrezas, habilidades y actitudes. La guía didáctica # 7 para la aplicación de la reforma curricular (pág 29) señala que entre las principales destrezas propuestas en la Reforma Curricular se debe hacer un seguimiento continuo a: "***capacidad para resolver problemas, capacidad para razonar, capacidad para comunicarse matemáticamente, capacidad para comprender y conectar conceptos y capacidad para relacionarlos con otras áreas curriculares***". Para ello sugiere algunos procedimientos de evaluación para que el maestro y maestra pueda seguir.

1. "*Cuantificar las actividades realizadas en clase por el alumno. Durante las discusiones en clase, actividades grupales, trabajos individuales, podemos obtener información muy específica como la comprensión de conceptos, las dificultades en desarrolla procesos específicos, actitudes como: participar, asumir responsabilidades, trabajar en grupo, etc.*
2. *Realizar entrevistas espontáneas o programas con los alumnos. Este proceso de evaluación no nos puede revelar características particulares del estudiante, por ejemplo: dificultad con una destreza particular, procesos mentales individuales de cada niño, etc. de esa forma podemos fomentar o corregir las actitudes.*
3. *Realizar pruebas escritas, calificar reportes y deberes, etc. Las tareas deben tener el propósito de interiorizar conceptos y de dominar procesos. Las tareas también sirven para que el alumno se autoevalúe e identifique tempranamente posibles problemas. Las tareas no deben ser en ningún momento excesivas. Se recomienda enviar pequeños proyectos que involucren a la familia y a la comunidad con reportes escritos que incentiven la comunicación de ideas matemáticas.*
4. *Dar conferencias a los padres de familia es un buen mecanismo para intercambiar sobre el proceso del niño, comparar impresiones con los padres del alumno.*
5. *Utilizar diferentes instrumentos de evaluación para alcanzar una visión global del niño*".

La reforma Curricular para la Educación Básica establece que los **ejes transversales** deben trabajarse como "*temas alrededor de los cuales giran los contenidos de las áreas curriculares*", Por tanto, no constituyen materias aparte sino mecanismos de integración del aprendizaje en torno al estudio de situaciones e intereses de los niños y niñas relacionados con su contexto socio natural de manera tal que favorezcan el desarrollo de su pensamiento lógico-matemático.

El maestro y la maestra tienen la responsabilidad de propiciar el desarrollo de las capacidades de pensamiento en los y las estudiantes, suministrando experiencias cotidianas que conduzcan a valorar la acción inteligente, creativa y racional, donde el y la estudiante aprecien la relación y utilidad de lo que aprende, para ello el maestro y la maestra deben propiciar en el aula la comunicación directa, la comunicación grupal, la lluvia de ideas, la discusión en pequeños grupos, la dramatización y el debate dirigido, la historieta, el periódico mural, los organizadores gráficos, los juegos didácticos, etc.

Uno de los mayores desafíos del maestro y de la maestra será lograr entusiasmar a sus estudiantes por el aprendizaje de la matemática. Este desafío se topa básicamente con dos dificultades principales. Por una parte, la poca atención e importancia que los y las estudiantes prestan al valor de la matemática en la cultura cotidiana,. Por otra parte, los beneficios del aprendizaje no son siempre fáciles de comprender y, muchas veces, sólo se obtendrán a muy largo plazo.

SUGERENCIA DE TRABAJO No. 9

1. Una parejas, lea reflexivamente los aspectos preliminares que deben tenerse en cuenta para el empleo de estrategias de enseñanza.

3.2. ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA PARA MOTIVAR A LOS Y LAS ESTUDIANTES A DESARROLLAR DESTREZAS Y APRENDER CONTENIDOS MATEMÁTICOS

Aquí recrearemos a manera de sugerencias algunas estrategias de enseñanza de la matemática para motivar a los y las estudiantes a desarrollar destrezas y aprender contenidos matemáticos. Quizá la lista seguramente no es exhaustiva, pero entrega algunos elementos que ayudan a estimar la creatividad y el grado de atracción de materiales y actividades para una mejor y conciente comprensión de la matemática.

1. Alcanzar una meta

Cada vez que nos proponemos algún desafío y nos empeñamos en conseguirlo, entonces, al momento de lograrlo, experimentamos un sentimiento de agrado. Esta sensación de logro es común no sólo en los humanos si no que también se manifiesta en otras especies. Si el desafío es pequeño, entonces seguramente experimentaremos un pequeño momento de triunfo. Si el desafío es grande, que nos puede significar varios días o semanas de trabajo, entonces, al momento de lograrlo, la experiencia de satisfacción puede ser mucho mayor. Esto significa que las metas deben ser propuestas según los conocimientos y habilidades de cada estudiante, de manera de asegurar la posibilidad de alcanzarlas y, por lo tanto, de disfrutar con ellas.

Ejercicio 1:

Introduzca en una urna 10 papeles con diferentes características de un número. Por ejemplo: es múltiplo de 5, es par, es menor a 100, es mayor que 10, su mitad es par, su doble es menor que 180, es múltiplo de 3, es mayor que 30, es múltiplo de 12, es mayor que 40. Haga que dos estudiantes de quinto grado vayan sacando por turnos un papelito al azar. El primero que adivina gana 10 puntos, pero por cada equivocación pierde 3.

Ejercicio 1.1: Diseñe otros dos conjuntos de 10 papelitos para otros dos números distintos.

Ejercicio 1.2: Analice el desarrollo de los estados emocionales de los dos estudiantes al jugar los 3 sets. ¿Qué podría hacer para aumentar la emoción del juego? ¿Qué variaciones le haría para ajustarla según habilidades y conocimientos de diferentes estudiantes?

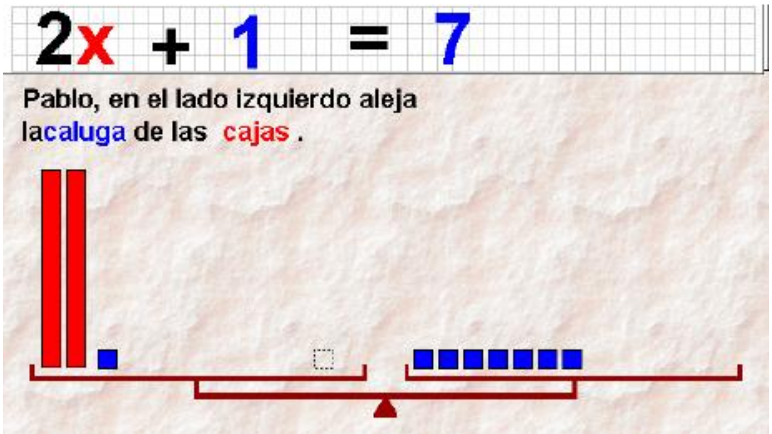
2. Encontrar metáforas

Una metáfora es una analogía, una manera de explicar un fenómeno nuevo o complejo sobre la base de similitudes con otros más conocidos y/o naturales a la mente. El momento de encontrar una metáfora apropiada, con gran capacidad de mapear el fenómeno complejo y gran parte de su estructura, genera una experiencia de satisfacción.

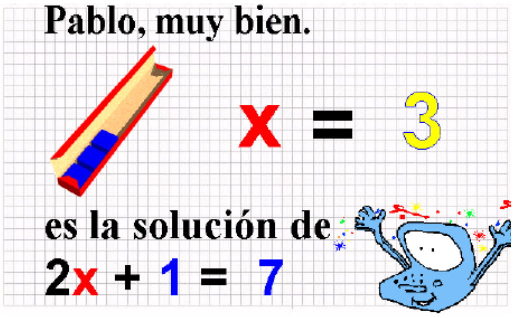
Por ejemplo, al darse cuenta que una compleja expresión algebraica no es más que una simple afirmación geométrica y que puede apreciarse o demostrarse en una línea, significa un importante momento de triunfo. O, por ejemplo, al imaginar la noción de conjunto como la de contenedor y la relación de inclusión entre conjuntos como la de inclusión entre ollas contenedoras, entonces algunas complicadas relaciones entre conjuntos pueden rápidamente visualizarse espacialmente, generando así un sentimiento de satisfacción por su sencillez y potencia.

Una metáfora de la noción de variable es la de una caja que contiene dulces y que los dulces representan números enteros. Esta metáfora es utilizada por ejemplo en los juegos ecuaciones mágicas de primer y segundo grado que luego le presentaremos para que interactúe con ellos a modo de prueba.

Así una variable X es una caja, y la ecuación 2X+1=7, significa que si al número de dulces contenidos en dos cajas iguales (o sea, dos cajas mellizas) le agregamos un dulce entonces obtenemos siete dulces, y que encontrar el valor de X es averiguar cuántos dulces hay en una caja. La imagen siguiente ilustra esta metáfora para 2X+1=7, con las cajas de color rojo y los dulces (o calugas) azules, tal como aparece en el juego ecuaciones mágicas de primer grado:



Por otra parte, el procedimiento de solución parte por separar de los siete dulces un dulce que es el que queda fuera de las dos cajas y luego con los restantes formar dos columnas para así asignar cada columna a cada caja. De esta forma cada caja contiene 3 dulces. O sea, X=3, tal como se muestra en la pantalla con la solución.



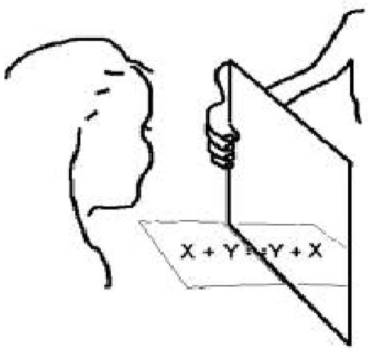
Ejercicio 2.

Explique este método a alumnos que estén comenzando a estudiar ecuaciones de primer grado. Pídales usar esta metáfora y método correspondiente para resolver las ecuaciones 3X+2=12 y 5X+1=11.

Comente sus reacciones cognitivas y emocionales al utilizar esta metáfora y al compararla con el método exclusivamente simbólico.

3. Encontrar simetrías e invarianzas.

La atracción por la simetría tiene raíces biológicas ya que se la asocia a la salud física. Pequeños bebés de meses de edad sienten mayor atracción por rostros más simétricos. Lo mismo ocurre en otras especies, en las que animales prefieren aparearse con otros más simétricos. Esta misma atracción por la simetría se da en materias más abstractas que van desde mosaicos utilizados en arquitectura hasta simetrías en ecuaciones y relaciones simbólicas en matemáticas y física.



Por ejemplo: Escriba con letras grandes y mayúsculas la expresión X + Y = en un pedazo de papel y justo en el signo igual corte verticalmente la hoja. Ponga un espejo como en la figura y compruebe si a ambos lados, en el papel y el espejo ve lo mismo.

Como la relación que se forma con el espejo es X + Y = Y + X , y esta relación es verdadera algebraicamente y es la llamada propiedad de conmutatividad de la suma, entonces decimos que la conmutatividad es una simetría. Encuentre otras relaciones simétricas.

Ejercicio 3:

Realice esta experiencia en clase y describa el interés despertado por los estudiantes.

Algunos matemáticos consideran que gran parte de la matemática consiste en la búsqueda de simetrías e invarianzas.

4. Encontrar punto de vista genérico y no meras coincidencias

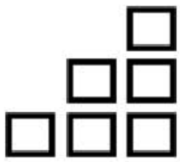
El comprender que un fenómeno dado no es pura coincidencia sino que es un caso particular de una situación general o de reglas generales, produce un momento de placer. Por ejemplo, darse cuenta que el hecho de que:

1+2+3 (que es 6) es igual a la mitad de 3*4

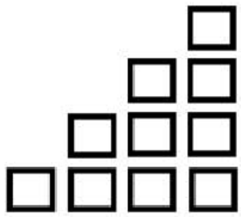
proviene del hecho general de que "la suma a partir de uno de enteros naturales seguidos es igual a la mitad del producto del mayor por el siguiente", produce un momento de admiración. Es decir la proposición:

1+2+**3** es la mitad de **3***4

responde a un principio general, pues es también cierto que "1+2+3+**4** es la mitad de **4***5", y "1+2+3+4+**5** es la mitad de **5***6", etc., y esto la hace ser más interesante que la proposición "1+2+3 es el doble de 3", aunque ambas sean igualmente verdaderas.



Suma de los 3 primeros enteros: 1+2+3



Suma de los 4 primeros enteros:1+2+3+4

Le proponemos que pruebe lo siguiente:

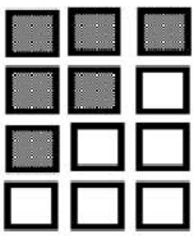
Ejercicio 4:

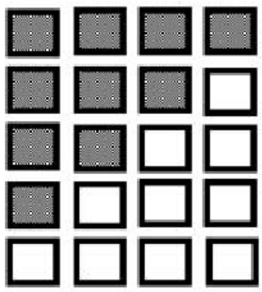
Muéstreles a los y las estudiantes de sexto grado la afirmación:

"la suma a partir de uno de enteros naturales seguidos es igual a la mitad del producto del mayor por el siguiente" y pregúnteles si es verdadera o no. Luego de unos minutos verifique que la hayan comprendido y verificado para la suma de los tres primero enteros, para la suma de los cuatro primeros, los cinco primeros y los seis primeros. Analice el atractivo eventual que les produce darse cuenta que siempre se cumple.

Desafíelos a buscar la razón por lo cual esta afirmación es siempre cierta. Luego de unos 10 a 15 minutos propóngale hacerlo con dulces. Por ejemplo la suma de los tres primeros y de los cuatro primeros enteros queda ilustrada con dulces en las dos figuras siguientes:

Hágales notar que las figuras forman un triángulo y que la suma de sus dulces es la suma de los enteros. Luego muéstreles que si se completan con dulces grises tal como se muestra a continuación entonces quedan como rectángulos.





Hágalos que observen con detención ambas figuras y espere unos minutos hasta que se den cuenta que cada rectángulo está formado por dos triángulos y que estos son iguales aunque están rotados.

Ahora espere un poco más hasta que se den cuenta que los dos triángulos pegados forman un rectángulo de ancho horizontal justo igual al número de enteros a sumar (el número mayor), y de largo vertical justo igual al número siguiente de números a sumar. O sea los dos triángulos tienen tantos dulces como el producto del número a sumar por el siguiente. Así entonces cada triángulo tiene la mitad de ese producto.

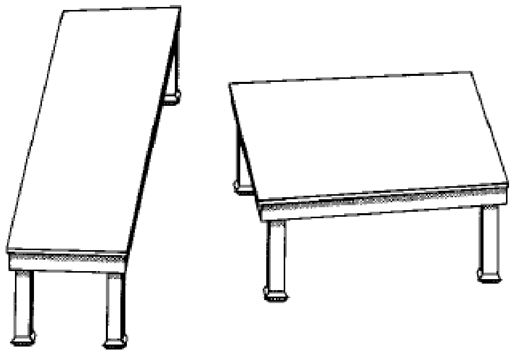
Documente el tiempo y dificultades que tuvieron con esta tarea y si llegaron a darse cuenta que con las figuras demostraban la validez general de la afirmación. Para aquellos estudiantes que lo lograron describa su reacción emocional. Comente sus reacciones y comparta sus conclusiones con sus compañeros de Aula. ¿Qué haría usted para lograr un mejor impacto y mayor alcance a todos los estudiantes?

5. Nociones espaciales

El concepto de espacio y de relaciones espaciales básicas es innato. Por ejemplo, dos cuerpos no pueden estar en el mismo lugar, o traslaciones de un objeto no lo hacen cambiar de forma. Cualquier efecto que viole estas nociones inmediatamente atrae la atención.

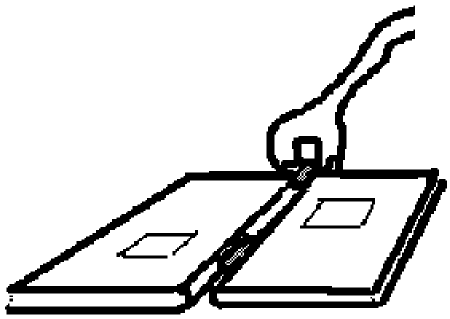
Ejercicio 5.

Proponga a un grupo de estudiantes comparar visualmente las dos mesas siguientes y determinar si son del mismo largo y ancho.



Haga que midan ambas mesas con una regla y que comprueben que los anchos y largos son iguales. Describe el interés de los estudiantes en esta actividad.

6. Física intuitiva



La física intuitiva, también llamada física aristotélica, nos dice que para que un objeto inanimado se mueva debe estar empujándolo una fuerza y, salvo la caída hacia la tierra, esa fuerza es algo que empuja y está conectada de alguna forma al objeto. Por eso la noción de inercia nos cuesta tanto y le tomó miles de años a la humanidad descubrirla. Por la misma razón, el magnetismo atrae hasta a niños de dos años. El que un objeto magnético sea atraído o repelido a cierta distancia por otro es algo difícilmente deja inmutable a las personas, y por lo tanto, puede ser utilizado por el profesor como elemento para detonar un sin número de actividades.

Ejercicio 6

Entrégueles dos imanes a niños de primer grado. Propóngale que determinen qué pasa entre ellos. Bajo qué condiciones se atraen y cuándo se repelen. Describa el interés mostrado.

Realice una canaleta formada por dos libros, y coloque dentro los dos imanes de manera que se repelen. Haga que muevan uno de ellos acercándolo al otro y que determinen con una regla a cuántos milímetros debe estar para que el otro se aleje. Describa el interés de los estudiantes.

7. Utilizar y diseñar herramientas

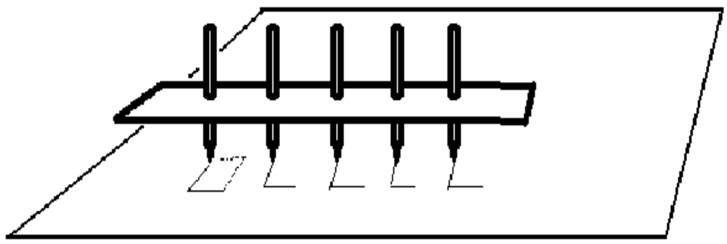
Antes de los dos años niños y niñas muestran un fuerte impulso por utilizar herramientas. Un ejemplo concreto de ello es que intentan usar la cuchara para comer aún cuando les sea más fácil agarrar la comida directamente con las manos. Esta misma atracción por herramientas se manifiesta en todas las edades en el gusto por herramientas más sofisticadas. Muchos problemas de matemáticas tuvieron su origen en el uso de herramientas. Por esa razón muchos ejercicios matemáticos pueden presentarse como problemas al utilizar herramientas y pueden resolverse en parte usando tijeras, reglas, escuadras, trazadoras de líneas, compases, copiadoras, balanzas, huinchas, espejos, lupas, etc.

Sin embargo, no sólo nos atrae usar herramientas sino también diseñarlas. Un diseño exitoso puede producir un goce mayor que sólo el uso de una herramienta diseñada por otro.

Ejercicio 7.1

Haga en una clase de segundo grado que los estudiantes fabriquen un clonador de objetos, utilizando una tabla y 5 lápices, tal como lo indica la figura. El primer lápiz pasa sobre el dibujo original y los otros cuatro generan las copias. Luego pídales que produzcan 4 clones de un cuadrado previamente dibujado, 4 clones de un triángulo previamente dibujado, y de una figura previamente dibujada. Analice el interés de los estudiantes en el uso de la herramienta.

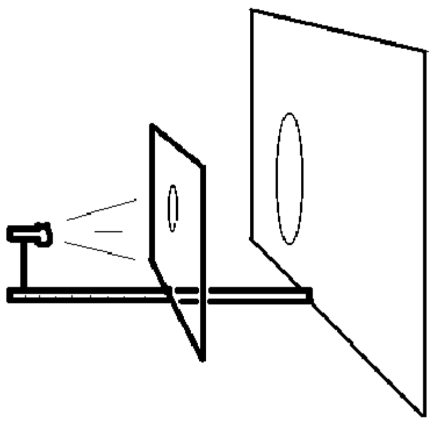
Propóngales que expliquen la noción de paralelismo. Describa la comprensión alcanzada del paralelismo y el interés alcanzado en explicar esta noción.



Ejercicio 7.2

Proponga a estudiantes de quinto grado diseñar y fabricar una máquina ampliadora de figuras planas, utilizando como materiales una linterna, un vidrio y una cartulina blanca. Haga que contenga un regulador que para un factor de ampliación dado especifique la distancia a que debe ponerse la linterna, tal como se muestra en la figura.

Analice el interés que provoca esta actividad en los niños. Haga que los estudiantes revisen el teorema de Tales y lo comparen con esta máquina. Describa los logros cognitivos y el interés que despierta en los estudiantes.



8. Observar e interactuar con la identidad de uno mismo

Cada uno de nosotros se interesa mucho en su propio persona y quizás sea uno de los importantes aspectos a considerar acerca del enorme impacto del espejo, que según algunos ha sido la invención más utilizada.

Con el espejo nos vemos como otros nos ven. Sobre él hoy se fundan varias de las industrias más poderosas, tales como la de los cosméticos y la de la vestimenta.

Si en una actividad están incorporadas imágenes, sonidos grabados, vídeos del mismo estudiante, entonces seguramente puede aumentar su interés. Otros registros más indirectos o abstractos también pueden ser muy interesantes tales como mediciones de altura y peso, electrocardiogramas, rayos x, descripciones de movimientos, perfiles sicológicos, etc.

Ejercicio 8

Este ejercicio es sobre la representación en el plano cartesiano, pero que al tocar la identidad de las personas lo hace más atractivo.

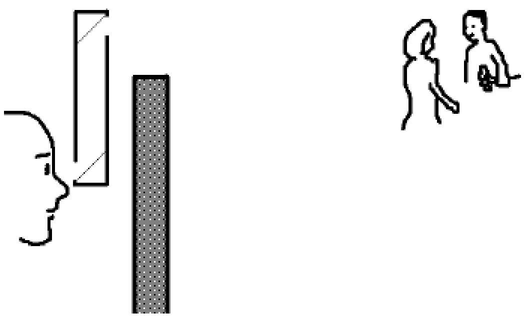
Haga que cada estudiante se tome una foto de su rostro de frente y luego que imprima la imagen de manera que ocupe toda una página tamaño carta. Luego indique que los estudiantes coloquen encima de la hoja impresa una mica o transparencia previamente marcada como papel milimetrado. A continuación haga que cada estudiante marque el contorno del rostro mediante 50 puntos de un color, como se muestra en la figura.

Luego que marque con otro color cada ojo con 10 puntos cada uno, las cejas con otro color y cinco puntos por ceja. Con un color diferente que marque la nariz con 10 puntos y con otro color que marque con 10 puntos los labios. Finalmente cada estudiante debe anotar cada punto en una planilla de coordenadas x y (por ejemplo como dos columnas, una para x y otra para y).

A continuación los estudiantes grafican los datos x y. Describa el atractivo de la actividad y, particularmente, el instante en que cada estudiante ve aparecer el gráfico de su rostro.

Imprima todas las caras y determine si se pueden reconocer. Describa sugerencias para hacer esta actividad más atractiva.

9. Espiar El espionaje es una actividad social que atrae a toda la gente. Experimentos hasta con peces muestran que no sólo espían a otros miembros de su especie sino que el espionaje les provee información importante que los afecta sicológicamente. En el caso del chimpancé y del hombre, tal como el engaño, la capacidad de espiar provee importantes ventajas en la interacción con los demás. Por esa razón atraen fuertemente nuestro interés, hecho que es explotado en muchas novelas, en el cine, en seriales de televisión y juegos. Si un juego de tablero, contiene la posibilidad de espionaje, entonces muy posiblemente puede lograr un mayor atractivo entre los estudiantes que un juego similar sin esa posibilidad. Otros juegos atractivos, basados en este mecanismo, son los que usan o diseñan periscopios, que tal como en los submarinos, permiten ver a otros sin ser vistos.



Ejercicio 9

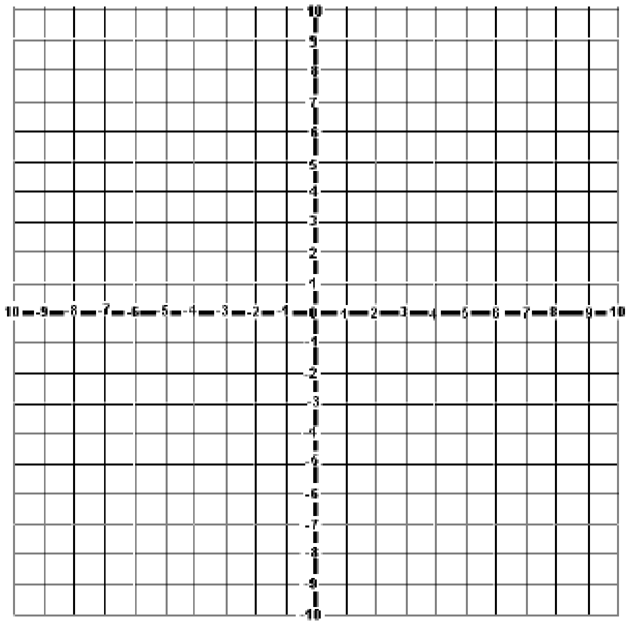
Realice la siguiente actividad con un grupo de quinto grado. Forme grupos de dos estudiantes y haga que fabriquen periscopios de cartón con dos espejos, tal como el que se muestra en la figura. Discuta el efecto de los ángulos. Haga que los estudiantes utilicen en la oscuridad una pequeña linterna para medir los ángulos. Documente el interés mostrado por los estudiantes.

Haga que discutan un proyecto para colocar una oreja que escuche a distancia utilizando un cable hueco y un par de embudos. ¿Qué interés despertó esta actividad?

10. Competir contra otros

La competencia es uno de los elementos básicos de la vida. Toda competencia activa inmediatamente mecanismos atencionales, ya sea en un juego de suma cero donde lo que uno gana el otro pierde, o en juegos de suma no cero en que diferentes jugadores pueden ganar. En juegos y actividades matemáticas diferentes modalidades pueden ser incluidas para atraer el interés y la atención de los estudiantes. Por ejemplo, olimpiadas en que se compita por estudiantes o en equipos, juegos de tablero matemáticos, etc.

Ejercicio 10



Un juego de competencia directa que mezcla habilidades kinestéticas y matemáticas es el lanzamiento del dardo en un tablero cuadriculado con los cuatro cuadrantes. El resultado de cada lanzamiento se anota por su correspondiente par ordenado de la ubicación xy del dardo. Luego de 50 lanzamientos cada jugador confecciona el histograma, calcula la media y la desviación estándar. Gana el que su media tiene una distancia menor al centro. Describa el interés de esta actividad para los estudiantes.

Cambie la regla que define el ganador a la siguiente regla: gana el con menor desviación estándar. Describa el interés por esta otra actividad. Analice la influencia de la competitividad en el interés mostrado por los estudiantes.

11. Formar coaliciones con otros

Juegos de suma no cero, en los que varios jugadores pueden ganar, pueden dar lugar a la formación de coaliciones. Esta es una estrategia muy importante y rápidamente atrae la atención de los jugadores. Esto implica entender los intereses de otros, buscar puntos comunes, y ser capaz de explicitar una estrategia congruente. Muchas coaliciones se forman espontáneamente en juegos reiterativos y donde es posible la especialización. La clave está en introducir en las reglas del juego estas componentes. Por ejemplo, el éxito de una banda de música depende del desempeño de varios especialistas.

Ejercicio 11

En una clase de cuarto proponga el siguiente juego de adivinanza de un número secreto. Prepare diez pistas que dan información sobre el número secreto. Escriba las pistas en diez papeles distintos.

Aquí va un ejemplo de diez pistas:

Pista 1: es impar
Pista 2: es múltiplo de 3
Pista 3: es menor a 100
Pista 4: es mayor a 20
Pista 5: su sucesor es múltiplo de 4
Pista 6: la mitad de su antecesor es primo
Pista 7: es múltiplo de 7
Pista 8: está entre 50 y 100
Pista 9: su sucesor es cuadrado de un entero
Pista 10: su diferencia con 100 es un número primo.

Esconda estas pistas en diferentes lugares de la sala y el jardín. Entregue un mapa de las ubicaciones de las pistas. El que llega primero con la respuesta correcta gana 100 puntos, pero si lo entrega un equipo divida los puntos entre los integrantes del equipo. Confeccione otros cuatro juegos similares cada uno con otras 10 pistas para averiguar un número. Repita la competencia permitiendo acumular puntaje. Al final de las 5 versiones cuente los puntos.

Analice el interés de la actividad para los estudiantes y determine bajo qué condiciones se forman coaliciones y de qué tamaño.

Comente sugerencias para hacer más atractivo esta opción de diseño de juegos didácticos.

12. Negociación y resolución de conflictos

Las actividades en grupo, tanto competitivas como aquellas que poseen componentes cooperativas, pueden aumentar las instancias de generación de conflictos. Estos sin embargo son una buena oportunidad de enseñanza tanto de contenido matemático como de ejercicios de valores de convivencia.

Una estrategia muy recomendada para negociar y resolver conflictos comienza por identificar las posiciones y los intereses de ambos contrincantes o grupos. Una posición es un enunciado que especifica un valor fijo, por ejemplo: “esto vale 100 mil pesos”

Un interés, en cambio, es un enunciado que indica una meta, por ejemplo: “me interesa adquirir un automóvil”

Luego de identificar posiciones e intereses, el paso siguiente es escribirlos y comparar los escritos con el contrincante de manera de asegurarse que ambos entienden la posición del otro. Finalmente, la solución requiere diseñar en forma creativa criterios de solución que sean generales.

Normalmente es mucho más fácil acordar con otra persona o grupo criterios generales que posiciones específicas. Pero criterios generales es justamente la idea matemática de algoritmo en un lenguaje algebraico. Por ejemplo, en una disputa sobre venta de un automóvil se puede acordar un algoritmo como tomar el promedio de venta de un automóvil de la misma marca y año tal como aparece listado en el diario local. Otro ejemplo de algoritmo en una disputa es acordar muestrear al azar 3 personas del vecindario y preguntarles su opinión sobre la situación pero ocultando los nombres de los protagonistas, y luego elegir según la mayoría.

Ejercicio 12

Imagine un conflicto entre dos estudiantes de tercero básico sobre el uso de un recurso tal como un equipo computacional. Diseñe y comparta tres estrategias distintas de resolución de conflictos, de manera que utilicen contenidos matemáticos.

13. GANA ROJO

Los siguientes tres juegos, "Gana Rojo I", "Gana Rojo II" y "Gana Rojo III", requieren lanzar una moneda y contar cuántas veces sale número (sello). Se incluye también lo que corresponde a un factor de multiplicación de algunos casilleros asignándoles coeficiente dos o coeficiente cero.

Ejercicio 13.1

Gana Rojo I

Este juego es para dos jugadores: A y B. Cada uno tiene su tablero y ambos parten del casillero superior izquierdo avanzando hacia la derecha. Luego siguen con la segunda fila, de izquierda a derecha, y así hasta completar todos los casilleros. En cada casillero lanza una moneda. Si es cara pinta celeste, si es número pinta rojo.

Tablero A

Tablero B

Gana quien saca más rojos

Ejercicio 13.2.

Gana Rojo II

Parte del casillero superior izquierdo y avanza hacia la derecha. Luego sigue con la segunda fila, de izquierda a derecha, y así hasta completar todos los casilleros. En cada casillero lanza una moneda. Si es cara pinta celeste, si es número pinta rojo.

Tablero A

2				2
		0		
		0		
2				2

Tablero B

2				2
		0		
		0		
2				2

Ejercicio 13.3 Gana Rojo III

Parte del casillero superior izquierdo y avanza hacia la derecha. Luego sigue con la segunda fila, de izquierda a derecha, y así hasta completar todos los casilleros. En cada casillero lanza una moneda. Si es cara pinta celeste, si es número pinta rojo.

Tablero A

2				2
-1		0		
	-1	0		
2			-1	2

Tablero B

2				2
-1		0		
	-1	0		
2			-1	2

Cada rojo da un punto, pero si en el casillero hay un número entonces si es rojo se gana dos, cero o menos un punto.

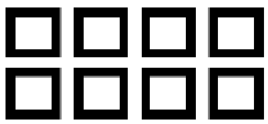
Sin embargo, antes de lanzar la moneda en un casillero con número tienes la posibilidad de cambiar el lanzamiento por ganar o perder la mitad del número. Es decir, en los casilleros con el número 2 tienes la opción de un punto seguro y no lanzar la moneda, y en los casilleros con -1 tienes la opción de perder medio punto y no lanzar la moneda. Se suman los puntos y gana quien saca más puntos.

14. PARES E IMPARES

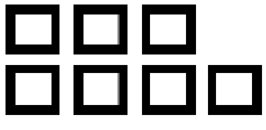
Esta actividad promueve una representación visual concreta de los números pares e impares, y una forma de obtener resultados generales al operar con pares e impares.

Ejercicio 14

Un número es par si se puede poner como 2 filas iguales. Así 8 es par ya que 8 se puede poner como:



Un número es impar si no es par. O sea, si no se puede poner como dos filas. 7 es impar pues al ponerlo como dos filas queda una fila con un objeto más que la otra:

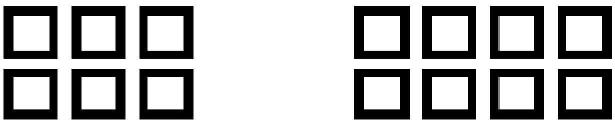


Adivina, adivina:

¿ 2 es par o impar? _____ ¿ 3 es par o impar? _____ ¿ 4 es par o impar? _____
¿ 5 es par o impar? _____ ¿ 6 es par o impar? _____ ¿ 9 es par o impar? _____
¿ 10 es par o impar? _____ ¿ 11 es par o impar? _____ ¿ 12 es par o impar? _____
¿ 16 es par o impar? _____ ¿ 21 es par o impar? _____ ¿ 22 es par o impar? _____

¿ El sucesor de un par, es par o impar? _____
¿ El sucesor de un impar, es par o impar? _____
¿ El sucesor del sucesor de un par, es par o impar? _____

Toma dos números pares cualesquiera, por ejemplo 6 y 8, haz la suma poniéndolos uno al lado del otro. Entonces, ¿puede la suma ponerse como dos filas? ____



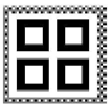
¿ La suma de dos pares es par o impar? _______
¿ La suma de dos impares es par o impar? _______
¿ La suma de un par con un impar, es par o impar? _______
¿ La suma de un número con su sucesor, es par o impar ? _____
¿ La suma de un número con su antecesor, es par o impar ? _____
¿ La suma de un número con el sucesor de su sucesor, es par o impar ? _____

15. NÚMEROS Y POTENCIAS

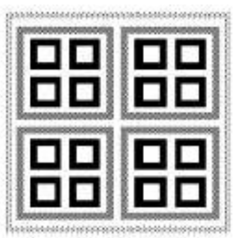
La actividad "Números y Potencias" introduce la noción de potencia con una representación concreta.

Ejercicio 15

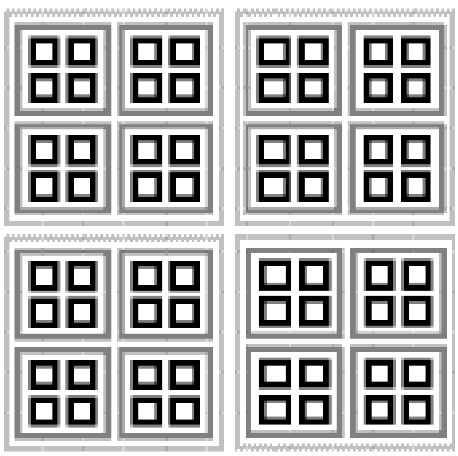
Si una caja tiene 4 cuadrados tal como se muestra en la figura:



y un baúl tiene 4 cajas



entonces, ¿cuántos cuadrados hay en 4 baúles? _______



Ahora cambiemos los tamaños de las cajas y de los baúles.
Si una caja tuviera 3 cuadrados, y un baúl tuviera 3 cajas, entonces:
¿Cuántos cuadrados habrían en 3 baúles?_____
Si una caja tuviera 5 cuadrados, y un baúl tuviera 5 cajas, entonces:
¿Cuántos cuadrados habrían en 5 baúles?_____
Si una caja tuviera 10 cuadrados, y un baúl tuviera 10 cajas, entonces:
¿Cuántos cuadrados habrían en 10 baúles?_____
Y si una bodega tuviera 10 baúles, ¿cuántos cuadrados habrían en 10 bodegas? ___

16. "ADIVINA, ADIVINA...¿QUÉ ES?"

La actividad "Adivina, adivina...¿Qué es?" obliga a practicar la noción de orden de números, la noción de múltiplo y la mezcla de ordenamiento de múltiplos y de diferentes tipos de sucesores de múltiplos.

Ejercicio 16

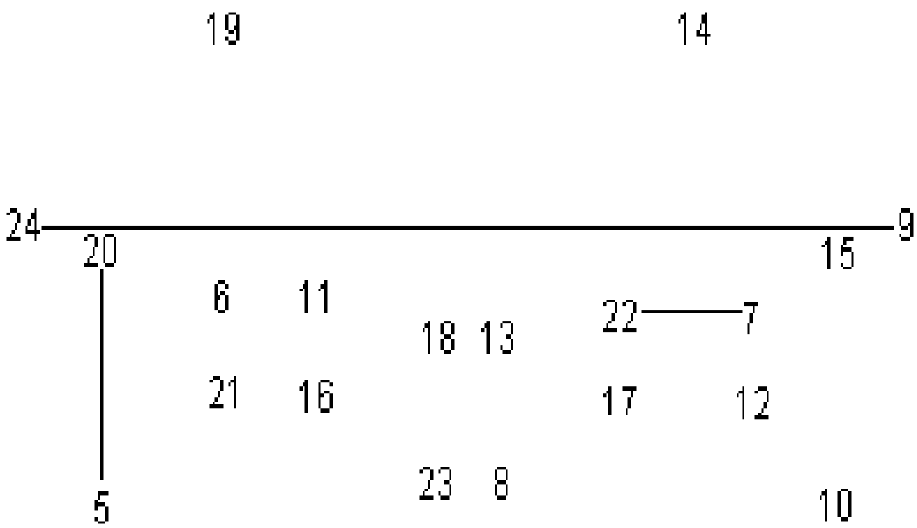
Une con una línea roja todos los números múltiplos de 5 partiendo desde el más pequeño y en orden ascendente.

Une con una línea azul todos los números que son sucesores de múltiplos de 5 partiendo desde el más pequeño y en orden ascendente.

Une con una línea verde todos los números que son sucesores de sucesores de múltiplos de partiendo desde el más pequeño y en orden ascendente.

Une con una línea naranja todos los números que son sucesores de sucesores de sucesores de múltiplos de 5 partiendo desde el más pequeño y en orden ascendente.

Une con una línea lila todos los números que son sucesores de sucesores de sucesores de sucesores de múltiplos de 5 partiendo desde el más pequeño y en orden ascendente.



¿Qué cosa es? ________________

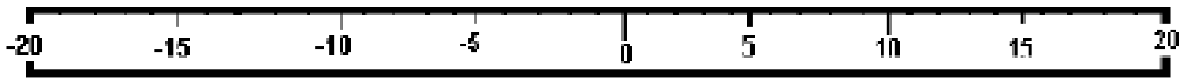
17. PROMEDIOS

La actividad Promedios está diseñada en torno a la representación gráfica de números en la recta numérica y la del promedio como el punto intermedio.

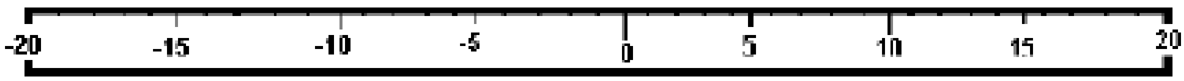
Ejercicio 17

El promedio de dos números es el número que queda justo al medio entre los dos. Por ejemplo, el promedio entre 2 y 4 es 3, pues el 3 queda justo al medio entre 2 y 4. Ubica los siguientes números en la regla:

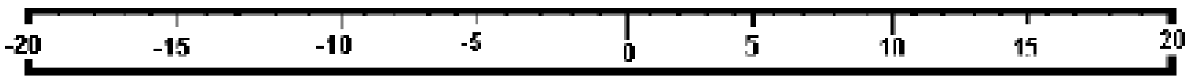
Marca con rojo los números 4 y 8, y marca con azul su promedio. Promedio = ___



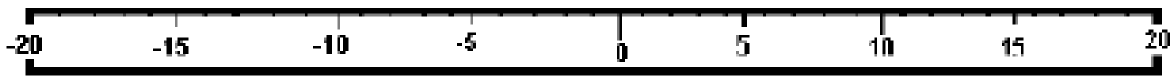
Marca con rojo los números 10 y 20, y marca con azul su promedio. Promedio =___



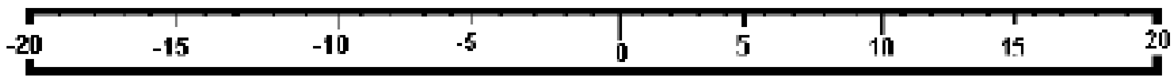
Marca con rojo los números -10 y 10, y marca con azul su promedio. Promedio =___



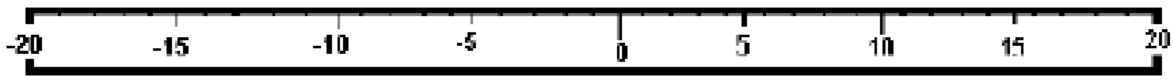
Marca con rojo los números -15 y 15, y marca con azul su promedio. Promedio =___



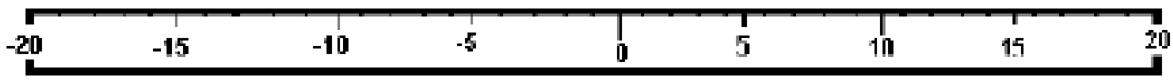
Marca con rojo los números -16 y 0, y marca con azul su promedio. Promedio =___



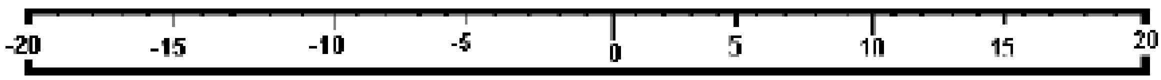
Marca con rojo los números -15 y 5, y marca con azul su promedio. Promedio =___



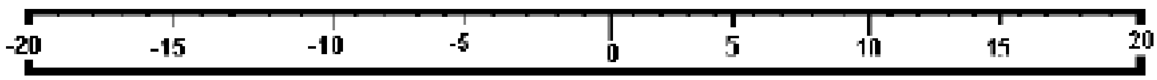
Marca con rojo los números 0 y 20, y marca con azul su promedio. Promedio =___



Marca con rojo los números -2 y -10, y marca con azul su promedio. Promedio =___



Marca con rojo los números -12 y -6, y marca con azul su promedio. Promedio =___



18. MEDICIONES CON REGLAS

La idea de estas actividades es que el estudiante fabrique su propia regla de papel y con ella realice las mediciones. Un punto importante es que en la fabricación debe decidir dónde colocar el cero y dónde marcará la unidad. Es decir, se enfrentará a la decisión de nombrar arbitrariamente el lugar del cero y el lugar del uno, y a partir de esas dos marcas deberá realizar el resto de las marcas y números.

Para definir la unidad tendrá que analizar el problema planteado. Esta experiencia es de crucial importancia, pues lo enfrenta a decisiones que apuntan a comenzar a manejar nociones como las de proporcionalidad, números racionales y porcentajes.

Es importante destacar una vez más que estas actividades son diferentes a realizar mediciones con una regla ya hecha. Esas no sólo ya tienen las marcas sino que traen definido la unidad, ya sea un centímetro o una pulgada. Acá, en cambio, está la problemática de definir una unidad conveniente. Esta es una gran diferencia, y es este punto el que prepara el camino para la noción de fracción.

Ejercicio 18.1 Mediciones I

Esta actividad requiere que el o la estudiante construya su regla tal que la unidad corresponda a un objeto a medir.

Robotín tiene que fabricar una regla de papel para medir la casa completa.

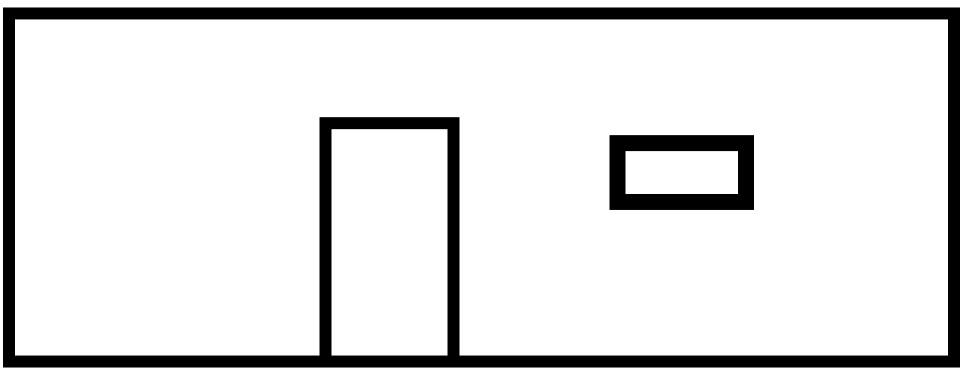
Robotín sólo sabe que el ancho de la puerta es de 2 U.

Ayuda a Robotín. Copia y recorta el rectángulo.

Marca el 0 y el 1 de manera que el ancho de la puerta sea 2 U.

Marca los números desde el 2 al 20.

Ahora mide la casa.



¿Cuánto mide el ancho de la casa? ___D ___U

¿Cuánto mide la altura de la casa? ___D ___U

¿Cuánto mide el ancho de la ventana? ___D ___U

¿Cuánto mide la altura de la ventana? ___D ___U

¿Cuánto mide la altura de la puerta? ___D ___U

Ejercicio 18.2 Mediciones II

Esta actividad igual que la anterior requiere que el o la estudiante construya su regla tal que la unidad corresponda a un objeto a medir, pero además debe interpretar un plano.

Recorta el rectángulo y fabrica una regla de papel.

Marca el 0 y el 1 donde te parezca mejor, pero tal que arriba el lado indicado de la casa mida 6 U. Con tu regla mide los otros lados de la casa del plano.

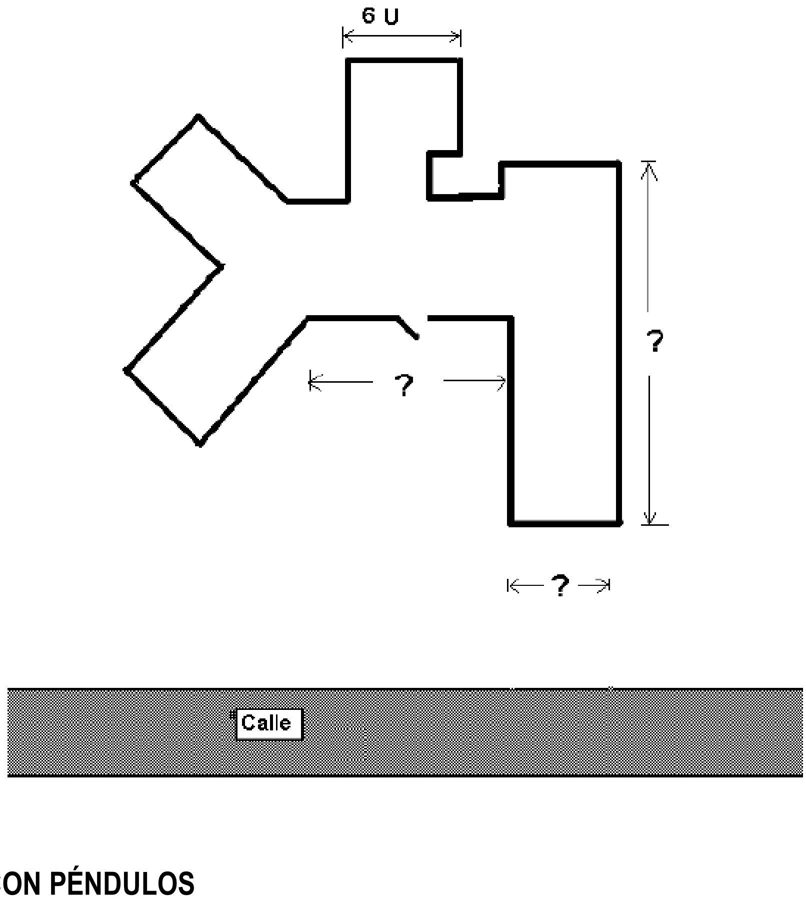
¿A qué distancia de la calle está la muralla más cercana? ___D ___U

¿A qué distancia de la calle está la puerta? ___D ____U

¿Cuánto es el largo total de la casa desde la muralla más cercana a la calle hasta la más lejana? ___D ___ U

¿Cuál es el ancho total de la casa desde el extremo izquierdo al extremo derecho? ____D ____ U

¿Cuál es el largo total de muralla exterior de la casa? _____D ____U



19. MEDICIONES CON PÉNDULOS

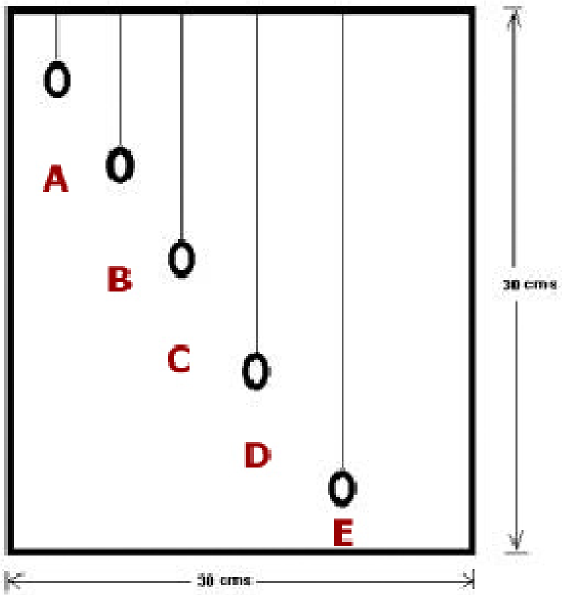
En la actividad "Mediciones con Péndulos", inspirada en famosos experimentos de Piaget, se requiere medir la frecuencia de oscilación de diferentes péndulos que tiene que fabricar. Además de los números involucrados este ejercicio lo introduce en el importante tema del oscilador, que es una noción muy usada en matemáticas y física, y hasta en biología y economía.

Ejercicio 19

Fabrica una caja de cartón de 30 centímetros de ancho y 30 centímetros de alto.

Cuelga desde el techo 5 péndulos hechos con hilo y pégales abajo una bolita o dulce. Todas las bolitas deben ser iguales.

- El péndulo A debe tener un largo de 5 centímetros desde el techo al centro de la bolita.
- El péndulo B debe tener un largo de 10 centímetros desde el techo al centro de la bolita.
- El péndulo C debe tener un largo de 15 centímetros desde el techo al centro de la bolita.
- El péndulo D debe tener un largo de 20 centímetros desde el techo al centro de la bolita.
- El péndulo E debe tener un largo de 25 centímetros desde el techo al centro de la bolita.



Para cada péndulo desplaza la bolita y suéltala. ¿Cuál se mueve más rápido? _____

Con un reloj cuenta el número de veces que llega al extremo izquierdo en 1 minuto, y llena la tabla.

Péndulo	Largo	Número de veces pasa por abajo
A		
B		
C		
D		
E		

Si cuelgas un péndulo de 40 cms, ¿en 1 minuto cuántas veces pasaría por abajo? _____

Si cuelgas un péndulo de 80 cms, ¿en 1 minuto cuántas veces pasaría por abajo? _____

Si cuelgas un péndulo de 3 cms, ¿en 1 minuto cuántas veces pasaría por abajo? _____

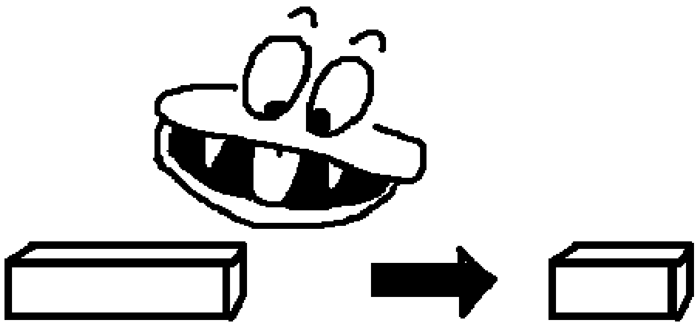
Si cuelgas un péndulo de 1 cm, ¿en 1 minuto cuántas veces pasaría por abajo? ___

20. INFINITO

El objetivo de la actividad es hacer que el estudiante comience a reflexionar sobre procesos infinitos. Este es uno de los conceptos numéricos de mayor complejidad a la vez que muy importante en matemáticas. En este caso se presenta lo infinitamente pequeño. Normalmente el niño estima que una vez que algo es muy pequeño ya no se puede dividir. Esto proviene en parte de su experiencia en la que las cosas muy chicas ya no las puede agarrar. La dificultad consiste en dar un paso de abstracción y pensar en un objeto ideal, que siempre se puede agarrar y subdividir. Para facilitar esta idea, es importante acompañar la presentación haciendo que tiene una super lupa. Así cuando el objeto dividido es muy pequeño, entonces se lo observa con una lupa. Si se sigue dividiendo y vuelve a verse muy pequeño, entonces cambia por a una lupa más potente o por un microscopio. Estas ayudas le facilitará la comprensión de la noción de infinitamente pequeño.

Ejercicio 20 Mitad, Mitad, Mitad, ...

Monstruín siempre se come la mitad de cada galleta que le dan, el resto la devuelve.



¿Es cierto o no?

• Si le damos una galleta entonces lo que le queda en el estómago es más de lo que devuelve ____

• Si le damos una galleta y luego le pasamos lo que nos devuelve, entonces al final queda en sus manos la mitad de la mitad ______

• Si le damos una galleta y cada vez que nos devuelve algo se lo volvemos a dar, entonces cada vez devuelve menos ______

• Si le damos una galleta y cada vez que nos devuelve algo se lo volvemos a dar, entonces en algún momento va a devolver menos que una miguita.

• Si le damos una galleta y cada vez que nos devuelve algo se lo volvemos a dar, entonces en algún momento se habrá comido todo ____

• Si le damos una galleta y cada vez que nos devuelve algo se lo volvemos a dar, entonces siempre le queda algo que volver a comer _____

• Si le damos una galleta y cada vez que nos devuelve algo se lo volvemos a dar, entonces a Monstruín le queda siempre algo que comer

21. CONEXIONES CON CONECTIVOS LÓGICOS

Específicamente para trabajar el tema de conexiones con conectivos lógicos tienen que seguirse con rigor diferentes especificaciones que involucran la comprensión de frases con los conectivos "y", "o", negación lógica y la implicación.

Ejercicio 21. 1 Busca números I

Esta actividad trata el manejo de números y la relación de orden sólo con los números naturales y en Busca números II se agregan números negativos.

¿Cuál es el número más grande dentro del rectángulo? ________

¿Cuál es el número más grande de los que están fuera de todas las figuras? ______

¿Cuál es el número más grande dentro de algún círculo? ______

¿Cuál es el número más grande del rectángulo que también esté dentro de algún círculo? _____

¿Cuál es el número más grande dentro de los que están en más de un círculo? ____

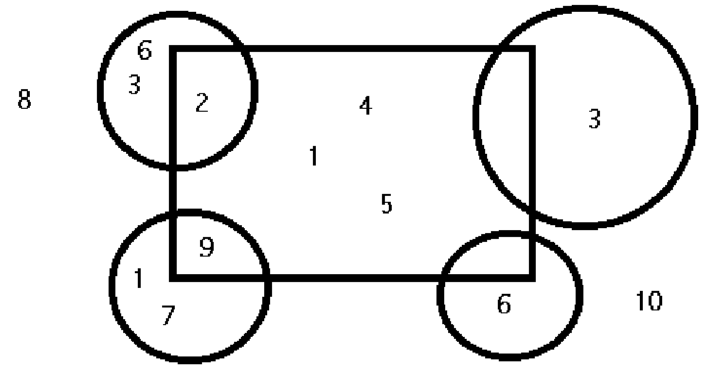
¿Cuál es el número más pequeño dentro del rectángulo? ________

¿Cuál es el número más pequeño de los que están fuera de todas las figuras? ____

¿Cuál es el número más pequeño dentro de algún círculo? ______

¿Cuál es el número más pequeño del rectángulo que también esté dentro de algún círculo? _____

¿Cuál es el número más pequeño dentro de los que están en más de un círculo? __



Ejercicio 21. 2 Busca números II

Esta actividad trata el manejo de números y la relación de orden, utiliza los números naturales y los números negativos

¿Cuál es el número más grande dentro del rectángulo? ________

¿Cuál es el número más grande de los que están fuera de todas las figuras? ______

¿Cuál es el número más grande dentro de algún círculo? ______

¿Cuál es el número más grande del rectángulo que también esté dentro de algún círculo? _____

¿Cuál es el número más grande dentro de los que están en más de algún círculo? _

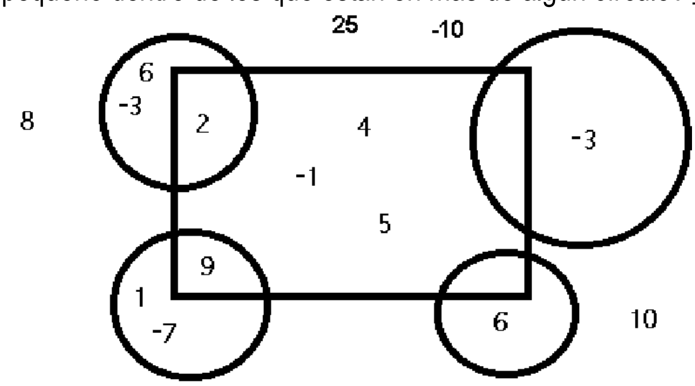
¿Cuál es el número más pequeño dentro del rectángulo? ________

¿Cuál es el número más pequeño de los que están fuera de todas las figuras? ____

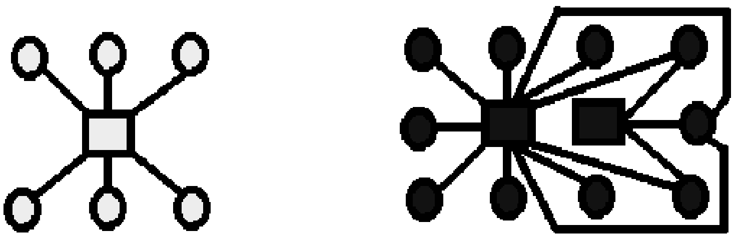
¿Cuál es el número más pequeño dentro de algún círculo? ______

¿Cuál es el número más pequeño del rectángulo que también esté dentro de algún círculo? _____

¿Cuál es el número más pequeño dentro de los que están en más de algún círculo? ____



Ejercicio 21.3 Conexiones Lógicas



¿Es cierto o no?

Toda pelota blanca está conectada directamente a un cuadrado ____

Todo cuadrado negro está conectado directamente a una pelota negra _____

Ninguna pelota blanca está conectada directamente a otra pelota _____

Existe un cuadrado negro que está conectado directamente a todas las pelotas negras _____

Existen pelotas negras que están conectadas a más de un objeto ____

Existe una pelota negra conectada directamente a más de tres objetos _____

Dibuja dos pelotas y dos cuadrados todos conectados entre sí: ____

Ejercicio 21.4 Sobres y figuras

Hay 4 sobres, uno contiene la figura A, otro la B, otro la C y el otro la figura D. Para cada figura marca todos los textos que podrías escribir en el sobre de manera que esté de acuerdo con lo que contiene.

1. Todo círculo está conectado directamente a algún otro círculo

2. No existe una línea de conexión que se cruce

3. Existe un círculo conectado directamente a todos los ºdemás círculos

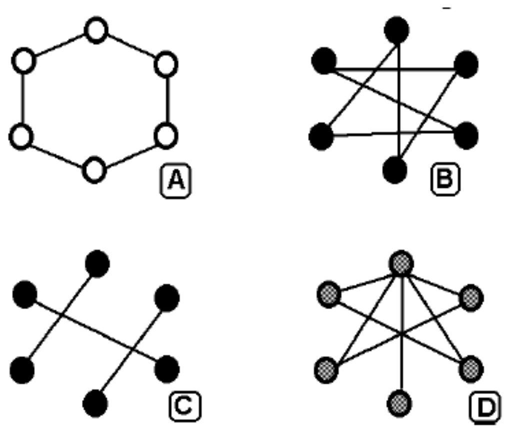
4. Toda línea de conexión es cruzada en dos lugares

5. Todo círculo está conectado directamente a sólo otro círculo

6. Todo círculo está conectado directamente a exactamente dos otros círculos

7. Todas las líneas de conexión no se cruzan

8. Toda línea de conexión es cruzada en más de un lugar



Marca los textos para la figura A: 1 2 3 4 5 6 7 8

Marca los textos para la figura B: 1 2 3 4 5 6 7 8

Marca los textos para la figura C: 1 2 3 4 5 6 7 8

Marca los textos para la figura D: 1 2 3 4 5 6 7 8

Si sabes que hay cuatro sobres, cada uno con una de las figuras A, B, C o D, y que no hay repeticiones, entonces:

¿Cuál frase de las 8 anteriores permite saber que adentro del sobre está la figura A? ___

¿Cuál frase de las 8 anteriores permite saber que adentro del sobre está la figura B? ___

¿Cuál frase de las 8 anteriores permite saber que adentro del sobre está la figura C? ___

¿Cuál frase de las 8 anteriores permite saber que adentro del sobre está la figura

Ejercicio 21.5 Frases y Cuantificadores

• Cecilia cree que la mamá de su amiga Ximena no quiere que jueguen juntas.
• Ximena cree que Cecilia no quiere jugar con ella.
• La mamá de Cecilia cree que la amiga de su hija miente a su mamá y dice que su hija le quita sus juguetes.

¿Es cierto o no?

Existe en esta historia dos niñas y dos mamás. _______
En todas las tres frases se nombra a Cecilia. ________
La mamá de la amiga de Cecilia quiere que jueguen las dos niñas. _____
La mamá de la amiga de Ximena cree que Ximena le miente a su mamá. ______
En esta historia existe una niña que cree que una de sus amigas no quiere jugar con ella. ________
Dibuja a las dos niñas, cada una al lado de su mamá.

22. MEDICIONES ESPACIALES

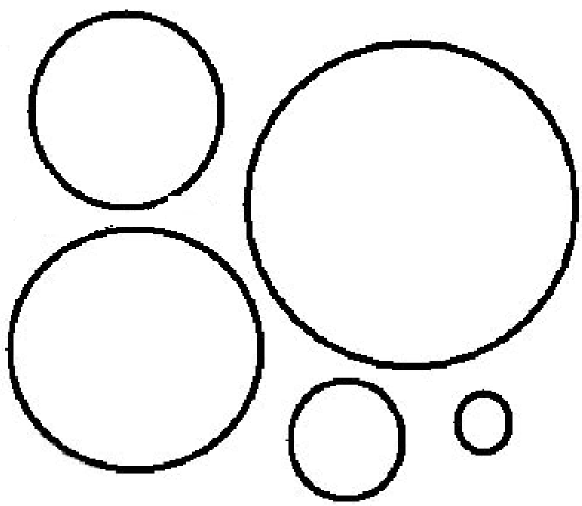
Una de las fórmulas más usadas en las matemáticas escolares es la del perímetro y área de una circunferencia. Sin embargo, lamentablemente estas fórmulas no se demuestran, sólo se presentan mágicamente y los estudiantes las repiten. Esto se debe en parte a que una demostración matemática en donde se deduzca la fórmula a partir de principios geométricos básicos no se puede hacer con las nociones que típicamente maneja el estudiante de esa edad.

Una posibilidad de hacerlas plausibles y que el estudiante comprenda su origen es la de obtenerlas aproximadamente de forma experimental. Conectando el mundo geométrico con el físico puede obtenerse una ley experimental que da una cierta plausibilidad a las fórmulas. Adicionalmente, al hacer las experiencias se espera que el estudiante logre una mayor comprensión, mejor recuerdo y correcto uso de las fórmulas. El siguiente es un experimento para obtener el área de la circunferencia en función del diámetro. Para la formula del perímetro y el valor π, mande que los chicos/as midan la longitud de los círculos diversos objetos, y luego que obtengan las razón entre la medida de cada círculo y su respectivo diámetro.

Ejercicio 22 Diámetros ¿...?

Haga lo siguiente:

1. Recorte en cartón grueso 5 o 6 círculos de diferente diámetro, (entre 4 y 15 cm. de diámetro)
2. Píntelos de diferentes colores.
3. Pese en una balanza cada circunferencia
4. Llene la tabla siguiente partiendo por la circunferencia más chica hasta el más grande
5. Grafique la función: diámetro en el eje x; *y* el peso en el eje y:



Ahora: reflexione y responda:

¿Qué relación crees que existe entre el diámetro y el peso?

……………………………………………………………………………………………

Diámetro	Peso

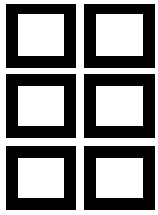
Si suponemos que el cartón es uniforme, es decir todo pedacito de un área dada pesa siempre lo mismo, sin importar si lo sacamos de un lado o de otro del cartón, entonces:

¿Qué relación crees que existe entre el diámetro y el área de la circunferencia?

……………………………………………………………………………………………

23. MULTIPLOS

La actividad "Múltiplos" propone varios desafíos que pueden realizarse sin conocer aún las tablas de multiplicar, contiene conjeturas de resultados generales que se sugieren y que pueden probarse con toda generalidad con argumentos espaciales.



Ejercicio 23

Un número es múltiplo de 3 si se puede poner como 3 filas iguales.

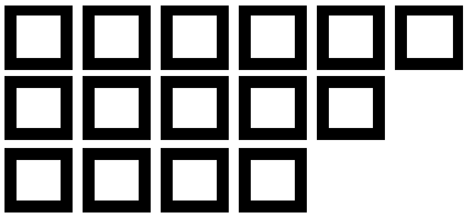
Así 6 es múltiplo de 3 ya que 6 se puede poner como:

¿Es 9 múltiplo de 3? _______ ¿Es 9 el sucesor de un múltiplo de 3? _____

¿Es 7 múltiplo de 3? _______ ¿Es 7 el sucesor de un múltiplo de 3? _____

¿Es 12 múltiplo de 3? _______ ¿Es 12 el sucesor de un múltiplo de 3? _____

¿Es 16 múltiplo de 3? _______ ¿Es 16 el sucesor de un múltiplo de 3? _____



¿Es cierto o no?

La suma de un número con su sucesor es siempre múltiplo de 3 _____

La suma de un número, su sucesor y el sucesor de su sucesor es siempre múltiplo de 3 ___

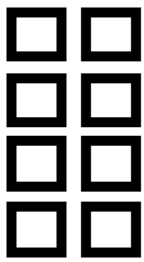
La suma de tres números consecutivos es siempre múltiplo de 3 _____

La suma de un número con su antecesor y su sucesor es siempre múltiplo de 3.

Un número es múltiplo de 4 si se puede poner como 4 filas iguales.

Un número es múltiplo de 5 si se puede poner como 5 filas iguales.

8 es múltiplo de 4 pues se puede poner como 4 filas iguales.



¿Es 9 múltiplo de 4? _______ ¿Es 9 múltiplo de 5? _____

¿Es 7 múltiplo de 4? _______ ¿Es 7 el sucesor de un múltiplo de 5? _____

¿Es 12 múltiplo de 4? _______ ¿Es 12 el sucesor de un múltiplo de 5? _____

¿Es 15 múltiplo de 4? _______ ¿Es 15 el sucesor de un múltiplo de 5? _____

¿Es cierto o no?

La suma de 4 números consecutivos es siempre múltiplo de 4 ____

La suma de 5 números consecutivos es siempre múltiplo de 5 ____

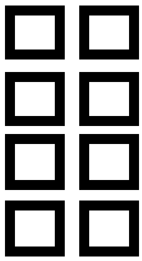
24 FACTORIZACION

En esta actividad se introduce con material concreto la noción de factorización. Por una parte este es un vehículo para ilustrar la división pero por otro lado también con la representación concreta puede introducirse al estudiante a la idea de razonamientos y demostraciones generales. Estas demostraciones se hacen argumentando sobre representaciones espaciales, pero que son de completa generalidad. Es un paso de pre-álgebra que prepara para las demostraciones en álgebra.

Ejercicio 24 Formando rectángulos

Formar rectángulos se llama factorizar.

Así 8 se puede factorizar por 2 pues 8 dulces se pueden poner como un rectángulo de 4 filas.



Un número que no se puede factorizar con al menos dos filas y dos columnas se llama primo.

Busca todas las factorizaciones de los siguientes números. Aquellos que no se puedan factorizar márcalos como primos.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10,11, 12, 13 ,14, 15, 16, 17, 18, 19, 20

¿Es cierto o no?

Si dos números distintos se pueden factorizar entonces la suma también se puede factorizar ___

Si dos números distintos se pueden factorizar por un mismo número entonces la suma también se puede factorizar____

El doble de cualquier número se puede factorizar _____

La suma de dos números primos distintos es primo ____

25. NÚMEROS PRIMOS

Los números primos son muy importantes en matemática. En esta actividad se utiliza una metáfora espacial para desarrollar este concepto.

Un número **no** primo siempre se puede factorizar, poner como un rectángulo de ancho al menos 2. Por ejemplo 6 dulces se pueden poner como un rectángulo de dos filas de 3 dulces cada una. Un primo es un número porfiado, pues no se puede poner como rectángulo de 2 o más filas.

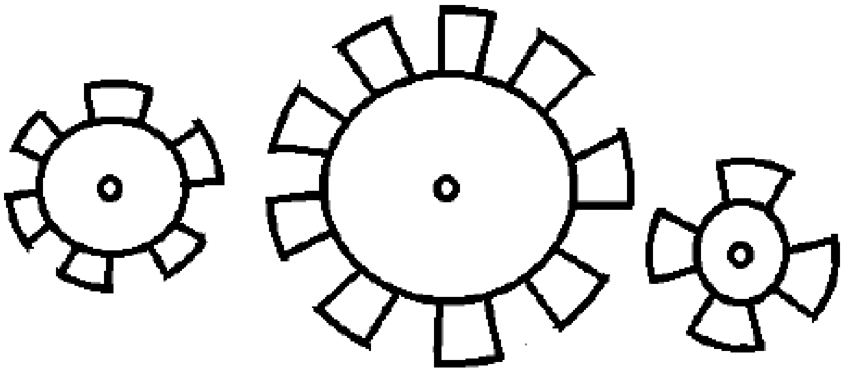
Por otro lado, dos números se dicen primos entre sí si no se pueden poner como rectángulos de al menos dos filas y en que uno de los lados sea común a ambos. Por ejemplo: 6 no es primo con 4 pues 6 y 4 ambos se pueden poner como rectángulos y con un lado común de dos. Sin embargo, 3 y 5 son primos entre sí, porque de partida ambos son primos, es decir, no se pueden poner como rectángulos de al menos dos filas. Además 4 y 9 también son primos entre sí, aunque ambos no son primos. Esto es porque 9 sólo se puede poner como un cuadrado de ancho 3, y el número 4 sólo se puede poner como rectángulo de ancho 2.

Ejercicio 25 Engranajes

Cuenta el número de dientes del engranaje A ____

Cuenta el número de dientes del engranaje B ____

Cuenta el número de dientes del engranaje C ____



A B C

• Copia los tres engranajes, recórtalos y pinta verde un diente de A, rojo un diente de B y amarillo un diente C.

• Coloca el diente amarillo de C encajado con el verde de A, y dale una vuelta entera a C.

¿Alcanza a dar una vuelta completa A y se vuelven a encontrar el diente amarillo con el verde? ____

¿Cuántas vueltas completas deben darse a C para que se vuelvan a encontrar el diente amarillo con el verde? ____ En ese caso ¿Cuántas vueltas completas da A? _____

¿Cuántas vueltas completas deben darse a C para que se vuelvan a encontrar el diente amarillo con el rojo de B? ____ En ese caso ¿Cuántas vueltas completas da B? ____

¿Cuántas vueltas completas deben darse a A para que se vuelvan a encontrar el diente verde de A con el rojo de B? ____ En ese caso ¿Cuántas vueltas completas da B? _____

Dos números distintos se dicen **primos** entre sí cuando la única forma que se vuelvan a encontrar dos dientes de dos engranajes es cuando al engranaje más chico se le dan tantas vueltas como dientes tiene el engranaje más grande. Esto significa que si son primos entre sí entonces el número más chico que es múltiplo de los dos es el producto de los dos números. También significa que ambos números no tienen un factor común mayor que no sea el uno.

Adivina, adivina ...

¿Es 4 primo con 6? ____ ¿Es 4 primo con 9? ____ ¿Es 6 primo con 9? ____

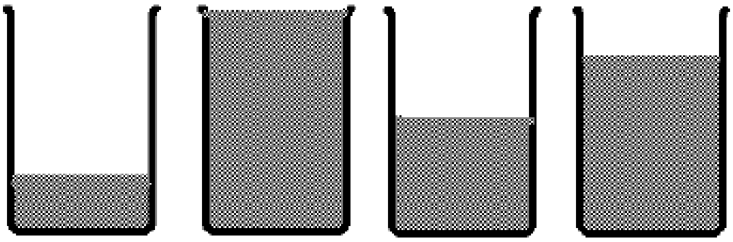
¿Es 3 primo con 5? ____ ¿Es 3 primo con 6? ____ ¿Es 4 primo con 7? ____

26. MITADES

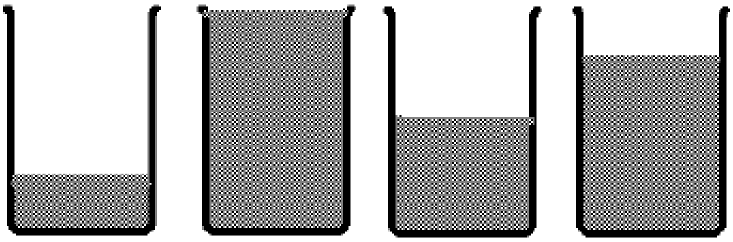
La actividad "Mitades" familiariza al estudiante con la noción de partes de la unidad.

Ejercicio 26

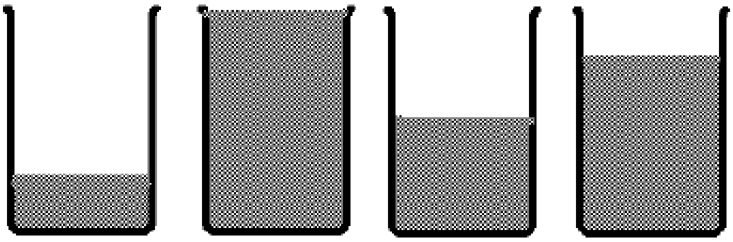
Marca cuál de los vasos está con agua hasta la mitad.



Marca cuál de los vasos está con agua hasta la mitad de la mitad.

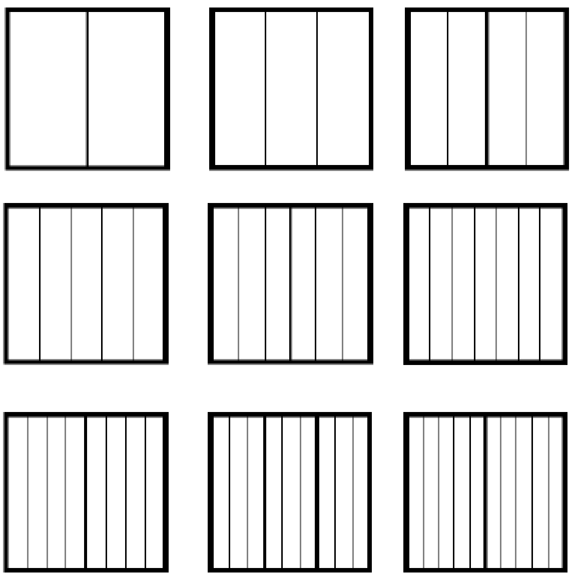


En un vaso con agua hasta la mitad se le echa agua de otro vaso igual al primero y que está también con agua hasta la mitad. Marca como queda el primer vaso.



Agrega a un vaso con agua hasta la mitad, la mitad de la mitad de otro vaso igual al primero. Marca como queda el primer vaso.

27 FRACCIONES MÁGICAS



En esta actividad realizamos una introducción al material concreto que es una muy buena representación física para la noción de fracción. El mayor interés didáctico de esta representación es que permite ilustrar y manipular la suma de fracciones. Con esta representación también se puede trabajar el concepto de la resta de fracciones ya que es completamente similar.

Se recomienda fabricar el material y familiarizar al estudiante con él antes de introducir la notación simbólica con quebrados. Muchos estudiantes luego de manipular y trabajar con esta representación por 15 a 30 minutos, logran descubrir por ellos mismos el algoritmo de suma para fracciones de distinto denominador.

Ejercicio 27

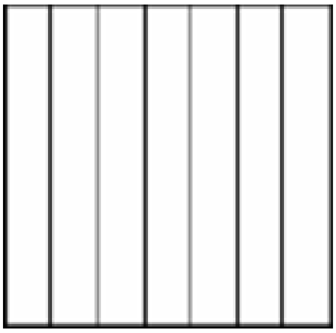
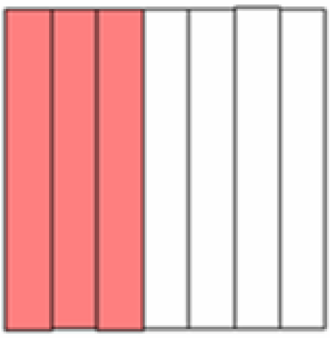
Siga las indicaciones siguientes para comprender el proceso de la suma de fracciones de diferente denominador. Luego resuelva las dos operaciones que se indican al final.

Ejemplo sumar: $\frac{3}{7} \quad + \quad \frac{5}{9} \quad =$

Para sumar dos fracciones con material concreto deben seguirse los siguientes pasos:

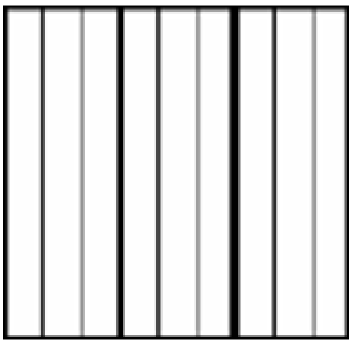
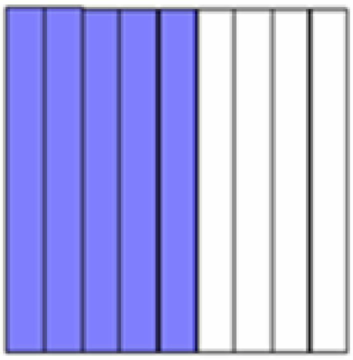
Paso 1:

Escoge una lámina con el cuadrado dividido con el número de bandas correspondiente al denominador de la primera fracción y colorea de rojo tantas bandas verticales como el número correspondiente al numerador de la primera fracción.

Selecciono el cuadro de 7 bandas y empiezo a pintar. 	Pinto completo 3 bandas ...y así queda representado 3/7 

Paso 2:

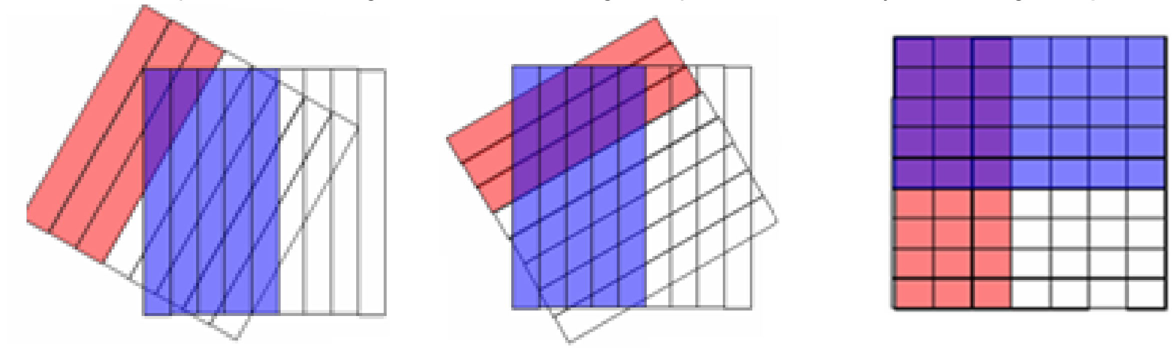
Escoge otra lámina con el cuadrado dividido con el número de bandas correspondiente al denominador de la segunda fracción y colorea de azul tantas bandas verticales como el número correspondiente al numerador de la segunda fracción.

Selecciono el cuadro de 9 bandas y empiezo a pintar. 	Pinto completo 5 bandas ...y así queda representado 5/9 

Paso 3:

Gira y superpone la segunda lámina sobre la primera de manera que ambos cuadrados seleccionados queden uno sobre el otro de tal forma que ahora las bandas formen pequeños cuadrados o rectángulos. Una vez logrado esto, entonces sigue con el paso siguiente.

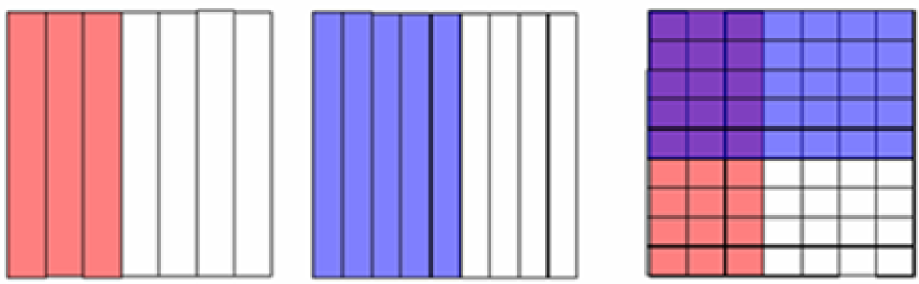
Las dos láminas quedan así. Luego cuenta los rectángulos que se forman: hay 63 rectángulos, ¡verdad!



Paso 4:

Para sumar ambas fracciones anota el número de rectángulos como denominador. Entonces anoto el número 63 como denominador. (Este es el común múltiplo de los dos denominadores).	$\frac{3}{7} + \frac{5}{9} = \frac{\quad}{63}$
Luego cuenta el número de rectángulos formados en la parte horizontal o sea los azules y los con doble sombra. Entonces anoto el primer numerador 35.	$\frac{3}{7} + \frac{5}{9} = \frac{35 +}{63}$
Por otra parte cuenta el número de rectángulos formados en la parte vertical o sea los rojos y los con doble sombra. Entonces anoto el segundo numerador 27.	$\frac{3}{7} + \frac{5}{9} = \frac{35 + 27}{63}$
Suma ambos números y el resultado escríbelo como numerador.	$\frac{3}{7} + \frac{5}{9} = \frac{27+35}{63} = \frac{62}{63}$

La fracción así formada es la suma de las dos fracciones originales



$$\frac{3}{7} + \frac{5}{9} = \frac{62}{63}$$

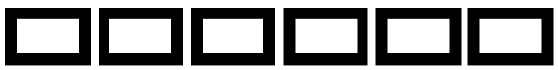
28. REGLA ELÁSTICA

La actividad Regla Elástica es una metáfora concreta para aprender y calcular porcentajes. También puede usarse para aprender y calcular proporciones.

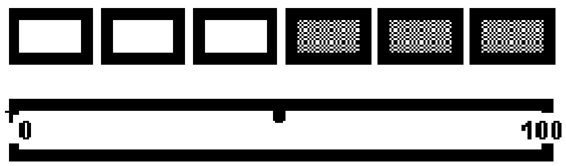
La regla elástica es una de goma que se estira para medir y que siempre mide 100.

Ejercicio 28.

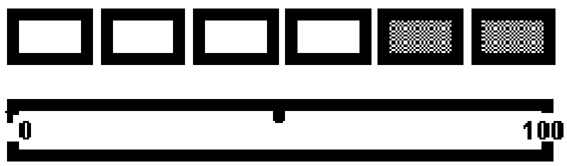
En la figura se muestra un tren de **6** carros.



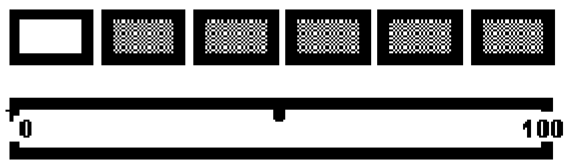
Pon la regla elástica del mismo largo del tren. ¿Cuánto marca la regla elástica con los primeros **3** carros blancos? ______



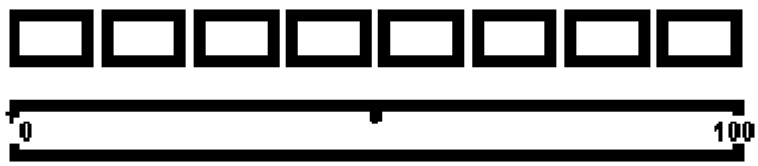
¿Cuánto marca la regla elástica con los primeros **4** carros blancos? ______



¿Cuánto marca la regla elástica con el primer carro blanco? ______



Si ahora tienes un tren de **8** carros.



¿Cuánto marca la regla elástica con los primeros **5** carros? ______

¿Cuánto marca la regla elástica con los primeros **2** carros? ______

¿Cuánto marca la regla elástica con los primeros **3** carros? ______

¿Cuánto marca la regla elástica con los primeros **6** carros? ______

¿Cuánto marca la regla elástica con los primeros **4** carros? ______

29. ¿CUANTAS VECES CABE?

La actividad ¿Cuántas veces cabe? ofrece una representación espacial para asimilar y prepararse para calcular la división de fracciones.

Ejercicio 29 ¿Cuántas veces cabe?

En la ciudad hay 5 tipos de edificios:

Entonces, adivina:

¿Cuántos edificios tipo B hay que colocar para obtener uno tipo A? _____

¿Cuántos edificios tipo C hay que colocar para obtener uno tipo A? _____

¿Cuántos edificios tipo C hay que colocar para obtener uno tipo B? _____

¿Cómo fabricaría un edificio tipo A usando al menos una vez el edificio D? ____

¿Cuántos edificios B caben en uno A? _____ ¿Cabe justo o no? ___

¿Cuántos edificios C caben en uno A? _____ ¿Cabe justo o no? ___

¿Cuántos edificios D caben en uno A? _____ ¿Cabe justo o no? ___

¿Cuántos edificios E caben en uno A? _____ ¿Cabe justo o no? ___

La mitad de un edificio A es igual a: ______

La mitad de la mitad de un edificio A es igual a: _____

Si a la mitad del edificio B se le agrega la mitad de un edificio C, entonces ¿qué se obtiene? ___

¿Cuántas mitades de edificios B caben en uno A? _____

¿Cuántas mitades de edificios B caben en uno C? _____

¿Cuántas mitades de edificios B caben en uno D? _____

¿Cuántas mitades de edificios B caben en uno E? _____

¿Cuántas mitades de edificios E caben en uno A? _____

¿Cuántas mitades de edificios E caben en uno B? _____

¿Cuántas mitades de edificios E caben en uno C? _____

¿Cuántos tercios de E caben en C? _____

¿Cuántos tercios de E caben en B? _____

¿Cuántos tercios de E caben en la mitad de A? _____

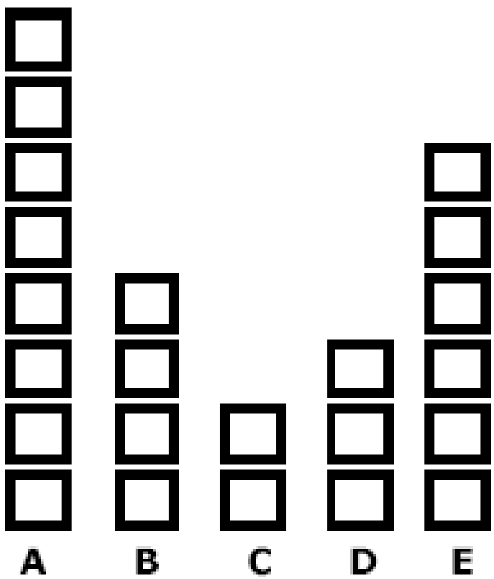
¿Cuántos tercios de E caben en un cuarto de B? _____

¿Cuántos tercios de D caben en un C? _____

¿Cuántos tercios de D caben en un cuartos de A? _____

¿Cuántos dos tercios de D caben en A? _____

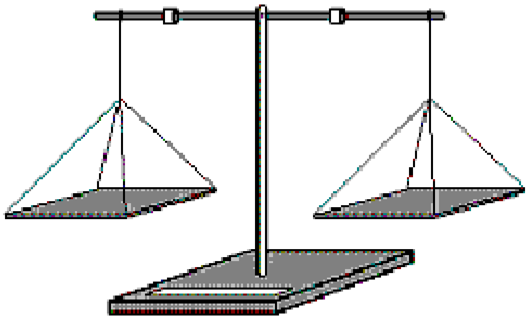
¿Cuántos dos tercios de D caben en tres cuartos de A? _____



30 ECUACIONES DE PRIMER GRADO

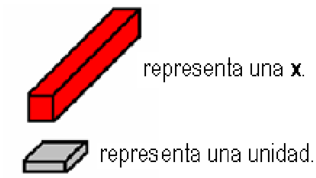
Al trabajar con ecuaciones de primer grado es conveniente partir de juegos en los que se utiliza una representación concreta para la noción de variable y para plantear y resolver ecuaciones de primer grado.

Ejercicio 30. Cajas con sorpresas



En la actividad Cajas con Sorpresas se introduce la noción de una variable mediante la metáfora de una caja, y la de ecuación como un equilibrio en una balanza en la que hay varias cajas y calugas. Además se muestra una estrategia sistemática para averiguar cuántos dulces hay en cada caja.

Comienza por fabricar una balanza como la que se muestra en la figura. Está compuesta de una plataforma con pizarra (sobre la que se escribe con plumón las ecuaciones a resolver), un mástil, dos contrapesos que corren sobre el mástil, un eje horizontal, dos platos y dos cuerdas (una para colgar cada platillo).



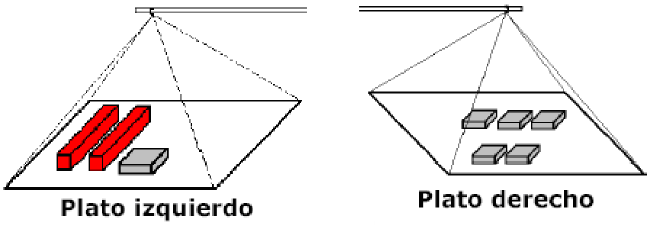
La función fundamental de la balanza es describir visualmente (físicamente) la noción de igualdad matemática.

Fabrica además cajitas rectangulares de cartón tal como las de la figura y dulces (o calugas) cuadrados de madera. Cada caja representa una variable **x** y cada dulce representa una unidad.

Es decir una variable **x** es una caja contenedora que puede contener varios dulces unitarios.

Con estos elementos, el juego "ecuaciones mágicas de primer grado" enseña a resolver ecuaciones de primer grado. El objetivo principal es comprender físicamente qué significan las ecuaciones del álgebra (primer grado, sistemas de ecuaciones, raíces y ecuaciones de segundo grado) y cómo resolverlas.

La siguiente imagen representa una ecuación mediante el uso de la balanza y los otros elementos del juego:



En este caso como a la izquierda hay 2 cajas rectangulares más 1 caluga, y a la derecha hay 5 calugas, entonces la ecuación representada es: **$2x + 1 = 5$**

El juego es resolver la ecuación. Esto significa jugar a adivinar cuántas calugas hay dentro de cada caja rectangular.

Las **reglas** del juego son:

Regla 1: El peso de las cajas es despreciable (es 0) respecto al de las calugas.

Regla 2: Todas las cajas rectangulares tienen el mismo número de calugas (o sea, son mellizas).

A continuación se presentan los 3 pasos para resolver esta ecuación:

Paso 1: En el lado izquierdo de la balanza toma la caluga sobrante y aléjala a un extremo del plato:

Paso 2: En el lado derecho de la balanza toma la misma cantidad de calugas que en el lado izquierdo, y sepárala de las demás.

Paso 3: Ordena las 4 unidades restantes como 2 columnas, igualando la forma del plato izquierdo.

Ahora compara ambos lados de la balanza. Fíjate cuidadosamente en las columnas y de ahí podrás concluir el número de calugas dentro de cada caja rectangular.

Es decir, la solución es: **x = 2.**

SUGERENCIA DE TRABAJO No. 10

1. De manera individual seleccione un ejemplo de los anteriores y recréelo mediante un contenido específico de acuerdo al año de educación básica en que trabaja.
2. En una tabla exponga las ventajas, las dificultades y las sugerencias para mejorar la comprensión conciente y del desarrollo de las destrezas por parte de los y las estudiantes.

A MANERA DE CONCLUSIÓN

Apreciados compañeros y compañeras, es necesario recalcar que si queremos cosechar éxitos para llegar a acariciar tímidamente logros positivos en todo lo relacionado al desempeño escolar de los y las estudiantes de nuestras escuelas y colegios, los esfuerzos futuros deben coordinarse entre todos los actores educativos y en la sociedad, por que luego sería injusto imputar el fracaso escolar a un solo sector, y mucho menos a la niñez y juventud.

Indudablemente, que si queremos un futuro que permita ciertas esperanzas en el tema educativo se impone principalmente una sociedad que valore en su justa dimensión la tarea del docente, una política menos demagógica y dependiente que permita involucrarse a todos los sectores sociales. Y desde luego, maestras y maestros capaces de asumir el compromiso de aprender cada día, de estudiar para educar y de aprender enseñando.

Maestras y maestros como ustedes, que asumen un compromiso con el pueblo y el país, a través de su práctica educativa y social, de su lucha solidaria junto al pueblo, es obvio que tienen la capacidad de discernir y discriminar los prejuicios y como consecuencia de ello, privilegiar las innovaciones, la creatividad y el fomento de una pedagogía emancipadora.

Una pedagogía emancipadora que permita a los niños y a las niñas *hacer matemáticas* sin miedo, implica animarlos a buscar respuestas con los conocimientos que poseen y ayudarlos a avanzar a partir de la reflexión reconstruyendo su propia realidad.

Finalmente para la reflexión, expongo a ustedes las sugerencias didácticas que cita Javier Peralta en su aleccionadora obra “Principios didácticos e históricos para la enseñanza de la matemática” (1999).

Las cuales someto a su consideración y reflexión a fin de “*despertar la conciencia didáctica, es decir, inspirar nuevas formas de sentir más que modos de hacer*”

1. No adoptar una didáctica rígida, sino amoldarla en cada caso al alumno, observándole constantemente.
2. No olvidar el origen concreto de la matemática ni los procesos históricos de su evolución.
3. Presentar la matemática como una unidad en relación con la vida natural y social.
4. Graduar cuidadosamente en orden creciente los planos de abstracción.
5. Enseñar guiando la actividad creadora y descubridora de los alumnos.
6. Estimular dicha actividad despertando el interés directo y funcional hacia el objeto del conocimiento.
7. Promover en todo lo posible la autocorrección.
8. Conseguir cierta maestría en las soluciones antes que automatizarlas.
9. Cuidar que la expresión del alumno sea traducción fiel de su pensamiento.
10. Procurar que el alumno tenga éxitos que eviten su desaliento o falta de interés.

BIBLIOGRAFÍA

1er Curso de Estrategias para la enseñanza de la Matemática, Instituto de Estudios Avanzados para las Américas, OEA, 2006

Carrillo. José. Modos de resolver problemas y concepciones sobre la matemática y su enseñanza. Universidad de Huelva, España, 1998

Coll, César. Aprendizaje Escolar y Construcción del Conocimiento. Barcelona: Editorial Paidos. 1997

Charnay, Roland. Aprender por medio de la resolución de problemas. Edit. Paidos, Buenos Aires 1998.

Ferreiro, Agustín. La enseñanza primaria en el medio rural... C.N.E.P. Uruguay. 1985

González, F. La enseñanza de la matemática: proposiciones didácticas. Maracay: UPEL. 1997

Good, T y Brophy, J. Para enseñar no basta con saber la asignatura. México: McGraw-Hill. 1998

Guía didáctica # 7 para la aplicación de la reforma curricular (tercera edición 1999)

Hernández S, Fernández C y Baptista L. Metodología de la Investigación. México. McGraw-Hill, Interamericana de México, S.A. de CV. 2000

Jurado, Cristina. Didáctica de la matemática en la educación primaria intercultural bilingüe, Tomo X, Quito, Ediciones ABYA-YALA. 1,993

Lester, J. Instrucción y Aprendizaje Significativo. Caracas: Ediciones UPEL. 1990.

Medina, Carlos. La Enseñanza Problémica Quito. 1997

Peralta, Javier. Principios didácticos e históricos para la enseñanza de la matemática, Edit. Huerga, Barcelona, España 1999

Royer, J Allan, R. Psicología del Aprendizaje. México: Limusa. 1998

Sabino, C. El Proceso de Investigación. Caracas. 1999

Salas R, O. Importancia de la planificación de estrategias de atención pedagógica en la formación de los alumnos de la I etapa de educación básica venezolana. Universidad Santa María. 2002

Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Curso de Capacitación en el Nuevo Diseño Curricular para Docentes de la Segunda Etapa del nivel de Educación Básica. 2003.